

تعیین مدل خرابایی بهینه برای نواحی کرنش آشفته‌ی بتن مسلح تحت بارگذاری چندگانه با استفاده از بهینه‌سازی توپولوژی

بهروز احمدی ندوشن* (دانشیار)

محمد کمال‌الدینی عزآبادی (کارشناس ارشد)

نیما باقدم (دانشجوی کارشناسی ارشد)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه یزد

مهندسی عمران شریف، بهار ۱۳۹۶ (۱۳۹۶)
دوری ۲-۳۳، شماره ۱/۱، ص. ۹۵-۱۰۶، (پاداشت فنی)

بهینه‌سازی توپولوژی پیوسته از جدیدترین روش‌های تعیین مدل خرابایی برای طراحی نواحی کرنش آشفته‌ی بتن مسلح است. در این پژوهش، با استفاده از تابع هدف کمینه‌سازی مجموع انرژی کرنشی کشسان، راهکاری برای تعیین مدل خرابایی اعضای بتن مسلح تحت ترکیب بار استاتیکی افقی و عمودی پیشنهاد شده است. برای بررسی کارایی روش پیشنهادی، دو مسئله‌ی عددی بررسی شده است. در مسئله‌ی اول با تحلیل اجزاء محدود غیرخطی به بررسی مدل‌های به دست آمده با کسر حجمی متفاوت برای یک دیوار برشی تحت بار استاتیکی متقابل معکوس و در مسئله‌ی دوم با تعیین شرایط جدیدی برای مدل خرابایی بهینه، به صورت کیفی به بررسی مدل‌های به دست آمده با شعاع فیلترینگ متفاوت برای یک کرپل تحت ترکیب بار استاتیکی افقی و عمودی پرداخته شده است. نتایج نشان می‌دهد که روش پیشنهادی زمان تحلیل و طراحی را کاهش داده است و با انتخاب کسر حجمی و شعاع فیلترینگ مناسب می‌توان مدل‌های بهینه‌تری به دست آورد.

واژگان کلیدی: مدل خرابایی، بهینه‌سازی توپولوژی، بارگذاری چندگانه، دیوار برشی، کرپل.

behrooz.ahmadi@gmail.com
kamalodini.mohammad@yahoo.com
nima.baghadam@gmail.com

۱. مقدمه

اعضاء سازه‌های بتنی را می‌توان به ۲ دسته‌ی کلی نواحی خمشی (برنولی^۱) یا نواحی (B) و نواحی ناپیوسته (کرنش آشفته^۲ یا D) دسته‌بندی کرد. در نواحی

برنولی فرض بر این است که صفحات بعد از بارگذاری به صورت مسطح باقی می‌مانند. به طور کلی، هر ناحیه‌ی که ناحیه‌ی برنولی نباشد، ناحیه‌ی کرنش آشفته است. در نواحی کرنش آشفته، توزیع کرنش در مقطع عرضی آشفته است، که این آشفستگی می‌تواند ناشی از تغییرات ناگهانی در هندسه‌ی اعضا، نحوه‌ی بارگذاری، و یا ترکیبی از این دو (ناپیوستگی هندسی و استاتیکی) باشد (شکل ۱). اعضایی مثل تیرهای عمیق، اتصالات تیرستون، کرپل‌ها، پایه‌های پل، و... جزء نواحی کرنش آشفته محسوب می‌شوند.^[۱] تاکنون روش‌های گوناگونی مثل اجزاء محدود غیرخطی، روش میدان تنش و روش مدل خرابایی برای طراحی این نواحی مطرح شده است، که مدل خرابایی از پرکاربردترین روش‌های مذکور است.^[۲-۴] مدل خرابایی بر پایه‌ی تئوری کران پائین از تحلیل حدی بنا شده است. در این روش، یک خرابای فرضی برای حمل بارهای وارده بر ناحیه‌ی کرنش آشفته، به تکیه‌گاه‌ها یا مرزها در نظر گرفته می‌شود. این خرابای داخلی، که از

اعضاء کششی، فشاری، و نواحی گره‌بی ساخته شده است، مدل خرابایی نامیده می‌شود.^[۵] روش خرابایی در سال ۱۸۹۹ توسط هنییک^۳ مطرح و سپس توسط ریتز^۴ ادامه داده شده است.^[۶] امروزه بیشتر این روش را به نام اشلاچ و همکاران که در سال ۱۹۸۷ با معرفی روش حل کشسان، راهکاری جدید برای تعیین مدل خرابایی مناسب و کارا مطرح کرده‌اند، می‌شناسند.^[۲] این روش در سال ۲۰۰۲ به صورت ضمیمه وارد آئین‌نامه‌ی بتن آمریکا شده و در نسخه‌ی نهایی آئین‌نامه‌ی مذکور در سال ۲۰۱۴، به صورت یک فصل کامل در متن آئین‌نامه قرار داده شده است.^[۱] فلوجارت کلی طراحی نواحی کرنش آشفته با روش مدل خرابایی در شکل ۲ نشان داده شده است. همچنین نرم‌افزارهای گوناگونی همچون CAST برای تحلیل و طراحی به روش مدل خرابایی مطرح شده است.^[۷]

مهم‌ترین و کلیدی‌ترین مرحله‌ی طراحی به روش مدل خرابایی، مرحله‌ی تعیین مدل مناسب است و تاکنون روش‌های گوناگونی برای این مسئله ارائه شده است، که می‌توان به روش‌های الگوی حمل بار، الگوی ترک مناسب، حل کشسان، میدان تنش، بهینه‌سازی توپولوژی گسسته، و پیوسته اشاره کرد.

بهینه‌سازی توپولوژی پیوسته، یکی از جدیدترین راهکارهای تعیین مدل خرابایی

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۲۹/۱۰/۱۳۹۳، اصلاحیه ۵/۶/۱۳۹۴، پذیرش ۱۴/۵/۱۳۹۴.

ساخت و ساز، و پیشینه‌ی علوم مهندسی استفاده‌های زیادی شده است. در این پژوهش با تعریف مسئله‌ی کمینه‌سازی، انرژی کرنشی کشسان تحت بارگذاری چندگانه و با در نظر گرفتن قید حجم و تعادل، روشی برای تعیین مدل خرابایی اعضا بتن مسلح پیشنهاد شده است.

