Original Article

مدل‌سازی رفتار چرخه‌یی سازه‌ها با درنظرگرفتن اثرات باریک‌شدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت و لغزش

مهندسی عمران شریف، (زمستان ۱۳۹۵)
دوره‌ی ۲-۳۲، شماره‌ی ۲/۴، ص. ۶۳-۷۲

مهران زینلیان* (استادیار)
مهدی مختاری (دانشجوی کارشناسی ارشد)
حسین تاجمیرریاحی (استادیار)
گروه مهندسی عمران، دانشگاه اصفهان

شناخت و بررسی دقیق عملکرد چرخه‌یی سازه‌ها و توسعه‌ی مدل‌های تحلیلی پارامتری آن می‌تواند در پیش‌بینی و تخمین عملکرد و طراحی سازه‌ها کاربرد زیادی داشته باشد. در این نوشتار به معرفی و توسعه‌ی یک مدل ریاضی چرخه‌یی بر مبنای معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی شامل تمامی اثرات کاهندگی از قبیل باریک‌شدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت، و لغزش پرداخته شده است. مدل ارائه‌شده براساس مدل توسعه داده‌شده دکتر مستقل است؛ که برای انواع سیستم‌های چند درجه آزادی ـ چند خطی و با درنظرگرفتن هر یک از اثرات کاهندگی مذکور تحت تحریک‌های دینامیکی بررسی و توسعه داده شده است. در مدل ذکرشده، مشخصات اصلی سیکل‌های چرخه‌یی با استفاده از پارامترهای قابل اندازه‌گیری سیستم سازه‌یی از طریق آزمایش قابل محاسبه است. به منظور نشان‌دادن توصیف واقعی عملکرد سیستم‌های چند درجه آزادی از طریق مدل پیشنهادی، مثال‌هایی تحت اثر بارهای هارمونیکی بیان شده است.

واژگان کلیدی: رفتار چرخه‌یی، مدل تحلیلی، باریک‌شدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت، لغزش.

m.zeynalian@eng.ui.ac.ir
m.mokhtari.civil@gmail.com
tajmir@eng.ui.ac.ir

۱. مقدمه

رفتار چرخه‌یی از خواص مهم انواع سیستم‌های سازه‌یی است، که نشان‌دهنده‌ی میزان انرژی اتلاف‌شده‌ی سازه به‌هنگام زلزله است. این رفتار در ابتدا تا لحظه‌ی تسلیم معمولاً به‌صورت کشسان است و سپس دچار تغییرشکل‌های خمیری می‌شود. لذا رفتار چرخه‌یی خاصیتی غیرخطی از سازه است، که به واسطه‌ی تغییرشکل‌های غیرارتجاعی به‌وجود می‌آید. چنانچه رفتار چرخه‌یی به‌صورت خطی در نظر گرفته شود، به جهت حذف بخش قابل توجهی از ظرفیت سازه به‌منظور استهلاک انرژی، این امر سبب طراحی‌های غیراقتصادی و غیرمحافظه‌کارانه‌یی خواهد شد. به همین منظور مهندس سازه باید اثر غیرخطی رفتار چرخه‌یی سیستم‌های سازه‌یی را در طراحی‌ها مورد توجه قرار دهد. در اثر تغییر خواص اعضاء سازه ناشی از تغییر خصوصیات مصالح و هندسه‌ی اعضا مانند کمانش مهاربندها در اعضاء فولادی، باز و بسته‌شدن متناوب ترک‌ها در اعضاء بتن مسلح، و لغزش در اتصالات اعضاء سازه‌ی سرد نوردشده‌ی فولادی، رفتار چرخه‌یی نمایان می‌شود.[۱]

هدف اصلی مهندسی زلزله، بررسی عملکرد لرزه‌یی سیستم‌های سازه‌یی در سطوح مختلف خطر لرزه‌خیزی است. با توجه به نیاز اساسی در ارزیابی جامع عملکرد سازه به‌هنگام زلزله، ضرورت توسعه‌ی مدل‌های چرخه‌یی شامل تمامی پدیده‌های کاهندگی مؤثر در رفتار چرخه‌یی، جهت پیش‌بینی تقاضای سازه هنگام خرابی اهمیت ویژه‌یی دارد. در مهندسی زلزله، خرابی هنگامی رخ می‌دهد که سیستم سازه‌یی دیگر قادر به تحمل بارهای ثقلی در حضور اثرات لرزه‌یی نباشد، که این خرابی می‌تواند در مدت زلزله‌ی اصلی و یا طی پس‌لرزه‌ها اتفاق افتد. اگر یک عضو باربر عمودی مانند ستون در اثر فشار گسیخته شود، و یا چنانچه انتقال برش بین اعضاء افقی و عمودی به درستی صورت نپذیرد، به‌عنوان مثال شکست برشی بین یک دال مسطح و یک ستون اتفاق افتد، در این صورت ممکن است سازه دچار خرابی‌های موضعی شود. حال اگر این‌گونه خرابی‌های موضعی گسترش یابند (اصطلاحاً خرابی‌های پیش‌رونده)، سازه دچار خرابی کلی می‌شود. بنابراین، مطالعه و ارزیابی خرابی سازه نیازمند مدل‌های چرخه‌یی با درنظرگرفتن اثرات مهم کاهندگی در رفتار چرخه‌یی است، همان‌گونه که این اثرات در اغلب مطالعات آزمایشگاهی مشاهده می‌شود.[۲]

برخی سیستم‌های سازه‌یی شامل مدل‌های باک[۱] ـ ون[۲]، اُجدمایر[۳]، رامبرگ[۴] ـ اُسگود[۵] و برخی مدل‌های دیگر، پاسخ لرزه‌یی سیستم‌های مذکور را با فرض رفتار

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۳/۱۰/۷، اصلاحیه ۱۳۹۴/۳/۱۲، پذیرش ۱۳۹۴/۴/۱.

غیرخطی آن‌ها مورد بررسی و ارزیابی قرار داده‌اند. همچنین در مطالعات انجام‌شده، سازه رفتار چرخه‌یی کشسان ـ خمیری و یا رفتار چرخه‌یی دو خطی دارد.[۳]

بسیاری از اعضاء سازه‌یی به‌هنگام بارگذاری چرخه‌یی ممکن است در معرض پدیده‌های کاهندگی مختلفی از قبیل: باریک‌شدگی، کاهندگی سختی، کاهندگی مقاومت، لغزش و یا ترکیبی از این اثرات قرارگیرند. این موضوع خصوصاً برای اعضاء سازه‌های بتن مسلح در معرض بارگذاری‌های چرخه‌یی مشهود است. به‌عنوان مثال، کاهندگی می‌تواند ناشی از ترک‌خوردگی، خردشدگی، کمانش میلگرد، باز و بسته‌شدن ترک‌ها، اصطکاک بین اجزا و واکنش‌های با تنش‌های برشی و محوری بالا باشد. میزان کاهندگی، از یک‌سو به مشخصات اعضاء سازه‌یی از قبیل: خواص مواد، هندسه‌ی اعضا، و نوع و مشخصات اتصالات، و از سوی دیگر، به تاریخچه‌ی بارگذاری شامل: شدت بارگذاری در هر سیکل، تعداد سیکل‌ها، و تناوب سیکل‌های بارگذاری بستگی دارد.

