

مقایسه‌ی الگوریتم‌های گرادیان و PSO در تصحیح ماتریس مبدأ - مقصد کلان‌شهر تهران

عباس بابازاده* (استادیار)

مهرداد غلامی شه‌بندی (دانشجوی دکتری)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران

مهندسی عمران شریف، (بهار ۱۳۹۶)
دوری ۲-۱۳۳، شماره ۱/۱، ص. ۹-۳

آمارگیری مبدأ - مقصد بخش قابل توجهی از هزینه‌های مطالعات جامع حمل و نقل شهری را به خود اختصاص می‌دهد. به همین دلیل، تصحیح ماتریس‌های مبدأ - مقصد با استفاده از اطلاعات شمارش حجم درکمان‌های شبکه به‌عنوان روشی ارزان‌قیمت در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است. روش‌های مختلفی برای حل مسئله‌ی تصحیح ماتریس مبدأ - مقصد موجود است، ولی میزان کارایی روش‌های مذکور برای شبکه‌های بزرگ مقیاس به خوبی روشن نیست. در این نوشتار، مسئله‌ی تصحیح ماتریس مبدأ - مقصد برای کلان‌شهر تهران با استفاده از دو الگوریتم موجود گرادیان و PSO حل و نتایج آنها با هم مقایسه شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که الگوریتم گرادیان از نظر بازتولید جریان‌های مشاهده‌شده به طور جزئی عملکرد بهتری دارد، ولی الگوریتم PSO از نظر جمع عناصر و نیز ساختار ماتریس تصحیح‌شده به طور قابل توجهی بهتر عمل می‌کند.

واژگان کلیدی: تقاضای حمل و نقل، تصحیح ماتریس مبدأ - مقصد، برنامه‌ریزی دوسطحی، روش گرادیان، بهینه‌سازی اجتماع ذرات (PSO).

۱. مقدمه

آمارگیری مبدأ - مقصد بخش قابل توجهی از هزینه‌ی مطالعات جامع حمل و نقل شهری را به خود اختصاص می‌دهد. در این آمارگیری اطلاعات سفرهای روزانه‌ی نمونه‌ی از شهروندان در سطح محدوده‌ی شهری برداشت و به صورت ماتریس‌های مبدأ - مقصد^۱ به تفکیک انواع طریقه‌های حمل و نقل ذخیره می‌شوند. ماتریس‌های مبدأ - مقصد از مهم‌ترین ورودی‌های مدل‌های برآورد تقاضای حمل و نقل محسوب می‌شوند، به طوری که تخمین نادرست آنها می‌تواند منجر به ارائه‌ی طرح‌های غیراقتصادی (از دیدگاه مدیران یا استفاده‌کنندگان) شود. ولی به دلیل هزینه‌ی زیاد آمارگیری مبدأ - مقصد، انجام سالیانه‌ی آن غیراقتصادی است و لذا این آمارگیری معمولاً در فواصل زمانی ۱۰ الی ۲۰ سال انجام می‌شود. با توجه به فاصله‌ی طولانی بین آمارگیری‌های مبدأ - مقصد، تصحیح سالانه‌ی ماتریس‌های مبدأ - مقصد با استفاده از اطلاعات شمارش حجم کمان‌های شبکه (معمولاً شمارش کمتر از ۵٪ کمان‌های شبکه) به‌عنوان روشی ارزان در سال‌های اخیر مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته است. در علم مهندسی حمل و نقل، از این مسئله با عنوان تصحیح ماتریس تقاضای مبدأ - مقصد (ODMEP)^۲ نام برده می‌شود.

در ادبیات موضوعی طبقه‌بندی‌های مختلفی برای روش‌های حل ODMEP

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۱/۳/۱۳۹۳، اصلاحیه ۵/۴/۱۳۹۴، پذیرش ۱۴/۱۰/۱۳۹۴.

وجود دارد. اما به طور کلی می‌توان روش‌های مذکور را به دو دسته‌ی روش‌های غیرمستقیم و مستقیم دسته‌بندی کرد. در روش‌های غیرمستقیم ابتدا یک مدل تقاضا (عموماً مدل‌های جاذبه) براساس اطلاعات شمارش حجم پرداخت و سپس ماتریس مبدأ - مقصد از طریق مدل تقاضا برآورد می‌شود. برای اولین بار در سال ۱۹۷۲ از یک روش غیرمستقیم برای یافتن جواب ODMEP استفاده شده است.^[۱] این دسته از روش‌ها در برخی پژوهش‌ها،^[۲،۳] مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته‌اند. در روش‌های مستقیم، ODMEP بر پایه‌ی اطلاعات شمارش حجم فرمول‌بندی و حل می‌شود. مدل‌های بر پایه‌ی تعادل Wardrop^[۴] متداول‌ترین مدل‌ها از نوع مذکور هستند که برای شبکه‌های متراکم و شلوغ قابل استفاده‌اند. همچنین برای اولین بار در سال ۱۹۷۷ دو مدل ریاضی برای ODMEP ارائه شده است.^[۵] مدل اول برای حالتی است که اطلاعات شمارش حجم برای تمامی کمان‌ها در اختیار باشد، و مدل دوم برای حالتی است که اطلاعات کوتاه‌ترین مسیرها برای تمامی زوج‌های مبدأ - مقصد وجود داشته باشد. مدل دوم اخیر نیز با اعمال تغییراتی در تعیین جهت حرکت روش تخصیص فرانک - ولف حل شده است.^[۶] همچنین در سال ۱۹۸۲، مدلی محذب نسبت به تغییرات تقاضا برای ODMEP ارائه شده است.^[۷] مدلی دو سطحی نیز در سال ۱۹۹۱ ارائه شده است که خطای موجود در مشاهدات را در نظر می‌گیرد.^[۸] بسیاری روش‌های دیگر نیز برای حل مدل‌های بهینه‌سازی یک‌سطحی و دو سطحی ODMEP بر پایه‌ی تعادل در شبکه ارائه شده است.^[۹-۱۳] در مدل‌های