۳. کمینه‌سازی انرژی کرنشی کشسان تحت بارگذاری

چندگانه

برای اولین بار در سال ۱۹۸۷ از اصل انرژی کرنشی کشسان کمینه برای پیدا کردن مدل خرابایی بهینه استفاده و همچنین با استفاده از خطوط سیر تنش به دست آمده از تحلیل کشسان خطی بتن مسطح، راهکاری جدید برای تعیین مدل خرابایی مطرح شده است، که طی آن اعضا کششی و فشاری مدل مطابق با جهت‌گیری تنش‌های اصلی کششی و فشاری قرار گرفته‌اند. [۲] نتایج حاصل از کارهای آزمایشگاهی بسیاری از مراجع نشان می‌دهد که مدل به دست آمده از این طریق، هر دو حالت سرویس‌دهی و حد نهایی را برآورده می‌کند. [۳، ۴] تعیین مدل خرابایی مناسب از روی جهت‌گیری تنش‌ها برای مسائلی با چندین حالت بارگذاری و یا با داشتن سازه‌ی پیچیده‌ی، بسیار سخت است، که این سخت بودن ناشی از اجبار در ایجاد برقراری تعادل در مدل پیشنهادی و سخت بودن انتخاب عضو لازم از میان تمامی اعضایی است، که امکان انتخاب آن‌ها وجود دارد. همچنین در انتخاب مدل به این روش باید توجه داشت که زاویه‌ی بین اعضا کششی و فشاری نباید کمتر از ۲۵ درجه لحاظ شود. [۵] از این رو انتخاب مدل با روش ذکر شده سخت و زمان‌بر است.

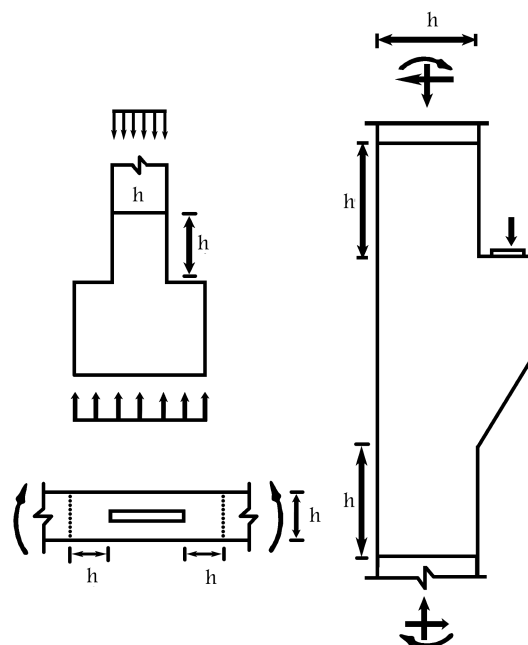
تا سال ۱۹۹۸ از ایده‌ی انرژی کرنشی کشسان کمینه برای پیدا کردن مدل خرابایی بهینه از بین چند مدل استفاده می‌شده است. در سال ۱۹۹۸ و نیز در سال ۲۰۰۱، با استفاده از بهینه‌سازی توپولوژی گسسته و تابع هدف کمینه‌سازی انرژی کرنشی کشسان به تعیین خودکار مدل خرابایی پرداخته شده است. [۱۴] استفاده از بهینه‌سازی توپولوژی گسسته برای تعیین مدل خرابایی ۲ محدودیت اساسی دارد: اولاً، شبکه‌بندی سازه‌ی زمینه، تأثیر مهمی در توپولوژی نهایی سازه دارد و انتخاب سازه‌های زمینه‌ی مختلف، منجر به ایجاد الگوهای متفاوت می‌شود. دوماً، سازه‌ی زمینه‌ی منتخب ممکن است به اندازه‌ی کافی شبیه ذات سازه‌ی پیوسته‌ی اصلی (محیط بتن) نباشد. به بیان دیگر، سازه‌ی زمینه‌ی شبکه‌بندی شده‌ی منتخب، باعث انحصاری شدن الگوهای بار می‌شود. بنابراین سازه‌ی زمینه، باعث ایجاد محدودیت در طراحی می‌شود. [۱۵] مشکلات روش‌های پیشین برای تعیین مدل خرابایی، سبب روی آوردن پژوهشگران به استفاده از بهینه‌سازی توپولوژی پیوسته برای تعیین مدل مناسب شده است. با توجه به اصل کمینه‌سازی انرژی کرنشی کشسان برای پیدا کردن مدل خرابایی بهینه، مسئله‌ی بهینه‌سازی توپولوژی پیوسته تحت بارگذاری چندگانه برای کمینه‌سازی انرژی کرنشی کشسان در حالت تعادل به صورت روابط ۱ الی ۴ تعریف می‌شود:

$$\min C : \sum_{k=1}^M w_k F_k^T U_k = 2 \sum_{k=1}^M w_k W_k \quad (1)$$

$$[K(x)]U_k = F_k \quad (2)$$

$$\frac{V(x)}{V_0} \leq f \quad (3)$$

$$0 \leq x_e \leq 1 \quad e = 1, 2, 3, \dots, N \quad (4)$$

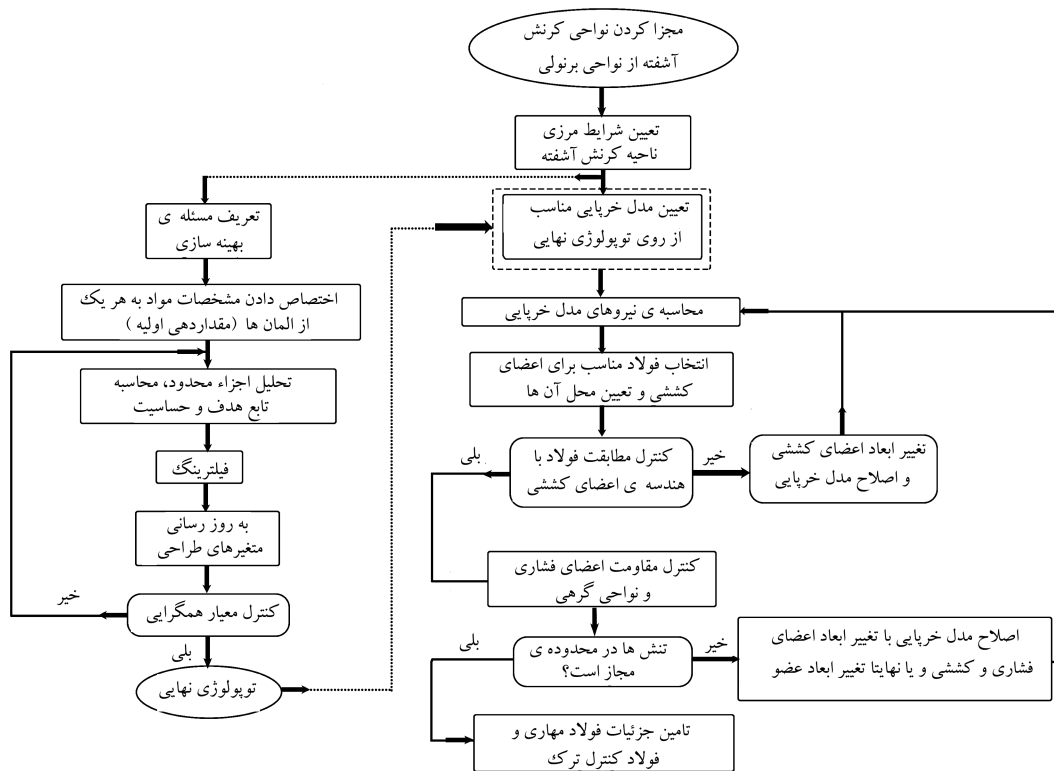


شکل ۱. ناپیوستگی استاتیکی و هندسی. [۱]