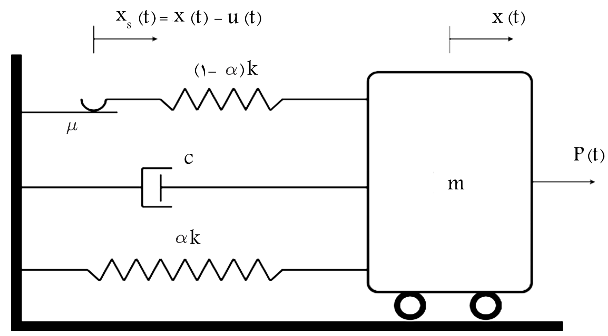
از جمله تلاش‌های اولیه به‌منظور بیان مدل کاهندگی اعضاء سازه‌یی در معرض بارگذاری چرخه‌یی در سال ۱۹۵۸ صورت گرفته است؛ که در آن، یک مدل رفتاری برای مطالعه‌ی پاسخ اتصالات به بارگذاری چرخه‌یی پیشنهاد شده است.[۴] برخی پژوهشگران با توجه به کاهش سختی مشاهده‌شده در اعضاء بتنی، یک مدل کاهندگی سختی را توسعه داده‌اند، به‌طوری که در آن باربرداری با سختی معادل سختی اولیه رخ دهد، اما به‌هنگام بارگذاری مجدد از میزان سختی کاسته شود. آن‌ها از مدل مذکور جهت مطالعه‌ی پاسخ سیستم‌های تک درجه آزادی در معرض ۴ طیف شتاب استفاده کرده‌اند.[۵] نوع کلی از مدل‌هایی که باریک‌شدگی و کاهندگی سختی داشته‌اند، در سال‌های ۱۹۷۳، ۱۹۷۷ و ۱۹۷۸ توسعه داده شده است.[۶و۷] مدل مذکورمشابه مدل‌های توسعه‌یافته‌ی پیشین،[۴،۶و۷] ترکیبی از اجزاء کشسان خطی و لغزش کولومب بوده است.[۸] در سال ۱۹۷۳ نیز با مطالعه‌ی اثرات کاهندگی سختی در تقاضای شکل‌پذیری دو ساختمان چند طبقه‌ی ایده‌ال، یکی با دوره‌ی تناوب ارتعاش ۰٫۵ ثانیه و دیگری با دوره‌ی تناوب ۲ ثانیه، این نتیجه به‌دست آمده است که کاهندگی سختی، اثر ناچیزی در تقاضای شکل‌پذیری ساختمان‌های نرم دارد؛ اما در مقابل، کاهندگی سختی باعث افزایش تقاضای شکل‌پذیری ساختمان‌های سخت می‌شود.[۹] در سال‌های ۱۹۹۸ و ۱۹۹۹ نیز در مطالعاتی به بررسی اثرات باریک‌شدگی و کاهندگی سختی در سازه‌های تک درجه آزادی و چند درجه آزادی با به‌کارگیری مدل چرخه‌یی توسعه یافته پرداخته شده،[۱۰و۱۱] و این نتیجه به‌دست آمده است که باریک‌شدگی برای سیستم‌های تک درجه آزادی با دوره‌ی تناوب متوسط و طولانی باعث تشدید نسبتاً کوچک پاسخ جابه‌جایی بدون توجه به مقاومت تسلیم می‌شود. اما برخلاف این موضوع، برای سازه‌های با دوره‌ی تناوب کوتاه، که در معرض تعداد زیادی سیکل چرخه‌یی قرار دارند، تشدید جابه‌جایی به‌طور چشمگیری افزایش می‌یابد. همچنین ملاحظه شده است که اثر رابطه‌ی نیرو ـ تغییرشکل باریک‌شونده در نسبت جابه‌جایی، حساسیت زیادی به شدت زمین‌لرزه ندارد. برای سازه‌های چند درجه آزادی نیز این نتیجه به‌دست آمده است که باریک‌شدگی در سیستم‌های غیرکشسان، تغییرشکل مشابهی با سیستم‌های تک درجه آزادی دارد. همچنین با بررسی اثر سختی منفی پس‌تسلیم در سیستم‌های تک درجه آزادی و چند درجه آزادی این نتیجه به‌دست آمده است که برای سیستم‌های تک درجه آزادی سختی منفی پس‌تسلیم (که با عنوان اثرات پی ـ دلتا نیز ذکر می‌شود)، تأثیر بزرگی در تقاضای جابه‌جایی سیستم‌های با مشخصات دو خطی دارد. این اثر با افزایش نسبت سختی منفی (α)، کاهش مقاومت تسلیم، و کاهش دوره‌ی تناوب ارتعاش سیستم به سرعت افزایش می‌یابد.[۱۰و۱۱] براساس طبقه‌بندی کلی مدل‌های توسعه‌یافته‌ی کاهنده و غیرکاهنده،[۶و۷] یک مدل چرخه‌یی عمومی (۱۹۹۹ و ۲۰۰۰) با استفاده از توصیف تحلیلی (مبتنی بر معادلات دیفرانسیل) مدل‌های مکانیکی متشکل از مجموعه‌یی از فنرهای خطی، میراگرها، و لغزنده‌ها معرفی و توسعه داده شده است. مدل مذکور معرف اثرات باریک‌شدگی، کاهش سختی، و کاهش مقاومت بوده و با استفاده از آن نشان داده شده است که رفتار چرخه‌یی چند خطی می‌تواند از طریق حل ($۲n - ۱$) معادله‌ی دیفرانسیل حاصل شود، که در آن n تعداد بخش‌های خطی موجود در مدل است.[۱و۱۲] در سال ۲۰۰۴ نیز روندی ساده برای تخمین سریع و منطقی تقاضای لرزه‌یی سیستم‌های چند درجه آزادی پیشنهاد شده و این نتیجه به‌دست آمده است که چنانچه تغییرشکل‌های جانبی از طریق فراهم‌ساختن سختی و مقاومت جانبی کافی و نیز ظرفیت استهلاک انرژی سازه کنترل شود، می‌توان به یک کنترل مناسب خسارت دست یافت.[۱۳]

همچنین در سال‌های ۲۰۰۰ و ۲۰۰۶، یک مدل چرخه‌یی کاربردی‌تر با درنظرگرفتن بخش‌های منحنی‌وار ملایم ارائه شده است، که به لحاظ مفهومی براساس مدل‌های توسعه‌یافته‌ی کاهنده و غیرکاهنده‌ی اخیر،[۶،۷و۱۲] بوده است.[۱۴] در سال ۲۰۰۵ نیز اثر رفتار چرخه‌یی در تغییرشکل‌های بیشینه‌ی سیستم‌های تک درجه آزادی در معرض مجموعه‌یی از ۲۴۰ زمین‌لرزه‌ی ثبت‌شده درکالیفرنیا مورد بررسی قرارگرفته و ۷ نوع رفتار چرخه‌یی مختلف شامل مدل‌های: کشسان ـ خمیری، دو خطی، اصلاح‌شده‌ی کلاف، تاکدا، origin-oriented، کاهندگی متوسط، و کاهندگی شدید بررسی شده است. مدل‌های اصلاح‌شده‌ی کلاف، تاکدا، و origin-oriented فقط در معرض کاهندگی سختی، و مدل‌های با کاهندگی متوسط و شدید تحت اثر هم‌زمان کاهش سختی و کاهش مقاومت چرخه‌یی قرار گرفته‌اند و این نتیجه به‌دست آمده است که سختی مثبت پس‌تسلیمی اثر نسبتاً اندکی به جز سیستم‌های با دوره‌های تناوب ارتعاش خیلی کوتاه ($T < ۰٫۲\ \text{sec}$) دارد. همچنین مشاهده شده است که اثرات رفتار چرخه‌یی برای سازه‌های با دوره‌ی تناوب ارتعاش بزرگ‌تر از حدوداً ۰٫۷ ثانیه و در معرض زمین‌لرزه‌های ثبت‌شده در زمین‌های با بستر خاکی محکم نسبتاً کوچک است.[۱۵] در مطالعه‌ی دیگری در سال ۲۰۰۵ با بررسی و مقایسه‌ی مدل‌های چرخه‌یی مختلف با نتایج آزمایشگاهی برخی سیستم‌های سازه‌های مختلف، نشان داده شده است که نوع رفتار چرخه‌یی اصولاً زمانی حائز اهمیت است که سازه حالت خرابی کلی خود را حفظ کند و همچنان پایدار بماند.[۲]

این تذکر لازم است که دکتر مستقل،[۱و۱۲] و اغلب پژوهشگران اثر لغزش را در مدل خود مطرح نساخته‌اند، اما با توجه به اثر قابل ملاحظه‌ی آن در میزان استهلاک انرژی و عملکرد سازه به‌هنگام اعمال بارهای لرزه‌یی، اثر لغزش باید مورد بررسی قرار گیرد. به این منظور برخی پژوهشگران در سال ۲۰۱۲ مدل دو خطی دکتر مستقل را با درنظرگرفتن اثر لغزش توسعه داده و با بررسی مدل دو خطی ایشان به این نتیجه رسیده‌اند که معادلات مطرح‌شده‌ی دکتر مستقل، برخی شرایط مرزی مربوط به حلقه‌ی اولیه‌ی چرخه را ارضا نمی‌کنند؛ لذا یک اصلاح اساسی نیز در مدل دکتر مستقل اعمال کرده‌اند.[۱۶]

۲. معرفی مدل دکتر مستقل

دکتر مستقل (۱۹۹۹)،[۱] با درنظرگرفتن یک سیستم مکانیکی تک درجه آزادی متشکل از جرم، فنر، و میراگر (شکل ۱)، رفتار دو خطی سیستم مذکور را با استفاده از توابع ۰ و ۱ بیان کرده است. این توابع که به منظور بیان شرایط مرزی حاکم بر یک



شکل ۱. سیستم مکانیکی تک درجه آزادی.