دو سطحی، مدل سطح بالا، یک مدل بهینه‌سازی برای یافتن ماتریس مبدأ - مقصد، و مدل سطح پایین، یک مدل تخصیص ترافیک قطعی یا تصادفی برای یافتن جریان تعادلی مربوط به هر ماتریس مبدأ - مقصد است. همچنین یک مدل دو سطحی برای حل مسئله ارائه شده است، که روشی بر پایه‌ی گرادیان برای حل آن به‌کار برده شده است.^[۹] در ادامه، روش مذکور در پژوهش‌های بسیاری،^[۱۴-۱۷] توسعه داده شده است. مدل‌های بر پایه‌ی آنتروپی بیشینه^۲، دسته‌ی دیگری از مدل‌های مربوط به روش‌های مستقیم هستند. در مطالعات دیگری نیز مدل‌هایی از این نوع ارائه شده است.^[۱۸-۲۱] با توجه به عدم قطعیت در ورودی‌های مسئله، در برخی پژوهش‌ها از ریاضیات فازی برای حل مسئله استفاده شده است.^[۲۲،۲۳]

روش ارائه‌شده‌ی اشپیز (۱۹۹۰)،^[۹] از یک ماتریس اولیه شروع می‌شود و سپس در هر تکرار، ماتریس فعلی به نحوی تصحیح می‌شود تا حجم‌های حاصل از تخصیص آن به شبکه به حجم‌های شمارش‌شده نزدیک‌تر شود، و در عین حال از ماتریس اولیه دور نشود. علی‌رغم آنکه روش ذکرشده را می‌توان به سادگی پیاده‌سازی کرد، درستی نتایج آن برای شبکه‌های بزرگ مثل شبکه‌ی تهران نیاز به بررسی بیشتر دارد. در پژوهش با بازاده و غلامی (۲۰۱۲)،^[۱۳] نیز الگوریتمی فرا ابتکاری مبتنی بر روش بهینه‌سازی اجتماع ذرات (PSO)^۴ برای حل مسئله‌ی دو سطحی ذکرشده برای شبکه‌های بزرگ ارائه شده است. هدف این نوشتار، پیاده‌سازی و اجرای دو الگوریتم اخیر برای کلان‌شهر تهران و تحلیل کارایی و نتایج آنهاست.

۲. فرمول‌بندی مسئله‌ی تصحیح ماتریس مبدأ - مقصد

یک شبکه‌ی ترافیکی را می‌توان به صورت یک گراف متشکل از مجموعه‌ی گمان‌های A و مجموعه‌ی گره‌های N در نظر گرفت. فرض کنید که $A \subset \hat{A}$ ، مجموعه‌ی گمان‌های با اطلاعات شمارش حجم، \hat{x}_a جریان مشاهده (شمارش) شده در گمان $a \in \hat{A}$ ، J مجموعه زوج‌های مبدأ - مقصد، $\hat{d} = (\hat{d}_j)_{j \in J}$ ماتریس مبدأ - مقصد اولیه، و D مجموعه‌ی ماتریس‌های مبدأ - مقصد امکان‌پذیر باشند. هدف از حل ODMEP به دست آوردن ماتریس $d \in D$ است، به طوری که فاصله‌ی بین جریان‌های حاصل از تخصیص آن به شبکه و جریان‌های شمارش‌شده در گمان‌های \hat{A} کمینه شود و در عین حال فاصله‌ی بین ماتریس اولیه‌ی \hat{d} و ماتریس تصحیح‌شده‌ی d بیش از حد زیاد نشود. این مسئله، یک مسئله‌ی دو سطحی است که سطح بالایی آن به دنبال یافتن ماتریس d و سطح پایینی آن یک مدل تخصیص ترافیک تعادلی است. مسئله‌ی سطح بالایی ODMEP به صورت رابطه‌ی ۱ تعریف می‌شود:^[۹]

$$\begin{cases} \text{Min}_d & Z(d, x) = \gamma_1 Z_1(d, \hat{d}) + \gamma_2 Z_2(x, \hat{x}) \\ \text{s.t.} & d \geq 0 \\ & x = \text{assign}(d) \end{cases} \quad (1)$$

که در آن، نگاشت $\text{assign} : R^{|\hat{A}|} \rightarrow R^{|\hat{A}|}$ معرف الگوریتم حل مسئله‌ی سطح پایین به ازاء ماتریس $d = (x_a)_{a \in \hat{A}}$ بردار جریان در گمان تعادلی حاصل از حل مسئله‌ی سطح پایین، و Z_1 تابع فاصله بین ماتریس‌های تصحیح‌شده و اولیه، و Z_2 تابع فاصله بین جریان‌های تخصیص داده‌شده و مشاهده‌شده هستند. γ_1 و γ_2 نیز ضرایبی هستند که اهمیت دو بخش تابع Z را تعیین می‌کنند. اشپیز،^[۹] با این استدلال که در روش حل گرادیان ماتریس تصحیح‌شده‌ی نزدیک به ماتریس اولیه باقی می‌ماند، تابع Z_1 را از تابع هدف حذف و سپس با تعریف تابع Z_2 به صورت

مجموع مربعات خطا، رابطه‌ی ۱ را به صورت رابطه‌ی ۲ ساده کرده است:

$$\begin{cases} \text{Min}_d & Z(d) = \frac{1}{\gamma} \sum_{a \in \hat{A}} (x_a - \hat{x}_a)^2 \\ \text{s.t.} & d \geq 0 \\ & x = \text{assign}(d) \end{cases} \quad (2)$$

در این نوشتار، رابطه‌ی ۲، با استفاده از دو الگوریتم گرادیان و PSO برای شبکه‌ی شهر تهران حل شده است. در هر دو صورت، مسائل سطح پایین توسط الگوریتم تکمیلی مبتنی بر مسیر^۵،^[۲۴] حل می‌شوند.

