

توسعه‌ی روش طیف ظرفیت و تعیین تغییرمکان هدف در الگوی بار متناسب با جرم برای پل‌های دارای انحناء در پلان

علی گل‌افشار (دانشجوی دکتری)

فرهاد دانشجو* (استاد)

دانشکده‌ی مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

در نظرگرفتن الگوهای بار جانبی و نحوه تعیین تغییرمکان هدف در مورد پل‌ها در تحلیل‌های استاتیکی غیرخطی فراینده، همواره یکی از مسائل مورد توجه پژوهشگران بوده و الگوهای بار متداول آینه‌نامه‌ی، الگوی بار متناسب با شکل مود اصلی سازه و الگوی بار جانبی متناسب با جرم است. در همین زمینه، یکی از روش‌های مورد استفاده برای تعیین تغییرمکان هدف برای الگوی بار جانبی متناسب با شکل مود اصلی سازه، استفاده از روش طیف ظرفیت رسم طیف ظرفیت است. در این نوشتار، یک روش پیشنهادی درخصوص رسم طیف ظرفیت در الگوی بار متناسب با جرم ارائه شده است. نتایج استفاده از روش پیشنهادی در تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده جهت رسم طیف ظرفیت و تعیین تغییرمکان هدف در پل دارای انحناء در پلان، نشان‌دهنده‌ی کارایی روش پیشنهادی در تعیین تغییرمکان هدف در نقاط کنترل در مقایسه با نتایج تحلیل دینامیکی فراینده است.

a.golafshar@modares.ac.ir
danesh_fa@modares.ac.ir

واژگان کلیدی: پل دارای انحناء در پلان، طیف ظرفیت، الگوی بار متناسب با جرم، نقطه‌ی کنترل.

۱. مقدمه

سازه نیستند و می‌توانند ترکیبی از شکل‌های مودی سازه باشند.^[۱-۴] که در این حالت تعیین طیف ظرفیت و تغییرمکان هدف نیاز به بررسی بیشتر خواهد داشت. از جمله‌ی این الگوهای بار می‌توان به الگوی بار موردنظر جهت توجه به اینکه الگوی بار متناسب با جرم یکی از الگوهای بار موردنظر جهت بررسی رفتار سازه‌ها در تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده در آینه‌نامه‌است، در این نوشتار روش پیشنهادی جهت رسم طیف ظرفیت و تعیین تغییرمکان هدف در هنگام استفاده از الگوی بار متناسب با جرم ارائه شده است. با توجه به اینکه روش کامل تحلیل سازه‌ها در برابر زلزله، استفاده از روش تحلیل دینامیکی غیرخطی است، لذا مبنای بررسی نتایج روش تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده، نتایج روش تحلیل دینامیکی غیرخطی است. کارایی روش پیشنهادی از طریق مقایسه‌ی نتایج تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده و تحلیل دینامیکی افزاینده (IDA)^[۲] در تعیین جایه‌جایی نقاط کنترل برای یک نمونه پل دارای انحناء در پلان انجام شده است.

در تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده با توجه به پیشنهادهای ارائه شده از طرف پژوهشگران با درنظرگرفتن نقطه‌ی کنترل در رأس پایه‌ی بحرانی و رأس پایه‌های با جایه‌جایی بیشینه، میزان جایه‌جایی به دست آمده از تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده و تحلیل دینامیکی افزاینده مقایسه شده است.

در طول سال‌های اخیر، روش تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده (NSP)^[۱] به مزبوری روشنی مناسب جهت بررسی رفتار سازه در ناحیه‌ی غیرخطی گسترش یافته و در آینه‌نامه‌های مختلف نیز برای بررسی سازه‌ها استفاده شده است.^[۵] جهت بهبود کارایی روش مذکور، بررسی الگوی بار جانبی مناسب و روش تعیین تغییرمکان هدف همواره مدنظر پژوهشگران بوده است. یکی از روش‌های تعیین تغییرمکان هدف در تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده، استفاده از روش طیف ظرفیت است. برای ترسیم طیف ظرفیت و تعیین تغییرمکان هدف با مشخص کردن یک نقطه‌ی کنترل در روی سازه‌ی چند درجه آزادی، با انجام تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده، منحنی برش پایه‌ی کل سازه در برابر جایه‌جایی نقطه‌ی کنترل استخراج و به طیف ظرفیت سازه یک درجه آزادی معادل تبدیل می‌شود. این روش در مطالعات پژوهشگران مختلف در مورد پل‌ها استفاده شده است.^[۶-۷]

در مطالعات صورت‌گرفته، تعیین طیف ظرفیت برای الگوهای بار جانبی انجام شده است که الگوهای بار مذکور، توزیع متناسبی با شکل مودهای ارتعاش سازه دارند، در صورتیکه الگوهای بار جانبی لزوماً متناسب با شکل مود خاصی از

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۱/۴/۱۳۹۳، اصلاحیه ۴، ۱۳۹۳/۹/۱۰، پذیرش ۱۴/۱۰/۱۳۹۳.

با توجه به رابطه‌ی ۶، با درنظرگرفتن سازه‌ی یک درجه آزادی معادل، ارتباط بین جابه‌جایی نقطه‌ی کنترل و جابه‌جایی سازه‌ی یک درجه آزادی معادل ($x_e(t)$) به صورت رابطه‌ی ۷ در نظرگرفته می‌شود:

$$u_c(t) = \Gamma_n * x_e(t) \quad (6)$$

$$\Gamma_n = \frac{\{\phi_n\}^T [M] \{I\}}{\{\phi_n\}^T [M] \{\phi_n\}} \quad (7)$$

با مشتق‌گیری از رابطه‌ی ۷، ارتباط بین سرعت در نقطه‌ی کنترل و سرعت در سازه‌ی یک درجه آزادی معادل از رابطه‌ی ۸ تعیین می‌شود:

$$\dot{u}_c(t) = \Gamma_n * \dot{x}_e(t) \quad (8)$$

با مشتق‌گیری از رابطه‌ی ۸، ارتباط بین شتاب در نقطه‌ی کنترل و شتاب در سازه‌ی یک درجه آزادی معادل مطابق رابطه‌ی ۹ است:

$$\ddot{u}_c(t) = \Gamma_n * \ddot{x}_e(t) \quad (9)$$

با جایگذاری میزان جابه‌جایی، سرعت، و شتاب نقطه‌ی کنترل بر حسب جابه‌جایی، سرعت، و شتاب سازه‌ی یک درجه آزادی معادل از روابط ۷ الی ۹ در رابطه‌ی ۱۰ تعیین می‌شود:

$$\begin{aligned} \{\phi_n\}^T [M] \{\phi_n\} \Gamma_n \ddot{x}_e(t) + \{\phi_n\}^T [C] \{\phi_n\} \Gamma_n \dot{x}_e(t) \\ + \{\phi_n\}^T [K] \{\phi_n\} \Gamma_n x_e(t) = -\{\phi_n\}^T [M] \{I\} \ddot{u}_g(t) \end{aligned} \quad (10)$$

با درنظرگرفتن تعریف Γ_n براساس رابطه‌ی ۷ در رابطه‌ی ۱۰، معادله‌ی تعادل سازه‌ی یک درجه آزادی معادل مطابق رابطه‌ی ۱۱ بدست می‌آید:

$$M_{en} \ddot{x}_e(t) + C_{en} \dot{x}_e(t) + K_{en} x_e(t) = -M_{en} \ddot{u}_g(t) \quad (11)$$