است، که در مراجع مختلف با استفاده از زیرشاخه‌های این روش به تعیین مدل خرابایی پرداخته شده است. [۸-۱۰] در بسیاری از نمونه‌های بتن مسلح، معمولاً چندین حالت بارگذاری مثل بار استاتیکی و لرزه‌یی برای طراحی اعضا سازه‌یی در نظر گرفته شده است و معمولاً بار لرزه‌یی به صورت یک بار افقی رفت و برگشت به سازه وارد می‌شود. اساس روش خرابایی برای طراحی این اعضا بدین طریق است که برای هر حالت بارگذاری، مدل مناسب پیشنهاد، سپس تحلیل و طراحی صورت می‌گیرد و در نهایت با روی هم نهادن فولاد تسلیح، تمامی حالت‌های بارگذاری طرح نهایی و جزئیات اجرایی برای آن عضو سازه‌یی به دست می‌آید. این روش برای اعضا بزرگ نامتقارن، که تحت چندین وضعیت بارگذاری هستند، بسیار زمان‌بر بوده و تعیین چیدمان نهایی فولاد تسلیح نیز سخت است. از این رو تعیین مدلی یکتا، که برای تمام حالات بارگذاری جوابگو باشد، ضروری به نظر می‌رسد. لذا در این پژوهش با استفاده از بهینه‌سازی توپولوژی پیوسته تحت بارگذاری چندگانه، روشی برای تعیین مدل خرابایی مناسب برای نمونه‌هایی که تحت این‌گونه بارگذاری‌ها قرار دارند، پیشنهاد شده است. در پایان با تعریف شرایطی جدید برای انتخاب مدل خرابایی بهینه و استفاده از تحلیل اجزاء محدود غیرخطی، دو مسئله‌ی عددی مورد بررسی قرار گرفته و توصیه‌هایی برای انتخاب کسر حجمی و شعاع فیلترینگ مناسب در مسئله‌ی بهینه‌سازی توپولوژی برای رسیدن به مدل خرابایی بهینه ارائه شده است.

۲. بهینه‌سازی توپولوژی پیوسته

بهینه‌سازی توپولوژی، یکی از زیر شاخه‌های بهینه‌سازی است، که هدف آن پیدا کردن چیدمان بهینه‌ی مواد درون یک ناحیه‌ی معین برای انتقال بارهای وارده به نواحی مرزی است. این شاخه از بهینه‌سازی به ۲ دسته‌ی گسسته و پیوسته تقسیم می‌شود. [۱۶] نخستین نوشتاری که در آن از حل عددی اجزاء محدود برای مسائل بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌های پیوسته کمک گرفته شده است، در سال ۱۹۸۸ مطرح شده است. [۱۷] امروزه از بهینه‌سازی توپولوژی پیوسته در صنعت اتومبیل‌سازی، هوافضا،



شکل ۲. فلوجارت طراحی به روش مدل خرابایی با استفاده از بهینه‌سازی توپولوژی پیوسته.

۴. فرایند بهینه‌سازی توپولوژی

فرایند کلی طراحی به روش مدل خرابایی با استفاده از بهینه‌سازی توپولوژی در فلوجارت شکل ۲ نشان داده شده است. گام‌های فرایند بهینه‌سازی به این شرح است:

گام ۱. تعریف مسئله‌ی بهینه‌سازی

هدف اصلی در بهینه‌سازی توپولوژی، پیدا کردن چیدمان بهینه‌ی مواد در ناحیه‌ی معین برای انتقال بارهای وارده به نواحی مرزی است. تنها کمیت‌های معین در مسئله‌ی بهینه‌سازی توپولوژی، بارهای وارده، شرایط تکیه‌گاهی، حجم سازه، و ممکن است محدودیت‌هایی نظیر موقعیت و ابعاد نواحی توخالی و توپر باشند، اما اندازه، شکل، و ارتباط بین اجزاء تشکیل‌دهنده‌ی سازه، مجهول است.^[۱۱] در این مرحله کمیت‌های معین مسئله‌ی طراحی باید به خوبی تعریف شوند.

گام ۲. مقداردهی اولیه

در این گام به‌عنوان نقطه‌ی شروع فرایند بهینه‌سازی، یک مقدار اولیه (چگالی اولیه) به هر یک از المان‌ها اختصاص داده می‌شود.

گام ۳. تحلیل اجزاء محدود، تابع هدف، تحلیل حساسیت

برای گسسته‌سازی میدان‌های جابه‌جایی و سختی در بهینه‌سازی توپولوژی، روش‌های متنوعی مطرح شده است.^[۱۸] در این پژوهش از المان‌های ۴ گره‌یی تنش مسطح ۲ بعدی استفاده و متغیرهای طراحی داخل هر المان ثابت در نظر گرفته شده است (شکل ۳).

تابع هدف مطابق با رابطه‌ی ۱ در فرایند بهینه‌سازی محاسبه می‌شود و حساسیت

رابطه‌ی ۱، تابع هدف مسئله‌ی بهینه‌سازی توپولوژی است، که در آن U و F بردار جابه‌جایی و نیروی کل سازه هستند و تابع هدف مذکور، موسوم به کمینه‌سازی نرمی است که منجر به تولید سازه‌ی با سختی بیشینه می‌شود. براساس تئوری کلایبرون^۶، تابع هدف ارائه‌شده در رابطه‌ی ۱، بیان‌گر دو برابر انرژی کرنش کشسان W_k در حالت تعادل است.^[۱۶] قید تعادل در رابطه‌ی ۲ نشان داده شده است، که در آن K ماتریس سختی کل سازه و x متغیر طراحی است. رابطه‌ی ۳، قید حجم تعریف‌شده روی مسئله‌ی طراحی را بیان می‌کند، که در آن V_0 و $V(x)$ به ترتیب حجم مواد و حجم ناحیه‌ی طراحی و f کسر حجمی معین شده است. k نشان‌دهنده‌ی k امین وضعیت بارگذاری و M تعداد حالات وضعیت بارگذاری برای یک مسئله است و w_k ضریب وزنی مربوط به k امین وضعیت بارگذاری است.

