

تحلیل عددی بستر ماسه‌یی پی‌های مسلح به ژئوسل و مقایسه‌ی کارایی سیستم‌های تسلیح ژئوسمینتیک سلولی و صفحه‌یی

سعید کوزه‌گران (دانشجوی کارشناسی ارشد)

محمد علیایی* (استادیار)

دانشکده‌ی هندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

ژئوسل‌ها از انواع ژئوسمینتیک‌ها هستند، که با توجه به مزایای متعدد، استفاده از آن‌ها در حال توسعه بوده و امروزه مطالعات وسیعی روی آن‌ها در حال شکل‌گیری است. مکانیزم رفتاری ژئوسل‌ها با ژئوسمینتیک‌های صفحه‌یی کاملاً متفاوت است. آن‌ها با ایجاد محصورکنندگی جانبی قابل توجه برای خاک (به علت هندسه‌ی سه بعدی)، خواص مقاومتی آن را به طرز چشم‌گیری ارتقا می‌دهند. با وجود مطالعات آزمایشگاهی نسبتاً وسیع در زمینه‌ی ذکر شده، مطالعه‌ی عددی عملکرد ژئوسل‌ها که برای درک رفتار دقیق آن‌ها ضروری است، بندرت انجام شده است. بنابراین علی‌رغم ویژگی‌های منحصر به فرد ژئوسل و استفاده از آن در پروژه‌های راه‌سازی، به دلیل نبود روش‌های تئوری و طراحی کافی، این سیستم تسلیح همچنان توانسته است جایگاه واقعی خود را در پروژه‌های بهسازی خاک بیابد. لذا در این پژوهش، به مطالعه‌ی بستر ماسه‌یی پی‌های مسلح به ژئوسل بر مبنای روش عددی تقاضل محدود با استفاده از نرم‌افزار $FLAC^3D$ پرداخته شده و عملکرد سیستم تسلیح ژئوسل و شرایط بهینه‌ی طراحی و اجرای آن در بستر فونداسیون‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است. همچنین کارایی سیستم‌های تسلیح سلولی (ژئوسل) نسبت به سیستم‌های تسلیح صفحه‌یی به عنوان دو سیستم با جنس یکسان، ولی با مکانیزم رفتاری متفاوت مورد مقایسه قرار گرفته است.

saeid.kouzegaran@modares.ac.ir
m.olyaei@modares.ac.ir

واژگان کلیدی: خاک مسلح، بستر پی، بهسازی خاک، ژئوسمینتیک، ژئوسل، روش $FLAC^3D$.
تقاضل محدود.

۱. مقدمه

ژئوسل‌ها هندسه‌ی سه بعدی دارند؛ هنگام حمل آن‌ها را به صورت تاشده جا به جا و برای اجرا، آن‌ها را باز می‌کنند، که با این کار شکل‌کلی مشابه کنده‌های پرورش زنبور عسل به خود می‌گیرند. در این حالت، خاکریزی درون سلول‌های آن انجام می‌شود و بسته به نوع پروژه، ممکن است خاک ریخته‌شده‌ی درون آن‌ها نیز متراکم شود (شکل ۱).

مکانیزم رفتاری ژئوسل‌ها با ژئوسمینتیک‌های صفحه‌یی کاملاً متفاوت است. ژئوسل‌ها با توجه به هندسه‌ی سه بعدی و منحصر به فردی که دارند، قادر هستند محصورشدنگی جانبی قابل توجهی را برای خاکی که درون آن‌ها قرار می‌گیرد، ایجاد کنند و در نتیجه باعث افزایش ظرفیت باربری و کاهش نشت آن خاک شوند.^[۱] این موضوع ناشی از آن است که خواص مقاومتی خاک موجود به طرز چشم‌گیری ارتقا می‌باشد. مطالعات میدانی صورت‌گرفته در زمینه‌ی کاربرد ژئوسل نیز حاکی از مزایای متعدد این سیستم تسلیح در بهسازی خاک است.^[۲]

برای بررسی عوامل مؤثر در رفتار خاک مسلح به ژئوسل‌ها مطالعات آزمایشگاهی

در تاریخچه فناوری مصالح ساختمانی، خاک‌ها همواره به عنوان توده‌هایی با مقاومت فشاری خوب، که در کشش تاب چندانی ندارند، شناخته شده‌اند. فراوانی، ارزانی، و سهولت دسترسی به این ماده‌ی طبیعی تلاش‌هایی را برای چهارده‌شدن بر ضعف کششی آن به دنبال داشته است. مهندسان بسیاری جهت رفع این نقصیه از ایده‌ی خاک مسلح استفاده کرده‌اند. اجرای دیوارهای خاک مسلح در ابتدا با استفاده از تسمه‌های فولادی صورت گرفته است، اما با توجه به اینکه ضعف عمده‌ی این تسمه‌ها مسئله‌ی خودگذگاری فلزات در طولانی مدت بوده است، لذا با پیشرفت علوم مهندسی پلیمر، استفاده از پلیمرها جهت ساخت عناصر تسلیح گسترش یافته است. در ابتدا از ژئوسمینتیک‌های صفحه‌یی جهت تسلیح خاک استفاده می‌شد، ولی اخیراً ژئوسمینتیک‌های سلولی نیز جهت تسلیح خاک مورد استفاده قرار می‌گیرد و امروزه پژوهش‌های وسیعی بر روی آن‌ها در حال شکل‌گیری است.

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۶/۱/۱۳۹۳، /صلاحیه ۲۴، ۱۳۹۳/۸/۲۴، پذیرش ۱۰/۱/۱۳۹۳.



شکل ۱. ژتوسل در دو حالت تا شده و باز.

ژتوسل‌ها در اختیار گذاشته‌اند، اما به‌دلیل وجود محدودیت‌های آزمایشگاهی (ابعاد، عدم امکان اعمال شرایط مختلف، هزینه‌های زیاد، ...) از بدو شروع مطالعات، لزوم انجام مطالعات عددی کاملاً احساس می‌شده است. در این میان، علی‌رغم انجام مطالعات آزمایشگاهی نسبتاً وسیع در زمینه‌ی مسلح‌سازی خاک با ژتوسل، به‌دلیل پیچیدگی‌های موجود، مدل‌سازی عددی رفتار ژتوسل‌ها که برای درک رفتار دقیق آن‌ها لازم است، بندرت انجام شده است. در پیشتر مطالعات عددی صورت‌گرفته نیز خاک و ژتوسل به‌صورت کامپوزیت معادل مدل‌سازی شده‌اند. بدین معنا که مجموعه‌ی خاک و ژتوسل به‌صورت خاکی با پارامترهای فنی بالاتر جایگزین شده‌اند. برای مثال برخی پژوهشگران در مطالعه‌ی خود (۲۰۰۹)،^[۱] جهت مدل‌سازی خاک مسلح به ژتوسل با استفاده از نرم‌افزار FLAC^{۳D} از روش ذکرشده استفاده کرده و خاک مسلح به ژتوسل را به‌صورت کامپوزیت مدل کرده‌اند.^[۲] از روابط به‌دست آمده از مطالعات آزمایشگاهی اخیر (۱۹۹۳)،^[۳] برای تخمین پارامترهای مدل کامپوزیت استفاده کرده‌اند. از آنجایی که مطالعات آزمایشگاهی مذکور بر روی خاک‌های محدودی انجام شده است، انتظار می‌رود این پارامترها متناسب با همان خاک‌ها باشد (همان‌طور که اشاره شده است، در روابط پیشنهادی برای خاک‌های مورد آزمایش نیز تا ۱۸٪ خطأ مشاهده شده است)، بنابراین تعیین آن به سایر انواع خاک در این‌گونه مدل‌های عددی با خطأ همراه خواهد بود. به علاوه ژتوسل مکانیزم‌های رفتاری متنوع و پیچیده‌ی دارد، که در این‌گونه مدل‌سازی‌ها به‌صورت کامل لحاظ نمی‌شود.