که در آن، M_{en} جرم سازه‌ی یک درجه آزادی معادل، C_{en} میلیبی سازه‌ی یک درجه آزادی معادل، و K_{en} سختی سازه‌ی یک درجه آزادی معادل هستند، که در روابط ۱۲ الی ۱۴ تعریف شده‌اند:

$$M_{en} = \{\phi_n\}^T [M] \{I\} \quad (12)$$

$$C_{en} = \{\phi_n\}^T [C] \{\phi_n\} \frac{\{\phi_n\}^T [M] \{I\}}{\{\phi_n\}^T [M] \{\phi_n\}} \quad (13)$$

$$K_{en} = \{\phi_n\}^T [K] \{\phi_n\} \frac{\{\phi_n\}^T [M] \{I\}}{\{\phi_n\}^T [M] \{\phi_n\}} \quad (14)$$

در صورتی که بیشینه‌ی جابه‌جایی در سازه‌ی یک درجه آزادی معادل برابر با Sd_{en} در نظر گرفته شود، با استفاده از روابط ۲ و ۷، ارتباط بین جابه‌جایی بیشینه در سیستم یک درجه آزادی معادل و بردار جابه‌جایی بیشینه در سیستم N درجه آزادی به صورت رابطه‌ی ۱۵ برقرار می‌شود:

$$\{u(t)\}_{\max} = \{\phi_n\} * \Gamma_n * Sd_{en} \quad (15)$$

در صورتی که رابطه‌ی ۱۵ برای یک نقطه‌ی انتخابی از سازه در نظر گرفته شود، می‌توان ارتباط بین جابه‌جایی بیشینه در سازه‌ی یک درجه آزادی معادل و جابه‌جایی بیشینه در نقطه‌ی انتخابی u_{con} در سازه را به صورت رابطه‌ی ۱۶ بیان کرد، که در

۲. تعیین طیف ظرفیت بر حسب مود n سازه‌ی چند

درجه آزادی

رابطه‌ی ۱، معادله‌ی تعادل دینامیکی یک سازه‌ی N درجه آزادی را تحت شتاب زمین ($\ddot{u}_g(t)$) نشان می‌دهد:

$$[M] \{\ddot{u}(t)\} + [C] \{\dot{u}(t)\} + [K] \{u(t)\} = -[M] \{I\} \ddot{u}_g(t) \quad (1)$$

که در آن، $[M]$ ، $[C]$ ، $[K]$ ماتریس‌های $N \times N$ سختی، میرایی، و جرم سازه است؛ و $\{\ddot{u}(t)\}$ ، $\{\dot{u}(t)\}$ ، $\{u(t)\}$ بردارهای $N \times 1$ جابه‌جایی، سرعت، و شتاب سازه نسبت به حرکت تکیه‌گاه و تابعی از زمان برابر تأثیر است، که اعضاء آن در درجه‌های آزاد هم امتداد با حرکت زمین برابر مقدار واحد و در سایر درجه‌های آزاد برابر مقدار صفر است. اگر فرض شود که بردار جابه‌جایی در هر لحظه از شکل مود ارتعاش n ام (ϕ_n) تعیین کند و فرض شود پاسخ توسط یک مود ارتعاش کنترل می‌شود، آنگاه بردار جابه‌جایی را می‌توان بر حسب جابه‌جایی نقطه‌ی کنترل ($u_c(t)$) با استفاده از رابطه‌ی ۲ ارائه کرد:

$$\{u(t)\} = \{\phi_n\} * u_c(t) \left\{ \begin{array}{l} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_N(t) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \phi_{1n} \\ \phi_{2n} \\ \vdots \\ \phi_{Nn} \end{array} \right\} * u_c(t) \quad (2)$$

با مشتق‌گیری از رابطه‌ی ۲، ارتباط بردار سرعت در سازه‌ی N درجه‌ی آزاد و سرعت در نقطه‌ی کنترل ($\dot{u}_c(t)$) به صورت رابطه‌ی ۳ خواهد بود:

$$\{\dot{u}(t)\} = \{\phi_n\} * \dot{u}_c(t) \left\{ \begin{array}{l} \dot{u}_1(t) \\ \dot{u}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{u}_N(t) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \phi_{1n} \\ \phi_{2n} \\ \vdots \\ \phi_{Nn} \end{array} \right\} * \dot{u}_c(t) \quad (3)$$

با مشتق‌گیری از رابطه‌ی ۳، ارتباط بردار شتاب در سازه‌ی N درجه‌ی آزاد و شتاب در نقطه‌ی کنترل نیز مطابق رابطه‌ی ۴ خواهد بود:

$$\{\ddot{u}(t)\} = \{\phi_n\} * \ddot{u}_c(t) \left\{ \begin{array}{l} \ddot{u}_1(t) \\ \ddot{u}_2(t) \\ \vdots \\ \ddot{u}_N(t) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \phi_{1n} \\ \phi_{2n} \\ \vdots \\ \phi_{Nn} \end{array} \right\} * \ddot{u}_c(t) \quad (4)$$

با جایگذاری روابط ۲ الی ۴ در رابطه‌ی ۱، رابطه‌ی ۵ بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} [M] \{\phi_n\} \ddot{u}_c(t) + [C] \{\phi_n\} \dot{u}_c(t) + [K] \{\phi_n\} u_c(t) = \\ -[M] \{I\} \ddot{u}_g(t) \end{aligned} \quad (5)$$

با پیش‌ضرب رابطه‌ی ۵ در n درجه‌ی ϕ_n^T ، رابطه‌ی ۶ بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} \{\phi_n\}^T [M] \{\phi_n\} \ddot{u}_c(t) + \{\phi_n\}^T [C] \{\phi_n\} \dot{u}_c(t) \\ + \{\phi_n\}^T [K] \{\phi_n\} u_c(t) = -\{\phi_n\}^T [M] \{I\} \ddot{u}_g(t) \end{aligned} \quad (6)$$

آن $\phi_{n,c}$ مؤلفه‌ی مربوط به نقطه‌ی انتخابی در جهت جانبی موردنظر در بردار شکل مود n است:

$$u_{con} = \phi_{n,c} * \Gamma_n * Sd_{en} \quad (16)$$

براساس رابطه‌ی ۱۶، ارتباط بین جایه‌جایی پیشینه در سازه‌ی بک درجه‌ی آزادی معادل و جایه‌جایی پیشینه در نقطه‌ی کنترل به صورت رابطه‌ی ۱۷ نیز می‌تواند بازنویسی شود:

$$Sd_{en} = \frac{u_{con}}{\phi_{n,c} * \Gamma_n} \quad (17)$$

با توجه به رابطه‌ی ۷، ارتباط بین برش پایه در سازه‌ی یک درجه‌ی آزادی معادل (V_{en}) و برش پایه‌ی سازه‌ی چند درجه‌ی آزادی (V_n) به صورت رابطه‌ی ۱۸ درنظر گرفته شود:

$$V_n = \Gamma_n * V_{en} \quad (18)$$

در این صورت برش پایه‌ی پیشینه در سازه‌ی یک درجه‌ی آزادی معادل از رابطه‌ی ۱۹ محاسبه می‌شود:

$$V_{en} = M_{en} * Sa_{en} \quad (19)$$

که در آن، Sa_{en} پیشینه‌ی شتاب در سازه‌ی یک درجه‌ی آزادی معادل است. جایگذاری رابطه‌ی ۱۹ در رابطه‌ی ۱۸، رابطه‌ی ۲۰ به دست می‌آید:

$$V_n = \Gamma_n * M_{en} * Sa_{en} \quad (20)$$

با جایگذاری M_{en} از رابطه‌ی ۱۲ و جایگذاری Γ_n از رابطه‌ی ۷ در رابطه‌ی ۲۰، ارتباط بین شتاب پیشینه در سازه‌ی یک درجه‌ی آزادی معادل و برش پایه‌ی پیشینه در سازه‌ی چند درجه‌ی آزادی به صورت رابطه‌ی ۲۱ به دست می‌آید:

$$Sa_{en} = \frac{V_n}{\{\phi\}_n^T [M] \{I\}} \quad (21)$$

مبناًی ترسیم طیف ظرفیت در تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده نیز در هر گام i استفاده از روابط ۲۱ و ۲۰ براساس شکل مود n است. براساس روابط ۱۷ و ۲۱، برای تعیین طیف ظرفیت از روابط ۲۲ و ۲۳ استفاده می‌شود:

$$Sd_{en} = \frac{u_{con}^i}{\phi_{n,c} * \Gamma_n} \quad (22)$$

$$Sa_{en}^i = \frac{V_n^i}{\{\phi\}_n^T [M] \{I\}} \quad (23)$$

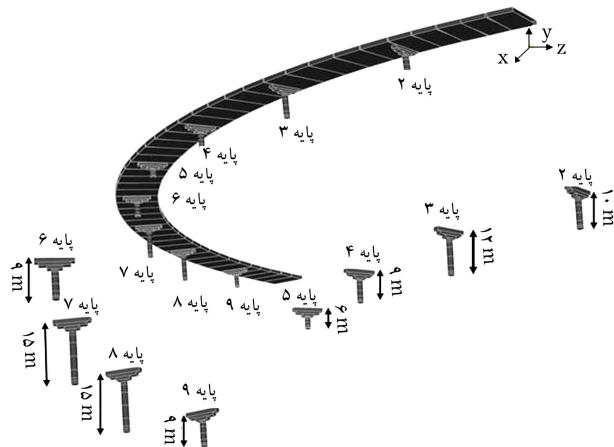
در رابطه‌ی ۲۲، u_{con}^i جایه‌جایی نقطه‌ی کنترل در گام i در جهت جانبی موردنظر Sd_{en}^i جایه‌جایی طیفی در طیف ظرفیت در گام i ام براساس شکل مود n است. در رابطه‌ی ۲۳، V_n^i برش پایه در گام i ام براساس شکل مود n ام شتاب طیفی در طیف ظرفیت در گام i ام براساس شکل مود n است.

۳. ارائه‌ی روش پیشنهادی جهت رسم طیف ظرفیت سازه‌ی یک درجه‌ی آزادی معادل در الگوی بار مناسب با جرم

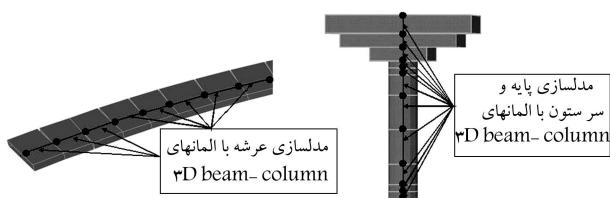
با توجه به روابط ارائه شده در بخش ۲ ملاحظه می‌شود که جهت رسم طیف ظرفیت از روابط ۲۲ و ۲۳ استفاده می‌شود. مبنای روابط ۲۲ و ۲۳، استفاده از شکل مود

۴. تعیین طیف تقاضا و تعیین تغییر مکان هدف

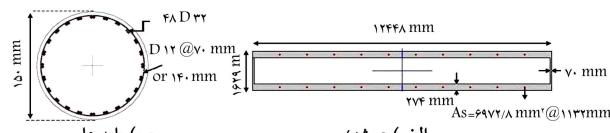
درخصوص تعیین طیف تقاضا، روش‌های متفاوتی وجود دارد که از آن جمله می‌توان به طیف تقاضا با استفاده از میرایی مؤثر^[۱] و یا طیف تقاضا با استفاده از شکل‌پذیری ثابت اشاره کرد.^[۱۲] در این مطالعه از طیف تقاضا با شکل‌پذیری ثابت استفاده و تعیین طیف تقاضا براساس پاسخ سازه‌های یک درجه‌ی آزادی تحت اثر زلزله در تحلیل دینامیکی تاریخچه‌ی زمانی با استفاده از نرم‌افزار Seis^[۱۳] mosignal انجام شده است. برای تعیین نقطه‌ی تقاطع طیف ظرفیت و طیف تقاضا، از منحنی دو خطی شده‌ی طیف ظرفیت استفاده می‌شود و برای دو خطی کردن طیف ظرفیت، یکسان‌بودن سطح زیر منحنی دو خطی و طیف



شکل ۲. نحوه قرارگیری پایه‌ها و ارتفاع پایه‌ها در فضای سه بعدی در پل مورد مطالعه.



شکل ۳. نحوه مدل‌سازی عرشه، پایه‌ها و سرستون با استفاده از المان‌های تیر-ستون.



شکل ۴. مقطع اعضا.

۶. انجام تحلیل دینامیکی افزاینده و تعیین پایه‌ی بحرانی

با توجه به اینکه نتایج تحلیل تاریخچه زمانی غیرخطی به عنوان معیار برای بررسی نتایج تحلیل استاتیکی غیرخطی فرازینده به کار می‌رود، در این قسمت با درنظرگرفتن سه زلزله به تعیین ظرفیت نهایی جابه‌جایی در پل مورد مطالعه تحت اثر زلزله پرداخته شده است. تاریخچه زمانی شتاب زلزله‌های المستترو، لومابریتا، و منجیل در شکل ۵ نشان داده شده است. در تحلیل دینامیکی افزاینده، پل مورد مطالعه در جهت عرضی (راستای z) تحت اثر زمین‌لرزه‌های المستترو، لومابریتا، و منجیل با شدت‌های مختلف قرار گرفته و بیشینه‌ی مقادیر جابه‌جایی رأس پایه‌ها در جهت عرضی در هر مرحله ثبت شده است. افزایش شدت زمین‌لرزه از طریق ضرب یک کمیت اسکالار به عنوان ضریب مقیاس در مقاید تاریخچه زمانی شتاب هر زلزله انجام می‌شود. افزایش شدت زمین‌لرزه تا جایی ادامه می‌یابد که برای یکی از پایه‌ها، جابه‌جایی بیشینه‌ی رأس آن پایه به ظرفیت جابه‌جایی آن پایه برسد. ضریب مقیاسی که در آن بیشینه‌ی جابه‌جایی در رأس یکی از پایه‌ها به ظرفیت جابه‌جایی آن پایه می‌رسد، به عنوان مقیاس ایجادکننده‌ی ظرفیت نهایی و پایه‌ی موردنظر به عنوان پایه‌ی بحرانی در نظر گرفته شده است. برای درنظرگرفتن میرایی در تحلیل های تاریخچه زمانی از میرایی رایلی استفاده شده است. برای تعیین ظرفیت جابه‌جایی در رأس

ظرفیت لحاظ شده است. با توجه به استفاده از میرایی رایلی در تحلیل‌های تاریخچه زمانی سازه‌ی آزادی از همان ضرایب میرایی رایلی و بسامد دورانی سازه‌ی یک درجه آزادی جهت تعیین میرایی در طیف تقاضا استفاده شده است.

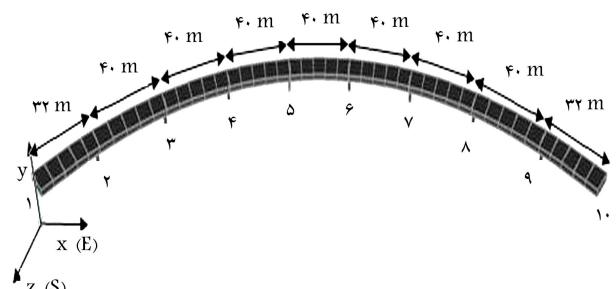
با تعیین تغییرمکان طیفی در نقطه‌ی هدف Sd_t براساس تقاطع طیف ظرفیت و تقاضا، میران جایه‌جایی در نقطه‌ی کتل از رابطه‌ی ۲۶ به دست می‌آید:

$$u_{co} = Sd_t * u_{co,e} * \frac{\{u\}_e^T [M] \{I\}}{\{u\}_e^T [M] \{u\}_e} \quad (26)$$