همان‌طور که در رابطه‌ی ۲ مشخص است، ماتریس سختی کل به متغیرهای طراحی وابسته است، که این کار با استفاده از قانون درون‌یابی مواد^۷ صورت می‌گیرد. راهکارهای مختلفی برای درون‌یابی مواد بیان شده است، که در این نوشتار از SIMP^۸ اصلاح‌شده برای مدل‌سازی مواد استفاده شده است:^[۱۷]

$$E_e(x_e) = E_{\min} + x_e^p(E_0 - E_{\min}) \quad (5)$$

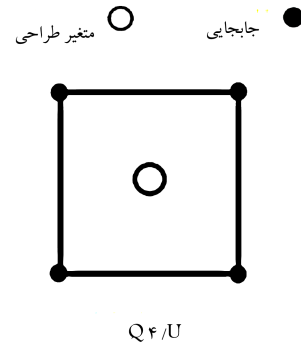
رابطه‌ی ۵ بدین معناست که مدول کشسانی مواد به متغیرهای طراحی که در اینجا چگالی مصنوعی است، وابسته می‌شود، که در آن E_0 مدول کشسانی مواد (المان ۱) و E_{\min} مدول کشسانی نواحی خالی (المان صفر) برای جلوگیری از تکین شدن ماتریس سختی است. توان p موجود در رابطه‌ی ۵، پارامتر جریمه است، که چگالی‌های (متغیرهای طراحی) بینابین را به سمت ۰ و ۱ سوق می‌دهد و باعث ایجاد طرحی، که شامل فضای خالی و مواد باشد، می‌شود.

گام ۵. بروزرسانی متغیر طراحی

برای بروزرسانی متغیرهای طراحی از روش معیار بهینگی استفاده شده است. روش معیار بهینگی، یک روش ابتکاری است که در سال ۲۰۰۳ مطرح شده و یکی از مناسب‌ترین الگوریتم‌ها برای مسائل کمینه‌سازی انرژی کرنش تحت قید حجم است، که در این پژوهش از آن برای بروزرسانی متغیرهای طراحی استفاده شده است.^[۱۸]

گام ۶. معیار هم‌گرایی

یکی از معیارهای هم‌گرایی برای مسائل بهینه‌سازی توپولوژی پیوسته، انتخاب بیشینه‌ی اختلاف بین مقادیر چگالی محاسبه شده در دو چرخه‌ی متوالی است. با توجه به میزان دقت و میزان سرعت موردنیاز (زمان هم‌گرایی کامل مسئله)، مقادیر متفاوتی برای بیشینه‌ی ذکر شده در نظر گرفته می‌شود. در این پژوهش این مقدار ۰٫۰۱ در نظر گرفته شده است، یعنی زمانی فرایند بهینه‌سازی متوقف می‌شود که بیشینه‌ی اختلاف بین مقادیر چگالی محاسبه شده در دو چرخه‌ی متوالی از ۰٫۰۱ کمتر باشد.



شکل ۳. المان بهینه‌سازی توپولوژی.

آن نسبت به متغیر طراحی به صورت رابطه‌ی ۶ تعیین می‌شود:

$$\frac{dC}{dx_i} = \sum_{k=1}^M w_k \sum_i^N W_{ik} = \sum_{k=1}^M w_k \sum_i^N p x_i^{(p-1)} u_{ik}^T k_{ik} u_{ik} \quad (6)$$

گام ۴. فیلترینگ

مسئله‌ی کمینه‌سازی نرمی با مدل مواد SIMP، ۳ چالش عمده دارد، که در جواب نهایی تأثیر می‌گذارند. مسئله‌ی اول وابستگی مش است، که طی آن مش‌بندی متفاوت منجر به توپولوژی نهایی متفاوت می‌شود. این پدیده ناشی از افزایش سختی سازه در اثر افزایش تعداد فضای خالی ایجاد شده در طرح نهایی است و این بدان معناست که با یک مش‌بندی ریزتر، امکان شکل‌گیری اعضا لاغرتر افزایش می‌یابد و طرح نهایی، تعداد اعضا بیشتری دارد. بنابراین مش‌بندی ریزتر منجر به سازه‌ی نهایی با سختی بیشتر و مش‌بندی درشت‌تر منجر به سازه‌ی نهایی با سختی کمتر می‌شود.^[۹] مشکل دوم ایجاد پدیده‌ی شطرنجی است، که در بسیاری از مراجع آن را ناشی از گسسته‌سازی میدان‌های سختی و جابه‌جایی توسط روش اجزاء محدود می‌دانند.^[۱۹] ناحیه‌ی شطرنجی که طبق نظر دیاز و سیکموند سختی کاذب دارد، ناحیه‌ی را به وجود می‌آورد که در آن المان‌های توپر و توخالی تکرار می‌شود و شکل حاصل به صورت یک صفحه‌ی شطرنج است.^[۲۰] در این پژوهش از فیلترکردن حساسیت تابع هدف نسبت به متغیر طراحی مطابق با رابطه‌ی ۷ برای غلبه بر این دو چالش استفاده شده است، که طی آن از تغییرات ناگهانی حساسیت اطراف المان جلوگیری می‌شود.^[۲۱]

$$\widehat{dC} = \frac{1}{\max(x_e, \gamma) \sum_{i \in N_e} H_{ei}} \sum_{i \in N_e} H_{ei} x_i \frac{dc}{dx_i} \quad (7)$$

که در آن، N_e مجموعه‌ی المان‌های i ام است، که فاصله‌ی مرکز آن المان‌ها تا المان e ($\Delta(e, i)$) کمتر از شعاع فیلترینگ (r_{min}) باشد. ($\gamma = 10^{-3}$)، یک مقدار مثبت کوچک برای جلوگیری از صفرشدن مخرج و H_{ei} یک ضریب وزنی است که به صورت رابطه‌ی ۸ تعریف می‌شود:

$$H_{ei} = \max(0, r_{min} - \Delta(e, i)) \quad (8)$$

مشکل سوم، وجود جواب‌های کمینه‌ی محلی در مسئله‌ی بهینه‌سازی توپولوژی است. مسائل جریمه شده در حالت کلی غیرمحدب هستند، از این رو باعث به وجود آمدن جواب‌های کمینه‌ی محلی می‌شوند.^[۲۲] در این پژوهش از تابع جریمه‌ی افزایشی برای غلبه بر این مشکل استفاده شده است.^[۲۳]

