

# تجزیه و تحلیل غیرخطی سازه‌های بتن‌آرمه تحت بارگذاری مونوتونیک و دوره‌یی رفت و برگشتی با استفاده از روش اجزاء محدود

بی‌تا امیری\* (کارشناس ارشد)

امیرھوشنگ اخویسی (دانشیار)

گروه مهندسی عمران، دانشگاه رازی کرمانشاہ

مهندسی عمران شریف، زمستان ۱۳۹۵ (۸۸-۸۱)  
دوره ۲، شماره ۳/۲، ص ۸۸-۸۱

در این مطالعه از تجزیه و تحلیل اجزاء محدود غیرخطی برای پیش‌بینی رفتار سازه‌های بتن‌آرمه تحت بارگذاری مونوتونیک و دوره‌یی استفاده شده است. برای شبیه‌سازی رفتار غیرخطی بتن در فشار و کشش از سطح تسلیم HISS، که می‌تواند تغییر شکل‌های کشسان و خمیری را در نظر بگیرد، استفاده شده است. برای حالات باربرداری و بارگذاری مجدد از معادلات ارائه شده‌ی دسای استفاده شده است، که در عین ساده‌بودن می‌تواند شبیه‌سازی رضایت‌بخشی از بارگذاری دوره‌یی ارائه دهد. مدل پیشنهادی به صورت برنامه‌یی به زبان فرترن در قالب اجزاء محدود نوشته شده است، که در آن برای مدل‌سازی بتن از المان‌های ۸ گره‌یی سرنندیپیتی و برای آرماتورها از المان‌های ۲ گره‌یی استفاده شده است. به منظور بررسی توانایی مدل پیشنهادی در پیش‌بینی رفتار غیرخطی سازه‌های بتن‌آرمه تحت بارگذاری مونوتونیک و دوره‌یی، یک قاب و یک تیر مدل‌سازی شده و نتایج بار-تغییر مکان برای آن‌ها به دست آمده است. مقایسه‌ی بار-تغییر مکان به دست آمده از این سازه‌ها با نتایج آزمایشگاهی تطابق خوبی داشته است، که نشان‌دهنده‌ی توانایی مدل پیشنهادی در پیش‌بینی رفتار غیرخطی سازه‌های بتن‌آرمه است.

**واژگان کلیدی:** سازه‌های بتن‌آرمه، بارگذاری مونوتونیک، بارگذاری دوره‌یی، تحلیل اجزاء محدود غیرخطی، مدل حالت خمیری سطح تسلیم سلسله مراتبی (HISS).

## ۱. مقدمه

امروزه روش‌های اجزاء محدود به‌طور گسترده برای بررسی و توصیف رفتار غیرخطی سازه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرند و نتایج به دست آمده از تحلیل‌های مذکور می‌تواند با تراز اعتماد بالایی مورد استناد قرار گیرد. در سال ۱۹۹۰، روش جدیدی براساس مفهوم انرژی شکست برای تجزیه و تحلیل غیرخطی سازه‌های بتن‌آرمه تحت باری که به‌طور یک‌نواخت افزایش می‌یابد، پیشنهاد و فرض شده است که بتن در ناحیه‌ی کششی به صورت ارتجاعی و در ناحیه‌ی فشاری به صورت کشسان با سخت‌شدگی خمیری رفتار کند.<sup>[۱]</sup> همچنین در سال ۲۰۱۱، مدل مشخصه‌ی جدیدی برای پیش‌بینی رفتار بتن مسلح تحت بارگذاری دوره‌یی شبه استاتیکی ارائه شده و مشخصه‌های دوره‌یی اساسی بتن در مدل مذکور با استفاده از کرنش‌های غیرقابل برگشت (کرنش خمیری)، بسته‌شدن و بازشدن مجدد ترک، منحنی‌های باربرداری غیرخطی که انرژی شکست را نشان می‌دهد و منحنی‌های بارگذاری مجدد با سختی بارگذاری مجدد کاهش یافته، که میزان خسارت را محاسبه می‌کنند، توصیف شده‌اند.<sup>[۲]</sup> در سال ۱۹۹۱ نیز از مدل

\* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۱۱/۱۹، اصلاحیه ۱۳۹۴/۳/۵، پذیرش ۱۳۹۴/۴/۶.

amiri\_bita2@yahoo.com  
ahakhaveissy@razi.ac.ir

حالت خمیری HISS برای توصیف پاسخ مکانیکی اتصالات شبیه‌سازی شده تحت بارگذاری یک‌نواخت، باربرداری و بارگذاری رفت و برگشتی استفاده شده است.<sup>[۳]</sup> همچنین در سال ۲۰۱۱ با استفاده از حالت خمیری سطح تسلیم HISS، یک مدل واحد برای شبیه‌سازی رفتار سازه‌های بنایی ارائه شده است، که در آن از دو سطح تسلیم HISS برای پاسخ فشاری و کششی بتن استفاده شده است.<sup>[۴]</sup> در سال ۲۰۱۲ نیز از مفهوم حالت دست‌خورده (DSC) و مدل حالت خمیری سطح تسلیم منفرد سلسله مراتبی (HISS)، با قانون جریان همبسته‌ی اصلاح شده برای مشخص کردن رفتار مشخصه‌ی بتن در هر دو حالت فشار و کشش استفاده و یک روش اجزاء محدود غیرخطی برای پیش‌بینی رفتار سازه‌های قاب بتن‌آرمه تحت بارگذاری یک‌نواخت ارائه شده است.<sup>[۵]</sup> همچنین در سال ۲۰۱۳، یک روش اجزاء محدود غیرخطی با استفاده از المان‌های ۸ گره‌یی برای بتن و المان‌های ۲ گره‌یی برای فولاد به‌منظور پیش‌بینی رفتار سازه‌های بتن‌آرمه تحت بارگذاری مونوتونیک ارائه و از مفهوم حالت دست‌خورده (DSC) به همراه مدل حالت خمیری سطح تسلیم HISS با قانون جریان همبسته‌ی اصلاح شده برای مشخص کردن رفتار بتن در هر دو حالت فشار و کشش استفاده شده و مدل پیشنهادی مذکور توانسته است ریزترک‌ها

را در خلال تغییرشکل منجر به شکست و گسیختگی به حساب آورد.<sup>[۶]</sup> یک فرمول‌بندی تحلیلی نیز برای ارزیابی روابط نیرو - تغییرشکل برای جان کانال‌های معکوس تحت کشش جانبی ارائه شده است (۲۰۱۵)، که شامل یک منحنی دوخطی به صورت یک پاسخ خطی از شروع بارگذاری تا شکل‌گیری خط تسلیم و پس از آن تا رسیدن به مقاومت نهایی بوده است.<sup>[۷]</sup> همچنین در سال ۲۰۱۳، یک مدل مشخصه‌ی جدید برای مصالح شبه ترد تحت بارگذاری دوره‌ی ارائه شده است، که ویژگی‌های اصلی آن شامل: عدم تقارن بین کشش و فشار، کرنش‌های دائمی و اثر یک جانبه، و همچنین در نظر گرفتن اثرات هیسترتیک بوده است.<sup>[۸]</sup> یک فرمول‌بندی اجزاء محدود تیر چندلایه (۲۰۱۴) نیز براساس مدل تیر تیموشنکو برای تحلیل شکست تیرها و قاب‌های بتن‌آرمه ارائه و رفتار مصالح بتن و لایه‌های فولادی به ترتیب براساس مدل مصالح با رفتار کشسان و پیش‌بینی پارامتر خسارت برای بتن و همچنین مدل کشسان - خمیری برای فولاد توصیف شده است.<sup>[۹]</sup> همچنین در مطالعات دیگری در همان سال به بررسی رفتار دیوارهای برشی بتنی فوق سبک تحت بارگذاری دوره‌ی شبه استاتیکی،<sup>[۱۰]</sup> و نیز به برآورد خسارت تجمعی ساختمان‌ها تحت بارگذاری دوره‌ی با استفاده از روش چرخه‌های بارافزون (چرخه‌های پوش‌آور) پرداخته شده است.<sup>[۱۱]</sup>