مطالعات در زمینه‌ی خاک مسلح به ژتوسل خاکی از آن است که علی‌رغم پیچگی‌های منحصر به‌فرد این سیستم تسلیح (مانند عملکرد بسیار خوب در بهسازی خاک و نیز سرعت و سهولت در اجرا) روش‌های تئوری و طراحی موجود برای آن‌ها بسیار عقب‌تر از کاربردهای آن در زمینه‌های مختلف است. این امر به علت نبود مطالعات تئوری کافی و عدم شناخت مناسب از مکانیزم سیستم تسلیح با ژتوسل و عوامل مؤثر در آن است.^[۴]

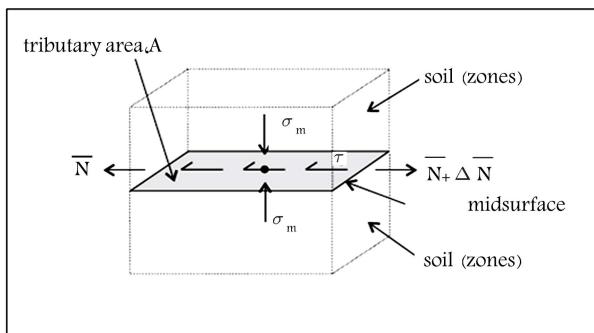
برای گشترش مطالعات و تعیین آن به شرایط واقعی و توسعه‌ی روش‌های تئوری و طراحی، نیاز به وجود مدل‌های عددی قوی و دقیق کاملاً محسوس است. جهت نیل به هدف ذکرشده، در این پژوهش با استفاده از نرم‌افزار تفاضل محدود FLAC^{۳D}، مطالعاتی بر روی سیستم تسلیح بستری‌ها با ژتوسل انجام شده است. در این مطالعات برای اولین بار ژتوسل و خاک زیر پی به‌صورت جداگانه شیبیه‌سازی شده‌اند. روش شیبیه‌سازی ذکرشده در کنار مدل‌سازی سه‌بعدی، این قابلیت را به مدل عددی داده است که علاوه بر حذف خطاهای روش کامپوزیت، کلیه‌ی مکانیزم‌های رفتاری کلیدی ژتوسل (از جمله مکانیزم محصورکنندگی ژتوسل) کاملاً در مدل عددی ایجاد شوند.

در این پژوهش ابتدا خاک مسلح به تکسل (یک سلول ژتوسل) شیبیه‌سازی شده و تحت باکرداری قرار گرفته است. نتایج به‌دست آمده از این مدل عددی، جهت صحبت‌سنگی با نتایج مطالعات آزمایشگاهی موجود مورد مقایسه قرار گرفته است. از آنجایی که یکی از پرکاربردترین زمینه‌های استفاده از خاک مسلح، تسلیح بستر زیر پی‌هاست؛ در گام بعدی جهت بررسی رفتار مسلح‌کننده ژتوسل در این کاربری، بستر واقع در زیر پی‌ها در حالت مسلح به ژتوسل و غیرمسلح شیبیه‌سازی شده است. با توجه به اینکه هدف از تسلیح خاک، علاوه بر بهبود عملکرد آن (افزایش ظرفیت باربری و کاهش نشتی)، صرفه‌جویی در هزینه‌ی پروژه‌ها نیز است؛ در این پژوهش شرایط بهینه طراحی و اجرای سیستم تسلیح ژتوسل در بستر فونداسیون‌ها مورد مطالعه قرار گرفته و عمق مدفون، عرض و ارتفاع بهینه‌ی قرارگیری لایه‌ی ژتوسل در زیر پی تعیین شده است.

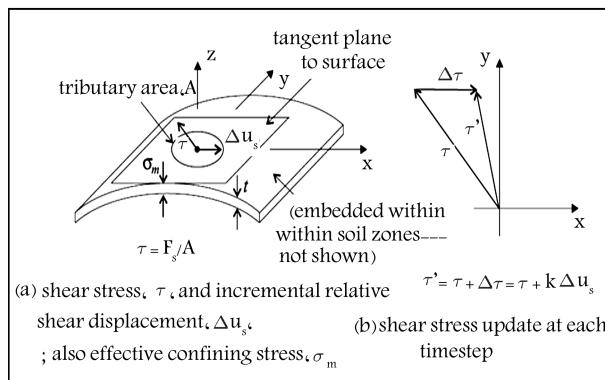
نسبتاً وسیعی صورت گرفته است. برای مثال در پژوهشی در سال ۲۰۰۶، آزمایش‌هایی جهت بررسی اثرات محصول‌شدنگی ناشی از ژتوسل در کاهش تغیرشکل‌های دائمی انجام شده است.^[۵] همچنین در پژوهش دیگری (۲۰۰۷)، آزمون‌های آزمایشگاهی متعددی جهت مشاهده‌ی تأثیر مسلح‌کردن خاک در افزایش ظرفیت باربری و کاهش نشست انجام شده است.^[۶] برخی پژوهشگران (۲۰۱۲) نیز تأثیر استفاده از سیستم تسلیح ژتوسل را در اساس راه بررسی و برای این کار آزمون آزمایشگاهی تمام مقیاسی را برای مدل‌کردن اثر ترافیک ایجاد کرده‌اند.^[۷] در سال ۲۰۱۰ نیز رفتار پی تحت بار سیکلی در دو حالت بستر مسلح با انواع ژتوسینتیک‌ها مورد بررسی قرار گرفته است.^[۸] پژوهشگران دیگری (۲۰۱۰) نیز در یک مطالعه‌ی آزمایشگاهی به بررسی عوامل مؤثر در رفتار خاک مسلح به تکسل (یک سلول ژتوسل) پرداخته و پارامترهای شامل: شکل، نوع، دفن‌شدگی ژتوسل، ارتفاع ژتوسل و کیفیت مصالح پرکننده ژتوسل را مورد بررسی قرار داده‌اند.^[۹]

همچنین در پژوهشی در سال ۱۹۹۳، آزمایش فشاری سه‌بعدی در مقیاس بزرگ بر روی ماسه‌ی مسلح به ژتوسل (به صورت تکسل) انجام و بعد از تحلیل دایره‌ی موهر خاک دانه‌ی با و بدون ژتوسل (در هنگام شکست) پیشنهاد نمودند که جهت لحاظ‌کردن افزایش مقاومت خاک مسلح به ژتوسل، برای مجموعه‌ی خاک و مسلح‌کننده به‌صورت کامپوزیت، از چسبیندگی ظاهری (cr) استفاده شود و بدین منظور راطه‌ی برای تخمین چسبیندگی ظاهری به عنوان تابعی از زاویه‌ی اصطکاک خاک درون ژتوسل (c) و فشار محصورشدنگی افزایش یافته به جهت غشاء ژتوسل (Δσ_c) ارائه کردند، و همچنین مقایسه‌ی بین مقادیر چسبیندگی ظاهری به دست آمده از آزمایش‌های سه‌محوری و مقادیر محاسبه‌شده از فرمول پیشنهادی انجام دادند. نتایج مقایسه‌ی مذکور نشان داده است که روابط پیشنهادی برای خاک‌های مورد آزمایش تا ۱۸٪ خطأ دارد.^[۱۰]

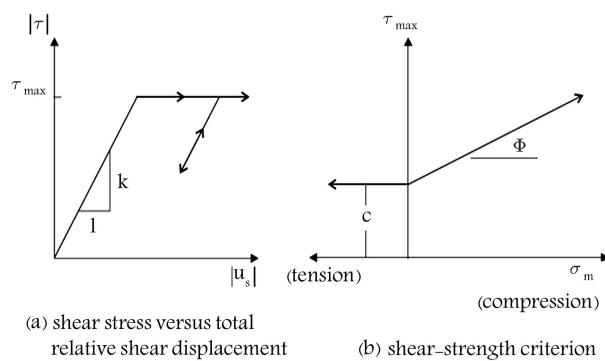
مطالعات آزمایشگاهی اگرچه داده‌های موثق و ارزشمندی را درباره‌ی رفتار



شکل ۲. نمایش تنش‌ها روی گره در المان ژوگرید.^[۱۱]



شکل ۳. ایده‌آل‌سازی رفتار یک گرهی ژوگرید.^[۱۱]



شکل ۴. نمودار سطح مشترک بین خاک و المان سازه‌ی ژوگرید.^[۱۱]

جدول ۱. پارامترهای خاک ماسه‌ی رودخانه‌ی کانزاس.