حلقه‌ی چرخه‌یی دو خطی استفاده شده‌اند، مطابق روابط ۱ الی ۵ هستند:

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} -1 & \text{if } x < 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \\ 1 & \text{if } x > 0 \end{cases} \tag{1}$$

$$N(x) = 0/5[1 + \operatorname{sgn}(x)]\{1 + [1 - \operatorname{sgn}(x)]\} = \begin{cases} 1 & \text{if } x \geq 0 \\ 0 & \text{if } x < 0 \end{cases} \tag{2}$$

$$M(x) = 1 - N(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \geq 0 \\ 1 & \text{if } x < 0 \end{cases} \tag{3}$$

$$\overline{N}(x) = M(-x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x > 0 \\ 0 & \text{if } x \leq 0 \end{cases} \tag{4}$$

$$\overline{M}(x) = N(-x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x > 0 \\ 1 & \text{if } x \leq 0 \end{cases} \tag{5}$$

که در آن‌ها، $\operatorname{sgn}(x)$ تابع علامت و $N(x)$ تابع پله‌یی واحد هستند و سایر توابع نیز بر حسب آن‌ها تعریف می‌شوند.

مدل دکتر مستقل، مطابق شکل ۱ شامل: جرم m، میراگر با ضریب میرایی ویسکوز c، و دو فنر با سختی αk و $(1-\alpha)k$ بوده است. فنر با سختی αk مستقیماً به جرم متصل بوده و جابه‌جایی متناظر با آن $x(t)$ است. همچنین فنر با سختی $(1-\alpha)k$ از طریق یک لغزنده با ضریب اصطکاک μ به جرم متصل شده است و تغییرشکل $u(t)$ دارد. در سیستم مذکور، k سختی کل سیستم و $\alpha \leq 1$ ضریب سختی آن است. نیروی خارجی اعمال‌شده به جرم از طریق تابع $P(t)$ تعریف می‌شود.

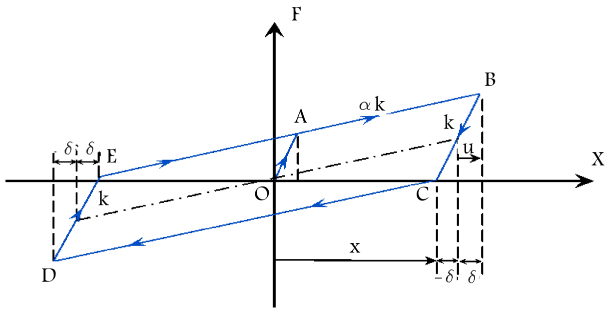
معادله‌ی تعادل دینامیکی حاکم بر سیستم شکل ۱ مطابق رابطه‌ی ۶ است:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + \alpha k x + (1-\alpha)ku = P(t) \tag{6}$$

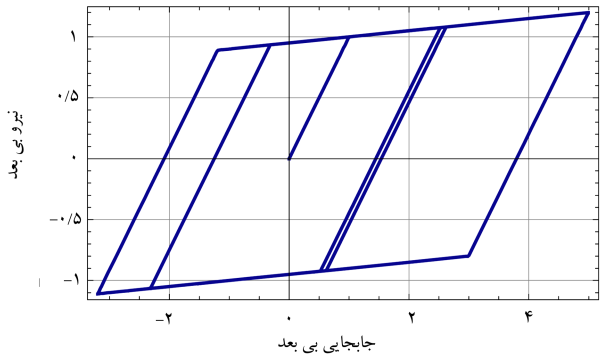
نیروی موجود در لغزنده (نیروی اصطکاکی کولمب[6]) از رابطه‌ی ۷ به‌دست می‌آید:

$$\mu m g = (1-\alpha)ku \tag{7}$$

که در آن، $-\delta \leq u \leq \delta$ و δ بیشینه‌ی تغییرشکل فنر متصل به لغزنده است. هنگامی که این فنر به بیشینه‌ی تغییرشکل خود δ برسد، لغزنده شروع به لغزیدن می‌کند و سختی کل سیستم از k به αk کاهش می‌یابد.



شکل ۲. حلقه‌ی چرخه‌یی یک سیستم دو خطی.



شکل ۳. پاسخ یک سیستم چرخه‌یی دو خطی غیرکاهنده.

مطابق شکل ۱، $x_s(t)$ تغییرشکل لغزنده است که از رابطه‌ی ۸ به‌دست می‌آید:

$$x_s(t) = x(t) - u(t) \tag{8}$$

معادله‌ی ۶ دو مجهول x و u دارد و جهت حل آن باید معادله‌ی دیگری ارائه شود. برای این منظور، دکتر مستقل با استفاده از روابط ۱ الی ۴ به بررسی شرایط مرزی حاکم بر بخش‌های کشسان و خمیری یک حلقه‌ی چرخه‌یی دو خطی (شکل ۲)، مطابق بندهای ۱ الی ۳ پرداخته است:

۱. سرعت $\dot{x} = \frac{\partial x}{\partial t}$، در امتداد مسیرهای OA، DE و EAB مثبت و در امتداد مسیرهای BC و CD منفی است.

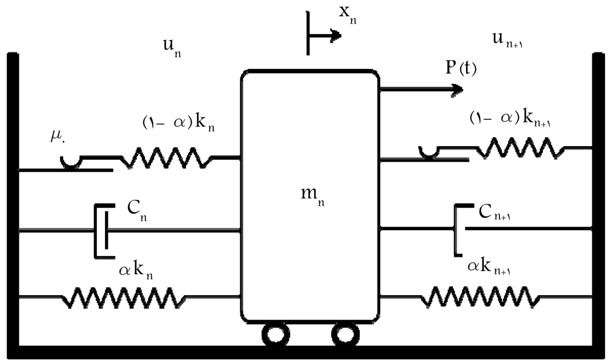
۲. با توجه به اینکه u تغییرشکل فنر متصل به لغزنده است، تا زمانی‌که سیستم در حالت لغزشی است (یعنی فنر با سختی $(1-\alpha)k$ به تغییرشکل بیشینه‌ی خود δ رسیده است)، تغییرشکل در این فنر ثابت باقی خواهد ماند. بنابراین، در امتداد مسیرهای لغزشی EAB و CD، سرعت $\dot{u} = 0$ و در امتداد مسیرهای OA، BC و DE سرعت $\dot{u} = \dot{x}$ است.

۳. در امتداد مسیر BC تغییرشکل فنر $u \geq -\delta$ و در امتداد مسیر DE تغییرشکل فنر $u \leq \delta$ است.

با توجه به بندهای ۱ الی ۳ و استفاده از روابط ۱ الی ۴ در هر مسیر، معادله‌ی ۹ به‌دست می‌آید:

$$\dot{u} = \dot{x}[\overline{N}(\dot{x})\overline{M}(u-\delta) + M(\dot{x})N(u+\delta)] \tag{9}$$

با فرض شرایط مرزی اولیه‌ی صفر $(x(0) = u(0) = 0)$ مربوط به سیستم شکل ۱ و حل هم‌زمان معادلات دیفرانسیل ۶ و ۹ در نرم‌افزار متمتیکا[7]، رفتار چرخه‌یی دو خطی یک سیستم تک درجه آزادی غیرکاهنده تحت اثر بار خارجی مطابق شکل ۳ حاصل می‌شود.



شکل ۴. شکل کلی درجه آزادی nاُم یک سیستم مکانیکی چند درجه آزادی دو خطی.