در یک مطالعه‌ی عددی (۲۰۱۴) دیگر هم برای برآورد پاسخ غیرخطی لوله‌های فولادی پُر شده با بتن تحت بار محوری ثابت و چرخه‌های مختلف بارگذاری خمشی از ۳ مدل هیسترتیک شامل: مدل بوج - ون، مدل رامبرگ - اسکود، و مدل ال - برمانی استفاده شده است.<sup>[۱۲]</sup> در مطالعه‌ی در سال ۱۹۹۱، نیز چندین مدل مشخصه‌ی تنش مسطح برای تحلیل اجزاء محدود غیرخطی سازه‌های بتن‌آرمه تحت بارگذاری مونوتونیک پیشنهاد شده و از یک رابطه‌ی تنش - کرنش خمیری با سخت‌شدگی کرنش کشسان با یک قانون جریان غیر پیوسته برای مدل‌سازی بتن در محدوده‌ی ناحیه‌ی فشاری استفاده و برای بتن نیز در محدوده‌ی کششی، رفتار گسیختگی ترد کشسان در نظر گرفته شده است.<sup>[۱۳]</sup> پژوهشگرانی نیز در سال ۱۹۹۳، یک مدل سخت‌شدگی جنبشی عمومی برای پیش‌بینی رفتار سازه‌ها تحت زلزله‌ی رفت و برگشتی<sup>[۱۴]</sup> ضمن اصلاح یک مدل پیشین،<sup>[۱۵]</sup> به گونه‌ی که مطابق با مدل‌های سخت‌شدگی پراگرو و زیگلر نیز باشد، ارائه کرده‌اند. همچنین در سال ۱۹۹۹، از طریق الگوریتم اجزاء محدود، فرمول‌هایی براساس سختی سکانتی به منظور فراهم کردن توانایی تحلیل برای شرایط بارگذاری دلخواه، شامل بارهای دوره‌ی رفت و برگشتی ارائه شده است.<sup>[۱۶]</sup> در سال ۲۰۰۱، نیز یک مدل اجزاء محدود برای پیش‌بینی رفتار غیرخطی سازه‌های بتن‌آرمه تحت بارگذاری یکنواخت ارائه شده و در آن مواردی از قبیل: تأثیرات نرم‌شدگی بتن در فشار، تأثیر کشش - سخت‌شدگی به وسیله‌ی بتن در کشش، میانگین منحنی تنش - کرنش میلگردهای فولادی جاسازی شده در بتن، و مدول برشی مناسب و منطقی جدید برای بتن در نظر گرفته شده است.<sup>[۱۷]</sup> همچنین در مطالعات دیگری، یک مدل حالت خمیری کلاسیک با چندین ضابطه‌ی گسیختگی برای پیش‌بینی مشخصات رفتاری بتن در فشار چندمحوره ارائه شده است.<sup>[۱۸]، [۱۹]</sup> در سال ۲۰۰۷ نیز با استفاده از مدول سکانتی، یک روش اجزاء محدود غیرخطی دوبعدی برای تحلیل تیرهای بتن‌آرمه تحت بارگذاری مونوتونیک و دوره‌ی ارائه شده است.<sup>[۲۰]</sup> همچنین برخی پژوهشگران یک مدل مهندسی سازه‌ی تحلیلی برای شبیه‌سازی رفتار هیسترتیک غیرخطی دیوارهای بتن‌آرمه ارائه داده‌اند، که در آن تمامی مشخصات اساسی رفتار دیوارهای بتن‌آرمه شامل: کاهش مقاومت، کاهش سختی، تأثیر لغزش چسبندگی، مکانیزم تغییرشکل برشی غیرکشسان و تأثیرات محصورشدگی به‌طور تحلیلی و آزمایشگاهی مدل‌سازی شده است.<sup>[۲۱]</sup> در سال ۲۰۰۸ نیز یک مدل فضایی سه‌بعدی براساس ترکیب مکانیزم خسارت و تئوری

حالت خمیری برای تحلیل تنش مسطح مصالح ناهمگن، که تحت تنش‌های فشاری دوره‌ی قرار گرفته، ارائه شده است؛ که امکان کنترل نسبت جابه‌جایی‌های کلی دائمی و غیرکشسان را فراهم آورده است.<sup>[۲۲]</sup> مدل‌های دیگری نیز در همان سال ارائه شده‌اند، من‌الجملة مدلی براساس مدل خمیری کلاسیک و مدل خسارت پیوسته برای قاب‌های بتن‌آرمه، که روشی مناسب برای محاسبه‌ی بار حدى قاب‌های بتن‌آرمه تحت واکنش‌های لرزه‌ی بوده،<sup>[۲۳]</sup> و همچنین یک مدل مشخصه براساس نظریه‌ی ترک چرخشی برای پیش‌بینی رفتار سازه‌های بتن مسلح تحت بارگذاری دوره‌ی شبه استاتیکی، که مشخصه‌های دوره‌ی اساسی بتن در مدل مذکور با استفاده از کرنش‌های غیرقابل برگشت، بسته‌شدن و بازشدن مجدد ترک، منحنی‌های باربرداری غیرخطی که انرژی شکست را نشان می‌دهد و منحنی‌های بارگذاری مجدد با سختی بارگذاری مجدد کاهش یافته که میزان خسارت را محاسبه می‌کند، توصیف شده‌اند.<sup>[۲۴]</sup> در مطالعه‌ی دیگری نیز در همان سال از تحلیل‌های اجزاء محدود به‌عنوان ابزاری عددی برای بررسی رفتار اتصالات سازه‌های بتن‌آرمه، و برای محاسبه‌ی ترک‌خوردگی بتن از مدل‌هایی براساس مکانیزم گسیختگی غیرخطی، و برای بتن ناحیه‌ی فشاری و میلگردهای فولادی از مدل‌های حالت خمیری استفاده شده است.<sup>[۲۵]</sup> همچنین در سال ۲۰۰۹، یک مدل عددی براساس روش لایه‌ی برای تحلیل غیرخطی قاب‌های بتن مسلح دوبعدی معرفی شده است.<sup>[۲۶]</sup> در سال ۲۰۱۰ نیز یک مجموعه معادلات مشخصه برای مدل‌سازی مصالح شبه ترد همچون بتن تحت بارهای دوره‌ی پیشنهاد شده،<sup>[۲۷]</sup> و همچنین یک مدل اجزاء محدود سه‌بعدی برای مطالعه‌ی پاسخ و پیش‌بینی رفتار اتصال تیر - ستون دوگانه‌ی پیش‌ساخته تحت بارهای دوره‌ی ارائه شده است، به‌طوری که مدل مذکور اثر پیش‌کشش در پس‌کشیدگی و رفتار غیرخطی مصالح بتن را در نظر گرفته است.<sup>[۲۸]</sup> یک مطالعه‌ی عددی دیگر هم در سال ۲۰۰۹، با استفاده از روش اجزاء محدود برای نمونه‌های دیوار برشی بتن‌آرمه تحت بارگذاری سیکلی به منظور برآورد خسارت از طریق مفهوم اتلاف انرژی انجام شده است.<sup>[۲۹]</sup> برخی پژوهشگران نیز در سال ۱۹۷۴ یک مدل حالت خمیری با ۳ سطح تسلیم برای بتن غیرمسلح محصورنشده ارائه کرده و میزان تأثیر عوامل پیوستگی - لغزش و بیرون‌کشیدگی میلگرد از درون اتصال در پاسخ تحلیلی قاب‌های بتن مسلح را مورد بررسی قرار داده‌اند.<sup>[۳۰]</sup>