۳. الگوریتم گرادیان

الگوریتم گرادیان، یک روش تکراری است که از یک جواب اولیه، حل مسئله را شروع و در هر تکرار در جهت بیشترین نزول تابع هدف حرکت می‌کند. به همین دلیل تا حد امکان نزدیک به ماتریس اولیه باقی می‌ماند. در هر تکرار ℓ ، روش اجزاء ماتریس d به صورت رابطه‌ی ۳ تصحیح می‌شود:^[۹]

$$d_j^{\ell+1} = \begin{cases} \hat{d}_j & \text{for } \ell = 0, \\ d_j^\ell (1 - \lambda^\ell (\frac{\partial Z(d^\ell)}{\partial d_j})) & \text{for } \ell = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (3)$$

که در آن، d_j^ℓ تقاضای زوج مبدأ - مقصد j و λ^ℓ اندازه‌ی گام در تکرار ℓ هستند. بر طبق رابطه‌ی ۳، تغییر در مقدار d_j در هر دو تکرار متوالی متناسب با مقدار اولیه‌ی \hat{d}_j است. بدین ترتیب اجزاء صفر در ماتریس اولیه، همیشه در ماتریس تصحیح‌شده نیز صفر باقی می‌مانند. ماتریس گرادیان $\partial Z(d) / \partial d_j$ و طول گام λ^ℓ به صورت روابط ۴ و ۵ محاسبه می‌شوند:^[۹]

$$\frac{\partial Z(d)}{\partial d_j} = \frac{1}{d_j} \sum_{a \in \hat{A}} (x_a - \hat{x}_a) \sum_{k \in K_j} h_k \delta_{ak} \quad \forall j \in J \quad (4)$$

$$\lambda^\ell = \frac{\sum_{a \in \hat{A}} x'_a (\hat{x}_a - x_a)}{\sum_{a \in \hat{A}} x'_a} \quad (5)$$

که در آن، x'_a مشتق x_a نسبت به λ^ℓ به صورت رابطه‌ی ۶ است:^[۹]

$$x'_a = - \sum_{j \in J} \frac{\partial Z(d)}{\partial d_j} \left(\sum_{k \in K_j} h_k \delta_{ak} \right) \quad \forall a \in \hat{A} \quad (6)$$

که در آن، K_j مجموعه مسیرهای بین زوج مبدأ - مقصد j و h_k جریان در مسیر k است.

۴. الگوریتم PSO

الگوریتم PSO روشی تکراری تصادفی بر پایه‌ی جمعیت است، که در سال ۱۹۹۵ میلادی معرفی،^[۲۵] و در ادامه توسط برخی پژوهشگران توسعه داده شده است.^[۲۶-۲۹] در این الگوریتم، که از رفتار گروهی پرندگان الهام گرفته است، هر جواب به عنوان یک ذره^۶ و مجموعه‌ی جواب‌ها با عنوان اجتماع^۷ شناخته می‌شوند. هر ذره‌ی i با دو مشخصه‌ی مکان P_i و سرعت V_i تعریف می‌شود، به طوری که مکان، نمایانگر جواب فعلی به دست آمده توسط آن ذره و سرعت، نشان‌گر جهت و اندازه‌ی حرکت

مکان اولیه باقی می ماند، ولی سایر ذرات با استفاده از روابط ۹ و ۱۰ در فضای جواب جابه جا می شوند:

$$V_{ij}(\circ) = r_{ij} \times \hat{d}_j \times (\bar{C} - 1) \quad (9)$$

$$P_{ij}(\circ) = \hat{d}_j + V_{ij}(\circ) \quad \forall i \neq 1 \quad (10)$$

که در آن، $V_{ij}(\circ)$ سرعت اولیهی ذره i در جهت j ، r_{ij} عددی تصادفی در بازه $[0, 1]$ ، و \bar{C} معیاری از نسبت حجم های تخصیص داده شده در گام \circ به حجم های مشاهده شده است که به صورت رابطه ی ۱۱ محاسبه می شود: [۱۳]

$$\bar{C} = \frac{\sum_{a \in \hat{A}} C_a}{|\hat{A}|} \quad (11)$$

که در آن، C_a برای هر کمان $a \in \hat{A}$ برابر نسبت جریان مشاهده شده به جریان تخصیص داده شده در گام \circ ، $(x_a(\circ))$ است (رابطه ی ۱۲):

$$C_a = \frac{\hat{x}_a}{x_a(\circ)} \quad \forall a \in \hat{A} \quad (12)$$

روش مذکور، ماتریس های اولیه را به صورتی تولید می کند که اولاً ساختار آنها نزدیک به ساختار ماتریس اولیه باشد و در ضمن مجموع اجزاء آنها (به جز ماتریس $i = 1$) تناسب بیشتری با جریان های مشاهده شده داشته باشد.

۵. نتایج عددی برای شبکه ی تهران

در این بخش، ODMEP برای شبکه ی معابر تهران توسط الگوریتم های گرادیان و PSO حل و نتایج به دست آمده تحلیل و مقایسه شده اند. الگوریتم گرادیان در محیط برنامه نویسی VISUAL C++ و الگوریتم PSO در محیط MAT-LAB پیاده سازی و هر دوی آنها به برنامه ی تخصیص تکمیلی، [۱۳] نوشته شده در VISUAL C++ متصل شده اند.

براساس اطلاعات کسب شده از شرکت مطالعات جامع حمل و نقل و ترافیک شهر تهران، شبکه ی معابر تهران شامل ۶۵۰ ناحیه ی ترافیکی، ۸۰۲۱ گره، ۱۷۷۹۰ کمان، و ۱۱۷۴۱۳ زوج مبدأ - مقصد با تقاضای مثبت برای طریقه ی معادل سواری است. همچنین ماتریس تقاضای سال ۱۳۷۳ (بر حسب معادل سواری) براساس آمارگیری مبدأ - مقصد در آن سال، و ماتریس تقاضای سال ۱۳۹۱ براساس نتایج مدل های چهار مرحله یی شهر تهران در دست هستند. هدف این نوشتار تصحیح ماتریس مبدأ - مقصد سال ۱۳۷۳ براساس حجم های مشاهده شده ی سال ۱۳۹۱ است. این تذکر لازم است که ماتریس سال ۱۳۹۱ در فرایند تصحیح ماتریس سال ۱۳۷۳ استفاده نمی شود، بلکه فقط به عنوان ماتریس هدف در ارزیابی نتایج دو الگوریتم گرادیان و PSO استفاده خواهد شد.