جهت توسعه‌ی معادلات حاکم بر یک سیستم چند درجه‌ی آزادی دو خطی، سیستم مکانیکی شکل ۴ در نظرگرفته شده است. مطابق شکل مذکور، m_n، k_n و c_n به ترتیب جرم، سختی، و میرایی ویسکوز هستند. فنرها با سختی αk_n و αk_{n+1} مستقیماً به جرم متصل و تغییرشکل $(x_n - x_{n-1})$ دارند. همچنین در هر طرف جرم m_n، دو فنر دیگر به طور متقارن و به‌صورت موازی، از طریق یک لغزنده با ضریب اصطکاک μ_0 به جرم متصل شده‌اند، که سختی‌های $(1-\alpha)k_n$ و $(1-\alpha)k_{n+1}$ دارند و به ترتیب تغییرشکل‌های u_n و u_{n+1} برای هر درجه آزادی دارند. $0 \leq \alpha \leq 1$ معرف نسبت سختی پیش‌تسلیمی است. دو حالت $\alpha = 1$ و $\alpha = 0$ به ترتیب بیان‌گر سیستم‌های خطی و سیستم‌های کشسان ـ خمیری کامل هستند. جابه‌جایی کل جرم متناظر با x_n و جابه‌جایی لغزشی لغزنده‌ی nاُم نیز برابر $(x_n - x_{n-1}) - u_n$ است. $P(t)$ نیروی وارد به جرم m_n بر حسب زمان است.

مطابق شکل ۴، معادله‌ی تعادل جرم nاُم به‌صورت رابطه‌ی ۱۰ بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} &m_n\ddot{x}_n - \alpha k_n x_{n-1} + \alpha(k_n + k_{n+1})x_n - \alpha k_{n+1}x_{n+1} \\ &\quad + (1-\alpha)k_n u_n - (1-\alpha)k_{n+1}u_{n+1} = P(t), \\ &\quad n = 1, 2, \ldots, N \end{aligned} \tag{10}$$

رابطه‌ی ۱۰ به ازاء $n = 1, 2, 3$ به ۳ معادله‌ی مجزا تبدیل می‌شود، که می‌توان این معادلات را به فرم ماتریسی بدین صورت بیان کرد:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} + \alpha \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} + (1-\alpha) \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 & 0 \\ 0 & k_2 & -k_3 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = P(t)$$

بنابراین معادله‌ی تعادل دینامیکی کل سیستم چند درجه آزادی به‌صورت رابطه‌ی ۱۱ است:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + \alpha K x + (1-\alpha)K_s u = P(t) \tag{11}$$

که در آن، m، K و K_s به ترتیب ماتریس قطری جرم و ماتریس‌های سختی هستند و با استفاده از رابطه‌ی ۱۲ تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} m &= \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & . & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & . & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & m_N \end{bmatrix}; \\ K &= \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & . & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & . & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & k_N \end{bmatrix}; \\ K_s &= \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 & 0 & . & 0 \\ 0 & k_2 & -k_3 & . & 0 \\ 0 & 0 & k_3 & . & . \\ . & . & . & . & -k_N \\ 0 & 0 & 0 & . & k_N \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{12}$$

دکتر مستقل جهت درنظرگرفتن اثرات هم‌زمان کاهندگی شامل باریک‌شدگی، کاهش سختی، و کاهش مقاومت برای یک سیستم چند درجه آزادی، با توجه به شرایط مرزی ذکرشده در بخش قبل و استفاده از تابع انرژی، معادلات نهایی بی بُعد را ارائه کرده است. وی جهت بی بُعدکردن معادلات مربوط، از مجموعه‌ی روابط ۱۳ استفاده کرده است:

$$\begin{aligned} &x_n = y_n\delta; \quad u_n = z_n\delta; \quad k_n = k\kappa_n; \quad m_n = m\mu_n; \\ &\omega = \sqrt{k/m}; \quad \tau = \omega t; \quad \zeta = \frac{c}{2m\omega} \end{aligned} \tag{13}$$

رابطه‌ی بی بُعد معادله‌ی تعادل دینامیکی سیستم چند درجه آزادی به صورت رابطه‌ی ۱۴ است:

$$\mu\ddot{y} + 2\zeta\eta\dot{y} + \alpha\kappa y + (1-\alpha)\kappa_s z = P(\tau) \tag{14}$$

معادله‌ی مربوط به شرایط مرزی برای nاُمین درجه آزادی یک سیستم چند درجه آزادی به‌صورت رابطه‌ی ۱۵ است:

$$\begin{aligned} \dot{z}_n = {} & \Phi_n(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1})\{\overline{N}(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1})[\overline{M}(z_n - \lambda_p\Psi_n)\overline{M}(y_n - y_{n-1}) \\ & + \overline{M}(z_n - \Psi_n)\overline{N}(y_n - y_{n-1})] \\ & + M(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1})[N(z_n + \lambda_p\Psi_n)N(y_n - y_{n-1}) \\ & + N(z_n + \Psi_n)M(y_n - y_{n-1})]\}, \quad n = 1, 2, \ldots, N \end{aligned} \tag{15}$$

که در آن، Φ_n و Ψ_n به ترتیب توابع کاهندگی سختی و کاهندگی مقاومت هستند، که به‌صورت رابطه‌های ۱۶ و ۱۷ تعریف می‌شوند:

$$\Phi_n = \frac{1}{1 + \lambda_k h_n(t)} \tag{16}$$

$$\Psi_n = \frac{1}{1 + \lambda_l h_n(t)} \tag{17}$$

که در آن‌ها، $\lambda p \geq 0$، $\lambda_k \geq 0$ و $\lambda_l \geq 0$ به ترتیب ضرایب باریک‌شدگی، کاهش سختی، و کاهش مقاومت هستند. هم‌چنین $h(t)$ تابع انرژی کل سیستم چرخه‌یی‌است، که از رابطه‌ی ۱۸ به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{h}_n =& \Psi_n(1-\alpha)\,|\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1}|\,[N(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1})N(y_n - y_{n-1} - \gamma_p) \\ &+ \overline{M}(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1})M(y_n - y_{n-1} + \gamma_p) \\ &+ \lambda_p \overline{N}(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1})M(y_n - y_{n-1}) \\ &+ \lambda_p M(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1})N(y_n - y_{n-1})] \\ &\times |\, 1 - \{\overline{N}(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1})[\overline{M}(z_n - \lambda_p \Psi_n)\overline{M}(y_n - y_{n-1}) \\ &+ \overline{M}(z_n - \Psi_n)\overline{N}(y_n - y_{n-1})] \\ &+ M(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1})[N(z_n + \lambda_p \Psi_n)N(y_n - y_{n-1}) \\ &+ N(z_n + \Psi_n)M(y_n - y_{n-1})]\}\,|, \qquad n = 1, 2, ..., N \end{aligned} \tag{18}$$

معادلات ۱۴، ۱۵ و ۱۸ به همراه شرایط اولیه، به طورکامل پاسخ یک سیستم چند درجه آزادی دو خطی شامل اثرات کاهندگی از قبیل: باریک‌شدگی، کاهش سختی، و کاهش مقاومت را بیان می‌کنند. معادلات حاکم برای موارد خاص را می‌توان با استفاده از معادلات ذکرشده و با انتخاب مناسب α، λ_p، λ_k و λ_l به‌دست آورد. مثال ۱، که بر مبنای مثال موجود در نوشتار دکتر مستقل،[۱۲] حل شده است، اثرات هم‌زمان عوامل کاهندگی در رفتار چرخه‌یی یک سیستم سه درجه آزادی دو خطی تحت اثر یک بار فرضی و نیز صحت مدل‌سازی انجام‌شده در این نوشتار با مرجع اصلی را به درستی نشان می‌دهد.

مثال ۱. یک قاب برشی ۳ طبقه با جرم و سختی یکسان و میرایی ویسکوز صفر برای تمامی طبقات مطابق شکل ۵ در نظر گرفته شده است. ماتریس‌های بی بُعد متناظر با جرم و سختی طبقات بدین صورت به‌دست می‌آیند:

$$\mu = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \kappa = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\kappa_s = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

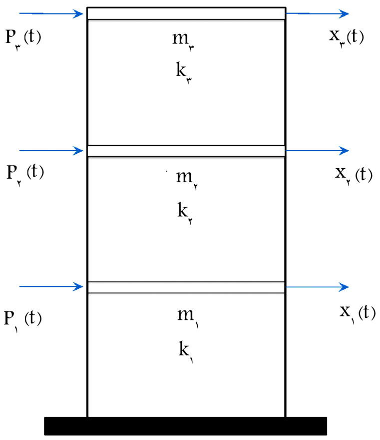
به طوری‌که $m = m_1 = m_2 = m_3$ و $k = k_1 = k_2 = k_3$.