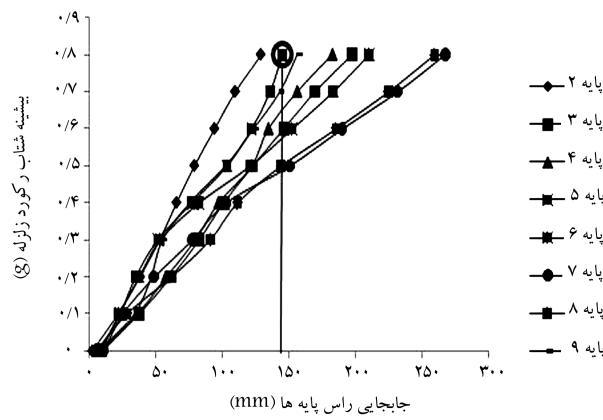
۵. معرفی پل مورد مطالعه و نحوه مدل‌سازی

برای بررسی روش پیشنهادی از مدل پل دارای انحنای در مطالعات پردت و همکاران،^[۱۴] استفاده شده است. نرم‌افزار مورد استفاده در مدل‌سازی، نرم‌افزار ZEUS-NL^[۱۵] است. پل دارای انحنای مورد مطالعه با طول ۳۴۴ متر، ۹ دهانه و ۸ پایه و نیز عرشه‌ی پتنی با مقطع جعبه‌ی دارد. دهانه‌های ابتدا و انتهای پل با طول ۳۲ متر و دهانه‌های میانی با طول ۴۰ متر هستند. پایه‌های پل به صورت تک ستونی با مقطع دایره و شعاع انحنای عرشه برای ۲۰ متر است. اتصال پایه‌ها به تکیه‌گاه‌شان به صورت گیردار در نظر گرفته شده است.

برای مدل‌سازی اتصال عرشه به پایه و کوله‌ها از المان‌های اتصال شامل فنرهای با رفتار خطی و غیرخطی و در مدل‌سازی پایه و عرشه نیز از المان‌های تیر-ستون استفاده شده است. در آنها براساس المان‌های فایبر در نظر گرفته شده است. در تحلیل‌های غیرخطی، اثرات ناشی از غیرخطی هندسی و غیرخطی ماده لحاظ شده است. مدل‌سازی جرم به صورت متمرکز در گره‌های مریبوط به المان‌های عرشه و سرستون در نظر گرفته شده است. هندسه‌ی پل در فضای سه بعدی به همراه شماره‌ی پایه‌ها در شکل ۱ نشان داده شده است. در شکل ۱، جهت شمالی - جنوبی متناظر با جهت ارتعاش عرضی (راستای z) و جهت شرقی - غربی متناظر با جهت ارتعاش طولی (راستای x) است. جهت جنوبی منطبق بر جهت مثبت محور z و جهت شرقی منطبق بر جهت مثبت محور x است. کوله‌ی غربی با شماره‌ی ۱، کوله‌ی شرقی با شماره‌ی ۱۰ و پایه‌ها نیز با شماره‌های ۲ الی ۹ مشخص شده‌اند. نحوه قرارگیری پایه‌ها و ارتفاع آنها نیز در فضای سه بعدی بر حسب متر در شکل ۲، نحوه مدل‌سازی عرشه، پایه و سرستون در شکل ۳ و مقطع عرشه و پایه نیز در شکل ۴ نشان داده شده است.



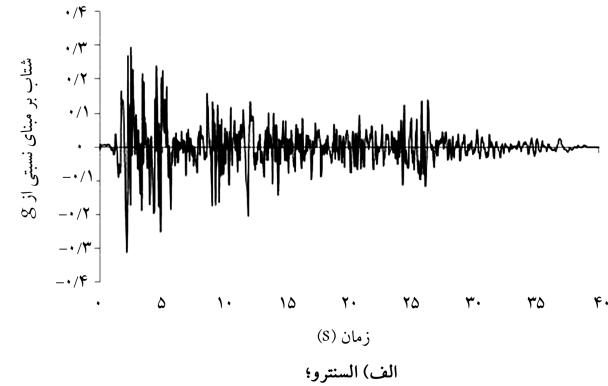
شکل ۱. هندسه‌ی پل مورد مطالعه در فضای سه بعدی به همراه شماره‌ی پایه‌ها، طول دهانه‌ها، و جهات محورهای مختصات.



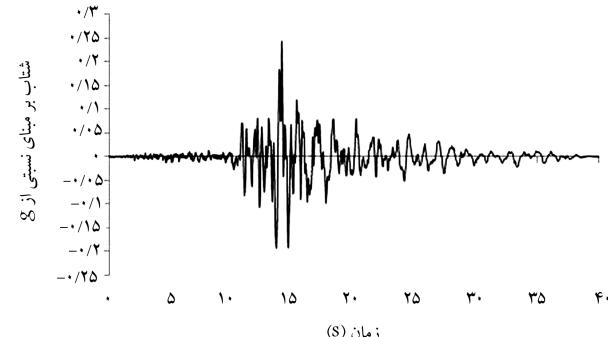
شکل ۶. تعیین زلزله‌ی متناظر با ظرفیت سازه در تحلیل دینامیکی افزاینده تحت رکورد زلزله‌ی المستترو.

به ظرفیت جابه‌جایی آن یعنی مقدار ۱۴۵ میلی‌متر رسیده و برای بقیه‌ی پایه‌ها، بیشینه‌ی جابه‌جایی در رأس آنها کمتر از مقادیر ظرفیت جابه‌جایی در رأس آنهاست. لذا زلزله‌ی المستترو متناظر با ظرفیت نهایی سازه هنگامی است که این زلزله با PGA برابر با $8,8^{\circ}$ شتاب ثقل به سازه وارد می‌شود و پایه‌ی بحرانی پایه‌ی ۵ است.

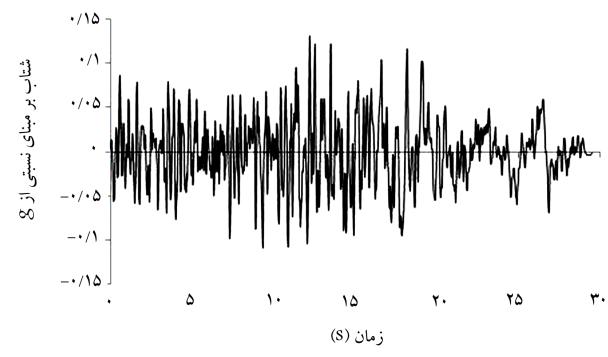
با انجام تحلیل‌های مشابه برای زلزله‌های لوماپریتا و منجیل نیز نتایج تحلیل دینامیکی افزاینده بررسی و در آنها مشخص شده است در مقایسه‌ی از زلزله که جابه‌جایی بیشینه در رأس پایه‌ی ۵ به ظرفیت جابه‌جایی نرسیده است؛ لذا، در زلزله‌های هیچ‌کدام از پایه‌های دیگر هنوز به ظرفیت جابه‌جایی نرسیده است؛ لذا، در زلزله‌های لوماپریتا و منجیل نیز پایه‌ی بحرانی پایه‌ی ۵ بوده و بیشینه‌ی شتاب زلزله متناظر با ظرفیت نهایی برای زلزله‌ی لوماپریتا برابر $8,61^{\circ}$ شتاب ثقل و برای زلزله‌ی منجیل برابر $8,39^{\circ}$ شتاب ثقل است. با تعیین زلزله‌های متناظر با ظرفیت سازه از زلزله‌های موردنظر برای تعیین تقاطع طیف ظرفیت و تقاضا در تحلیل استاتیکی غیرخطی فزینده استفاده می‌شود.



الف) المستترو



ب) لوما پریتا



ج) منجیل

شکل ۵. تاریخچه‌ی زمانی رکوردهای اعمال شده.

جدول ۱. ظرفیت جابه‌جایی رأس پایه‌ها.