در پژوهش حاضر نیز از روش تجزیه و تحلیل اجزاء محدود غیرخطی برای پیش‌بینی رفتار سازه‌های بتن‌آرمه تحت بارگذاری مونوتونیک و دوره‌ی رفت و برگشتی استفاده شده است، که از میان سطوح تسلیم موجود از سطح تسلیم HISS، و برای حالات باربرداری و بارگذاری مجدد از معادلات ارائه‌شده‌ی دسای،<sup>[۳۱]</sup> استفاده شده است. سپس برنامه‌ی به زبان فرترن در قالب اجزاء محدود غیرخطی نوشته شده است، که در آن برای مدل‌سازی بتن از المان‌های ۸ گره‌ی سرن‌دیپیتی و برای آرماتورها از المان‌های ۲ گره‌ی استفاده شده است. در ادامه، به‌منظور بررسی توانایی مدل پیشنهادی در پیش‌بینی رفتار غیرخطی سازه‌های بتن‌آرمه تحت بارگذاری مونوتونیک و دوره‌ی رفت و برگشتی، ۲ نمونه شامل یک قاب و یک تیر به ترتیب تحت بارگذاری مونوتونیک و دوره‌ی مدل‌سازی و با نتایج آزمایشگاهی موجود مقایسه شده‌اند.

## ۲. مدل حالت خمیری سطح تسلیم HISS

مدل حالت خمیری سطح تسلیم منفرد سلسله مراتبی (HISS)، یک فرمول کلی برای مشخصات کشسان - خمیری رفتار مصالح فراهم می‌کند. این مدل که برای سخت‌شدگی ایزوتروپیک و غیرایزوتروپیک و مشخصات حالت خمیری وابسته و

رابطه‌ی تنش - کرنش در حالت کشسان خمیری به صورت رابطه‌های ۴ و ۵ است:

$$d\sigma = C^{eP}.d\varepsilon = d\varepsilon \left[ C^e - \frac{C^e \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \left( \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T C^e}{\left( \frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)^T C^e \cdot \frac{\partial Q}{\partial \sigma} - \frac{\partial F}{\partial \zeta} \cdot \gamma_F} \right] \quad (4)$$

$$\gamma_F = \left[ \left( \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right)^T \cdot \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right]^{1/2} \quad (5)$$

که در آن،  $C^e$  ماتریس مشخصه‌ی کشسان بوده و  $C^{eP}$  ماتریس مشخصه‌ی کشسان خمیری نامیده می‌شود. این تذکر لازم است که برای حالت خمیری پیوسته،  $Q = F$  می‌تواند در معادلات ۵ و ۶ جایگذاری شود. شایان توجه است که تعیین نمو تنش در هر گام بارگذاری به صورت سعی و خطا انجام می‌شود. در این راستا الگوریتم ارائه‌شده‌ی اخویسی و دسای،<sup>[۵]</sup> فرایند موردنیاز برای تعیین نمو تنش را ارائه می‌کند.

### ۳. باربرداری

در خلال باربرداری، معادله‌ی تنش - کرنش نموی به صورت رابطه‌ی ۶ است:

$$d\sigma = C^{UL} d\varepsilon \quad (6)$$

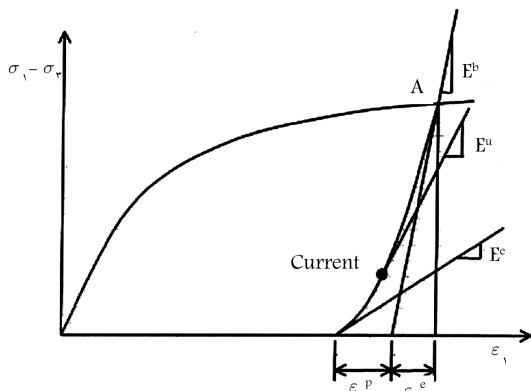
که در آن،  $C^{UL}$  ماتریس مشخصه‌ی کشسان با مدول باربرداری کشسان متغیر  $E^u$  (شکل ۲) و نسبت پواسون  $\nu$  (که ثابت فرض شده است) است. مدول  $E^u$  به صورت رابطه‌ی ۷ محاسبه می‌شود:

$$\frac{1}{E^u} = \frac{1}{E^b} + \frac{1}{E^p} \quad (7)$$

که در آن،  $E^b$  شیب منحنی باربرداری در نقطه‌ی A از مسیر باربرداری (شکل ۲) و  $E^p$  مدول خمیری است، که از طریق معادله‌ی ۸ محاسبه می‌شود:

$$E^p = p_\alpha K_1 \left[ \frac{p_\alpha}{\sqrt{J_{TD}^b} - \sqrt{J_{TD}}} \right]^{K_2} \quad (8)$$

که در آن،  $K_1$  و  $K_2$  پارامترهای ثابتی هستند، که از نتایج آزمایشگاهی به دست می‌آیند.  $p_\alpha$  فشار اتمسفریک،  $J_{TD}^b$  و  $J_{TD}$  دومین نامتغیرهای تانسور تنش انحرافی  $\varepsilon_{ij}$ ، به ترتیب در شروع باربرداری (نقطه‌ی A) و در خلال باربرداری هستند.