مدول کشسانی (KPa)	ضریب اصطکاک	وزن مخصوص (kg/m³)	زاویه‌ی پواسون
۱	۴۵	۱۷۳۰	۰,۳۳

آزمایش‌های خود از ژوسل‌هایی با دو شکل هندسی دایره و لوزی استفاده کردند. سلول لوزی‌شکل مورد استفاده در این آزمایش، قطرهای ۲۶° و ۱۸۵° و نیز ارتفاع ۱۰ میلی‌متر با مدل کشسانی Mpa ۳۵۵ دارد، که در کف جعبه گذاشته شده و ارتفاع خاک جعبه‌ی مذکور برابر با ۱۲۰ میلی‌متر (۲۰ میلی‌متر بالاتر از سطح ژوسل) بوده است. بارگذاری در سطحی به مساحت ۱۷۶۷۰ میلی‌متر مربع با افزایش‌های پلکانی به سطح نمونه اعمال شده و در هر مرحله تا زمان متوقف شدن نشست، بار بدون تغییر بوده است.

ژوسيتنيک‌های صفحه‌یی و سلوی (ژوسل) را می‌توان دو سیستم تسلیح با مصالح و جنس یکسان، اما مکانیزم‌های رفتاری متفاوت دانست؛ بنابراین تعیین اینکه کدام سیستم کارایی بالاتری دارد، از نظر فنی و اقتصادی بسیار حائز اهمیت است. لذا در بخش پایانی این پژوهش جهت مقایسه‌ی عملکرد این دو سیستم تسلیح، بستری مسلح به ژوسيتنيک صفحه‌یی نیز با استفاده از نرم‌افزار FLAC^{۳D} شبیه‌سازی شده و عملکرد این سیستم تسلیح هم مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور انجام مقایسه‌ی مناسب بین عملکرد ژوسل و ژوسيتنيک صفحه‌یی، جنس ژوسيتنيک صفحه‌یی کاملاً مشابه ژوسل‌ها لحاظ شده و برای رسیدن به مقایسه‌ی معنادار، مقدار ژوسيتنيک‌های مصرفی در دو سیستم تسلیح مساوی لحاظ شده است (دو مسلح‌کننده با مساحت و در نتیجه جرم تقریباً یکسان استفاده شده است).

۲. مدل عددی

همان‌طور که اشاره شد، با توجه به هزینه‌ی بالای مطالعات آزمایشگاهی و نیز وجود خطأ در مطالعات عددی محدود، که با روش کامپوزیت در این زمینه صورت گرفته، لزوم انجام مطالعات عددی با دقت بالا ضروری است. با همین هدف در مطالعه‌ی عددی صورت گرفته در این پژوهش، ژوسل و خاک به صورت جداگانه و سه‌بعدی شبیه‌سازی شده‌اند.

در این روش مدل‌سازی، شناخت و انتخاب المان سازه‌ی مناسبی که رفتار ژوسل را به دقیق‌ترین نحو شبیه‌سازی کند، اساسی‌ترین مرحله در مدل‌سازی خاک مسلح به ژوسل است. لذا در مدل مذکور، المان‌های سازه‌یی صفحه‌یی کشسان ژوگرید جهت شبیه‌سازی مسلح‌کننده ژوسل استفاده شده است.

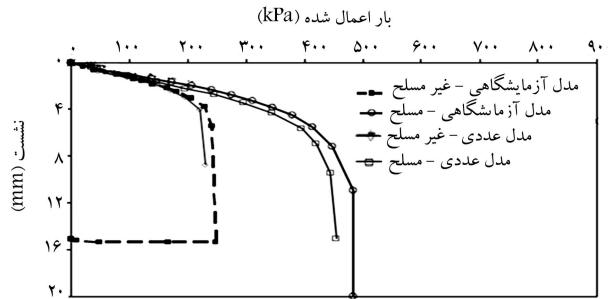
المان ژوگرید، رفتار کشسان خطی ایزوتروپ یا اورتورپ دارد و بین شبکه و المان، برش اصطکاکی وجود دارد. از این نوع اجزا برای مدل کردن غشاها انعطاف‌پذیر، که اندرکشش برشی با خاک دارند، استفاده می‌شود. تنش‌هایی که بر المان ژوگرید عمل می‌کنند، در شکل ۲ و اندرکشش بین ژوگرید و خاک در شکل ۳ به صورت خالصه نشان داده شده است (شامل تنش همه جانبه‌ی مؤثر (σ) و تنش برشی کل (τ) که باعث ایجاد تنش‌های غشایی در ژوسل می‌شوند). عملکرد سطح مشترک^۱ بین المان سازه‌یی ژوگرید و خاک نیز در شکل ۴ نشان داده شده است. به طور کلی رفتار سطح مشترک بین المان ژوگرید و خاک در جهت زمال به صورت صلب و در جهت مماسی به صورت چسبنده و اصطکاکی است و با استفاده از پارامترهای سختی بر واحد سطح (K)، مقاومت چسبنده (c) و زاویه اصطکاک (Φ) کنترل می‌شود.

۲.۱. مدل اولیه و صحیح سنجی

۲.۱.۱. مدل مرتع

جهت صحیح‌سنجی مدل عددی، خاک مسلح به یک سلول ژوسل (نکسل) و نیز خاک غیرمسلح با استفاده از نرم‌افزار FLAC^{۳D} مدل‌سازی شده‌اند. این مدل در واقع شبیه‌سازی عددی آزمون آزمایشگاهی انجام شده توسط Pokharel و همکاران،^[۱۱] است.

جزئیات جعبه‌ی آزمایش مذکور در شکل ۵ نشان داده شده است. این جعبه‌ی آزمایش به شکل مربع و با سطح مقطع ۳۶۹۰۰۰ میلی‌متر مربع و ارتفاع ۱۲۰ میلی‌متر مربع با افزایش، ماسه‌ی رودخانه کانزاس^۲ است (جدول ۱). در حالت مسلح، ژوسل در مرکز جعبه قرار داده شده است. آن‌ها در



شکل ۷. نمودار نشست خاک در برابر بار اعمال شده برای خاک‌های مسلح و غیرمسلح (مقایسه‌ی مدل‌های عددی و آزمایشگاهی).

جدول ۲. پارامترهای بستر ماسه‌بی واقع در زیر پی.

مودل کشسانی ضریب وزن مخصوص چسبندگی زاویه اصطکاک (Deg)	مودل کشسانی ضریب پواسون (kPa)	مودل کشسانی ضریب پواسون (kg/m³)	مودل کشسانی ضریب پواسون (MPa)
۳۵	۵	۲۱۰۰	۰/۳۵

جدول ۳. جنس زوسل.