شماره‌ی پایه	ظرفیت جابه‌جایی (میلی‌متر)	شماره‌ی پایه	ظرفیت جابه‌جایی (میلی‌متر)
۵	۴	۳	۲
۱۴۵	۲۹۵	۵۰۰	۳۵۸
۹	۸	۷	۶

۷. کاربرد روش پیشنهادی در الگوی بار متناسب با جرم و درنظرگرفتن نقطه‌ی کنترل در رأس پایه‌ی بحرانی

الگوی بار متناسب با جرم در مورد پل موردنظر مطالعه براساس آین نامه‌ی CALTRANS^[۱۶] و جرم متمرکر در گره‌ها در راستای محور z و در دو سمت شمالی و جنوبی به طور مجزا به سازه اعمال می‌شود. نحوی توزیع بار در شکل ۷ نشان داده شده است. با توجه به اینکه در مطالعات پژوهشگران رأس پایه‌ی بحرانی به عنوان نقطه‌ی کنترل پیشنهاد شده است^[۷]، با اعمال الگوی بار به سمت شمالی، طیف ظرفیت با درنظرگرفتن نقطه‌ی کنترل در رأس پایه‌ی بحرانی و طیف تقاضای زلزله‌های موردنظر در شکل ۸ نمایش داده شده است. در صورتی که محدوده‌ی ظرفیت سازه در تحلیل استاتیکی غیرخطی فزینده تا نقطه‌ی بیشینه‌ی ظرفیت بازیابی شود، طیف ظرفیت در شکل ۸ نقطه‌ی تقاطعی با طیف تقاضا در زلزله‌های المستترو و لوماپریتا نخواهد داشت و فقط نقطه‌ی تقاطع با طیف زلزله‌ی منجیل خواهد بود. لذا در این حالت تغییر مکان هدف و جابه‌جایی متناظر در رأس پایه‌ی بحرانی فقط برای زلزله‌ی منجیل محاسبه شده است. در اثر اعمال الگوی بار جانبی به سمت جنوبی نیز طیف ظرفیت با درنظرگرفتن نقطه‌ی کنترل در رأس پایه‌ی بحرانی رسم

پایه‌های پل نیز از روابط آین نامه‌ی CALTRANS^[۱۶] استفاده شده است. براساس روابط آین نامه‌ی مذکور، میران ظرفیت جابه‌جایی رأس پایه‌های پل محاسبه و نتایج آن در جدول ۱ نشان داده شده است.

برای تعیین زلزله‌های متناظر با ظرفیت نهایی جابه‌جایی سازه، نتایج بیشینه‌ی شتاب زلزله در برابر جابه‌جایی بیشینه‌ی رأس پایه‌ها برای شدت‌های متفاوت از زلزله‌ی المستترو به طور نمونه در شکل ۶ نشان داده شده است، که در آن جابه‌جایی بیشینه در رأس پایه‌ی ۵ در زلزله‌ی المستترو با PGA برابر با $8,8^{\circ}$ شتاب ثقل

جدول ۲. مقایسه جابه جایی در رأس پایه بحرانی براساس الگوی بار به سمت شمال.

اختلاف (%)	جابه جایی (NSP)	جابه جایی (IDA)	نام رکورد
-	-	۱۴۵	الستترو
-	-	۱۴۵	لوماپریتا
-۸	۱۲۳	۱۴۵	منجیل

جدول ۳. مقایسه جابه جایی در رأس پایه بحرانی براساس الگوی بار به سمت جنوب.

اختلاف (%)	جابه جایی (NSP)	جابه جایی (IDA)	نام رکورد
-۴۲	۸۴	۱۴۵	الستترو
-۴۶	۷۹	۱۴۵	لوماپریتا
-۵۷	۶۲	۱۴۵	منجیل

$$DIFF = \frac{(\Delta_{NSP} - \Delta_{IDA})}{\Delta_{IDA}} \times 100 \quad (27)$$

مقایسه جابه جایی رأس پایه بحرانی در تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده (NSP) و تحلیل دینامیکی افزاینده (IDA) در جدول های ۲ و ۳ نشان داده است. در جدول ۲، نتایج تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده براساس اعمال الگوی بار به سمت شمالی و نتایج جدول ۳، براساس اعمال الگوی بار به سمت جنوبی در تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده بوده است.

بررسی مقدار جابه جایی به دست آمده نشان می دهد که در اعمال الگوی بار به سمت جنوبی برای تمامی زلزله ها، میزان جابه جایی به دست آمده برای رأس پایه بحرانی در تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده نسبت به نتایج تحلیل دینامیکی افزاینده با مقادیر کوچکتر است. در اعمال الگوی بار به سمت شمالی، جابه جایی به دست آمده برای رأس پایه بحرانی در تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده برای زلزله منجیل به نتیجه هی تحلیل دینامیکی افزاینده نزدیک و اختلاف آن منتهای ۸٪ است.

۸. کاربرد روش پیشنهادی در الگوی بار متناسب با جرم و درنظرگرفتن نقطه کنترل در ناحیه قوع جابه جایی

بیشینه

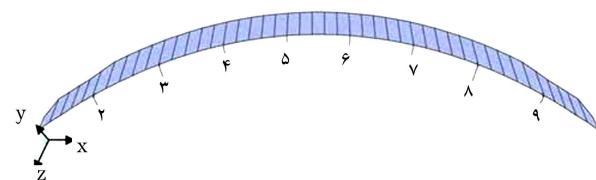
با توجه به اینکه در مطالعات پژوهشگران در مورد پل ها نقطه بجا به جایی بیشینه نیز به عنوان نقطه کنترل پیشنهاد شده است.^[۵] بررسی تغییر شکل سازه نشان می دهد جابه جایی های بیشینه در محدوده پایه های ۷ و ۸ ایجاد می شوند، و جهت بررسی روش پیشنهادی در رسم طیف ظرفیت و تعیین تغییر مکان هدف، رأس پایه های ۷ و ۸ به عنوان نقطه کنترل درنظر گرفته شده اند. طیف ظرفیت در اثر اعمال الگوی بار به سمت شمالی با درنظر گرفتن نقطه کنترل در رأس پایه های ۷ و ۸ به همراه طیف تقاضا و نقطه ای تقطیع طیف ظرفیت در شکل ۹ نشان داده شده است، که در این

شده و نتایج آن به همراه طیف تقاضا در شکل ۹ نشان داده شده است، که در این

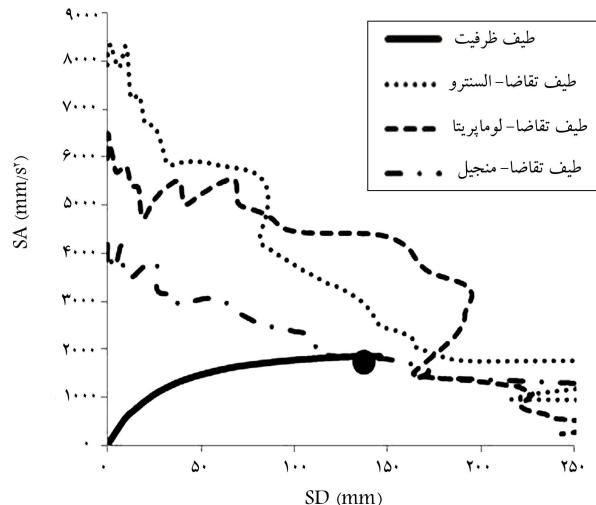
حالات تقطیع طیف ظرفیت و تقاضا در محدوده ظرفیت سازه برای تمامی زلزله ها ایجاد می شود. میزان اختلاف (DIFF) بین نتایج تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده و تحلیل دینامیکی فراینده از رابطه Δ_{NSP} محاسبه می شود، که در آن Δ_{NSP} میزان

جابه جایی تعیین شده از روش تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده و Δ_{IDA} میزان