شکل ۲. تابع درون‌یاب برای آزمایش سه‌محوره.<sup>[۳۱]</sup>

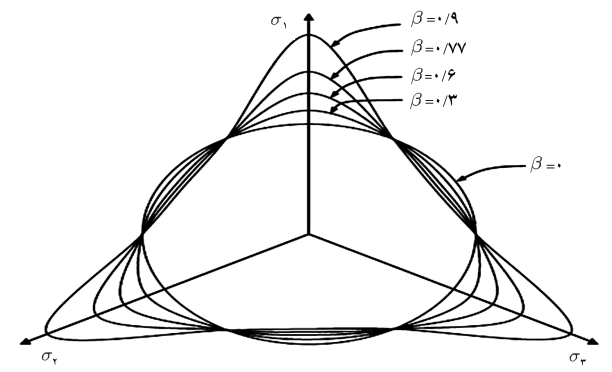
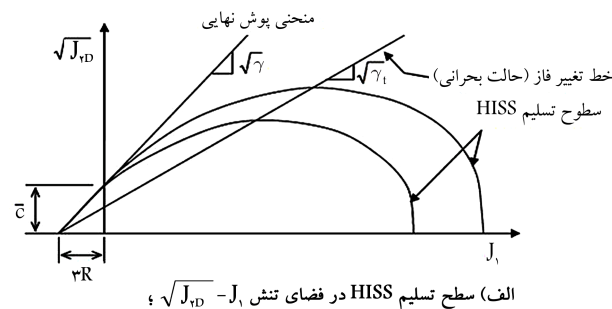
غیروابسته است، می‌تواند برای نشان‌دادن پاسخ‌های مصالح براساس تئوری حالت خمیری پیوسته مورد استفاده قرار گیرد.<sup>[۳۱]</sup> تابع تسلیم HISS هم برای تسلیم شدن کششی و هم فشاری قابل استفاده است. در مدل HISS، تابع تسلیم  $F$  (شکل ۱) از رابطه‌ی ۱ به دست می‌آید:

$$F = \bar{J}_{TD} - (-\alpha \bar{J}_1^n + \gamma \bar{J}_1') (1 - \beta S_r)^m = 0 \\ = \bar{J}_{TD} - F_b F_s = 0 \quad (1)$$

که در آن،  $\bar{J}_{TD} = J_{TD}/P_\alpha$  و  $P_\alpha$  ثابت فشار اتمسفر است. همچنین  $\bar{J}_1 = J_1 + \sqrt{3}R/P_\alpha$  که در آن،  $R$  تنش پیوستگی است (یعنی مقاومت کششی تحت بارگذاری فشاری و مقاومت فشاری تحت بارگذاری کششی) و  $R = \bar{c}/\sqrt{3}$  که در آن،  $\sqrt{3}$  شیب منحنی پوش نهایی  $\bar{c}$  و متناسب با مقاومت چسبندگی مصالح است. مقاومت کششی تک‌محوره‌ی  $f_t$  در بتن می‌تواند برای محاسبه‌ی  $R$  استفاده شود و محدوده‌ی تغییر آن به صورت  $1/0.3 f_t \leq R \leq 1/0.14 f_t$  است.  $n$  پارامتر تغییر فاز است، که حجم در انتقال از انقباض به انبساط تغییر می‌یابد یا به صفر می‌رسد و اغلب  $m = -0.5$  استفاده می‌شود.  $\gamma$  پارامتر مربوط به سطح تسلیم نهایی،  $\beta$  مربوط به شکل  $F$  در فضای  $\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3$  است،  $S_r$  نسبت تنش بوده و برابر با  $(J_{TD}/J_{TD}^b)^{1/2}$  است، و  $\alpha$  پارامتر رشد یا سخت‌شدگی است، که به صورت روابط ۲ و ۳ بیان می‌شود:

$$\alpha = \frac{a_1}{\zeta \eta} \quad (2)$$

$$\zeta = \int (d\varepsilon_1^p \cdot d\varepsilon_1^p + d\varepsilon_2^p \cdot d\varepsilon_2^p + d\varepsilon_3^p \cdot d\varepsilon_3^p)^{1/2} \quad (3)$$



ب) صفحه چند وجهی (برای تحدب  $\beta < 0.756$ ) [۳۱].

شکل ۱. نمایش سطح تسلیم HISS در فضای تنش انحرافی و فضای سه بعدی تنش.

#### ۴. بارگذاری مجدد

شکل ۳، دو حالت بارگذاری مجدد برای یک مسیر و دو مسیر را نشان می‌دهد. برای هر دو حالت مذکور، رابطه‌ی ۹ برقرار است:

$$d\sigma^e = RC^{DSC} d\varepsilon + (1 - R)C^e d\varepsilon \quad (9)$$

که در آن،  $R$  پارامتر درون‌یاب است، به‌گونه‌ی که مقدار آن به‌صورت  $0 \leq R \leq 1$  است. برای شروع بارگذاری مجدد،  $R = 0$  و برای انتهای بارگذاری مجدد،  $R = 1$  است. بنابراین در شروع بارگذاری مجدد، رفتار کشسان است و رابطه‌ی ۱۰ را خواهیم داشت:

$$d\sigma^e = C^e d\varepsilon \quad (10)$$

برای حالت ۱ شکل ۳ الف،  $E^{br} = E^b$  است، که در آن، شیب باربرداری در شروع باربرداری و برای حالت ۲ شکل ۳ ب،  $E^{br} = E^e$  است، که در آن، شیب در انتهای باربرداری است. برای هر دو حالت ۱ و ۲،  $J_{TD}^b$  و  $J_{TD}$ ، دوین نامتغیرهای تانسیور تنش به ترتیب در شروع است؛ که در آن  $J_{TD}^b$  و  $J_{TD}$ ، در تحلیل اجزاء محدود، مسیر آخرین باربرداری و در خلال بارگذاری مجدد هستند. در تحلیل اجزاء محدود، مسیر تنش بارگذاری مجدد ممکن است بین دو حالت ۱ و ۲ باشد. سپس یک پارامتر  $S$ ، به‌عنوان نماینده جهت نشان‌دادن بارگذاری مجدد مطابق رابطه‌ی ۱۱ تعریف می‌شود:

$$S = \frac{(\sigma^b - \sigma)^T d\sigma}{\|(\sigma^b - \sigma)^T\| \|d\sigma\|}, \quad -1 \leq S \leq 1 \quad (11)$$

که در آن،  $\sigma^b$ ،  $\sigma$  و  $d\sigma$  بردارهای تنش به ترتیب: قبل از باربرداری، برای تنش رایج (در خلال باربرداری) و برای نمو تنش بعدی هستند. همچنین،  $S = -1$  نشان‌دهنده‌ی حالت بارگذاری مجدد در حالت ۱ است، در حالی که  $S = 1$  حالت بارگذاری ۲ را نشان می‌دهد (رابطه‌ی ۱۲):

$$\frac{1}{E^{br}} = \frac{1 - S}{2E^b} + \frac{1 + S}{2E^e} \quad (12)$$

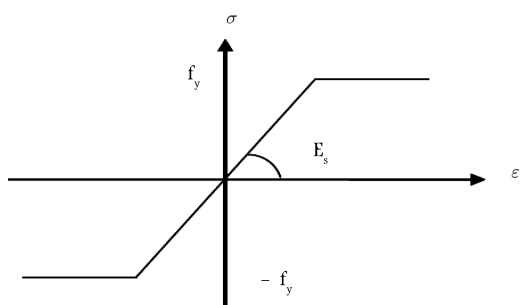
سپس مدول بارگذاری مجدد به‌صورت رابطه‌ی ۱۳ به‌دست می‌آید:

$$\frac{1}{ER} = \frac{1 - R}{E^{br}} + \frac{R}{E} \quad (13)$$

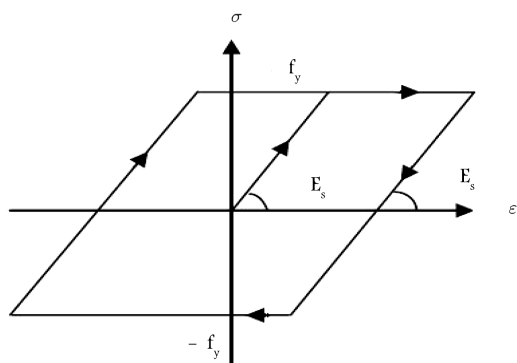
که در آن،  $E$  مدول کشسان مصالح است، که اغلب به‌عنوان شیب خط اتصال نقاط شروع و انتهای باربرداری یا شیب اولیه در نظر گرفته می‌شود (شکل ۳ الف). سپس در شروع بارگذاری مجدد،  $R = 0$ ،  $E^R = E^{br}$  است، که انتقال ملایم از باربرداری به بارگذاری مجدد را قطع می‌سازد (شکل ۳ ب). در انتهای بارگذاری مجدد،  $E^R = E$  و  $R = 1$  است که انتقال ملایم از بارگذاری مجدد به بارگذاری اصلی (منحنی پوش) را ممکن می‌سازد. [۳۱]

#### ۵. رابطه‌ی تنش - کرنش برای فولاد

رفتار کشسان - کاملاً خمیری برای مدل‌سازی میلگردهای فولادی در نظر گرفته می‌شود. رابطه‌ی تنش - کرنش فولاد برای بارگذاری یکنواخت و دوره‌ی مطابق شکل ۴ است. برای یک کرنش فرضی،  $\varepsilon_s$  تنش  $\sigma_s$  بر روی منحنی پوش کششی

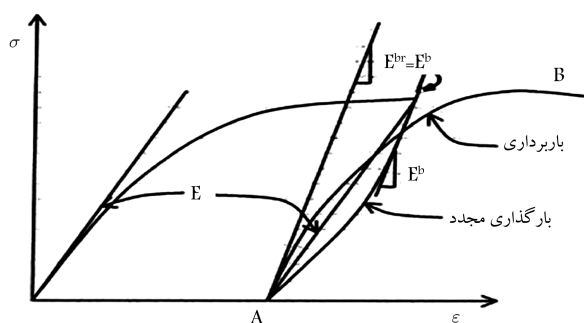


الف) بارگذاری یکنواخت؛

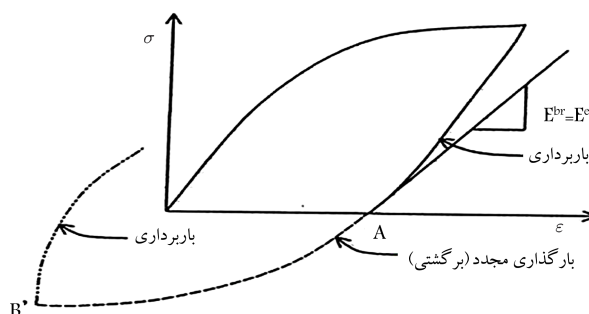


ب) بارگذاری دوره‌ی.

شکل ۴. رابطه‌ی تنش - کرنش برای فولاد.

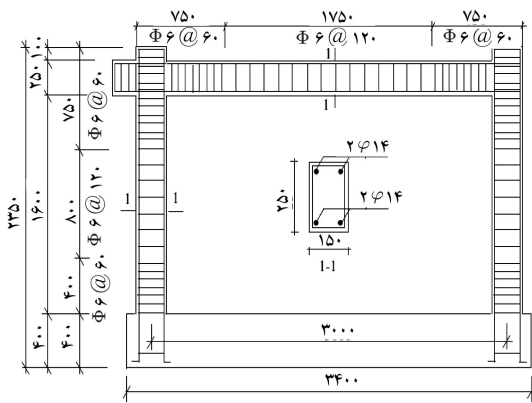


الف) حالت (۱): یک مسیر؛

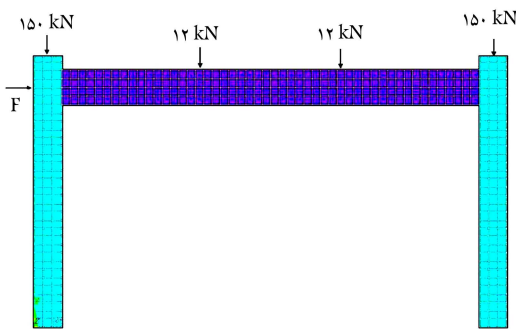


ب) حالت (۲): دو مسیر [۳۱].

شکل ۳. دو حالت بارگذاری مجدد.



الف) جزئیات قاب [۳۳] (تمامی ابعاد بر حسب میلی‌متر است)؛



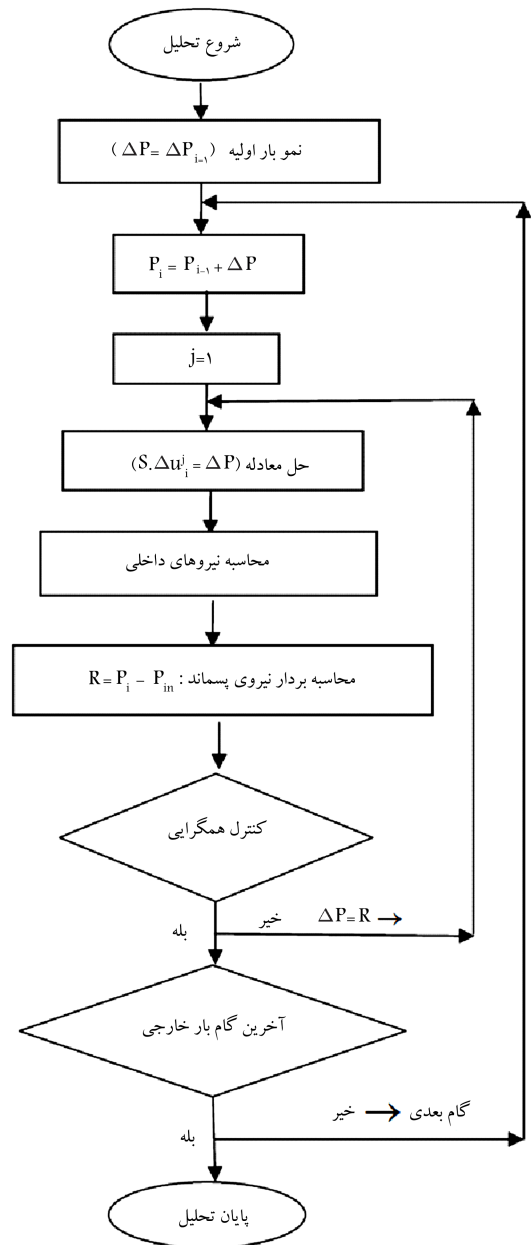
ب) شبکه بندی اجزای محدود.

شکل ۶. نمایش جزئیات قاب بتن مسلح [۳۳] و شبکه بندی مورد استفاده در مدل عددی.

۱ تیر به ترتیب تحت بارگذاری یکنواخت و دوره‌یی مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. این نمونه‌ها، با استفاده از مدل حالت خمیری پیشنهادی مدل‌سازی و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده‌اند. شایان توجه است که از لغزش بین آرماتور و بتن به دلیل وجود طول گیرایی کافی صرف‌نظر و پیوستگی کامل بین بتن و آرماتور در نظر گرفته شده است.