چنانچه نسبت سختی $\alpha = 0{,}05$، نسبت مقاومت $\lambda_p = 0{,}1$، ضرایب کاهندگی سختی $\lambda_k = 0{,}2$، و کاهندگی مقاومت $\lambda_l = 0{,}01$ باشند و فرض شود که قاب در بالاترین طبقه تحت اثر بار هارمونیک $P(\tau) = 5\sin(\beta\tau)$ باشد، ماتریس بارگذاری بدین صورت قابل بیان خواهد بود:

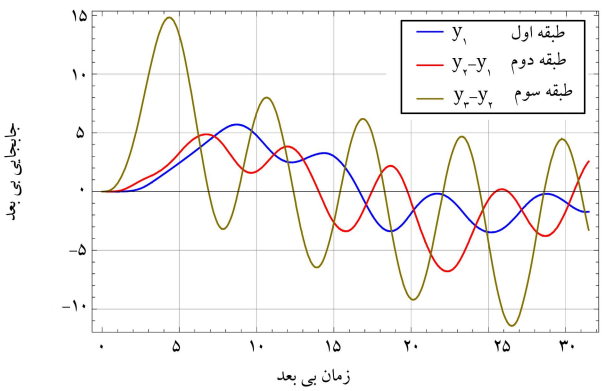
$$P(\tau) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin\beta\tau \end{Bmatrix}$$

با فرض شرایط اولیه‌ی سکون $y(0) = \dot{y}(0) = z(0) = h(0) = 0$ و $\beta = 1$، جابه‌جایی نسبی درون طبقه‌یی و پاسخ‌های نیرو ـ جابه‌جایی برای ۵ سیکل اول بارگذاری و برای هر طبقه مطابق شکل ۶ الی ۹ نشان داده شده است.

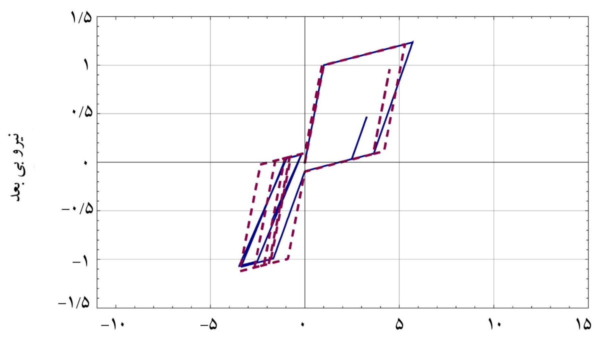
در شکل ۷ الی ۹، نمودار با خط ممتد مربوط به رفتار چرخه‌یی شامل اثرات باریک‌شدگی، کاهش سختی، و کاهش مقاومت، و نیز نمودار خط‌چین بیان‌گر رفتار چرخه‌یی تحت اثر باریک‌شدگی است. جهت نشان‌دادن بهتر تأثیر اثرات کاهش سختی و کاهش مقاومت در رفتار چرخه‌یی هر طبقه، نمودارهای ذکرشده به‌صورت هم‌زمان رسم شده‌اند. با مقایسه‌ی دو نمودار مذکور مشاهده می‌شود که اثرات کاهندگی در میزان انرژی کل چرخه‌یی اثر قابل ملاحظه‌یی دارند؛ چرا که با درنظرگرفتن این اثرات، سطح داخل هر چرخه با گذشت زمان دچار کاهش بیشتری می‌شود و این کاهش متناظر با کاهش انرژی کل جذب‌شده توسط سازه است.



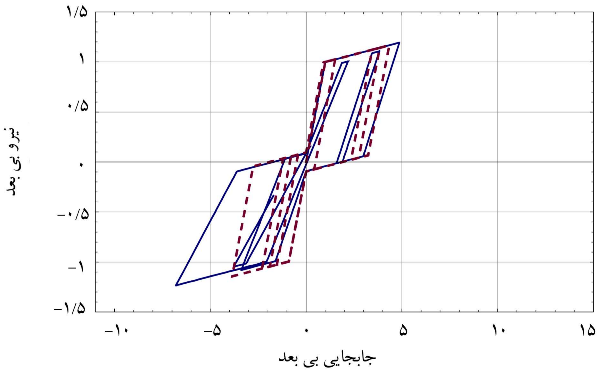
شکل ۵. قاب برشی ۳ درجه آزادی.



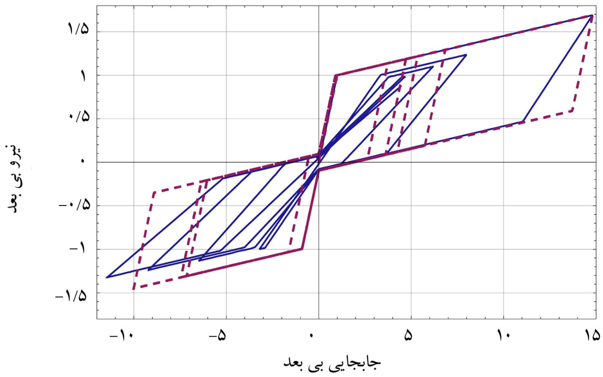
شکل ۶. پاسخ جابه‌جایی نسبی درون طبقه‌یی تحت اثر بارگذاری هارمونیکی.



شکل ۷. پاسخ نیرو ـ جابه‌جایی طبقه‌ی اول به بارگذاری هارمونیکی تحت اثر باریک‌شدگی، کاهش سختی، و کاهش مقاومت.



شکل ۸. پاسخ نیرو ـ جابه‌جایی طبقه‌ی دوم به بارگذاری هارمونیکی تحت اثر باریک‌شدگی، کاهش سختی، و کاهش مقاومت.

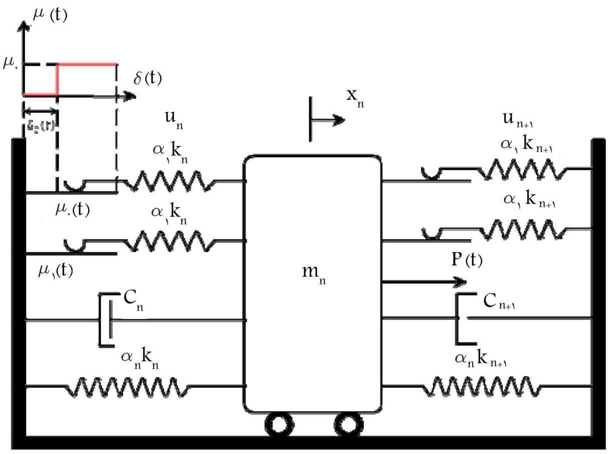


شکل ۹. پاسخ نیرو ـ جابه‌جایی طبقه‌ی سوم به بارگذاری هارمونیکی تحت اثر باریک‌شدگی، کاهش سختی، و کاهش مقاومت.

۳. توسعه‌ی مدل چند درجه آزادی دکتر مستقل با درنظرگرفتن اثر لغزش

زینلیان و همکاران (۲۰۱۲)،[۱۲] با بررسی مدل دو خطی دکتر مستقل به این نتیجه رسیده‌اند که معادلات مطرح‌شده‌ی دکتر مستقل، برخی شرایط مرزی مربوط به حلقه‌ی اولیه چرخه را ارضا نمی‌کند؛ لذا یک اصلاح اساسی در مدل ایشان اعمال کرده و مدل دو خطی اصلاح‌شده‌ی دکتر مستقل را با درنظرگرفتن اثر لغزش توسعه داده‌اند. پدیده‌ی لغزش به طور متداول در عملکرد چرخه‌یی بسیاری از سازه‌ها از جمله سازه‌های سرد نوردشده‌ی فولادی قابل مشاهده است. این عامل به واسطه‌ی تغییرشکل‌های خمیری اجزاء سازه از قبیل اتصالات و مهاربندهای جانبی به‌وجود می‌آید. لغزش معمولاً پس از چرخه‌های اولیه ظاهر و به‌تدریج و با افزایش جابه‌جایی جانبی قاب افزایش می‌یابد.