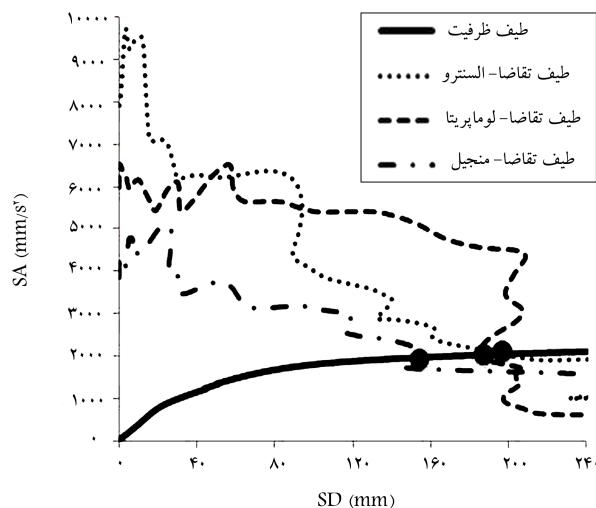
جابه جایی تعیین شده از روش تحلیل دینامیکی افزاینده ناشی از اعمال زلزله متناظر با ظرفیت نهایی است:



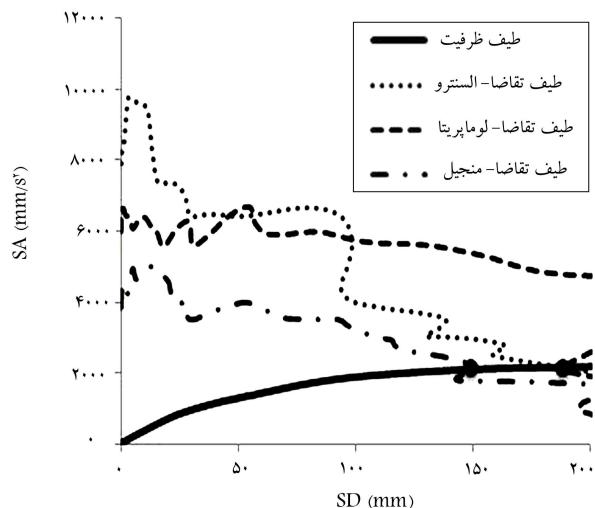
شکل ۷. توزیع بار جانبی در تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده.



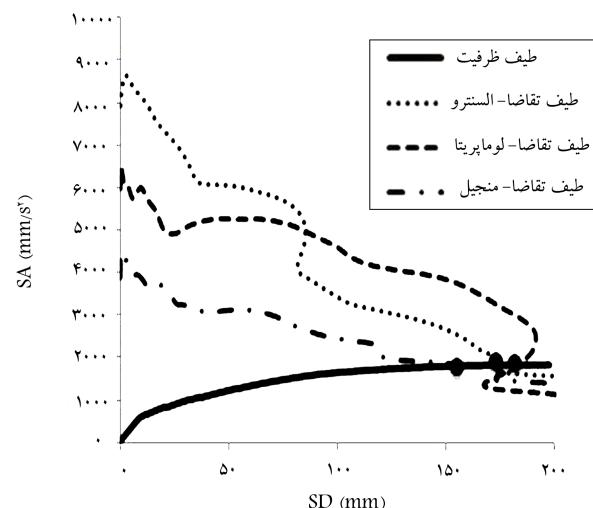
شکل ۸. تعیین تقطیع طیف ظرفیت و تقاضا با درنظرگرفتن نقطه کنترل در رأس پایه بحرانی (اعمال الگوی بار به سمت شمالی).



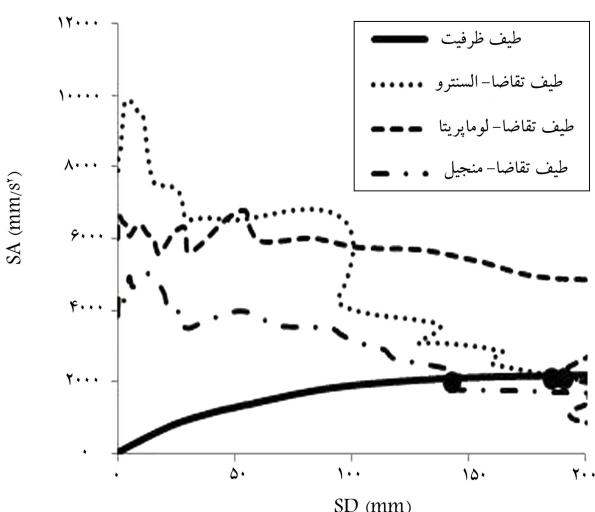
شکل ۹. تعیین تقطیع طیف ظرفیت و تقاضا با درنظرگرفتن نقطه کنترل در رأس پایه بحرانی (اعمال الگوی بار به سمت جنوبی).



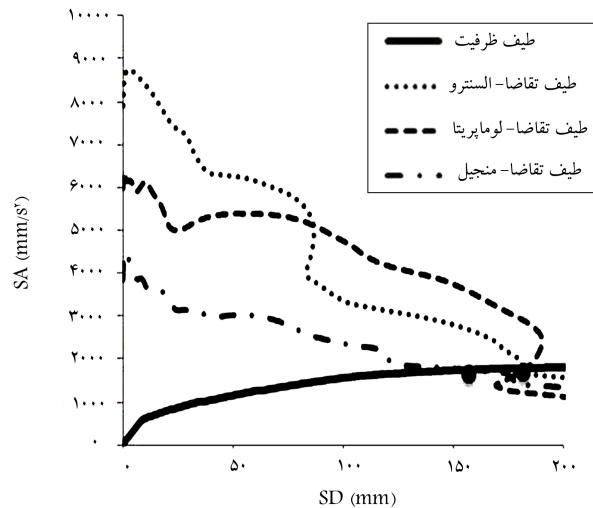
شکل ۱۲. تعیین تقاطع طیف ظرفیت و تقاضا با درنظرگرفتن نقطه‌ی کنترل در رأس پایه‌ی ۷ (اعمال الگوی بار به سمت جنوبی).



شکل ۱۵. تعیین تقاطع طیف ظرفیت و تقاضا با درنظرگرفتن نقطه‌ی کنترل در رأس پایه‌ی ۷ (اعمال الگوی بار به سمت شمالی).



شکل ۱۳. تعیین تقاطع طیف ظرفیت و تقاضا با درنظرگرفتن نقطه‌ی کنترل در رأس پایه‌ی ۸ (اعمال الگوی بار به سمت جنوبی).



شکل ۱۶. تعیین تقاطع طیف ظرفیت و تقاضا با درنظرگرفتن نقطه‌ی کنترل در رأس پایه‌ی ۸ (اعمال الگوی بار به سمت شمالی).

جدول ۴. مقایسه‌ی جابه‌جایی در رأس پایه‌ی ۷ براساس الگوی بار به سمت شمال.

نام رکورد (%)	جابه‌جایی (NSP)	جابه‌جایی (IDA)	اختلاف (%)
-۱۲	۲۳۴	۲۶۷	ستترو
۵	۲۳۴	۲۲۳	لومپریتا
-۱۷	۱۸۶	۲۲۳	منجیل

جدول ۵. مقایسه‌ی جابه‌جایی در رأس پایه‌ی ۷ براساس الگوی بار به سمت جنوب.

بررسی جدول‌های ۴ و ۵ نشان می‌دهد که اختلاف جابه‌جایی به دست آمده برای رأس پایه‌ی ۷ در اعمال الگوی بار جانبی به سمت شمالی نسبت به نتایج تحلیل دینامیکی افزاینده بین ۲٪ و منهای ۱۸٪ بوده و در اعمال الگوی بار به سمت جنوبی بین ۵٪ و منهای ۱۷٪ است.