مودل کشسانی (MPa)	ضریب پواسون
۰/۴۵	۰/۴۰

۱.۲.۲.۱. مدل عددی بستر پی مسلح با زوسل

همان‌طور که قبلاً اشاره شده است، هدف از شبیه‌سازی بستر پی مسلح با زوسل، بررسی عملکرد سیستم تسلیح ذکر شده جهت بهسازی بستر زیر پی و تعیین شرایط بهینه‌ی قرارگیری لایه‌های مسلح کننده‌ی زوسل در بستر زیر پی است. ابعاد این مدل عددی برابر $1/5 \times 3 \times 3$ و سطح بارگذاری (پی مربعی) برابر $0/5 \times 0/5 \times 0/5$ در نظر گرفته شده است. پارامترهای خاک بستر پی و زوسل مورد استفاده در این مدل در جدول‌های ۲ و ۳ ارائه شده است.

۱.۲.۲.۲. مدل عددی بستر پی مسلح با زوسينتيک صفحه‌بی

برای سیستم تسلیح با زوسينتيک صفحه‌بی نیز پارامترهای خاک مطابق جدول ۲ است. همچنین جهت ایجاد امکان مقایسه‌ی متناسب، جنس زوسينتيک صفحه‌بی مشابه جنس زوسل لحاظ شده است (جدول ۳). عمق مدفون بهینه، عرض بهینه، تعداد و فواصل بهینه بین لایه‌های زوسينتيک صفحه‌بی نیز براساس مطالعات پیشین در این زمینه انتخاب شده است.^[۱۷-۱۸]

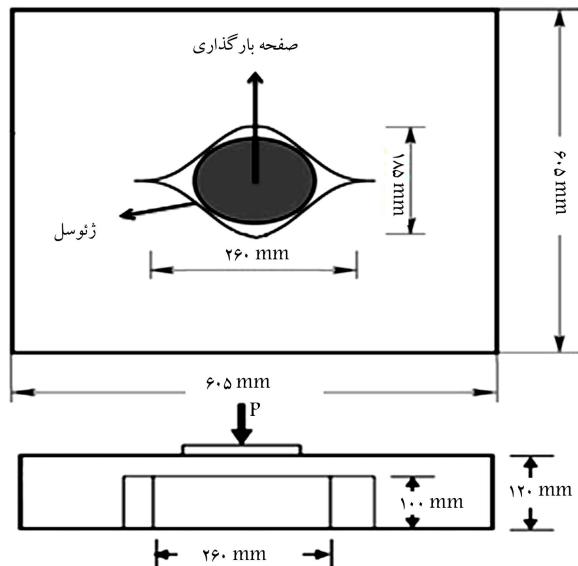
۱.۲.۲.۳. معرفی نمادها

به منظور ارزیابی میران افزایش ظرفیت باربری، از پارامتر بدون بعد BCR استفاده شده است، که از رابطه‌ی ۱ بدست می‌آید:

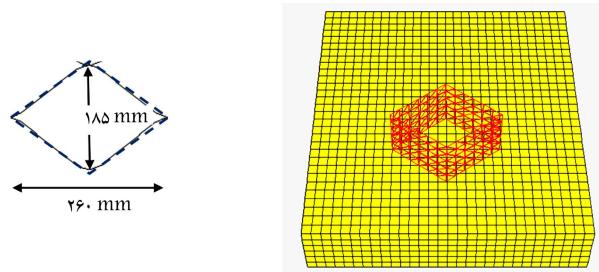
$$BCR = \frac{q_u}{q_{u_0}} \quad (1)$$

که در آن، q_{u_0} ظرفیت باربری بستر در حالت غیرمسلح و q_u ظرفیت باربری بستر در حالت مسلح (به ازاء بیشینه‌ی نشست مجاز 32 میلی‌متر برای ماسه و بیشینه‌ی نشست مجاز 4 برای رس)^[۱۸] است.

به منظور برآورده q_{u_0} و q_u ، پارامترهای مذکور در شکل ۱۸ الف برای خاک مسلح به زوسل و در شکل ۸ ب برای خاک مسلح به زوسينتيک صفحه‌بی نشان داده شده‌اند.



شکل ۵. تصویر شماتیک جعبه‌ی آزمایش برای تک‌سل با زوسل در وسط جعبه.^[۱]



شکل ۶. شبیه‌سازی عددی مدل آزمایشگاهی با استفاده از نرم‌افزار FLAC^{3D}.

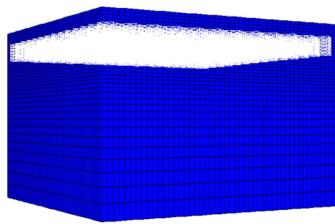
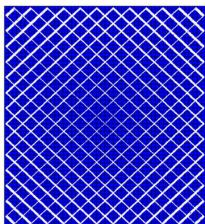
۲.۱.۱. مدل عددی اولیه

در این پژوهش، ایجاد هندسه‌ی مدل براساس آزمایش Pokharel و همکاران،^[۵] برای دو حالت مسلح و غیرمسلح صورت گرفته است. در حالت مسلح، زوسل با ابعاد ذکر شده در نوشتار مذکور (با قطرهای 260 و 185 و ارتفاع 100 میلی‌متر) با نزدیک‌ترین شکل هندسی به سلول زوسل، یعنی لوزی، شبیه‌سازی و در مرکز مدل قرار داده شده است. در شکل ۶، مدل عددی خاک مسلح به زوسل و نیز تصویر شماتیک تک‌سلول زوسل نشان داده شده است.

جهت انتباراک کامل مدل عددی با شرایط آزمایش، ابعاد مدل برابر با ابعاد جعبه‌ی آزمایش، و شرایط مرزی مدل بدین صورت در نظر گرفته شده است که در مرزهای چپ و راست مدل، جایه‌جایی در جهت عمود بر صفحات و در پایین مدل، جایه‌جایی در هر سه جهت بسته شده است. همچنین از مدل رفتاری کشسان‌خیری کامل موهر - کولمب برای مدل سازی المان‌های خاک استفاده و جهت بررسی صحبت مدل عددی، نتایج بدست آمده از آن با نتایج مطالعات آزمایشگاهی Pokharel و همکاران،^[۱] مقایسه شده است (شکل ۷). مطابق شکل مذکور، انتباراک متناسبی بین نتایج مدل‌سازی عددی و آزمون آزمایشگاهی مذکور مشاهده می‌شود.

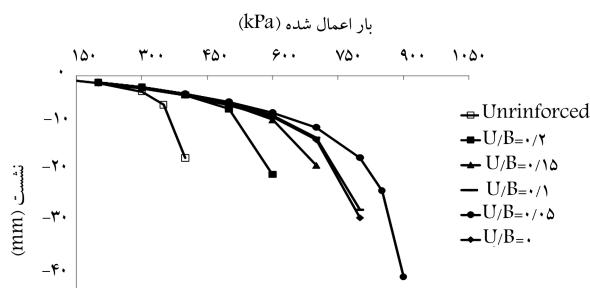
۲.۱.۲. مدل عددی بستر پی

در این بخش، ابتدا مدل‌های عددی ساخته شده برای بستر مسلح به زوسل و سپس مدل‌هایی عددی ساخته شده مربوط به بستر مسلح به زوسينتيک صفحه‌بی و نمادهای استفاده شده معرفی شده است.

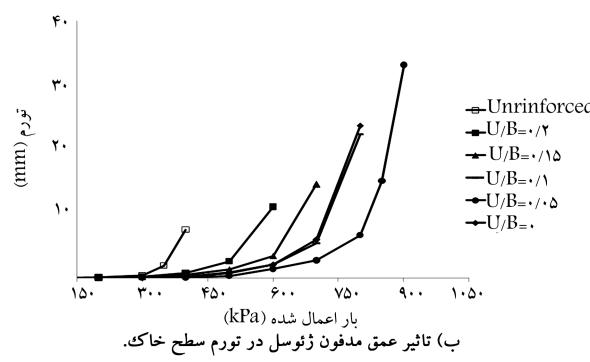


الف) مدل سه بعدی بستر پی مسلح به ژئوسل؛ ب) تصویر لایه مسلح به ژئوسل از سطح بالا.