جهت درنظرگرفتن رفتار چرخه‌یی چند خطی سازه‌های چند درجه آزادی، سیستم مکانیکی درجه آزادی nاُم مطابق شکل ۱۰ معرفی شده است، که طبق آن m_n، k_n و c_n به ترتیب جرم، سختی، و میرایی ویسکوز هستند. فنرها با سختی $\alpha_n k_n$ و $\alpha_n k_{n+1}$ مستقیماً به جرم متصل و دارای تغییرشکل $(x_n - x_{n-1})$ هستند. همچنین در هر طرف جرم m_n، تعداد $(n-1)$ فنر به طور متقارن و به‌صورت موازی از طریق یک لغزنده با ضریب اصطکاک متغیر $\mu(t)$ به جرم متصل شده‌اند، که به ترتیب دارای سختی‌های $\alpha_i k_n$ و $\alpha_i k_{n+1}$ و تغییرشکل‌های u_n و u_{n+1} برای هر درجه آزادی هستند. $P(t)$ نیروی خارجی متغیر با زمان است که به درجه آزادی nاُم اعمال می‌شود. این تذکر لازم است که مجموع سختی تمامی فنرهای متصل به جرم معادل k است؛ لذا مجموع α_iها برابر ۱ می‌شود. $0 \leq \alpha \leq 1$ معرف نسبت سختی پیش‌تسلیمی بوده و جابه‌جایی کل جرم نیز متناظر با x_n است.



شکل ۱۰. سیستم مکانیکی جرم و فنر درجه‌ی nاُم یک سازه‌ی چند درجه آزادی چند خطی.

با توجه به شکل ۱۰ می‌توان معادله‌ی تعادل دینامیکی جرم nاُم را به‌صورت ماتریسی (رابطه‌ی ۱۹) بیان کرد:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + \alpha_n K x + \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i K_s u_i = P(t) \qquad (19)$$

که در آن، M، K و K_s به ترتیب ماتریس قطری جرم و ماتریس‌های سختی هستند که در بخش ۲ معرفی شده‌اند.

جزء سوم رابطه‌ی ۱۹ مربوط به فنرهایی است که مستقیماً به جرم متصل هستند و جزء چهارم آن نیز مربوط به فنرهایی است که به لغزنده متصل هستند. بردار نیروی مقاوم سیستم به‌صورت رابطه‌ی ۲۰ است:

$$f = \alpha_n K x + \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i K_s u_i \qquad (20)$$

به منظور درنظرگرفتن پدیده‌های کاهندگی، با استفاده از توابع پایه‌ی ۱ الی ۴ باید معادله‌یی ارائه شود که شرایط مرزی حلقه‌های چرخه‌یی مشابه با شرایط مرزی ذکرشده در بخش ۲ را ارضا کند. با درنظرگرفتن شرایط مذکور، معادله‌ی نهایی ۲۱ حاصل شده است:

$$\begin{aligned}\dot{z}_n =& \Phi_n(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1})\{N(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1})[M(z_n - \lambda_p \Psi_n) \\ & \overline{M}(y_n - y_{n-1} - \delta_0) + M(z_n - \Psi_n)\overline{N}(y_n - y_{n-1} - \delta_0)] \\ & + M(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1})[\overline{N}(z_n + \lambda_p \Psi_n) N(y_n - y_{n-1} - \delta_0) \\ & + \overline{N}(z_n + \Psi_n) M(y_n - y_{n-1} - \delta_0)\overline{M}(y_n - y_{n-1} + \delta_0)]\}\end{aligned} \qquad (21)$$

که در آن، Φ_n و Ψ_n به ترتیب توابع کاهندگی سختی و کاهندگی مقاومت درجه nاُم هستند، که از رابطه‌های ۱۶ و ۱۷ بدست می‌آیند. که در آن‌ها، $\lambda_k \geq 0$ و $\lambda_l \geq 0$ به ترتیب ضرایب کاهش سختی و کاهش مقاومت هستند. $h(t)$ تابع انرژی کل سیستم چرخه‌یی و $\dot{h}$ نرخ تغییرات انرژی کل نسبت به زمان است که از رابطه‌ی

۲۲ و γ_p در آن، از رابطه‌ی ۲۳ به‌دست می‌آیند:

$$\begin{aligned}\dot{h}_n =& \Psi_n \alpha_i |\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1}| [N(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1}) N(y_n - y_{n-1} - \gamma_p) \\ &+ \overline{M}(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1}) M(y_n - y_{n-1} + \gamma_p) \\ &+ \lambda_p \overline{N}(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1}) M(y_n - y_{n-1}) \\ &+ \lambda_p M(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1}) N(y_n - y_{n-1})] \\ &\times |1 - \{N(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1})[M(z_n - \lambda_p \Psi_n) \overline{M}(y_n - y_{n-1} - \delta_0) \\ &+ M(z_n - \Psi_n) \overline{N}(y_n - y_{n-1} - \delta_0)] \\ &+ M(\dot{y}_n - \dot{y}_{n-1})[\overline{N}(z_n + \lambda_p \Psi_n) N(y_n - y_{n-1} - \delta_0) \\ &+ \overline{N}(z_n + \Psi_n) M(y_n - y_{n-1} - \delta_0) \overline{M}(y_n - y_{n-1} + \delta_0)] \,|\end{aligned} \quad (22)$$

$$\gamma_p = \frac{\delta_p}{\delta} = (1 - \lambda_p) \quad (23)$$

با حل هم‌زمان معادلات ۱۹، ۲۱ و ۲۴ در نرم‌افزار متمتیکا، و انتخاب شرایط اولیه‌ی مناسب، پاسخ یک سیستم چند درجه آزادی ـ چند خطی شامل تمامی عوامل کاهندگی حاصل می‌شود؛ که در ادامه با ذکر یک مثال دیگر این موضوع مورد بررسی قرار گرفته است.

مثال ۲. قاب برشی ۳ طبقه‌ی مثال ۱ با فرض رفتار چهار خطی و درنظرگرفتن اثر لغزش، به‌صورت مشخصات ارائه‌شده فرض شده است:

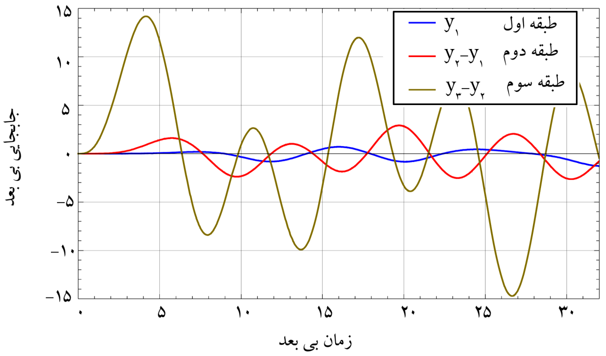
$$\xi = 0, \quad \alpha_1 = 0.65, \quad \alpha_2 = 0.2, \quad \alpha_3 = 0.1,$$
$$\alpha_4 = 0.05, \quad \gamma_1 = 1, \quad \gamma_2 = 2, \quad \gamma_3 = 3,$$
$$\lambda_p \equiv \lambda_{pi} = 0.1, \quad \lambda_k \equiv \lambda_{ki} = 0.1, \quad \lambda_l \equiv \lambda_{li} = 0.01,$$
$$i = 1, 2, \ldots, n-1$$

$$\mu = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \kappa = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix};$$

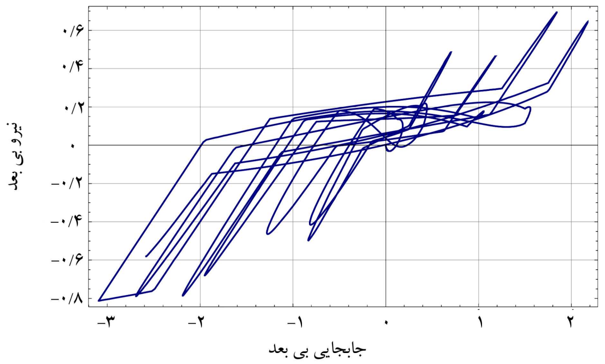
$$\kappa_s = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\delta_0(\tau) = 0.125\, Floor\left[\frac{\tau}{2\pi}\right]$$