در مطالعات جامع حمل و نقل و ترافیک تهران، سه خط برش در امتداد بزرگراه های مدرس، همت، و بعثت برای آمارگیری شمارش حجم و سرنشین در نظر گرفته شده اند، که در مجموع ۴۶۶ ایستگاه شمارش حجم دارند. در این آمارگیری، حجم عبوری از هر ایستگاه از ۱ یا ۲ جهت شمارش می شود. از میان تمام ایستگاه ها، تعداد ۱۹۴ ایستگاه کمائی معادل روی گراف شبکه ی تهران دارند. در این مطالعه، ۱۹۴ کمان مذکور، که حدود ۱/۱٪ کمان های شبکه را تشکیل می دهند، به عنوان کمان های با اطلاعات شمارش حجم در نظر گرفته شده و جریان های مشاهده شده در آنها از طریق تخصیص ماتریس سال ۱۳۹۱ به شبکه ی معابر آن سال تعیین شده اند. به

آن ذره برای رسیدن به مکان بعدی است. در هر تکرار الگوریتم، ذرات براساس سرعت خود از یک مکان به مکانی دیگر در فضای مسئله جابه جا می شوند. سرعت ذره ی i در هر تکرار براساس بهترین جواب به دست آمده تا آن تکرار توسط تمام ذرات (بهترین جواب جهانی P_g^*) و بهترین جواب به دست آمده تا آن تکرار توسط همان ذره (بهترین جواب محلی P_i^*) به دست می آید. ارزیابی جواب (مکان) هر ذره توسط تابعی به نام تابع برازندگی^{۱۰} انجام می شود. الگوریتم از یک جواب اولیه برای هر ذره (که معمولاً تصادفی تولید می شود) آغاز و در هر تکرار با جابه جایی ذرات، جواب های جدیدی به دست می آیند. سرعت ذره ی i در بعد j فضای جواب در هر تکرار t به صورت رابطه ی ۷ به دست می آید:

$$V_{ij}(t) = W V_{ij}(t-1) + c_1 r_{1i} (P_{ij}^*(t-1) - P_{ij}(t-1)) + c_2 r_{2i} (P_{gj}^*(t-1) - P_{ij}(t-1)) \quad (7)$$

که در آن W ، وزن اینرسی است که در بازه ی $[0.9, 0.7]$ انتخاب می شود، و c_1 و c_2 نیز ضرایب ثابتی هستند که عموماً مقدار ۲ دارند و r_{1i} و r_{2i} نیز اعدادی تصادفی در بازه ی $[0, 1]$ هستند. مکان جدید ذره ی i در جهت j به صورت رابطه ی ۸ محاسبه می شود:

$$P_{ij}(t) = P_{ij}(t-1) + V_{ij}(t) \quad (8)$$

شرط توقف الگوریتم را نیز می توان تعداد تکرار، زمان حل مسئله، دست یابی به یک دقت خاص، و یا رسیدن به تعداد تکراری مشخص بدون بهبود در مقدار تابع هدف در نظر گرفت.

در الگوریتم PSO برای حل ODMEP، P_{ij} تقاضای زوج مبدأ - مقصد j برای ذره ی i است. [۱۳]

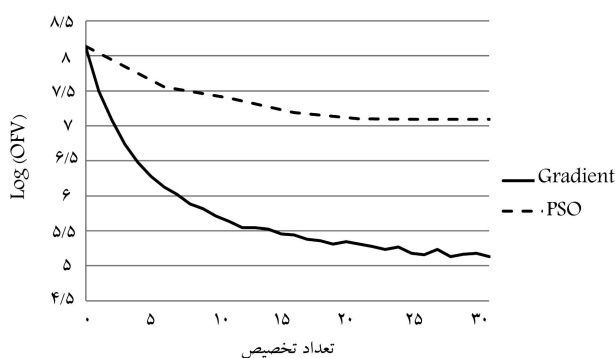
گام ۰. تعداد ذرات، وزن اینرسی، و سایر ضرایب مورد نیاز تعیین شود. تقاضای اولیه به شبکه تخصیص داده شود. حجم های تخصیص داده شده ی کمان ها به دست آورده شود. مکان و سرعت هر ذره در بازه ی امکان پذیر انتخاب و مقدار تابع برازندگی (تابع هدف مسئله ی ۲) برای هر ذره محاسبه شود. بهترین جواب محلی هر ذره برابر مکان فعلی آن ذره، و بهترین جواب جهانی برابر بهترین جواب محلی در بین ذرات قرار داده شود (t برابر صفر قرار داده شود ($t = 0$)).

گام ۱. سرعت و مکان هر ذره بر طبق روابط ۷ و ۸ به هنگام، و در صورت خروج از محدوده ی مجاز اصلاح شود.

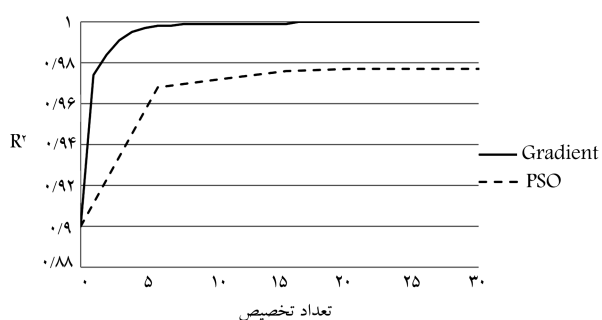
گام ۲. برای هر ذره، مقادیر تابع برازندگی محاسبه و اگر از تابع برازندگی بهترین جواب محلی آن ذره بهتر بود، بهترین جواب محلی برابر مکان جدید قرار داده شود. بهترین جواب جهانی برابر بهترین جواب محلی در بین ذرات قرار داده شود.