همچنین بررسی اختلاف جابه‌جایی به دست آمده در تحلیل استاتیکی غیرخطی فزاینده برای رأس پایه‌ی ۸ نشان می‌دهد که اعمال الگوی بار به سمت جنوبی موجب

کنترل در رأس پایه‌های ۷ و ۸ به همراه طیف تقاضای زلزله‌های اعمالی و نقطه‌ی تقاطع طیف ظرفیت و طیف تقاضا در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ نمایش داده شده است. میزان جابه‌جایی رأس پایه‌های ۷ و ۸ در الگوی بار متناسب با جرم برای زلزله‌های مختلف به همراه جابه‌جایی بیشینه‌ی به دست آمده از تحلیل دینامیکی غیرخطی در رأس پایه‌های ۷ و ۸ در جدول‌های ۴ الی ۷ نشان داده شده است. نتایج جدول‌های ۴ و ۶ براساس اعمال الگوی بار به سمت شمالی در تحلیل استاتیکی غیرخطی فزاینده و نتایج جدول‌های ۵ و ۷ براساس اعمال الگوی بار به سمت جنوبی هستند.

جدول ۶. مقایسه‌ی جابه‌جایی در رأس پایه‌ی ۸ براساس الگوی بار به سمت شمال.

نام رکورد	جابه‌جایی (IDA)	جابه‌جایی (NSP)	اختلاف (%)
السنترو	۲۵۹	۱۷۹	-۳۱
لوماپریتا	۲۱۷	۱۷۹	-۱۸
منجیل	۲۳۰	۱۵۷	-۳۲

در جدول‌های ۸ الی ۱۰ به همراه جابه‌جایی رأس پایه‌ها از تحلیل دینامیکی افزاینده در زلزله‌ی متناظر با ظرفیت نشان داده شده است. در جدول‌های ۸ الی ۱۰، میزان جابه‌جایی بیشینه‌ی رأس هر پایه در تحلیل تاریخچه‌ی زمانی غیرخطی در ردیف دوم و جابه‌جایی رأس هر پایه در زمانی که رأس پایه‌ی ۷ به جابه‌جایی بیشینه‌ی خود رسید، در ردیف سوم هر جدول نشان داده شده است. در جدول‌های ۸ الی ۱۰، اختلاف‌های تعیین شده در ردیف پنجم میزان اختلاف نتایج در ردیف‌های چهارم و سوم بوده و اختلاف‌های تعیین شده در ردیف هفتم، میزان اختلاف نتایج در ردیف‌های ششم و سوم است. بررسی جابه‌جایی‌های به‌دست‌آمده در رأس تمامی پایه‌ها در جدول ۸ با درنظرگرفتن نقطه‌ی کنترل در رأس پایه‌ی ۷ نشان می‌دهد در اعمال الگوی بار به سمت شمالی میزان اختلاف برای پایه‌های ۵ الی ۹ کمتر از بقیه‌ی پایه‌ها بوده و در محدوده‌ی منتهای ۱۸٪ الی ۷٪ است و در اعمال الگوی بار به سمت جنوبی پایه‌های ۵ الی ۸، اختلاف کمتری نسبت به بقیه‌ی پایه‌ها دارد و محدوده‌ی اختلاف بین منتهای ۸٪ تا منتهای ۱۲٪ است. به‌طورکلی می‌توان اظهار داشت که اختلاف جابه‌جایی در رأس پایه‌های موجود در سمت شرقی سازه (سمت وقوع جابه‌جایی‌های بزرگ‌تر) نسبت به پایه‌های موجود در سمت دیگر سازه کمتر است.

بررسی جابه‌جایی‌های به‌دست‌آمده در جدول ۹ در رأس تمامی پایه‌ها با درنظرگرفتن نقطه‌ی کنترل در رأس پایه‌ی ۷ نشان می‌دهد در اعمال الگوی بار به سمت شمالی برای پایه‌های ۳ الی ۸ میزان اختلاف از بقیه‌ی پایه‌ها کمتر بوده و در محدوده‌ی منتهای ۵٪ تا ۲۰٪ است و در اعمال الگوی بار به سمت جنوبی در محدوده‌ی اختلاف برای پایه‌های ۳ الی ۹ بین منتهای ۷٪ الی ۱۳٪ است. همچنین بررسی جدول ۱۰ نیز نشان می‌دهد در اعمال الگوی بار به سمت شمالی پایه‌های ۵ الی ۹، اختلاف کمتری دارند و محدوده‌ی اختلاف بین منتهای ۲۱٪ تا ۲۵٪ است. در اعمال الگوی بار به سمت جنوبی نیز پایه‌های ۶ الی ۹، اختلاف کمتری نسبت به بقیه‌ی پایه‌ها دارند و محدوده‌ی اختلاف بین منتهای ۶٪ تا منتهای ۱۶٪ است.

جدول ۸. میزان جابه‌جایی در رأس پایه‌های مختلف سازه در الگوی بار متناسب با جرم (نقطه‌ی کنترل در رأس پایه‌ی ۷) در تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده و تحلیل دینامیکی فراینده برای زلزله‌ی السنترو.

۱	شماره‌ی پایه	۲	بیشینه‌ی جابه‌جایی در تحلیل IDA	۳	جابه‌جایی متناظر پایه‌ها در لحظه‌ی رسیدن پایه‌ی ۷ به جابه‌جایی نقطه‌ی کنترل در رأس پایه‌ی ۷	۴	جابه‌جایی متناظر پایه‌ها با رسیدن پایه‌ی ۷ به جابه‌جایی ۲۱۹ میلی‌متر در الگوی بار به سمت شمالی در تحلیل NSP	۵	DIFF (%)	۶	جابه‌جایی متناظر پایه‌ها با رسیدن پایه‌ی ۷ به جابه‌جایی ۲۳۴ میلی‌متر در الگوی بار به سمت جنوبی در تحلیل NSP	۷	DIFF (%)
۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱					
۱۵۶	۲۵۹	۲۶۷	۲۱۰	۱۴۵	۱۸۲	۱۹۷	۱۲۹						
۱۵۵	۲۵۹	۲۶۷	۲۱۰	۱۴۲	۱۱۱	۷۹	۳۷						
۱۶۴	۲۱۹	۲۱۹	۱۷۷	۱۲۷	۸۸	۵۸	۳۰						
۱۱۵	۲۳۹	۲۳۴	۱۹۰	۱۲۶	۷۷	۴۸	۲۶						
-۲۶	-۸	-۱۲	-۱۰	-۱۱	-۳۱	-۳۹	-۳۰						

تعیین جابه‌جایی‌های بزرگ‌تر برای رأس پایه‌ی ۸ می‌شود و همچنین میزان جابه‌جایی به‌دست‌آمده برای رأس پایه‌ی ۸ در اثر اعمال الگوی بار جانبه‌ی به سمت جنوبی تأثیرگذارد. اختلاف جابه‌جایی تعیین شده برای تأثیر تحلیل دینامیکی افزاینده نزدیک‌تر است. اختلاف جابه‌جایی تعیین شده برای رأس پایه‌ی ۸ نسبت به تأثیر تحلیل دینامیکی افزاینده در اثر اعمال الگوی بار به سمت شمالی بین ۱۸٪-۳۲٪ و در اعمال الگوی بار به سمت جنوبی بین ۱۵٪-۱۶٪ بوده است.

۱.۸. بررسی جابه‌جایی در رأس پایه‌های دیگر سازه با درنظرگرفتن نقطه‌ی کنترل در رأس پایه‌ی ۷ جهت بررسی جابه‌جایی در رأس پایه‌های دیگر سازه در اثر اعمال الگوی بار متناسب با جرم در تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده، میزان جابه‌جایی در رأس تمامی پایه‌ها متناظر با جابه‌جایی در رأس پایه‌ی ۷ (نقطه‌ی کنترل در رأس پایه‌ی ۷) در

جدول ۹. میزان جابه‌جایی در رأس پایه‌های مختلف سازه در الگوی بار متناسب با جرم (نقطه‌ی کنترل در رأس پایه‌ی ۷) در تحلیل استاتیکی غیرخطی فرازینده و تحلیل دینامیکی فرازینده برای زلزله‌ی لوماپریتا.