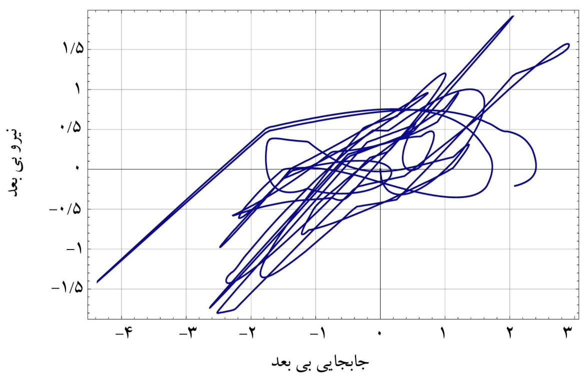
شکل ۱۱ نشان دهنده جابجایی نسبی طبقات تحت بارگذاری هارمونیکی است و شکل‌های ۱۲ الی ۱۴ نمایانگر رفتار چرخه‌یی یک سیستم سه درجه آزادی چهار خطی با درنظرگرفتن تمامی اثرات کاهندگی هستند. مطابق شکل‌های ۱۲ و ۱۳، رفتار چرخه‌یی حاصل برای طبقات اول و دوم، نظم مناسبی ندارند و حلقه‌های چرخه‌یی در مدت بارگذاری هارمونیکی مسیرهای بارگذاری و باربرداری مشخصی را طی نمی‌کنند. پاسخ چرخه‌یی طبقه‌ی سوم (شکل ۱۴)، نیز علی‌رغم فرض چهار خطی‌بودن سیستم ذکرشده در مثال ۲، رفتاری نزدیک به دو خطی از خود نشان می‌دهد، به این دلیل که در معادلات توسعه داده‌شده (معادلات ۱۹ تا ۲۵) برای تعیین رفتار چرخه‌یی، پارامترهای مختلفی شامل: جرم، سختی، ضریب میرایی، انرژی مستهلک‌شده، و بار خارجی وارد به سازه نقش مؤثری را ایفا می‌کنند. بنابراین حرکت چرخه‌یی سازه‌ها لزوماً، حرکت منظم و یکنواختی ندارد.



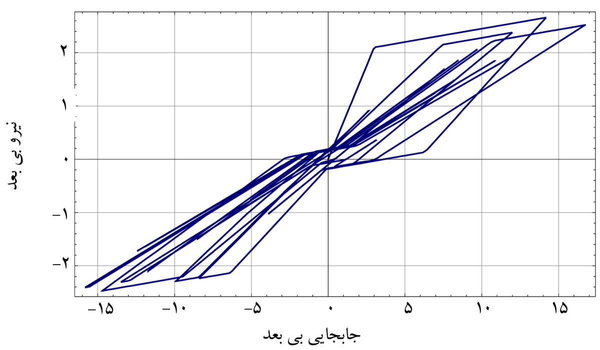
شکل ۱۱. پاسخ جابه‌جایی نسبی درون‌طبقه‌یی تحت اثر بارگذاری هارمونیکی.



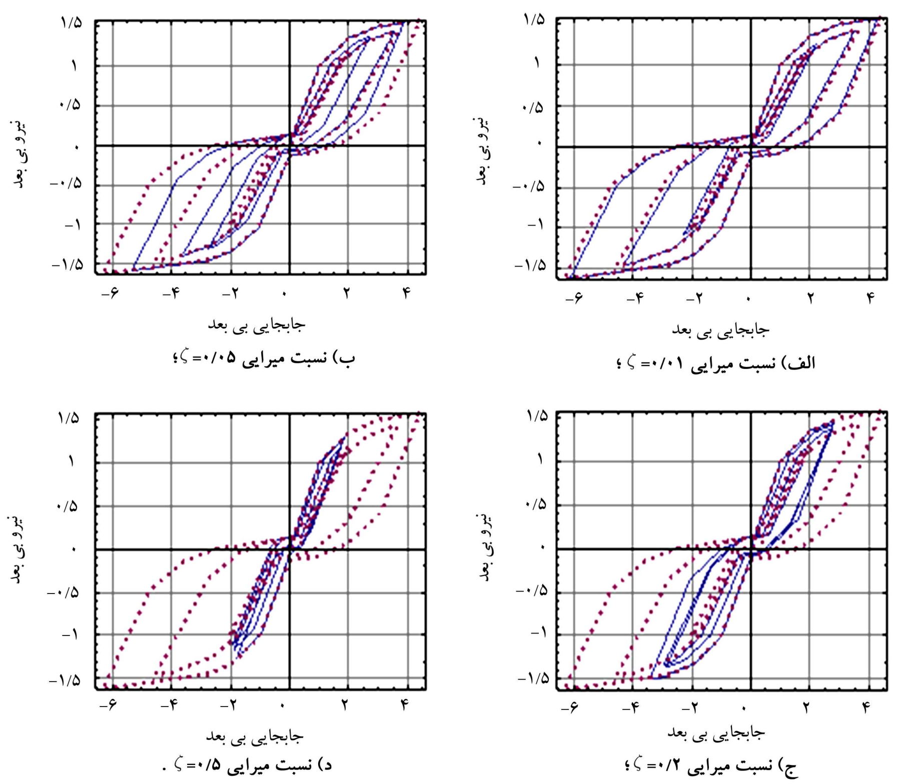
شکل ۱۲. پاسخ نیرو ـ جابه‌جایی طبقه‌ی اول به بارگذاری هارمونیکی تحت اثر باریک‌شدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت، و لغزش.



شکل ۱۳. پاسخ نیرو ـ جابه‌جایی طبقه‌ی دوم به بارگذاری هارمونیکی تحت اثر باریک‌شدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت، و لغزش.



شکل ۱۴. پاسخ نیرو ـ جابه‌جایی طبقه‌ی سوم به بارگذاری هارمونیکی تحت اثر باریک‌شدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت، و لغزش.



شکل ۱۵. رفتار چرخه‌یی یک سیستم تک درجه آزادی چهار خطی تحت اثر تمامی اثرات کاهندگی.

۴. بررسی اثر میرایی ویسکوز در رفتار چرخه‌یی

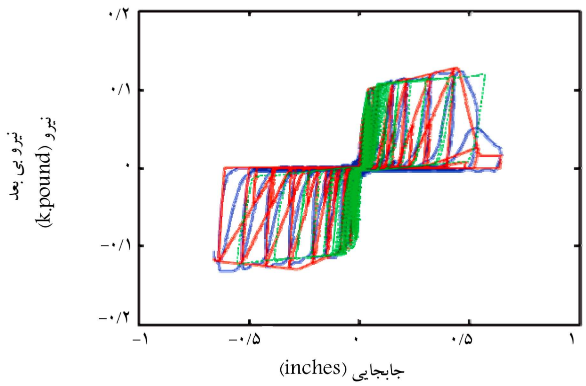
مطابق با شکل ۱، جهت اعمال اثر میرایی در عملکرد رفتار چرخه‌یی، از یک میراگر با ضریب میرایی c استفاده شده است. با درنظرگرفتن میرایی ویسکوز و با نوشتن معادله‌ی دیفرانسیل حاکم بر پاسخ سیستم مکانیکی شکل ۱، اثر میرایی به‌صورت عبارت $c\dot{x}$ در معادله‌ی ۶ ظاهر می‌شود. میرایی به‌عنوان یک عامل مستهلک‌کننده‌ی انرژی می‌تواند برای نسبت‌های با میرایی بالا، اثر قابل ملاحظه‌یی در رفتار چرخه‌یی و ارزیابی لرزه‌یی یک سیستم سازه‌یی داشته باشد.

مثال ۳. جهت بررسی اثر میرایی در رفتار چرخه‌یی، از یک سیستم تک درجه آزادی چهار خطی تحت اثر نیروی هارمونیکی $P(\tau) = 2\sin(\beta\tau)$ در مدت زمان $\tau = 22$ ثانیه، با مشخصات:

$$\alpha_1 = 0.65, \quad \alpha_2 = 0.2, \quad \alpha_3 = 0.1, \quad \alpha_4 = 0.05, \; \gamma_1 = 1,$$
$$\gamma_2 = 2, \quad \gamma_3 = 3, \quad \Delta_0 = 0.2, \quad \lambda_p \equiv \lambda_{pi} = 0.1,$$
$$\lambda_k \equiv \lambda_{ki} = 0.1, \quad \lambda_l \equiv \lambda_{li} = 0.02, \quad i = 1, 2, 3,$$
$$\delta_0(\tau) = 0.2 \times \left[\frac{\tau}{2\pi}\right]$$

و برای نسبت‌های میرایی مختلف $\zeta = 0.01$، $\zeta = 0.05$، $\zeta = 0.2$ و $\zeta = 0.5$ استفاده و نتایج به‌صورت شکل ۱۵ حاصل شده است (نمودارهای نقطه‌چین و ممتد به ترتیب نشان‌دهنده‌ی رفتار چرخه‌یی کاهنده بدون میرایی و رفتار چرخه‌یی با میرایی است).