گام ۳. t مساوی $t + 1$ قرار داده شود. اگر شرط توقف برقرار بود، بهترین جواب جهانی به عنوان خروجی گزارش شود. در غیر این صورت باید به گام ۲ برگشت. ■

در این الگوریتم، براساس نتایج ارائه شده محققان (۲۰۱۲)، [۱۳] ضرایب c_1 و c_2 به ترتیب برابر با ۱/۹ و ۲/۱ در نظر گرفته شده اند، و وزن اینرسی به صورت خطی از مقدار ۱ در تکرار اول تا مقدار ۰/۲ در تکرار آخر تغییر یافته است. برای محاسبه ی مکان اولیه ی ذرات در گام ۱، در ابتدا ماتریس تقاضای اولیه به عنوان مکان اولیه ی هر ذره ی i در نظر گرفته می شود، یا $\hat{d}_j = P_{ij}(\circ)$. سپس ذره ی $i = 1$ در همان



شکل ۱. تغییرات لگاریتم تابع هدف نسبت به تعداد تخصیص ترافیک برای شبکه‌ی تهران.



شکل ۲. تغییرات R^2 بین جریان‌های مشاهده‌شده و برآوردشده نسبت به تعداد تخصیص ترافیک برای شبکه‌ی تهران.

نوسان‌هایی که در نیمه‌ی انتهایی نمودار شکل ۱ مشاهده می‌شود، به دلیل یکی از مفروضات روش گرادیان است که در آن نسبت h_k/d_j در تمامی تکرارها ثابت و مساوی با مقدار آن در تکرار صفر است. واضح است هر چه فاصله‌ی ماتریس اولیه و ماتریس تصحیح‌شده زیادتر شود (مانند فاصله‌ی ماتریس‌های ۱۳۷۳ و ۱۳۹۱ در این نوشتار) از اعتبار این فرض کاسته می‌شود و ممکن است الگوریتم گرادیان دچار مشکل شود.

جهت ارزیابی بهتر دو الگوریتم در بازتولید جریان‌های مشاهده‌شده، تغییرات R^2 بین جریان‌های مشاهده‌شده و برآوردشده نسبت به تعداد مسائل تخصیص ترافیک حل‌شده در شکل ۲ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که دو الگوریتم گرادیان و PSO با شروع از مقدار اولیه‌ی $R^2 = 0.9$ به ترتیب به مقادیر نهایی ۱ (با دقت 0.001) و 0.977 رسیده‌اند. این نتیجه نشان می‌دهد که الگوریتم PSO نیز به اندازه‌ی کافی در بازتولید حجم‌های مشاهده‌شده موفق است، هر چند که الگوریتم گرادیان از این حیث موفق‌تر است.

برای بررسی قدرت دو الگوریتم در حفظ ساختار ماتریس اولیه، از معیار R^2 بین اجزاء ماتریس‌های اولیه و تصحیح‌شده استفاده شده است. شکل ۳، تغییرات این معیار را نسبت به تعداد تخصیص ترافیک برای دو الگوریتم نشان می‌دهد، که مطابق آن هر دو الگوریتم با افزایش تکرار از ماتریس اولیه فاصله گرفته‌اند، ولی این فاصله برای الگوریتم PSO به طور واضحی کمتر است، به طوری که در نهایت $R^2 = 0.91$ برای PSO و $R^2 = 0.85$ برای گرادیان به دست آمده است.

جهت تعیین اهمیت نسبی معیارهای فوق در کاربدهای عملی مسئله از اطلاعات ماتریس هدف سال ۱۳۹۱ استفاده شده است. تغییرات مجموع اجزاء ماتریس تصحیح‌شده نسبت به تعداد مسائل تخصیص ترافیک حل‌شده در شکل ۴ نشان داده شده است. جمع اجزاء ماتریس اولیه (ماتریس ۱۳۷۳) در هر دو الگوریتم

این صورت، امکان ارزیابی ماتریس‌های تصحیح‌شده از طریق الگوریتم‌های گرادیان و PSO در مقایسه با ماتریس واقعی فراهم می‌شود.

برای مقایسه‌ی کارایی دو الگوریتم گرادیان و PSO در تصحیح ماتریس اولیه‌ی ۱۳۷۳، باید هر دوی آنها زمانی مساوی را صرف حل‌های مسئله‌ی سطح پایین (تخصیص ترافیک) کرده باشند. بدین منظور، اولاً مسائل تخصیص ترافیک در هر دو الگوریتم با دقتی معادل با شکاف نسبی 0.001 حل می‌شوند، و ثانیاً شرط توقف هر دو الگوریتم روی تعداد تخصیص ترافیک قرار داده می‌شود. شکاف نسبی به صورت رابطه‌ی ۱۳ تعریف می‌شود:

$$RG = \frac{TC - \sum_{j \in J} d_j u_j}{TC} \quad (13)$$

که در آن، TC کل زمان سفر شبکه و u_j کوتاه‌ترین زمان سفر بین زوج مبدأ - مقصد z در جریان فعلی هستند.