### ۱.۶. قاب زایو و همکاران، [۳۳] تحت بارگذاری مونوتونیک

جزئیات قاب مورد آزمایش زایو و همکاران، [۳۳] در شکل ۶ الف ارائه شده است. مقاومت فشاری ۲۸ روزه و مدول حالت کشسانی بتن به ترتیب برابر با  $27 \text{ Mpa}$  و  $33000 \text{ Mpa}$ ، و تنش تسلیم آرماتورهای طولی و خاموت‌ها به ترتیب برابر با  $448 \text{ Mpa}$  و  $433 \text{ Mpa}$ ، و همچنین مدول کشسان آرماتورهای فولادی برابر با  $200000 \text{ Mpa}$  بوده است. فاصله‌ی بین پوشش بتن خالص و آرماتورها برابر با  $20 \text{ mm}$  در نظر گرفته شده است. بارهای قائم  $150 \text{ KN}$  بر بالای هر کدام از دو ستون، و بارهای  $12 \text{ KN}$  در یک سوم و دو سوم از انتهای سمت چپ تیر اعمال شده‌اند. شبکه‌بندی اجزاء محدود قاب در شکل ۶ ب، نشان داده شده است. شایان توجه است که دسای، [۳۱] نشان داده است که مدل سطح تسلیم ارائه شده نسبت به پدیده‌ی شکست موضعی حساس نیست. در شبکه‌بندی قاب از  $398$  المان ۸ گره‌یی برای مدل‌سازی بتن و از  $1012$  المان خرابایی برای مدل‌سازی آرماتورها استفاده شده است. تعداد کل گره‌ها برابر با  $1431$ ، تعداد درجات آزادی برابر با  $2834$ ، و تعداد درجات گیردار در پای ستون‌ها برابر با  $28$  بوده است. پارامترهای به کاررفته در مدل HISS، مطابق جدول ۱ بوده و منحنی بار- تغییرمکان برای قسمت بالایی قاب در شکل ۷ نشان داده شده است.



شکل ۵. فلوچارت برنامه‌ی تحلیل غیرخطی.

بر حسب مدول یانگ  $E_s$  و تنش تسلیم  $f_y$  از طریق رابطه‌ی ۱۴ به دست می‌آید:

$$\sigma_s = \begin{cases} E_s \varepsilon_s & \text{if } \varepsilon_s \leq f_y / E_s \\ f_y & \text{if } \varepsilon_s > f_y / E_s \end{cases} \quad (14)$$

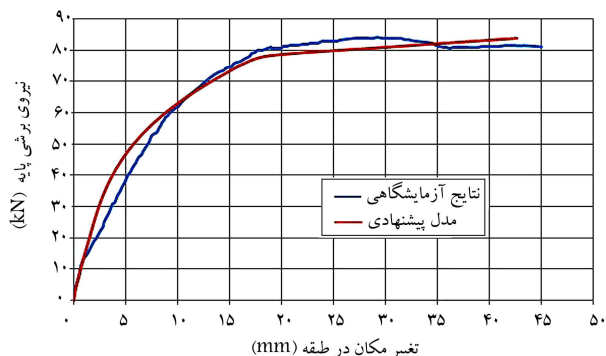
در این پژوهش به منظور تحلیل غیرخطی سازه‌ها تحت بارگذاری سیکلی، از روش حل نیوتن - رافسون، [۳۲] استفاده شده است، که فلوچارت آن مطابق شکل ۵ است.

### ۶. شبیه سازی عددی

در ادامه، به منظور بررسی توانایی مدل ارائه شده در این پژوهش در تجزیه و تحلیل اجزاء محدود غیرخطی سازه‌های بتن آرمه، دو نمونه‌ی آزمایشگاهی شامل ۱ قاب و

جدول ۱. مقادیر ثابت‌ها در مدل HISS.

$R(Mpa)$	$\eta_1$	$a_1$	$n$	$\beta$	$\gamma$
۲٫۲	۰٫۳۷	$۹٫۸ \times ۱۰^{-۱۱}$	۴٫۷۶	۰٫۶۱۴	۰٫۰۶۸



شکل ۷. مقایسه‌ی تغییرمکان جانبی در قسمت بالای قاب براساس مدل پیشنهادی با نتایج آزمایشگاهی زاو و همکاران. [۳۴]

جدول ۲. مقادیر ثابت‌ها در مدل HISS.

$R(Mpa)$	$\eta_1$	$a_1$	$n$	$\beta$	$\gamma$
۲٫۲	۰٫۴	$۹٫۵ \times ۱۰^{-۱۱}$	۴٫۷۶	۰٫۶	۰٫۰۷

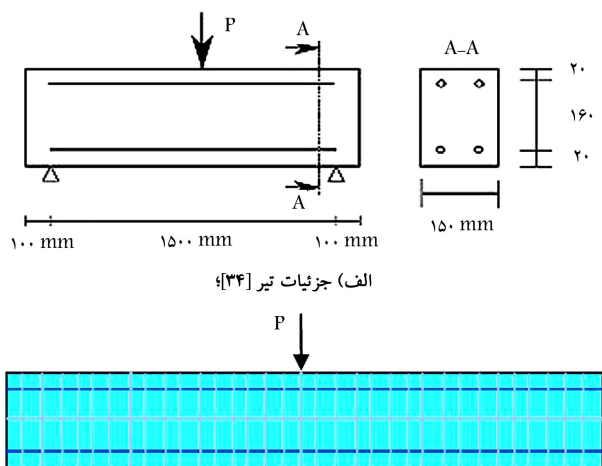
در تحلیل غیرخطی به روش نیوتن - رافسون، بارکل جانبی وارد بر سازه به ۳۰ نمو بار تقسیم شده است. براساس تحلیل اجزاء محدود مطابق شکل ۷، قاب در بار ۸۴ KN دچارگیسختگی شده است. بار جانبی مشاهده شده در آزمایشگاه برابر با ۸۵ KN است، بنابراین درصد خطا برابر با ۱٫۱۷ است. این تذکر لازم است که این قاب توسط اخویسی و دسای، [۵] نیز به کمک مدل سطح تسلیم HISS، مدل‌سازی شده و با نتایج آزمایشگاهی مورد مقایسه قرار گرفته است. در مقایسه‌ی انجام‌گرفته توسط این پژوهشگران نیز مدل پیشنهادی با نتایج آزمایشگاهی تطابق خوبی را نشان داده است، لذا می‌توان گفت که نتایج به دست آمده از کار اخویسی و دسای، [۵] نیز خود تأییدی بر توانایی مدل پیشنهادی در پژوهش حاضر است.

## ۲.۶. تیر لابوردی، [۳۴] تحت بارگذاری دوره‌یی

یک تیر بتن مسلح با تکیه‌گاه‌های ساده با باری که به وسط دهانه‌ی آن وارد می‌شود، توسط لابوردی، [۳۴] مورد آزمایش قرار گرفته است (شکل ۸ الف). قطر آرماتورهای طولی برابر با ۱۲ mm، مقاومت نهایی فولاد برابر با ۴۵۰ Mpa، و مدول کشسان آن برابر با ۲۰۰۰۰۰ Mpa بوده است. مقاومت فشاری بتن برابر با ۳۱ Mpa و مدول کشسان آن برابر با ۳۰۰۰۰ Mpa بوده است. در تحلیل اجزاء محدود، از ۱۳۶ المان ۸ گره‌یی برای بتن، و از ۱۳۶ المان خرپایی برای آرماتورها استفاده شده است. شبکه‌بندی اجزاء محدود تیر در شکل ۸ ب نشان داده شده است.