شکل ۹. مدل سه بعدی خاک مسلح به ژئوسل.



الف) تأثیر عمق مدفون ژئوسل در نشت سطح خاک؛



ب) تأثیر عمق مدفون ژئوسل در تورم سطح خاک.

شکل ۱۰. بررسی تأثیر عمق مدفون ژئوسل در عملکرد خاک ماسه‌ی مسلح ($b/B = 6$ و $H/B = 0.3$).

است. تصویر سه بعدی این مدل به همراه تصویر لایه‌ی مسلح ژئوسل از بالا در شکل ۹ نشان داده شده است. در گروه دوم مدل‌ها، ارتفاع دو مدل، عرض ژئوسل ثابت بوده و مدل برای عمق مدفون‌های مختلف تحت بارگذاری قرار گرفته است. در مرحله‌ی چهارم، جهت تعیین عرض ژئوسل ثابت در نظر گرفته شده‌اند (خطراً نشان می‌شود که مقادیر ثابت در هر مرحله، براساس تحلیل حساسیت‌های انجام شده در دیگر مراحل انتخاب شده است).

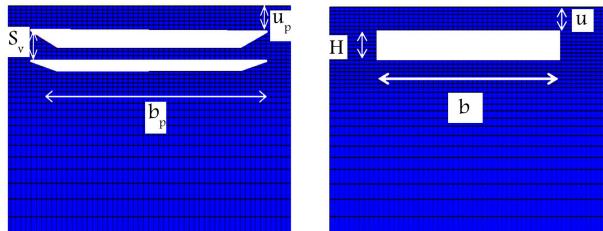
در مرحله‌ی سوم، جهت تعیین ارتفاع بهینه‌ی لایه‌ی ژئوسل، پارامترهای عمق مدفون و عرض ژئوسل ثابت فرض شده و مدل برای ارتفاع‌های مختلف ژئوسل تحت بارگذاری قرار گرفته است. در مرحله‌ی چهارم، جهت تعیین عرض ژئوسل ثابت در نظر گرفته شده‌اند (خطراً نشان می‌شود که مقادیر ثابت در هر مرحله، براساس تحلیل حساسیت‌های انجام شده در دیگر مراحل انتخاب شده است).

۱.۱.۳. تعیین عمق مدفون بهینه‌ی قرارگیری ژئوسل

جهت تعیین عمق بهینه‌ی قرارگیری ژئوسل برای بستر ماسه‌ی، پارامترهای $b/B = 6$ و $H/B = 0.3$ ثابت در نظر گرفته شده و مدل برای u/B های متغیر تا مرحله‌ی گسیختگی تحت بارگذاری قرار گرفته است. نتایج نشتست خاک تحت بارگذاری برای عمق‌های مدفون مختلف در شکل ۱۰ ارائه شده است. در شکل ۱۰ نیز تغییرات

جدول ۴. معرفی پارامترهای مورد استفاده.

پارامترهای بی	
u	عرض پی
H	ارتفاع
b	عرض
u_p	عمق مدفون
N	تعداد لایه‌ها
S_v	فاصله‌ی لایه‌ها
b_p	عرض



الف) بستر پی مسلح به ژئوسل؛

شکل ۸. معرفی پارامترهای مورد استفاده در جدول ۴.

۳. نتایج مدل بستر پی

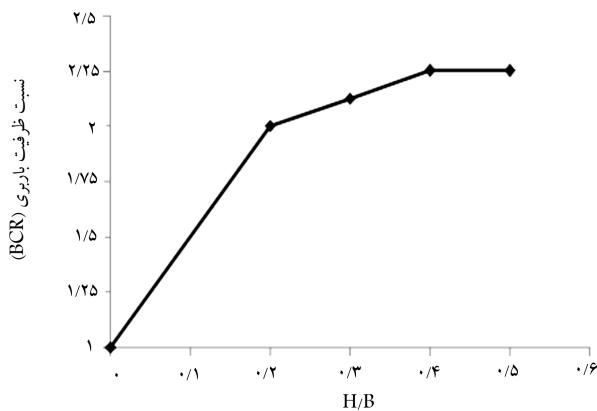
همان طور که اشاره شده است، یکی از پرکاربردترین زمینه‌های استفاده از خاک مسلح، تسلیح بستر زیر پی‌ها برای افزایش ظرفیت باربری و کاهش نشتست‌های ایجاد شده است. لذا در این مرحله جهت بررسی رفتار مسلح‌کننده ژئوسل در این کاربری، بستر واقع در زیر پی‌ها در حالت‌های مسلح به ژئوسل و غیرمسلح شبیه‌سازی و مقایسه‌ی نتایج مربوط به دو حالت مسلح و غیرمسلح در ادامه ارائه شده است.

با توجه به اینکه هدف از تسلیح خاک، علاوه بر بهبود عملکرد خاک، صرفه‌جویی در هزینه‌ی پروژه‌ها نیز است؛ تعیین شرایط بهینه‌ی لایه‌های مسلح‌کننده به لحاظ وضعیت قرارگیری آن‌ها در خاک و ابعاد آن‌ها بسیار حائز اهمیت است. لذا در این پژوهش با شبیه‌سازی بستر پی مسلح به ژئوسل، کلیه‌ی این عوامل بررسی شده است.

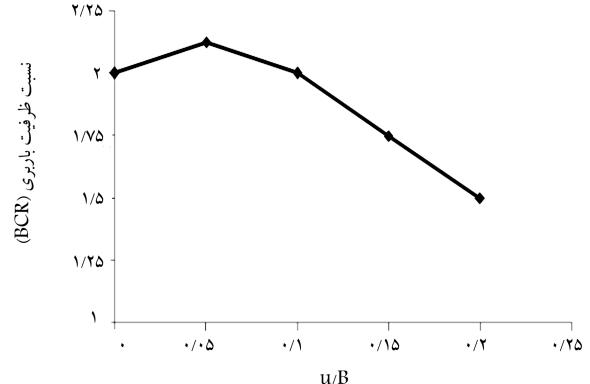
در مرحله‌ی پایانی این پژوهش نیز جهت مقایسه‌ی عملکرد سیستم تسلیح ژئوستیتیک سلولی (ژئوسل) با ژئوستیتیک صفحه‌ی (به عنوان دو سیستم تسلیح با جنس یکسان و مکانیزم رفتاری کاملاً متفاوت)، نتایج نشست - بارگذاری در شرایط بهینه‌ی اجرا برای دو سیستم تسلیح ذکرشده مورد ارزیابی و مقایسه قرار گرفته است.