شایان ذکر است که هر تکرار الگوریتم گرادیان، نیازمند یک بار تخصیص ترافیک است؛ در حالی که در هر تکرار الگوریتم PSO باید به تعداد ذرات مسئله تخصیص حل شود. در عمل، الگوریتم گرادیان با ۳۱ تکرار (۳۱ بار تخصیص ترافیک) و الگوریتم PSO با ۵ ذره و ۶ تکرار (۳۰ بار تخصیص ترافیک به علاوه‌ی یک تخصیص اضافی برای محاسبه‌ی C_a در رابطه‌ی ۱۲) برای شبکه‌ی تهران اجرا شده‌اند. نتایج این دو الگوریتم بر مبنای این معیارها قابل مقایسه هستند:

۱. مقدار تابع هدف؛

۲. R^2 (ضریب همبستگی) بین جریان‌های مشاهده‌شده و برآوردشده؛

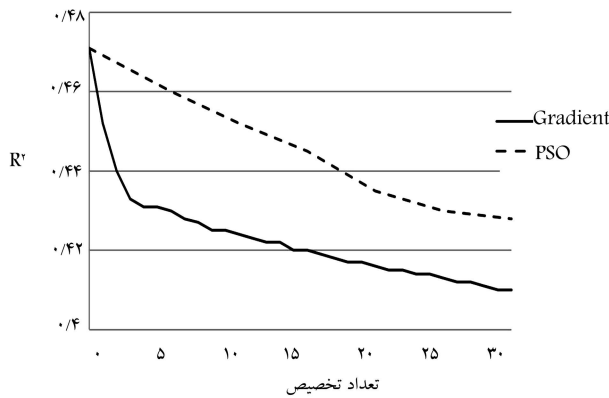
۳. R^2 بین اجزاء ماتریس اولیه (ماتریس ۱۳۷۳) و ماتریس تصحیح‌شده؛

۴. مجموع اجزاء ماتریس تصحیح‌شده نسبت به ماتریس هدف ۱۳۹۱؛

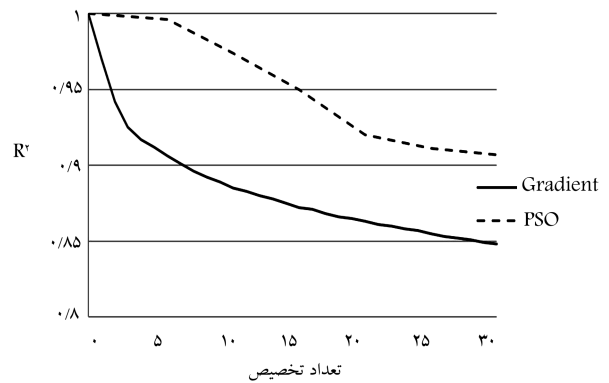
۵. R^2 بین اجزاء ماتریس تصحیح‌شده و ماتریس هدف ۱۳۹۱.

لازم به ذکر است که در برخی مطالعات پیشین، [۱۳-۱۷] غالباً از ۳ معیار اول جهت ارزیابی ماتریس‌های تصحیح‌شده استفاده شده است، زیرا ماتریس هدف در کاربردهای عملی مسئله‌ی تصحیح ماتریس، در واقع متغیر مسئله است و از قبل معلوم نیست. البته در این مطالعه، دو معیار ۴ و ۵ نیز ارائه شده‌اند تا بتوان توانایی دو الگوریتم در رسیدن به هدف اصلی، که تعیین ماتریس ۱۳۹۱ است، را بهتر ارزیابی کرد. از طرف دیگر، ارائه‌ی این دو معیار کمک می‌کند تا اولویت نسبی معیارهای قبلی جهت استفاده در کاربردهای عملی مسئله روشن شود.

شکل ۱، لگاریتم مقدار تابع هدف مسئله‌ی ۲ را نسبت به تعداد مسائل تخصیص ترافیک حل‌شده در تکرارهای دو الگوریتم نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل مذکور مشاهده می‌شود، هر دو الگوریتم توانسته‌اند مقدار تابع هدف را در تکرارهای متوالی کاهش دهند، ولی الگوریتم گرادیان از این حیث عملکرد بهتری دارد، به طوری که توانسته است تابع هدف را از مقدار اولیه‌ی 1.38×10^8 به مقدار 1.36×10^5 کاهش دهد، در حالی که الگوریتم PSO در نهایت به مقدار 1.23×10^7 رسیده است. به عبارت دیگر، الگوریتم گرادیان حجم‌های مشاهده‌شده را بهتر بازتولید کرده است. این نتیجه بدین صورت قابل توضیح است که در روش گرادیان، تقاضای زوج‌های مبدأ - مقصدی، که از کمان‌های شمارش‌شده عبور می‌کنند، به نحوی تنظیم می‌شوند که جریان‌های تخصیص‌یافته به آن کمان‌ها تا حد امکان به جریان‌های مشاهده‌شده نزدیک شوند (به عبارتی تابع هدف ۲، کمینه شود). توجه اکید الگوریتم گرادیان به جریان‌های مشاهده‌شده معیابی را در خصوص ساختار ماتریس تصحیح‌شده به همراه دارد، که در ادامه مورد بررسی قرار گرفته‌اند.



شکل ۵. تغییرات R^2 بین ماتریس‌های تصحیح‌شده و ماتریس هدف نسبت به تعداد تخصیص ترافیک برای شبکه‌ی تهران.



شکل ۳. تغییرات R^2 بین اجزاء ماتریس‌های اولیه و تصحیح‌شده نسبت به تعداد تخصیص ترافیک برای شبکه‌ی تهران.

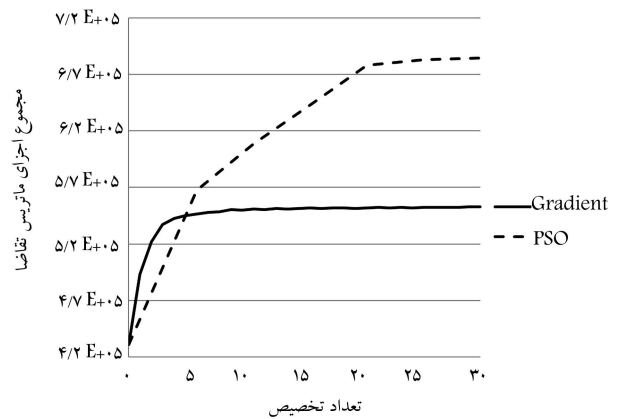
جدول ۱. زمان اجرای دو الگوریتم گرادیان و PSO برای شبکه‌ی تهران.