شماره‌ی پایه	۱
بیشینه‌ی جابه‌جایی در تحلیل IDA	۲
جابه‌جایی متناظر پایه‌ها در لحظه‌ی رسیدن پایه‌ی ۷ به جابه‌جایی بیشینه در تحلیل IDA	۳
جابه‌جایی متناظر پایه‌ها با رسیدن پایه‌ی ۷ به جابه‌جایی ۲۲۸ میلی‌متر در الگوی بار به سمت شمالی در تحلیل NSP	۴
DIFF (%)	۵
جابه‌جایی متناظر پایه‌ها با رسیدن پایه‌ی ۷ به جابه‌جایی ۲۳۴ میلی‌متر در الگوی بار به سمت جنوبی در تحلیل NSP	۶
DIFF (%)	۷

جدول ۱۰. میزان جابه‌جایی در رأس پایه‌های مختلف سازه در الگوی بار متناسب با جرم (نقطه‌ی کنترل در رأس پایه‌ی ۷) در تحلیل استاتیکی غیرخطی فرازینده و تحلیل دینامیکی فرازینده برای زلزله‌ی منجیل.

شماره‌ی پایه	۱
بیشینه‌ی جابه‌جایی در تحلیل IDA	۲
جابه‌جایی متناظر پایه‌ها در لحظه‌ی رسیدن پایه‌ی ۷ به جابه‌جایی بیشینه در تحلیل IDA	۳
جابه‌جایی متناظر پایه‌ها با رسیدن پایه‌ی ۷ به جابه‌جایی ۱۹۵ میلی‌متر در الگوی بار به سمت شمالی در تحلیل NSP	۴
DIFF (%)	۵
جابه‌جایی متناظر پایه‌ها با رسیدن پایه‌ی ۷ به جابه‌جایی ۱۸۷ میلی‌متر در الگوی بار به سمت جنوبی در تحلیل NSP	۶
DIFF (%)	۷

پلان مورد ارزیابی قرار گرفته است. به همین جهت، زلزله‌های متناظر با ظرفیت نهایی جابه‌جایی سازه به همراه پایه‌ی بحرانی از طریق تحلیل دینامیکی افزاینده مشخص شده است. با تعیین زلزله‌های متناظر با ظرفیت نهایی جابه‌جایی سازه، نتایج جابه‌جایی رأس پایه‌ها در زلزله‌های متناظر با ظرفیت تعیین و برای بررسی روش پیشنهادی استفاده شده است. با انجام تحلیل استاتیکی غیرخطی فرازینده براساس الگوی بار متناسب با جرم و درنظر گرفتن نقاط کنترل در رأس پایه‌ی بحرانی و رأس پایه‌های با جابه‌جایی بیشینه، طیف ظرفیت از روش پیشنهادی تعیین و با توجه به موجود بودن طیف تقاضای زلزله‌های متناظر با ظرفیت، تقاطع طیف ظرفیت و تقاضا مشخص و براساس آن، تغییر مکان هدف در رأس پایه‌ی بحرانی (پایه‌ی ۵) و

نتیجه‌گیری ۹

در این نوشتار روش پیشنهادی جهت رسم طیف ظرفیت و تعیین تغییر مکان هدف با درنظر گرفتن نقطه‌ی کنترل در هنگام استفاده از الگوی بار متناسب با جرم ارائه شده است. در روش پیشنهادی در الگوی بار متناسب با جرم، اثر مودهای ارتعاش، مستقیماً با اعمال بردار جابه‌جایی سازه در ترسیم طیف ظرفیت و تعیین تغییر مکان هدف لحاظ می‌شود. با توجه به پیشنهاد پژوهشگران مبنی بر درنظر گرفتن رأس پایه‌ی بحرانی و رأس پایه با جابه‌جایی بیشینه به عنوان نقطه‌ی کنترل در پل‌ها، جهت بررسی روش پیشنهادی، کاربرد آن در یک نمونه پل چند دهانه و با انحنای در

رأس پایه‌های دارای جابه‌جاوی در نقاط کنترل، برای بررسی جابه‌جاوی در رأس تمامی پایه‌ها، با توجه به اختلاف کمتر نتایج تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده و تحلیل دینامیکی فراینده برای نقطه‌ی کنترل در رأس پایه‌ی ۷، جابه‌جاوی در رأس پایه‌های دیگر سازه متناظر با جابه‌جاوی در رأس پایه‌ی ۷ از تحلیل استاتیکی غیرخطی فراینده تعیین و با نتایج روش دینامیکی فراینده مقایسه شده است. با توجه به اینکه ناحیه‌ی تأثیر مودهای بالاتر ارتعاش در پل مورد مطالعه پایه‌های ۶ الی ۹ هستند، استفاده از اسیاتیکی غیرخطی فراینده و بیشینه‌ی جابه‌جاوی آنها در زلزله‌های متناظر با ظرفیت از تحلیل دینامیکی افزاینده نشان می‌دهد که نتایج روش پیشنهادی برای تعیین طیف نقطه‌ی کنترل هستند و جابه‌جاوی بیشینه ناشی از اعمال الگوی بار به سمت شمالی و جنوبی در نقاط کنترل، اختلاف کمتری با نتایج روش تحلیل دینامیکی فراینده

پانوشت‌ها

1. nonlinear static pushover
2. incremental dynamic analysis

منابع (References)

1. Applied Technology Council, *Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings*, ATC-40, 1, Redwood City (1996).
2. European Committee for Standardization, *EC8: Design of Structures for Earthquake Resistance, Part 2: Bridges*, Brussels (2005).
3. Pinho, R., Monteiro, R., Casarotti, C. and Delgado, R. "Assessment of continuous span bridges through nonlinear static procedures", *Earthquake Spectra*, **25**(1), pp. 143-159 (2009).
4. Isakovic, T. and Fischinger, M. "Higher modes in simplified inelastic seismic analysis of single column bent viaducts", *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, **35**(1), pp. 95-114 (2006).
5. Isakovic, T., Lazaro, M. and Fischinger, M. "Applicability of pushover methods for the seismic analysis of single-column bent viaducts", *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, **37**(8), pp. 1185-1202 (2008).
6. Mergos, P., Sextos, A. and Kappos, A. "Seismic assessment of a major bridge using pushover analysis", *International Conference on Computational and Experimental Engineering and Sciences*, Corfu, Greece, Paper No.333 (2003).
7. Paraskeva, T.S., Kappos, A. and Sextos, A. "Extension of modal pushover analysis to seismic assessment of bridges", *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, **35**(10), pp. 1269-1293 (2006).
8. Paraskeva, T.S. and Kappos, A. "Further development of a multimodal pushover analysis procedure for seismic assessment of bridges", *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, **39**(2), pp. 211-222 (2010).
9. Kunzath, S. "Identification of modal combinations for nonlinear static analysis of building structures", *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, **19**(4), pp. 246-259 (2004).
10. Sucuo glu, H. and Gunay, M. "Generalized force vectors for multi-mode pushover analysis", *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, **40**(1), pp. 55-74 (2011).
11. Jan, T., Liu, M. and Kao, Y. "An upper-bound pushover analysis for estimating the seismic demands of high-rise buildings", *Eng. Struct.*, **26**(1), pp.117-128 (2004).
12. Chopra, A.K., *Dynamics of Structures*, Pearson Education Inc., 3rd Ed., pp. 275-277, California, USA (2006).
13. SeismoSoft, Seismosignal, Available from URL: <http://www.seismosoft.com> (2011).
14. Burdette, N.J. and Elnashai, A.S. "Effect of asynchronous earthquake ground motion on complex bridges, II result and implications on assessment", *J. of Bridge. Eng.*, **13**(2), pp. 166-172 (2008).
15. Elnashai, A.S., Papanikolaou, V. and Lee, D.H., ZEUS-NL, Mid. America Earthquake Center, Illinoise (2010).
16. California Dept. of Transportation (Caltrans), *Caltrans Seismic Design Criteria*, Sacramento, Calif. (2010).