۱.۳. نتایج مدل عددی بستر ماسه‌ی پی مسلح به ژئوسل

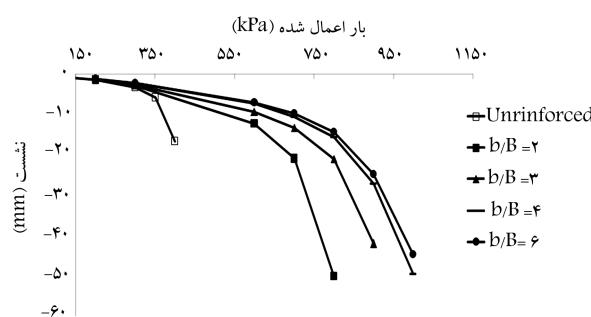
در این قسمت از پژوهش، جهت یافتن شرایط هندسی بهینه‌ی قرارگیری مسلح‌کننده ژئوسل شامل عمق قرارگیری لایه‌ی ژئوسل (فاصله‌ی زیر پی تا بالای لایه‌ی ژئوسل)، ارتفاع بهینه‌ی لایه‌ی ژئوسل و عرض بهینه‌ی ژئوسل‌ها در زیر پی، ۴ نوع مدل عددی ایجاد شده است. در مدل عددی اول، بستر پی بدون مسلح‌کننده شبیه‌سازی شده است (جهت مقایسه با حالت‌های مسلح و بررسی تأثیر تسلیح). در سایر مدل‌ها (مدل‌های دوم تا چهارم) بستر پی، مسلح به ژئوسل



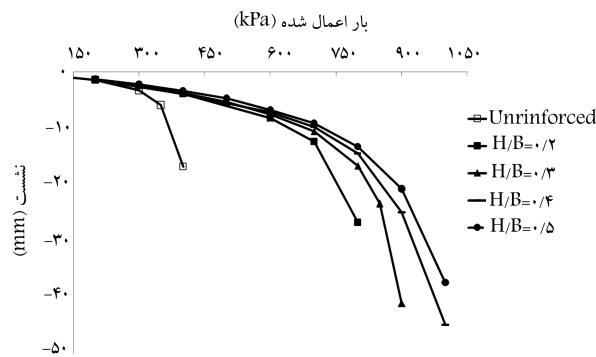
شکل ۱۳. نمودار تغییرات BCR نسبت به افزایش ارتفاع لایه‌ی ژوسل در بستر ماسه‌بی ($b/B = 6$ و $u/B = 0.05$).



شکل ۱۱. نمودار تغییرات BCR نسبت به افزایش عمق مدفون ژوسل در بستر ماسه‌بی ($b/B = 6$ و $u/B = 0.05$).



شکل ۱۴. بررسی تأثیر عرض لایه‌ی مسلح به ژوسل در عملکرد خاک ماسه‌بی مسلح ($b/B = 6$ و $u/B = 0.05$).



شکل ۱۲. بررسی تأثیر ارتفاع لایه‌ی ژوسل در عملکرد خاک ماسه‌بی مسلح ($b/B = 6$ و $u/B = 0.05$).

ژوسل کند شده و برای $H/B > 0.4$, میزان افزایش ظرفیت باربری اندک است. در شکل ۱۳ نیز که تغییرات پارامتر بدون بعد BCR را نسبت به افزایش ارتفاع ژوسل نشان می‌دهد، این روند کاملاً مشهود است. از طرف دیگر، اجرای لایه‌ی ژوسل به ارتفاع زیاد می‌تواند با محدودیت‌هایی همچون اجرا مواجه باشد. لذا این‌گونه می‌توان نتیجه‌گیری کرد که ارتفاع بهینه برای ژوسل در بستر ماسه‌بی بین ۳۰ تا ۴۰ درصد عرض پی است ($0.05 < H/B < 0.4$).

۳.۱۰. تعیین عرض بهینه‌ی لایه‌ی ژوسل

جهت تعیین عرض بهینه‌ی لایه‌ی ژوسل در خاک ماسه‌بی، با توجه به نتایج مراحل قبل، مقادیر بهینه برای پارامترهای ثابت $H/B = 0.05$ و $u/B = 0.05$ در نظر گرفته شده و مدل برای b/B ‌های مختلف تا مرحله‌ی گسیختگی تحت بارگذاری قرار گرفته است. نتایج بار-نشست خاک برای این حالت در شکل ۱۴ مشاهده می‌شود. مطابق شکل مذکور، با افزایش عرض لایه‌ی ژوسل، ظرفیت باربری نیز افزایش می‌یابد؛ اما روند افزایش ظرفیت باربری در بستر ماسه‌بی، با افزایش عرض لایه‌ی ژوسل کند شده و برای $4 < b/B < 4$, نزد افزایش ظرفیت باربری کم است.

در این مرحله نیز تغییرات پارامتر بدون بعد BCR نسبت به افزایش عرض لایه‌ی ژوسل نشان داده شده است (شکل ۱۵). روندی که در قبل اشاره شده است، در شکل مذکور نیز به وضوح ملاحظه می‌شود. لذا می‌توان این‌گونه استنتاج کرد که عرض بهینه برای لایه‌ی ژوسل در بستر ماسه‌بی، بین ۳ تا ۴ برابر عرض پی است ($3 < b/B < 4$).

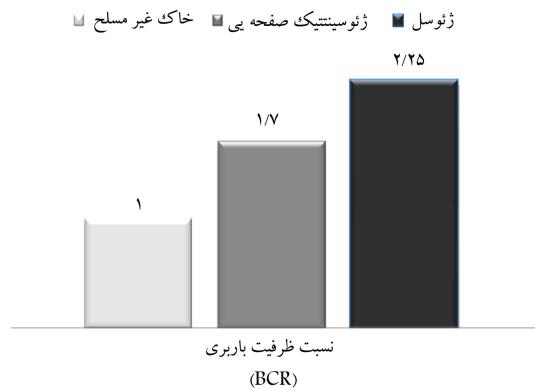
پارامتر بی‌بعد BCR در برابر تغییرات پارامتر بی‌بعد B/u نشان داده شده است. همان‌طور که از شکل‌های ۱۰ و ۱۱ می‌توان استنتاج کرد، بیشینه‌ی ظرفیت باربری و کمترین میزان نشست ها و تورم‌ها در حالت $u/B = 0.05$ تحت بار $b/B = 6$ نیز مشاهده شده است. نکته‌ی قابل توجه در این نمودارها آن است که با کاهش عمق مدفون ژوسل، ظرفیت باربری ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته است. این بدان معناست که قراردادن ژوسل در فواصل نزدیک به سطح بهتر است، ولی این فاصله نباید از حدی کمتر باشد. دلیل این رفتار را می‌توان این‌گونه بیان کرد که وجود مقداری پوشش خاک بر روی لایه‌ی ژوسل مانع از بالازدگی ژوسل و خارج شدن دو طرف لایه‌ی ژوسل از خاک می‌شود (که این اتفاق یک نوع تغییرشکل رایج برای خاک مسلح به ژوسل در لحظه‌ی گسیختگی است)، اما با افزایش این پوشش و در واقع زیاد شدن عمق قرارگرفتن ژوسل، نتایج بهتری به دست نتایج بستر غیرمسلح پیش می‌رود. از نمودارهای ارائه شده می‌توان این‌گونه نتیجه‌گیری کرد که عمق دفن بهینه‌ی ژوسل در بستر خاک ماسه‌بی زیر پی بین $1 < u/B < 0.05$ (ترجیحاً $0.05 < u/B < 0.05$) است.

۳.۱۱. تعیین ارتفاع بهینه‌ی لایه‌ی ژوسل

جهت تعیین ارتفاع بهینه‌ی لایه‌ی ژوسل در خاک، پارامترهای $b/B = 6$ و $u/B = 0.05$ ثابت در نظر گرفته شده‌اند (پارامتر B/u برابر مقدار بهینه‌ی به دست آمده از مرحله‌ی قبیل لحاظ شده است) و مدل برای H/B ‌های مختلف تا مرحله‌ی گسیختگی تحت بارگذاری قرار گرفته است. نتایج بار-نشست خاک در این حالت در شکل ۱۲ ارائه شده است. مطابق نمودارهای ارائه شده در شکل مذکور، با افزایش ارتفاع ژوسل، ظرفیت باربری نیز افزایش می‌یابد؛ اما روند افزایش ظرفیت باربری با افزایش ارتفاع

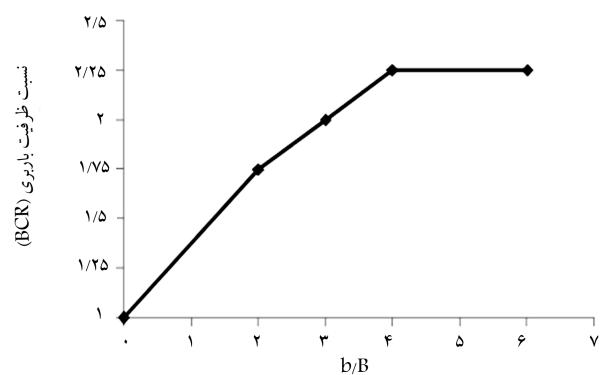


شکل ۱۷. مقایسه‌ی عملکرد ژوسل و ژوسينتيک صفحه‌بي در تسلیح بستر ماسه‌بي.