الگوریتم	زمان حل مسائل		کل زمان حل مسئله (دقیقه)
	سطح پایین (دقیقه)	سطح بالا (دقیقه)	
گرادیان	۵۵٫۳	۳٫۱	۵۸٫۴
PSO	۵۵٫۳	۰٫۸	۵۶٫۱

جدول ۱، زمان حل مسئله توسط دو الگوریتم مورد بررسی را نشان می‌دهد، که مطابق آن الگوریتم PSO در حدود ۲٫۳ دقیقه زودتر از الگوریتم گرادیان متوقف می‌شود. با توجه به برابر بودن زمان حل مسائل سطح پایین در هر دو روش، این تفاوت مربوط به زمان حل مسئله‌ی سطح بالا می‌شود. همان‌طور که جدول مذکور نشان می‌دهد، الگوریتم PSO مسئله‌ی سطح بالا را ۳٫۹ برابر سریع‌تر از الگوریتم گرادیان حل می‌کند. زیرا الگوریتم گرادیان باید تمام کمان‌های روی مسیرهای با جریان مثبت را بین همه‌ی زوج‌های مبدأ - مقصد پیمایش کند، در حالی که الگوریتم PSO براساس روابطی ساده عمل می‌کند. لازم به ذکر است که هر دو الگوریتم بر روی یک دستگاه رایانه با مشخصات پردازنده‌ی ۲٫۵۳ GHz و حافظه‌ی ۴ GB اجرا شده‌اند.

۶. نتیجه‌گیری

امروزه روش‌های تصحیح ماتریس‌های مبدأ - مقصد براساس اطلاعات شمارش حجم کمان‌ها به‌عنوان جایگزینی ارزان‌قیمت برای آمارگیری مبدأ - مقصد مطرح هستند. در این نوشتار، دو الگوریتم موجود گرادیان و PSO جهت تصحیح ماتریس اولیه‌ی سال ۱۳۷۳ براساس اطلاعات جریان حدود ۱٫۱٪ از کمان‌های شبکه در سال ۱۳۹۱ آزمایش و کارایی آنها مقایسه شده است. اطلاعات جریان در کمان‌ها از طریق تخصیص ماتریس موجود سال ۱۳۹۱ به‌دست آمده است، تا بدین وسیله امکان مقایسه‌ی نتایج دو الگوریتم با ماتریس واقعی فراهم شود. نتایج نشان داده‌اند که الگوریتم گرادیان از نظر بازتولید حجم‌های مشاهده‌شده در کمان‌ها برتری جزئی دارد، در حالی که عملکرد الگوریتم PSO از نظر حفظ ساختار ماتریس اولیه به وضوح بهتر است. جهت تعیین اهمیت نسبی دو معیار اخیر، ماتریس‌های تصحیح‌شده توسط دو الگوریتم با ماتریس هدف سال ۱۳۹۱ نیز مقایسه شده‌اند، که مطابق آن



شکل ۴. تغییرات مجموع اجزاء ماتریس تصحیح‌شده نسبت به تعداد تخصیص ترافیک برای شبکه‌ی تهران.

برابر ۴۳۰۷۷۸ معادل سواری است، که حدوداً ۶۰٪ جمع اجزاء ماتریس هدف (ماتریس ۱۳۹۱) است. شکل ۴ نشان می‌دهد که الگوریتم PSO عملکرد بهتری از این منظر دارد، به طوری که بعد از ۳۱ بار تخصیص ترافیک، مجموع اجزاء ماتریس تصحیح‌شده به عدد ۶۸۴۶۵۲ (۹۵٪ ماتریس هدف) رسیده است، در حالی که این عدد در الگوریتم گرادیان برابر مقدار ۵۵۲۷۰ (مقدار نسبی ۷۷٪) به دست آمده است. عملکرد ضعیف الگوریتم گرادیان به این دلیل است که این الگوریتم فقط تقاضای آن زوج‌های مبدأ - مقصدی را تصحیح می‌کند که دست‌کم یک کمان مشاهده‌شده در مسیرهای بین آنها وجود داشته باشد، در حالی که الگوریتم PSO به خاطر ماهیت تصادفی آن و نیز استفاده از چند ماتریس مختلف در هر تکرار (در اینجا ۵ ماتریس) برای تولید ماتریس‌های تکرار بعدی قادر است تقاضای سایر زوج‌های مبدأ - مقصد را نیز تغییر دهد. در واقع، الگوریتم PSO در پیش‌بینی رشد کل سفرها به طور قابل توجهی بهتر از الگوریتم گرادیان عمل می‌کند.

در نهایت، کارایی دو الگوریتم در نزدیک‌شدن به ساختار ماتریس هدف را نیز می‌توان با معیار R^2 بین اجزاء ماتریس‌های تصحیح‌شده و نهایی بررسی کرد. شکل ۵ نشان می‌دهد که هر دو الگوریتم با افزایش تکرار از ماتریس نهایی دور می‌شوند. اما در نهایت، ماتریس تصحیح‌شده‌ی PSO با $R^2 = 0.43$ نسبت به ماتریس تصحیح‌شده‌ی گرادیان با $R^2 = 0.41$ به ماتریس نهایی نزدیک‌تر است، که نشان‌دهنده‌ی کارایی بهتر آن است.

برتری قاطع الگوریتم گرادیان هم از منظر ساختار و هم جمع عناصر ماتریس نتیجه شده است.

براساس نتایج محدود این مطالعه می‌توان گفت که در کاربردهای عملی مسئله‌ی تصحیح ماتریس مبدأ - مقصد، بهتر است برای معیار «حفظ ساختار ماتریس اولیه» نسبت به معیار «بازتولید جریان‌های مشاهده‌شده» وزن بیشتری در نظر گرفته شود.

تقدیر و تشکر

نویسندگان این نوشتار از مدیر عامل محترم شرکت مطالعات جامع حمل‌ونقل و ترافیک شهر تهران جناب آقای مهندس محمد حسین نوروزی که با حمایت خود انجام این پژوهش را میسر ساخته‌اند، کمال تشکر را دارند.