۵. نحوه‌ی تعیین مدل خرپایی بهینه از توپولوژی نهایی

پس از به دست آوردن توپولوژی نهایی، اعضا مدل خرپایی از روی توپولوژی نهایی درون‌یابی می‌شوند. دو پارامتر تأثیرگذار در توپولوژی نهایی انتخاب کسر حجمی و شعاع فیلترینگ مناسب برای تعریف مسئله‌ی بهینه‌سازی است. کسر حجمی زیاد، انتخاب مدل از توپولوژی نهایی را سخت و کسر حجمی کم، باعث ایجاد مدلی با سختی پایین می‌شود و مدل به دست‌آمده بهینه نیست. معمولاً کسر حجمی در بازه‌ی [۰٫۳۵ - ۰٫۴۵] منجر به نتایج مطلوب برای تولید مدل خرپایی می‌شود، که این موضوع در مسئله‌ی نمونه‌ی ۱ بررسی شده است. شعاع فیلترینگ کم باعث شاخه‌شاخه شدن توپولوژی نهایی و ایجاد مدلی پیچیده برای تحلیل می‌شود و شعاع فیلترینگ زیاد منجر به ایجاد مدلی با سختی کم می‌شود. با توجه به مش‌بندی ناحیه‌ی طراحی، شعاع فیلترینگ باید نه آن قدر کوچک انتخاب شود که اعضا توپولوژی نهایی زیاد شود و زمان تحلیل افزایش یابد، و نه آن قدر زیاد انتخاب شود که سختی مدل کم شود و مدل از حالت بهینه فاصله بگیرد. این موضوع نیز در مسئله‌ی نمونه‌ی ۲ مورد بررسی قرار گرفته است. به طور کلی مدل خرپایی بهینه باید این شرایط را داشته باشد:

۱. تفاوت اساسی با میدان تنش واقعی نداشته باشد، تا سازه تغییرشکل قابل توجهی تحمل نکند و احتمال شکل‌گیری ترک‌های بزرگ کاهش یابد.
۲. حتی‌المقدور ساده باشد، تا زمان تحلیل بهینه شود.
۳. از نظر اجرایی پیچیده نباشد و قابلیت اجرا داشته باشد.
۴. فولاد تسلیح مصرفی کمینه باشد.

۶. مسائل عددی

در این قسمت برای بررسی کارایی روش پیشنهادی دو مسئله‌ی نمونه مورد بررسی قرار گرفته است. مسئله‌ی اول، دیوار برشی بازشوی نامتقارن تحت بارگذاری متقابل معکوس (لرزه‌یی)، و مسئله‌ی دوم یک کر بل تحت ترکیب بار استاتیکی عمودی و افقی است. در بسیاری از پژوهش‌ها برای تعیین مدل خرپایی از بین چند مدل برای

شده است. شکل های ۸ الی ۱۰ نیز مدل های خرابایی به دست آمده از بهینه سازی توپولوژی تحت بارگذاری چندگانه را نشان می دهند. برای رسیدن به توپولوژی های نشان داده شده در شکل های مذکور، دیوار هم زمان تحت بارهای رفت و برگشت مدل شده است. شکل ۱۱، مدل اصلاح شده ی به دست آمده از بهینه سازی توپولوژی بر پایه ی بهبود عملکرد (PBO)، و شکل ۱۲، مدل با قید ساخت (مدلی که اعضاء کششی به صورت افقی و عمودی باشند) را نشان می دهد. پس از تعیین مدل های خرابایی، تمامی نمونه ها به طور مجزا برای حالت رفت و برگشت تحت بار ضریب دار ۸۰ kN و ضخامت ۸۰ mm مطابق با فلوجارت شکل ۲ طراحی شده اند. مقاومت فشاری بتن ۲۵ MPa و مقاومت کششی فولاد ۴۰۰ MPa در نظر گرفته شده است. برای جلوگیری از گسیختگی عضو فشاری بطری شکل و تأمین فولاد تسلیح لازم از یک مش ثابت در تمامی نمونه ها استفاده شده است. وزن میلگرد مصرفی تمامی نمونه ها برای طراحی تحت بار رفت و برگشت در جدول های ۱ و ۲ ارائه شده است. برای بررسی کارایی، تمامی نمونه ها در نرم افزار ABAQUS مدل شده اند.

جدول ۱. نتایج تحلیل و طراحی تحت بار رفت.

مدل	وزن مش (Kg)	وزن فولاد تسلیح اصلی (Kg)	بار نهایی (kN)	بار طراحی / بار نهایی (Kg/kN)	عدد کارایی
M1	۳,۰۱	۱,۶	۱۱۱,۳	۱,۳۹	۲۴,۱۳
M2	۳,۰۱	۱,۷۲	۱۱۴,۲	۱,۴۳	۲۴,۱۵
M3	۳,۰۱	۱,۷۸	۱۰۹,۶	۱,۳۷	۲۲,۸۸
M4	۳,۰۱	۱,۶	۱۱۱,۳	۱,۳۹	۲۴,۱۳
M5	۳,۰۱	۱,۸۴	۱۱۱,۴	۱,۳۹	۲۲,۹۸
M6	۳,۰۱	۱,۸۵	۱۱۲,۴	۱,۴۱	۲۳,۱۳
M7	۳,۰۱	۱,۹۴	۱۰۹,۸	۱,۳۷	۲۲,۱۸
M8	۳,۰۱	۱,۶	۱۱۰,۵	۱,۳۸	۲۳,۹۸

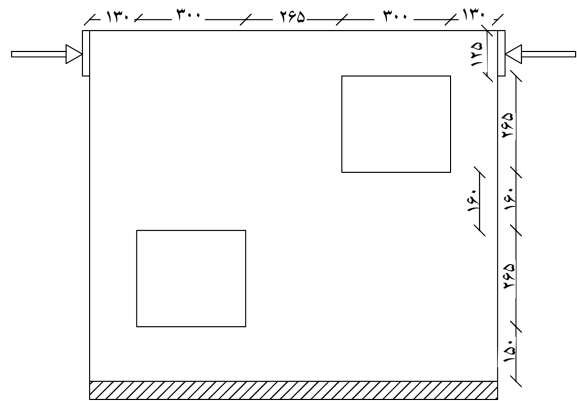
جدول ۲. نتایج تحلیل و طراحی تحت بار برگشت.