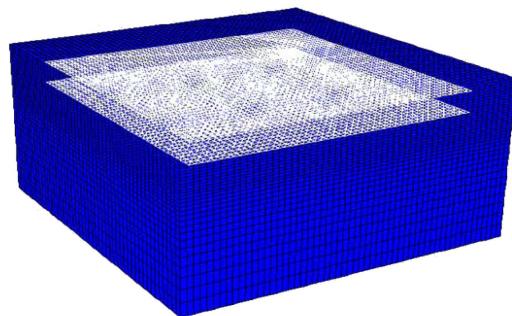


شکل ۱۸. مقایسه‌ی پارامتر بدون بُعد BCR در بستر ماسه‌بي مسلح به ژوسل و ژوسينتيک صفحه‌بي.

در کاهش میران نشست (تحت بار یکسان) و هم در افزایش ظرفیت باربری به طرز قابل ملاحظه‌بی بهتر است. نکته‌ی دیگری که در بهسازی بستر پی‌ها حائز اهمیت است، حجم خاک برداری لازم جهت تسلیح بستر است. در حالت استفاده از ژوسل، با توجه به ابعاد بهینه، عمق خاک برداری برای بستر ماسه برابر $45B$ است، ولی این مقدار برای ژوسينتيک صفحه‌بي برابر $7B$ است. مشاهده می‌شود که عمق خاک برداری نیز برای خاک مسلح به ژوسل کمتر است.



شکل ۱۵. نمودار تغییرات BCR نسبت به افزایش عرض لایه‌ي ژوسل در بستر ماسه‌بي ($u/B = 0.05$ و $H/B = 0.5$).



شکل ۱۶. مدل مربوط به خاک مسلح به ژوسينتيک صفحه‌بي.

۲.۳ مقایسه‌ی عملکرد ژوسل و ژوسينتيک‌های صفحه‌بي در تسلیح خاک زیر بی

به منظور انجام مقایسه‌ی مناسب بین عملکرد ژوسل و ژوسينتيک صفحه‌بي، جنس ژوسينتيک صفحه‌بي کاملاً مشابه ژوسل‌ها انتخاب و برای رسیدن به مقایسه‌ی معنادار سعی شده است حجم مقادير مسلح‌کننده در دو حالت تسلیح یکسان باشد (مساحت یکسانی از دونوع مسلح‌کننده استفاده شده است)، در نتیجه لایه‌ي ژوسل با لایه‌ي ژوسينتيک صفحه‌بي معادل شده است.

ابعاد مربوط به هر دو مسلح‌کننده، جهت رسیدن به بیشینه‌ي کارایی، در حالت بهینه‌ی خود انتخاب شده‌اند. ابعاد مورد استفاده در تسلیح با تسلیح با ژوسل براساس مقادير بهینه‌ی به دست آمده در نتایج مراحل قبل لحاظ شده است ($H/B = 0.4$, $H/B = 0.5$, $u/B = 0.4$, $u/B = 0.5$, $b_p/B = 0.4$, $b_p/B = 0.5$, $S_v/B = 0.4$, $S_v/B = 0.5$) به علاوه پژوهشگران دیگری نیز بازه‌های نزدیک به این مقادير را پیشنهاد داده‌اند.^[۱۴-۱۱] شکل ۱۶، مدل مربوط به خاک مسلح به ژوسينتيک صفحه‌بي را نشان می‌دهد.

نتایج مقایسه‌ی عملکرد ژوسل و ژوسينتيک‌های صفحه‌بي در تسلیح خاک زیر پی نیز در شکل ۱۷ نشان داده است. همچنین برای درک بهتر نحوه‌ی عملکرد دو سیستم تسلیح در بستر ماسه‌بي، پارامتر بی‌بعد BCR برای این دو سیستم، در شکل ۱۸ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، برای میران و جنس مصالح مصرفي یکسان ژوسينتيک و ژوسل، عملکرد ژوسل هم

افزایش ظرفیت باربری اندک است. از طرف دیگر، اجرای لایه‌ی زوسل به ارتفاع زیاد می‌تواند با محدودیت‌هایی همین اجرا مواجه باشد. لذا این‌گونه می‌توان تنتیجه‌گیری کرد که ارتفاع بهینه برای زوسل در بستر ماسه‌ی بین ۳۵ تا ۴۵ درصد عرض پوست است ($H/B = 0.3 / 0.4$).

۴. با افزایش عرض لایه‌ی ژئوسل، ظرفیت باربری نیز افزایش می‌یابد، اما روند افزایش ظرفیت باربری با افزایش عرض لایه‌ی ژئوسل کند شده و برای $b/B < 4$ ، مقدار افزایش ظرفیت باربری قابل صرف نظر کردن است. لذا عرض بهینه برای لایه‌ی ژئوسل در خاک ماسه‌بی، بین ۳ تا ۴ برابر عرض پیشنهاد می‌شود ($3 < b/B < 4$).

۵. برای مقادیر یکسان مصالح مسالح کنندگی مصرفی در پست ماسه‌بی، عملکرد سیستم تسلیح با ژئوسل به شکل قابل ملاحظه‌بی بهتر از عملکرد سیستم تسلیح با ژئوپلیتیک است. این برتری هم در کاهش میزان نشست (به ازاء بار مشابه) و هم در افزایش ظرفیت باربری وجود دارد.

۶. علاوه بر عملکرد بهتر سیستم تسلیح با ژئوسل، عمق خاک برداری و خاکریزی لازم نیز در سیستم تسلیح با ژئوسل کمتر از سیستم تسلیح با ژئوستیتیک است.

۷. خاطر نشان می شود که اگرچه مطالعات آزمایشگاهی در زمینه سیستم های

تسليیح سلولی (ژوسل) به دلیل محدودیت ابعاد و هزینه‌ی زیاد و مطالعات عددی به دلیل پیچیدگی به صورت محدود انجام شده و پژوهش‌ها در این زمینه در ابتدای مسیر خود قرار دارد، اما در زمینه‌ی سیستم‌های تسليیح مشابه (ژوستیتیک صفحه‌ی) در دو دهه‌ی اخیر مطالعات عددی و آزمایشگاهی گسترشده‌ی صورت گرفته است. مرور ادبیات فنی در زمینه‌ی خاک مسلح به هر دو نوع مسلح کننده‌ی ژوستیتیکی (سلولی و صفحه‌ی) آشکار می‌سازد که در کلیه‌ی مطالعات صورت گرفته (عددی و آزمایشگاهی) از روشی مشابه روش استفاده شده در این پژوهش، برای یافتن ترکیب بهینه‌ی مسلح کننده‌ها هم برای خاک مسلح به ژوسل^[۷] و هم برای خاک مسلح به ژوستیتیک^[۸] استفاده شده است.

با این وجود بدیهی است روش بهینه‌سازی چیدمان روش‌لی به شیوه‌ی ثابت نگهداشتن تمام متغیرها و تغییر یک متغیر برای یافتن ترکیب بهینه، ازروما منجر به یافتن ترکیب بهینه و مقدار کمینه نمی‌شود. در شکل فعلی پژوهش، روش کاربردی و سهیل الوصولی را نمی‌توان جایگزین کرد، هر چند استفاده از روش طراحی آزمایش‌ها به شیوه‌ی تاکوچی می‌تواند به عنوان پیشنهادی برای ادامه‌ی پژوهش مطرب باشد.