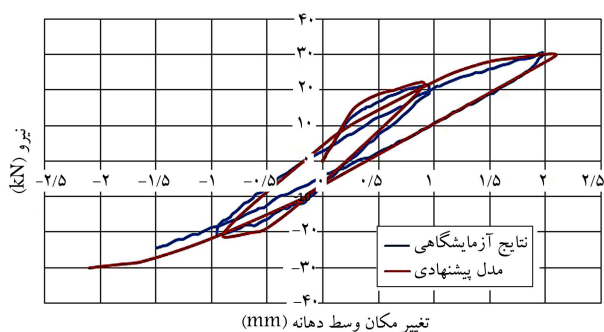
پارامترهای استفاده‌شده در مدل HISS، مطابق جدول ۲ است. مقایسه‌ی نمودار بار - تغییرمکان به دست‌آمده برای وسط دهانه‌ی تیر، [۳۴] با نتایج آزمایشگاهی در شکل ۹ نشان داده شده است.

مطابق شکل ۹ مشاهده می‌شود که نتایج به دست‌آمده براساس مدل پیشنهادی در این پژوهش در مثال مذکور، تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی داشته است. همان‌طور که در شکل نیز قابل مشاهده است، مسیرهای باربرداری و بارگذاری مجدد، و چرخه‌های هسترتیک تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی نشان داده است.



شکل ۸. نمایش جزئیات تیر بتن مسلح [۳۴] و شبکه بندی مورد استفاده در روش اجزاء محدود.

شکل ۸. نمایش جزئیات تیر بتن مسلح [۳۴] و شبکه بندی مورد استفاده در روش اجزاء محدود.



شکل ۹. مقایسه‌ی بین منحنی‌های بار - تغییرمکان وسط دهانه، براساس مدل ارائه‌شده و نتایج آزمایشگاهی لابوردی. [۳۴]

## ۷. نتیجه‌گیری

در این مطالعه از روش تجزیه و تحلیل اجزاء محدود غیرخطی برای پیش‌بینی رفتار سازه‌های بتن آرمه تحت بارگذاری مونوتونیک و دوره‌یی استفاده شده است. برای شبیه‌سازی رفتار بتن در فشار و کشش از سطح تسلیم HISS، که می‌تواند تغییرشکل‌های کشسان و خمیری را در نظر بگیرد، استفاده شده است. شایان توجه است در هنگام باربرداری و بارگذاری مجدد، تغییرشکل‌های خمیری می‌تواند اتفاق افتد و پاسخ کلی سازه را تحت تأثیر قرار دهد. لذا از معادلات ارائه‌شده توسط دسای استفاده شده است، که در عین ساده‌بودن می‌تواند شبیه‌سازی رضایت‌بخشی از حالات باربرداری و بارگذاری مجدد برای سازه‌های بتن آرمه تحت بارگذاری دوره‌یی ارائه دهد. همچنین رفتار آرماتورهای فولادی به صورت کشسان - کاملاً خمیری فرض شده است. به منظور بررسی توانایی مدل پیشنهادی در پیش‌بینی رفتار غیرخطی سازه‌های بتن آرمه تحت بارگذاری یکنواخت و دوره‌یی، ۲ تیر و ۲ قاب مدل‌سازی و نتایج بار - تغییرمکان برای آن‌ها به دست‌آمده و با نتایج آزمایشگاهی موجود مقایسه شده است. با توجه به مقایسه‌های انجام‌گرفته، این نتایج قابل استخراج است:

- یکی از مزیت‌های سطح تسلیم HISS نسبت به سایر سطوح تسلیم، قابلیت مدل مذکور برای استفاده در طیف وسیعی از مصالح است و در واقع کاربرد آن فقط محدود به بتن نیست و با تنظیم پارامترهای آن برای مصالحی همچون: انواع

- با توجه به نمودار نیرو- تغییرمکان به دست آمده برای بارگذاری مونوتونیک (شکل ۷)، در قاب زایو و همکاران،<sup>[۳۳]</sup> براساس برنامه‌ی اجزاء محدود غیرخطی نوشته شده مشاهده شده است که مدل پیشنهادی برای بارگذاری مونوتونیک توانایی بسیار خوبی در پیش‌بینی رفتار غیرخطی سازه‌های بتن آرمه دارد.
- با توجه به نمودار نیرو- تغییرمکان به دست آمده برای حالت بارگذاری دوره‌یی رفت و برگشتی (شکل ۹)، در تیر لایوردی،<sup>[۳۴]</sup> براساس برنامه‌ی اجزاء محدود غیرخطی نوشته شده مشاهده شده است که منحنی پوش، مسیرهای باربرداری و بارگذاری مجدد و چرخه‌های هیستریک به خوبی مدل سازی شده و تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی نشان داده است. بنا براین می‌توان گفت برنامه‌ی اجزاء محدود غیرخطی نوشته شده، توانایی مناسبی در مدل سازی رفتار غیرخطی سازه‌های بتن آرمه تحت بارگذاری دوره‌یی رفت و برگشتی دارد.
- برنامه‌ی نوشته شده، یک برنامه‌ی کامل است، که برای انواع سازه‌های بتن آرمه از جمله: تیر، ستون، و قاب کاربرد دارد.
- خاک‌ها، سنگ‌ها، سرامیک، و غیره می‌توان به راحتی از آن استفاده کرد.<sup>[۳۱]</sup> همچنین اخویسی و همکارانش،<sup>[۳۵]</sup> نشان داده‌اند چگونه می‌توان با استفاده از مدل مذکور، نرم‌شوندگی در ماسه را مدل سازی کرد. در این راستا، استفاده از ایده‌ی حالت اغتشاش (DSC) پیشنهاد شده است. لذا برنامه‌ی نوشته شده در این پژوهش، یک برنامه‌ی کامل است، که با تنظیم پارامترهای سطح تسلیم HISS براساس مصالح مختلف، می‌توان از آن برای مصالحی غیر از بتن نیز استفاده کرد.
- مدل HISS، در مقایسه با سایر مدل‌های حالت خمیری کلاسیک، ثابت‌ها و پارامترهای مورد نیاز کمتری دارد، که این مسئله کار با آن را آسان تر می‌کند.
- مدل پیشنهادی برای مسیرهای باربرداری و بارگذاری مجدد به خوبی می‌تواند حالات باربرداری و بارگذاری مجدد جزئی و کلی و مسیرهای انتقالی را شبیه سازی کند.