همان‌طورکه در شکل ۱۵ مشاهده می‌شود، با افزایش نسبت میرایی از میزان انرژی مستهلک‌شده کاسته شده و سطح داخلی حلقه‌های چرخه‌یی کاهش یافته است. هر چند این میزان کاهش برای سیستم‌های با میرایی اندک (شکل ۱۵الف) بسیار ناچیز است و می‌توان اثر میرایی را نادیده گرفت، اما چنانچه نسبت میرایی مطابق شکل‌های ۱۵ج و ۱۵د قابل ملاحظه باشد، باید اثر آن در رفتار چرخه‌یی سازه در نظر گرفته شود. در این پژوهش نسبت میرایی اندک فرض شده است.



شکل ۱۶. مقایسه‌ی بین داده‌های تحلیلی، داده‌های آزمایشگاهی مربوط به پاسخ برشی بست‌های اتصالی یک قاب سرد نوردشده‌ی فولادی و مدل Pinching۴ متناظر با آن.[۱۷]

خاطر نشان می‌سازد مدل توسعه داده‌شده در این نوشتار، برای بارگذاری‌های مختلف قابل بررسی و حل است. به‌عنوان نمونه و از آنجا که معمولاً آزمایش‌های بررسی رفتار لرزه‌یی قاب‌های سازه‌یی براساس استانداردهای بارگذاری مختلف، تحت بارگذاری چرخه‌یی خطی تغییرمکان کنترل صورت می‌گیرد، به منظور بررسی تطبیق نتایج تحلیلی با نتایج آزمایشگاهی، مدل اصلاح‌شده‌ی دکتر مستقل براساس بارگذاری تغییرمکان کنترل اصلاح و اثر بار هارمونیکی از مدل حذف شده است. شکل ۱۶، رفتار چرخه‌یی یک سازه‌ی سرد نوردشده‌ی فولادی را نشان می‌دهد.[۱۷]

در شکل مذکور، نمودار آبی، قرمز، و سبز رنگ به ترتیب مربوط به نتایج آزمایشگاهی Pinching۴ و نتایج تحلیلی هستند. رژیم بارگذاری چرخه‌یی اعمال‌شده به مدل براساس استاندارد ASTM E ۲۱۲۶-۰۷،[۱۸] است. همان‌طورکه ملاحظه می‌شود نتایج تحلیلی (مدل سبزرنگ) تطبیق مناسب‌تری نسبت به مدل Pinching۴ به ویژه تا قبل از گسیختگی دارند. در واقع مدل تحلیلی پارامترهای کمتری نسبت به مدل Pinching۴ دارد و این امر سبب سهولت و کاهش مدت زمان تحلیل سازه می‌شود.

۵. نتیجه‌گیری

عوامل کاهندگی باریک‌شدگی، کاهش سختی، کاهش مقاومت، و لغزش اثر قابل ملاحظه‌یی در میزان جذب و اتلاف انرژی چرخه‌یی نسبت به سیستم بدون کاهندگی دارند. همان‌طورکه ملاحظه شده است، عدم درنظرگرفتن هر یک از اثرات کاهندگی می‌تواند منجر به نادیده‌گرفتن بخش زیادی از انرژی کل سازه شود و به دنبال آن تخمین‌های غیرمحافظه‌کارانه‌یی در زمینه‌های ایمنی، پایداری، و اقتصادی سازه در پی خواهد داشت؛ به طوری‌که این امر می‌تواند موجب خرابی‌های زیادی در سازه به‌هنگام زلزله شود.

اهمیت ارائه‌ی مدل‌های تحلیلی از این رو است که انجام تجزیه و تحلیل‌های مربوط به سازه‌های بزرگ چند درجه آزادی به خصوص برای سازه‌های با درجات آزادی بالاتر، بعضاً پیچیده و زمان‌بر است؛ لذا این‌گونه سازه‌ها را می‌توان با یک سازه‌ی تک درجه آزادی معادل شبیه‌سازی کرد و تحلیل‌های موردنظر را بر روی آن انجام داد. مدل چند درجه آزادی اصلاح‌شده‌ی مستقل این ویژگی و قابلیت را دارد که به جای تجزیه و تحلیل کل سازه‌ی چند درجه آزادی، تک تک درجات آزادی را مورد تحلیل قرار دهد و این امر سبب کاهش حجم محاسبات و کاهش مدت زمان تجزیه و تحلیل خواهد شد. در این نوشتار به منظور بررسی کارایی مدل نهایی ارائه‌شده، مثال‌های متعددی ارائه شده است.

بی‌نظمی مشاهده‌شده در رفتار چرخه‌یی سیستم‌های چند درجه آزادی چند خطی تحت اثر بارهای هارمونیکی لزوم استفاده از بارگذاری به روش تغییرمکان ـ کنترل به جای نیرو ـ کنترل برای تطبیق بهتر نتایج تحلیلی با نتایج آزمایشگاهی را نشان می‌دهد. لذا لازم است تا جهت مقایسه‌ی نتایج تحلیلی با نتایج آزمایشگاهی اثر تغییرمکان ـ کنترل در مدل‌های تحلیلی لحاظ شود.

پانوشت‌ها

1. Bouc
2. Wen
3. Ozdemir
4. Ramberg
5. Osgood
6. Coulomb
7. Mathematica software

منابع (References)

1. Mostaghel, N. "Analytical description of pinching, degrading hysteretic systems", *Journal of Engineering Mechanics*, **125**(2), pp. 216-224 (1999).
2. Ibarra, L.F., Medina, R.A. and Krawinkler, H. "Hysteretic models that incorporate strength and stiffness deterioration", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics,* **34**(12), pp. 1489-1511 (2005).
3. Ramberg, W. and Osgood, W.R., *Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters*, National Advisory Committee for Aeronautics, Technical Note No. 902 (1943).
4. Jacobsen, L.S., *Frictional Effects in Composite Structures Subjected to Earthquake Vibrations: A Report of an Investigation* State of California Department of Public Works, Division of Architecture (1959).
5. Clough, R.W., *Effect of Stiffness Degradation on Earthquake Ductility Requirements*, University of California, Department of Civil Engineering (1966).
6. Iwan, W. "The response of simple stiffness degrading structures", *In Proc. of the 6th World Conf. on Earthquake Engrg.*, New Delhi, India, pp. 1094-1099 (1977).
7. Iwan, W. "A model for the dynamic analysis of deteriorating structures", *Proc. Fifth World Conference on Earthquake Engineering,* Rome, Italy, pp. 1782-1791 (1973).
8. Iwan, W. "Estimating inelastic response spectra from elastic spectra", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics,* **8**(4), pp. 375-388 (1980).
9. Chopra, A.K. and Chintanapakdee, C. "Inelastic deformation ratios for design and evaluation of structures: Single-degree-of-freedom bilinear systems", *Journal of Structural Engineering,* **130**(9), pp. 1309-1319 (2004).
10. Gupta, B. and Kunnath, S. "Effect of hysteretic model parameters on inelastic seismic demands", *In Proceedings of the 6th US National Conference on Earthquake Engineering*, pp. 1-12 (1998).
11. Gupta, A. and Krawinkler, H., *Seismic Demands for the Performance Evaluation of Steel Moment Resisting Frame Structures*, John A. Blume Earthquake Engineering Center, Stanford University, 368 pages (1998).
12. Mostaghel, N. and Byrd, R.A. "Analytical description of multidegree bilinear hysteretic system", *Journal of Engineering Mechanics*, **126**(6), pp. 588-598 (2000).
13. Medina, R. and Krawinkler, H. "Influence of hysteretic behavior on the nonlinear response of frame structures", *In Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering*, Paper No. 239 (2004).
14. Sivaselvan, M.V. and Reinhorn, A.M. "Hysteretic models for deteriorating inelastic structures", *Journal of Engineering Mechanics*, **126**(6), pp. 633-640 (2000).

15. Ruiz-Garcıa, J. and Miranda, E. "Residual displacement ratios for assessment of existing structures", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics,* **35**(3), pp. 315-336 (2006).
16. Zeynalian, M., Ronagh, H. and Dux, P. "Analytical description of pinching, degrading, and sliding in a bilinear hysteretic system", *Journal of Engineering Mechanics*, **138**(11), pp. 1381-1387 (2012).
17. Moghimi, H. and Ronagh, H.R. "Performance of light-gauge cold-formed steel strap-braced stud walls subjected to cyclic loading", *Eng. Struct.,* **31**(1), pp. 69-83 (2009).
18. ASTM-E2126-07, Standard Test Methods for Cyclic (Reversed) Load Test for Shear Resistance of Walls for Buildings, USA, p. 13 (2007).