آن‌ها بندرت انجام شده و در بیشتر مطالعات عددی صورت‌گرفته بر روی خاک مسلح به زئوس، خاک و مسلح کننده به صورت کامپوزیت مدل شده‌اند. بدین معنا که مجموعه‌ای خاک و مسلح کننده به صورت مرکب با خاکی با پارامترهای مقاومتی بالاتر (که براساس رفتار خاک مسلح در آزمون‌های آزمایشگاهی صورت‌گرفته بر روی آن تعیین می‌شوند) جایگزین شده است. این در حالی است که با توجه به هندسه‌ی منحصر به فرد سه‌بعدی زئوس، مکانیزم رفتاری واقعی آن کاملاً در این روش قابل شبیه‌سازی نیست.

لذا برای گسترش مطالعات و تعمیم آن به شرایط واقعی و توسعه‌ی روش‌های تئوری و طراحی، نیاز به وجود مدل‌های عددی قوی و دقیق کاملاً محسوس است. جهت نیل به این هدف، در این پژوهش با استفاده از نرم‌افزار تفاضل محدود $FLAC^3D$ مطالعات بر روی سیستم تسليح بسترپی‌ها با ژتوسل انجام شده است. در این مطالعات برای اولین بار ژتوسل و خاک زیر پی به صورت جداگانه شیوه‌ی سازی شده است. این روش شیوه‌ی سازی در کنار مدل سازی سه‌بعدی، این قابلیت را به مدل عددی داده است که علاوه بر حذف خطاهای روش کامپیویت، کلیه‌ی مکانیزم‌های رفتاری کلیدی ژتوسل (از جمله مکانیزم محصور-کنندگی ژتوسل) به صورت کامل در مدل عددی ایجاد شود. مهم‌ترین نتایج این پژوهش به این قرار هستند:

۱. سیستم تسلیح ژوسل می‌تواند باعث افزایش ظرفیت باربری و کاهش نشست خاک (نسبت به حالت غیر مسلح تحت بار مشابه) شود. از طرف دیگر، استفاده از سیستم تسلیح با ژوسل باعث کاهش تورم در خاک در اثر بارگذاری می‌شود، که این خود نشان‌دهنده قابلیت ژوسل در کنترل گسیختگی برخواهد.

۲. برای سیستم تسلیح با ژوپل در بستر ماسه‌ی زیر پی، بیشترین بازدهی زمانی است که ژوپل در فاصله‌ی زیر پی تا عمق $1B$ (B عرض پی) قرار گیرد (B) $< u < 1B$) . ضمناً بیشترین ظرفیت بازبری و کمترین میزان نشست ها و تورم‌ها در حالت عمق مذکون $B = 0.5$ عرض پی ($u/B = 0.5$) اتفاق می‌افتد. این تذکر لازم است که با کاهش عمق مذکون ژوپل، ظرفیت بازبری ابتداء‌افزاش و سپس کاهش می‌یابد. این بدان معناست که قراردادن ژوپل در فواصل نزدیک به سطح باعث عملکرد بهتر آن می‌شود، اما برای رسیدن به بیشترین عملکرد باید مقداری پوشش خاک روی آن قرار گیرد.

۳. با افزایش ارتفاع زیوسل، ظرفیت باربری نیز افزایش می‌یابد، اما روند افزایش ظرفیت باربری با افزایش ارتفاع زیوسل کند شده و برای $4^{\circ}/B/H$ ، میران

دانوشت‌ها

1. interface
 2. Kansas river sand

منابع (References)

1. Han, J., Yang, X., Leshchinsky, D. and Parsons, R.L. "Behavior of geocell-reinforced sand under a vertical

- load”, *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, **2045**, pp. 95-101 (2008).

 - . Yongli, X., Yonghua, Y. and Xiaohua, Y. “Application study of treating differential settlement of subgrade with geocell”, *China Journal of Highway and Transport*, **17**(4), pp. 7-10 (2004).
 - . Mengelt, M., Edil, T. and Benson, C. “Resilient modulus and plastic deformation of soil confined in a geocell”, *Geosynthetics International*, **13**(5), pp. 195-205 (2006).
 - . Chang, T.-T., Chang, C.-H. and Pei, S.-W. “Investigation of the bearing capacity and dynamic-elastic behav-

- ior of mechanical stabilization of sandy subgrade using geocells”, in *Transportation Research Board 86th Annual Meeting* (2007).
5. Yang, X., Han, J., Pokharel, S.K., Manandhar, C., Parsons, R.L., Leshchinsky, D. and Halahmi, I. “Accelerated pavement testing of unpaved roads with geocell-reinforced sand bases”, *Geotextiles and Geomembranes*, **32**, pp. 95-103 (2012).
 6. Tafreshi, S. and Dawson, A. “Behaviour of footings on reinforced sand subjected to repeated loading—comparing use of 3D and planar geotextile”, *Geotextiles and Geomembranes*, **28**(5), pp. 434-447 (2010).
 7. Pokharel, S.K., Han, J., Leshchinsky, D., Parsons, R.L. and Halahmi, I. “Investigation of factors influencing behavior of single geocell-reinforced bases under static loading”, *Geotextiles and Geomembranes*, **28**(6), pp. 570-578 (2010).
 8. Bathurst, R. and Karpurapu, R. “Large-scale triaxial compression testing of geocell-reinforced granular soils”, *ASTM Geotechnical Testing Journal*, **16**(3), pp. 296-303 (1993).
 9. Latha, G.M. and Somwanshi, A. “Effect of reinforcement form on the bearing capacity of square footings on sand”, *Geotextiles and Geomembranes*, **27**(6), pp. 409-422 (2009).
 10. Yuu, J., Han, J., Rosen, A., Parsons, R. and Leshchinsky, D. “Technical review of geocell-reinforced base courses over weak subgrade”, in *First Pan American Geosynthetics Conference*, Cancun, Mexico (2008).
 11. Itasca, F.D., *Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3 Dimensions*, Version 3.0, User's Manual. Minneapolis, Minnesota, Itasca Consulting Group (2005).
 12. Yasrobi, S.S., Rahamaninezhad, S.M. and Farhad, S. “Large physical modeling to optimize the geometrical conditions of geotextile in reinforced loose sand”, in *Characterization, Modeling and Performance of Geomaterials: Selected Papers from the 2009 Geohunan International Conference*, Changsha University of Science and Technology, China. ASCE Publications (3-6 August 2009).
 13. Ghosh, A. and Bera, A.K. “Bearing capacity of square footing on pond ash reinforced with jute-geotextile”, *Geotextiles and Geomembranes*, **23**(2), pp. 144-173 (2005).
 14. Latha, G.M. and Somwanshi, A. “Bearing capacity of square footings on geosynthetic reinforced sand”, *Geotextiles and Geomembranes*, **27**(4), pp. 281-294 (2009).
 15. Chung, W. and Cascante, G. “Experimental and numerical study of soil-reinforcement effects on the low-strain stiffness and bearing capacity of shallow foundations”, *Geotechnical and Geological Engineering*, **25**(3), pp. 265-281 (2007).
 16. Fragaszy, R.J. and Lawton, E. “Bearing capacity of reinforced sand subgrades”, *Journal of Geotechnical Engineering*, **110**(10), pp. 1500-1507 (1984).
 17. Shin, E., Das, B., Lee, E. and Atalar, C. “Bearing capacity of strip foundation on geogrid-reinforced sand”, *Geotechnical and Geological Engineering*, **20**(2), pp. 169-180 (2002).
 18. Das, B.M., *Principles of Foundation Engineering*, 7th Edition, BRAJA DAS, CengageBrain.com (2010).