## منابع (References)

1. Choi, C.K. and Kwak, H.G. "The effect of finite element mesh size in nonlinear analysis of reinforced concrete structures", *Computers and Structures*, **36**, pp. 807-815 (1990).
2. Amiri, B. and Akhaveissy, A.H. "A new constitutive model for concrete under cyclic loading", *6th International Conference on Seismology and Earthquake Engineering*, Iran, Tehran (16-18 May 2011).
3. Desai, C.S. and Fishman, K.L. "Plasticity – based constitutive model with associated testing for joints", *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, **28**(1), pp. 15-26 (1991).
4. Akhaveissy, A.H. and Desai, C.S. "Unreinforced masonry walls: Nonlinear finite element analysis with a unified constitutive model", *Arch. Comput. Methods Eng.*, **18**(4), pp. 485-502 (2011).
5. Akhaveissy, A.H. and Desai, C.S. "Application of the DSC model for nonlinear analysis of reinforced concrete frames", *Finite Element in Analysis and Design*, **50**, pp. 98-107 (2012).
6. Akhaveissy, A.H., Desai, C.S., Mostofinejad, D. and Vafai, A. "FE analysis of RC structures using DSC model with yield surface for tension and compression", *Journal of Computers and Concrete*, **11**(2), pp. 123-148 (2013).
7. Jafarian, M. and Wang, Y.C. "Force-deflection relationship of reverse channel connection web component subjected to transverse load", *Journal of Constructional Steel Research*, **104**, pp. 206-226 (2015).
8. Richard, B. and Ragueneau, F. "Continuum damage mechanics based model for quasi materials subjected to cyclic loadings: Formulation, numerical implementation and application", *Journal of Engineering Fracture Mechanics*, **98**, pp. 383-406 (2013).
9. Jukic, M., Brank, B. and Ibrahimbegovic, A. "Failure analysis of reinforced concrete frames by finite element that combines damage, plasticity and embedded discontinuity", *Journal of Engineering Structures*, **75**, pp. 507-527 (2014).
10. Mousavi, S.A., Zahrai, S.M. and Bahrami-Rad, A. "Quasi- static cyclic tests on super- lightweight EPS concrete shear walls", *Journal of Engineering Structures*, **65**, pp. 62-75 (2014).
11. Panyakpo, P. "Cyclic pushover analysis procedure to estimate seismic demands for buildings", *Journal of Engineering Structures*, **66**, pp. 10-23 (2014).
12. Skalomenos, K.A., Hatzigeorgiou, G.D. and Beskos, D.E. "Parameter identification of three hysteretic models for simulation of the response of CFT columns to cyclic loading", *Journal of Engineering Structures*, **61**, pp. 44-60 (2014).
13. Hu, H.T. and Schnobrich, W.C. "Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete plates and shells under monotonic loading", *Computers and Structures*, **38**, pp. 637-651 (1991).
14. Ghaemieh, M. and Kukreti, A.R. "Application of Kinematic Hardening models to cyclic plasticity structural analysis problems", *Computers and Structures*, **46**(4), pp. 633-647 (1993).
15. Mroz, Z. "On the description of anisotropic work hardening", *J. Mech. Phys. Solids*, **15**(3), pp. 163-175 (1967).
16. Vecchio, F.J. "Towards cyclic load modeling of reinforced concrete", *ACI Structural Journal*, **96**(2), pp. 193-202 (1999).
17. Wang, T. and Hsu, T.T.C. "Nonlinear finite element analysis of concrete structures using new constitutive models", *Computers and Structures*, **79**(32), pp. 2781-2791 (2001).

18. Park, H. and Kim, J.Y. "Plasticity model using multiple failure criteria for concrete in compression", *International Journal of Solids and Structures*, **42**(8), pp. 2303-2322 (2005).
19. Park, H. and Kim, J.Y. "Hybrid plasticity model for reinforced concrete in cyclic shear", *Engineering Structures*, **27**(1), pp. 35-48 (2005).
20. Au, F.T.K. and Bai, Z.Z. "Two-dimensional nonlinear finite element analysis of monotonically and non-reversed cyclically loaded RC beams", *Journal Engineering Structures*, **29**(11), pp. 2921-2934 (2007).
21. Belmouden, Y. and Lestuzzi, P. "Analytical model for predicting nonlinear reversed cyclic behavior of reinforced concrete structural walls", *Engineering Structures*, **29**(7), pp. 1263-1276 (2007).
22. Grassl, P. and Rempling, R. "A damage - plasticity interface approach to the meso-scale modeling of concrete subjected to cyclic compressive loading", *Engineering Fracture Mechanics*, **75**(16), pp. 4804-4818 (2008).
23. Faleiro, J., Oller, S. and Barbat, A.H. "Plastic-damage seismic model for reinforced concrete frames", *Computers and Structures*, **86**(7-8), pp. 581-597 (2008).
24. He, W., Wu, Y.F. and Liew, K.M. "A fracture energy based constitutive model for the analysis of reinforced concrete structures under cyclic loading", *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, **197**(51-52), pp. 4745-4762 (2008).
25. Kulkarni, S.A., Li, B. and Yip, W.K. "Finite element analysis of precast hybrid-steel concrete connections under cyclic loading", *Journal of Constructional Steel Research*, **64**(2), pp. 190-201 (2008).
26. Hashemi, S.SH., Tasnimi, A.A. and Soltani, M. "Nonlinear cyclic analysis of reinforced concrete frames, utilizing new joint element", *Scientia Iranica*, **16**(6), pp. 490-501 (2009).
27. Richard, B., Ragueneau, F., Cremona, C. and Adelaide, L. "Isotropic continuum damage mechanics for concrete under cyclic loading: Stiffness recovery, inelastic strain and frictional sliding", *Engineering Fracture Mechanics*, **77**(8), pp. 1203-1223 (2010).
28. Hawileh, R.A., Rahman, A. and Tabatabai, H. "Nonlinear finite element analysis and modeling of a precast hybrid beam-column connection subjected to cyclic loads", *Applied Mathematical Modelling*, **34**(9), pp. 2562-2583 (2010).
29. Nakamura, N., Tsunashima, N., Nakano, T. and Tachibana, E. "Analytical study on energy consumption and damage to cylindrical and I-shaped reinforced concrete shear walls subjected to cyclic loading", *Engineering Structures*, **31**(4), pp. 999-1009 (2009).
30. Willam, K.J. and Warnke, E.P. "Constitutive model for triaxial behavior of concrete", *Seminar on Concrete Structure Subjected to Triaxial Stress, International Association of Bridge and Structural Engineering Conference*, Bergamo, Italy, p. 174 (1974).
31. Desai, C.S., *Mechanics of Materials and Interfaces, The Disturbed State Concept*, CRC Press, Boca Raton, Florida, USA (2001).
32. Crisfield, M.A., *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*, John Wiley and Sons, Englewood Cliffs, NJ (2000).
33. Xiao, J., Yuedong, S. and Falkner, H. "Seismic performance of frame structures with recycled aggregate concrete", *Journal of Engineering Structures*, **28**(1), pp. 1-8 (2006).
34. La Borderie, C. "Unilateral effects for damage-like materials: modelling and application to concrete structures", PhD. Thesis, University Paris VI, Paris (1991).
35. Akhaveissy, A.H., Desai, C.S., Sadrnejad, S.A. and Shakib, H. "Implementation and comparison of a generalized plasticity and disturbed state concept for the load-deformation behavior of foundations", *Scientia Iranica, Transaction A: Civil Engineering*, **16**(3), pp. 189-198 (2009).