مدل	وزن مش (Kg)	وزن فولاد تسلیح اصلی (Kg)	بار نهایی (kN)	بار طراحی / بار نهایی (Kg/kN)	عدد کارایی
M1	۳,۰۱	۲,۷۶	۱۱۲,۲	۱,۴۰	۱۹,۴۵
M2	۳,۰۱	۲,۹۲	۱۴۱,۶	۱,۷۷	۲۳,۸۸
M3	۳,۰۱	۲,۷۶	۱۳۰,۷	۱,۶۴	۲۲,۶۵
M4	۳,۰۱	۲,۹۴	۱۳۳,۸	۱,۶۷	۲۲,۴۹
M5	۳,۰۱	۲,۹۶	۱۳۷,۶۶	۱,۷۲	۲۳,۰۵
M6	۳,۰۱	۳,۰۵	۱۲۱,۶	۱,۵۲	۲۰,۰۶
M7	۳,۰۱	۳,۱۵	۱۲۲,۳	۱,۵۳	۱۹,۸۵
M8	۳,۰۱	۴,۲۲	۹۲,۴	۱,۱۵	۱۲,۷۸

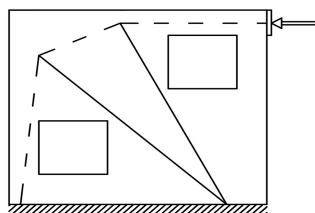
یک نمونه ی بتن مسلح، از نسبت بار نهایی به کل وزن میلگرد مصرفی استفاده شده است. [۲۵، ۲۴] برای مسئله ی دیوار برشی با بازو نیز از این نسبت برای مقایسه ی مدل های به دست آمده با کسر حجمی متفاوت استفاده شده است. در این مسئله برای تحلیل و طراحی مدل ها از نرم افزار CAST و برای تحلیل اجزاء محدود غیرخطی از نرم افزار ABAQUS استفاده شده است. در مسئله ی دوم با توجه به شرایط اشاره شده در بخش ۵، برای تعیین مدل بهینه به بررسی کیفی مدل های خرابایی به دست آمده با شعاع فیلترینگ متفاوت برای یک کر بل پرداخته شده است.

۱.۶. دیوار برشی با بازو نامتقارن

دیوار برشی مقیاس شده ی شکل ۴ از طبقه ی تحتانی یک دیوار برشی چند طبقه انتخاب شده است. [۲۶] از نیروی عمودی ناشی از طبقات فوقانی در این مسئله صرف نظر و دیوار فقط تحت بار متقابل معکوس در نظر گرفته شده است. همان طور که اشاره شده است، در این مسئله هدف بررسی تأثیر انتخاب کسر حجمی بر مدل خرابایی به دست آمده از بهینه سازی توپولوژی است. از این رو در این مسئله برای رسیدن به توپولوژی مطلوب از کسرهای حجمی ۰,۳، ۰,۴۵ و ۰,۶ استفاده شده است. برای راحتی مقایسه ی نتایج نهایی توپولوژی، بار وارده ی ۱ N، مدول کشسانی 1 N/m^2 و نسبت بواسون ۰,۲ در نظر گرفته شده است. برای مش بندی از المان 4 mm گره یی تنش مسطح به ابعاد $s = 5 \text{ mm}$ شعاع فیلترینگ $r = 45 \text{ mm}$ و ضریب جرمی پیوسته در بازه ی [۱ - ۳] استفاده شده است. توپولوژی نهایی و مدل های خرابایی پیشنهادی در شکل های ۵ الی ۱۲ نشان داده شده اند. مقادیر تابع هدف هر توپولوژی زیر شکل مربوط به آن ذکر شده است. شکل های ۵ الی ۷، مدل های خرابایی به دست آمده از بهینه سازی توپولوژی تحت یک حالت بارگذاری با کسر حجمی اشاره شده را نشان می دهند. برای رسیدن به توپولوژی های نشان داده شده در شکل های مذکور، دیوار به طور مجزا تحت بارهای رفت و برگشت مدل



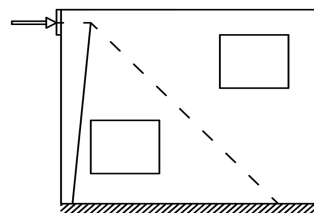
شکل ۴. دیوار برشی بازو نامتقارن.



(ت) مدل خرابایی برگشت.



(ب) توپولوژی برگشت، تابع هدف: ۴۱/۳؛

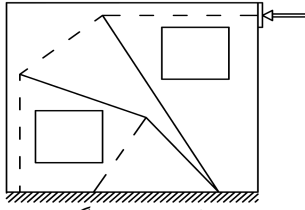


(ب) مدل خرابایی رفت؛



(الف) توپولوژی رفت، تابع هدف: ۲۸/۶۴؛

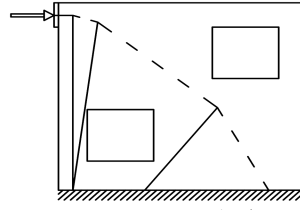
شکل ۵. مدل M1، کسر حجمی: ۰,۳.



ت) مدل خرابایی برگشت.



پ) توپولوژی برگشت، تابع هدف: ۲۵/۹۵؛

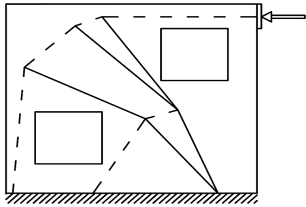


ب) مدل خرابایی رفت؛



الف) توپولوژی رفت، تابع هدف: ۱۸/۹۸؛

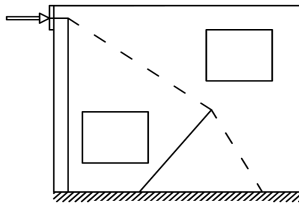
شکل ۶. مدل M۲، کسر حجمی: ۰/۴۵.



ت) مدل خرابایی برگشت.



پ) توپولوژی برگشت، تابع هدف: ۲۰/۰۱؛

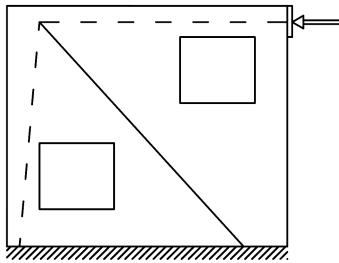


ب) مدل خرابایی رفت؛

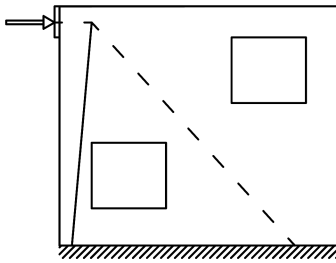


الف) توپولوژی رفت، تابع هدف: ۱۴/۶۷؛

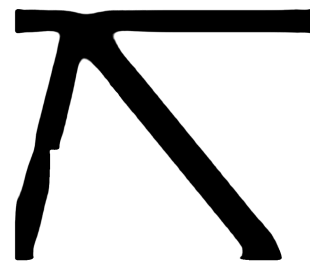
شکل ۷. مدل M۳، کسر حجمی: ۰/۶.



پ) مدل خرابایی برگشت.