پانوشتها

1. origin-destination (OD) matrix
2. origin-destination matrix estimation problem (ODMEP)
3. maximum entropy
4. particle swarm optimization (PSO)
5. path-based complementarity algorithm
6. particle
7. Swarm
8. global best
9. local best
10. fitness function
11. relative gap

منابع (References)

1. Low, D. "A new approach to transportation systems modeling", *Traffic Quart.*, **26**(3), pp. 391-404 (1972).
2. Robillard, P. "Estimation of an O-D matrix from observed link volumes", *Transportation Research: Part B*, **9**, pp. 53-65 (1975).
3. Hoberg, P. "Estimation of parameters in models for traffic prediction: A nonlinear approach", *Transportation Research: Part B*, **10**(4), pp. 263-265 (1976).
4. Wardrop, J.G. "Some theoretical aspects of road traffic research", *Institution of Civil Engineers, Part II*, **1**(3), pp. 325-362 (1952).
5. Nguyen, S., *Estimating an OD Matrix from Network Data: A Network Equilibrium Approach*, University of Montreal Publication, 21 p. (1977).
6. Gur, Y., Turnquist, M., Schiniedier, M., LeBlance, L. and Kurth, D., *Estimation of an Origin-Destination Trip Table Based on Observed Link Volumes and Turning Movements*, Final Report, Number DOT-FH-11-9292, U.S. Federal Highway Administration, Washington, D.C. (1980).
7. LeBlance, L. and Farhangian, K. "Selection of a trip table which reproduces observed link flows", *Transportation Research: Part B*, **16**(2), pp. 83-88 (1982).
8. Yang, H., Sasaki, T., Lida, Y. and Asakura, Y. "Estimation of origin-destination matrices from link traffic counts on congested networks", *Transportation Research: Part B (Methodological)*, **26**(6), pp. 417-434 (1991).
9. Spiess, H. "A gradient approach for the OD matrix adjustment problem", EMME/2 Support Center, CH-2558 Aegerter, Switzerland, 11 p. (1990).
10. Sherali, H., Narayanan, A. and Sivanandan, R. "Estimation of origin-destination trip tables based on a partial set of traffic link volumes", *Transportation Research: Part B*, **37**(9), pp. 815-836 (2002).
11. Lundgren, J. and Petereson, A. "A heuristic for Bi-level origin-destination matrix estimation problem", *Transportation Research: Part B*, **42**(4), pp. 339-354 (2007).
12. Rodenas, R. and Rayo, D. "A column generation algorithm for the estimation of origin-destination matrices in congested traffic networks", *European Journal of Operational Research*, **184**(3), pp. 860-878 (2006).
13. Gholami Shahbandi, M. and Bababzadeh, A. "Application of PSO algorithm for OD matrix estimation in large scale networks", *In Proceeding of the 10th International Congress on Advances in Civil Engineering, ACE*, Ankara, Turkey (2012).
14. Mahmud Abadi, M. "Correction of origin-destination matrix from traffic counts (case of city of mashhad)", MS Thesis, Department of Civil Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran (1999).
15. Noriega, Y. and Florian, M. "Some enhancement of the gradient method for OD matrix adjustment", Interuniversity Research Center of Enterprise Networks, Logistics and Transportations (CIRRELT), 23 p. (2009).
16. De Villa, A.R., Casas, J., Breen, M. and Perarnau, J. "Minimum GEH in static OD estimation", *Australian Transport Research Forum Proceedings*, Brisbane, Australia, 11 p. (October 2013).
17. Walpen, J., Mancinelli, E. and Lotito, A. "A heuristic for the OD matrix adjustment problem in a congested transport network", *European Journal of Operational Research*, **242**(3), pp. 807-819 (2015).
18. Van Zuylen, H.J. and Willumsen, L.G. "The information minimizing method: Validity and applicability to transport planning", *In New Developments in Modeling Travel Demand and Urban Systems* (1980).
19. Willumsen, L.G., *Estimation of an O-D Matrix from Traffic Counts - A Review*, Working Paper 99, Institute of Transport Studies, University of Leeds (1978).
20. Jornsten, K. and Nguyen, S. "On the estimation of a trip matrix from network data", Report Lith-MAT-R-79-36, Linkoping Institute of Technology, Department of Mathematics, S-58183 Linkoping, Sweden (1983).

21. Fisk, S. "Trip matrix estimation from link traffic counts: The congested network case", *Transportation Research, Part B*, **23**(5), pp. 331-336 (1989).
22. Shafahi, Y. and Faturechi, R. "A new fuzzy approach to estimate the O-D matrix from link volumes", *Transportation Planning and Technology*, **32**(6), pp. 499-526 (2009).
23. Foulds, L., Do Nascimento, H., Calixto, I., Hall, B. and Longo, H. "A fuzzy set-based approach to origin-destination matrix estimation in urban Traffic networks with imprecise data", *European Journal of Operational Research*, **231**(1), pp. 190-201 (2013).
24. Javani, B. and Babazadeh, A. "A gradient projection-based linearization algorithm for traffic assignment problem", *In Proceeding of the 10th International Congress on Advances in Civil Engineering, ACE*, Ankara, Turkey (2012).
25. Eberhart, R.C. and Kennedy, J. "A new optimizer using particle swarm theory", *In Proceedings of the 6th International Symposium on Micro Machine and Human Science*, IEEE Press, Piscataway, NJ, pp. 39-43 (1995).
26. Shi, Y. and Eberhart, R.C. "A modified particle swarm optimizer", *IEEE World Congress on Computational Intelligence*, pp. 69-73 (1998).
27. Van Den Bergh, F. and Engelbrecht, A.P. "A cooperative approach to particle swarm optimization", *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, **8**(3), pp. 225-239 (2004).
28. He, Q. and Han, C. "An improved particle swarm optimization algorithm with disturbance term", *Computational Intelligence and Bioinformatics*, Springer, **4115** pp. 100-108 (2006).
29. Jiao, B., Lian, Z. and Gu, X. "A dynamic inertia weight particle swarm optimization algorithm", *Chaos, Solitons & Fractals*, **37**(3), pp. 698-705 (2008).