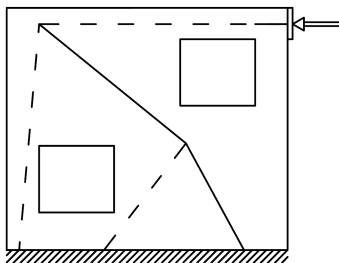


ب) مدل خرابایی رفت؛

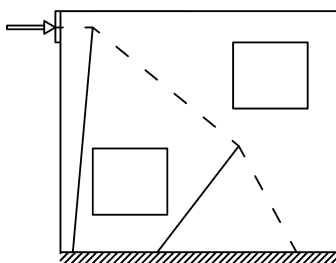


الف) توپولوژی نهایی، تابع هدف: ۸۸/۳۴؛

شکل ۸. مدل M۴، کسر حجمی: ۰/۳.



پ) مدل خرابایی برگشت.

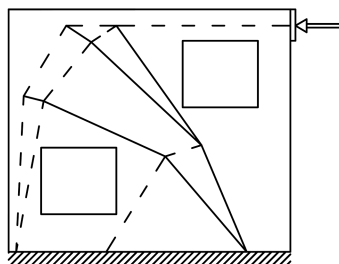


ب) مدل خرابایی رفت؛

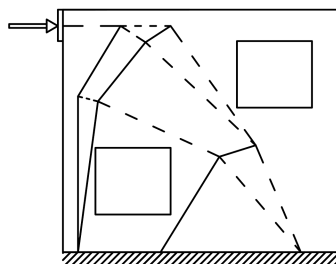


الف) توپولوژی نهایی، تابع هدف: ۵۴/۹۵؛

شکل ۹. مدل M۵، کسر حجمی: ۰/۴۵.



پ) مدل خرابایی برگشت.

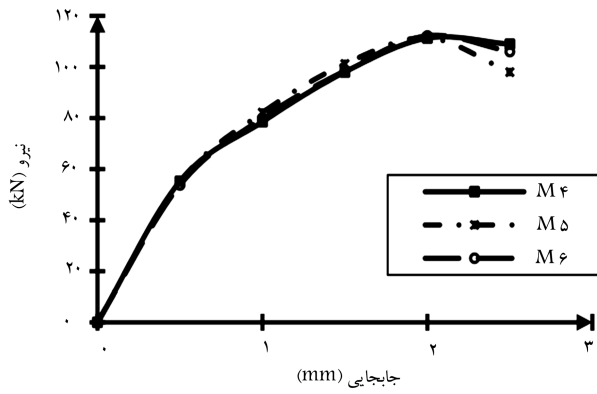


ب) مدل خرابایی رفت؛

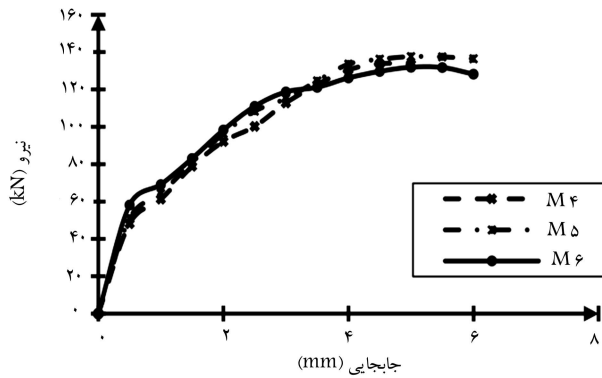


الف) توپولوژی نهایی، تابع هدف: ۳۹/۲۵؛

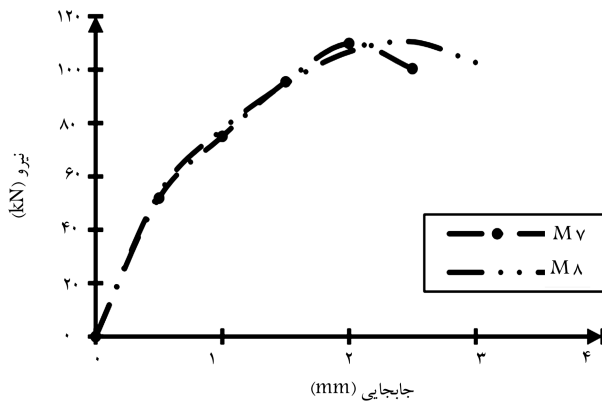
شکل ۱۰. مدل M۶، کسر حجمی: ۰/۶.



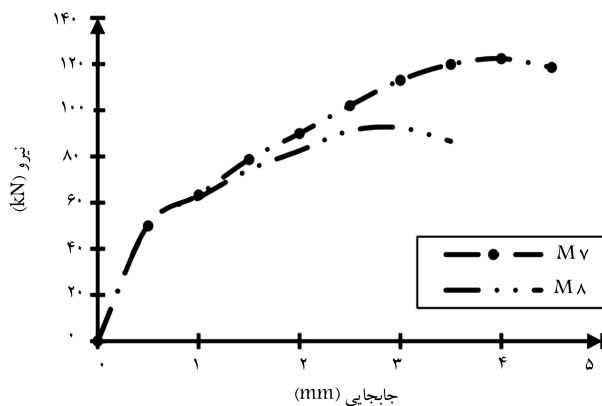
شکل ۱۵. نمودار بار-جابجایی مدل‌های $M4$ تا $M6$ (بار رفت).



شکل ۱۶. نمودار بار-جابجایی مدل‌های $M4$ تا $M6$ (بار برگشت).



شکل ۱۷. نمودار بار-جابجایی مدل‌های $M7$ و $M8$ (بار رفت).

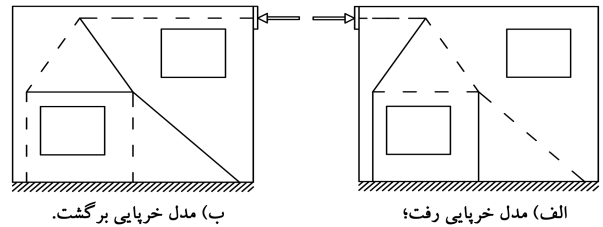


شکل ۱۸. نمودار بار-جابجایی مدل‌های $M7$ و $M8$ (بار برگشت).

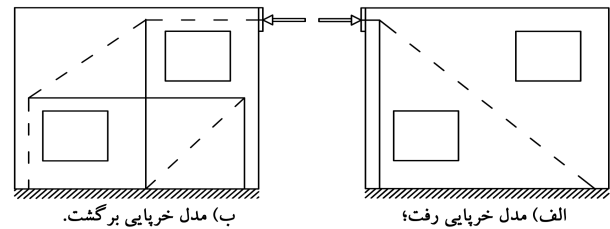
نمودار بار-جابجایی حاصل از تحلیل اجزاء محدود غیرخطی برای بارگذاری رفت و برگشت در شکل‌های ۱۳ الی ۱۸ و مقدار بار نهایی هر نمودار در جدول‌های ۱ و ۲ ارائه شده است. در جدول ۳، تعداد اعضا و نواحی گرهی هر یک از مدل‌های خرابایی پیشنهادی ارائه شده است.

۱.۱.۶. بررسی نتایج حاصل از تحلیل

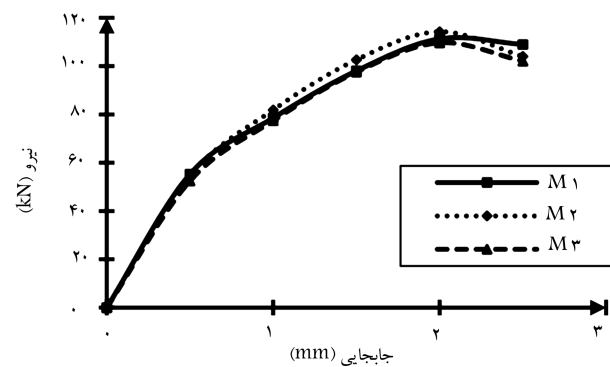
با توجه به جدول‌های ۱ و ۲ مشخص است که کمترین میزان میلگرد مصرفی کل، تحت بار رفت و برگشت مربوط به مدل $M1$ است، که حدوداً ۱۶/۵٪ از وزن



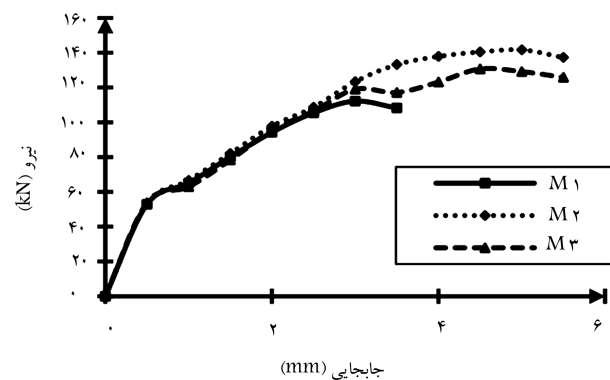
شکل ۱۱. مدل با روش PBO لی‌یانگ. [۲۶]



شکل ۱۲. مدل با قید ساخت. [۲۶]



شکل ۱۳. نمودار بار-جابجایی مدل‌های $M1$ تا $M3$ (بار رفت).

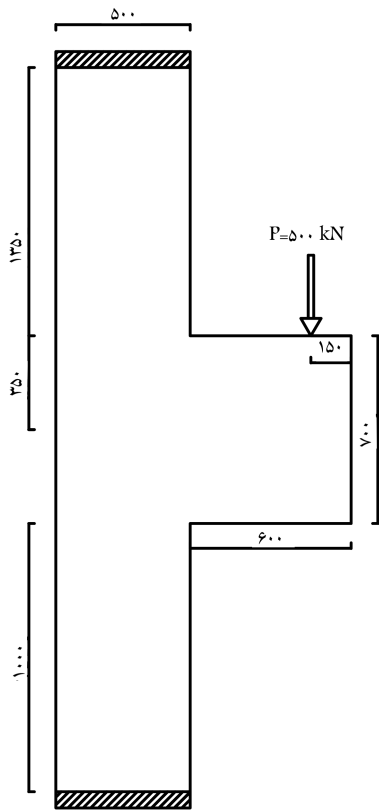


شکل ۱۴. نمودار بار-جابجایی مدل‌های $M1$ تا $M3$ (بار برگشت).

جدول ۳. تعداد اعضا و نواحی گره‌ی مدل‌های پیشنهادی.

مدل	تعداد عضو		تعداد نواحی گره‌ی		تعداد دفعات مدل سازی
	برگشت	رفت	برگشت	رفت	
M1	۳	۵	۵	۴	۲ مرتبه *
M2	۷	۷	۷	۷	۲ مرتبه
M3	۵	۱۱	۹	۶	۲ مرتبه
M4	۳	۳	۴	۴	۱ مرتبه **
M5	۵	۵	۶	۶	۱ مرتبه
M6	۱۶	۱۶	۱۱	۱۱	۱ مرتبه
M7	۷	۷	۷	۷	۱ مرتبه
M8	۳	۷	۷	۳	۲ مرتبه

* مدل رفت و برگشت متفاوت ** مدل رفت و برگشت مشابه



شکل ۱۹. کربل تحت بار استاتیکی و لرزی.

انتخاب مدل بهینه مطرح شده است، را برآورد کرد.

۲.۶. کربل

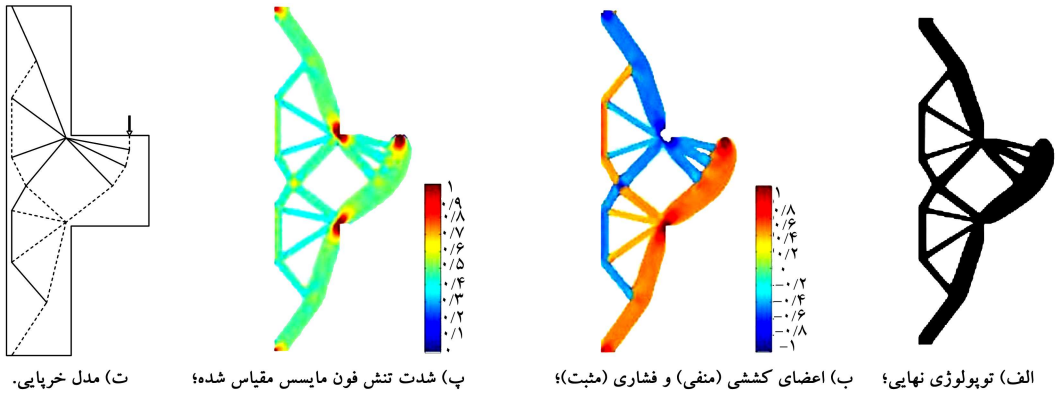
کربل‌ها و نشیمن‌گاه‌ها برای انتقال بار از تیر به ستون استفاده می‌شوند. امروزه این اعضا بیشتر به‌عنوان تکیه‌گاه تیرهای پیش‌ساخته در نظر گرفته می‌شوند. آئین‌نامه‌ی بتن آمریکا، نشیمن‌گاه‌ها و کربل‌ها را طره‌هایی می‌داند که نسبت دهانه به عمق آن‌ها بیشتر از واحد نباشد، که این عضو بتن مسلح تمایل به رفتاری همچون تیر عمیق یا خرپای ساده دارد.^[۱] کربل‌ها بیشتر برای تأمین نیروی عمودی، که به آن‌ها وارد می‌شود، طراحی می‌شوند؛ اما بنا بر احتیاط به علت جمع‌شدگی مقید شده، خزش (در تیرهای پیش‌تیده اتفاق می‌افتد) و یا تغییرات دمایی باید یک نیروی افقی را نیز تحمل کنند. به علت هندسه‌ی خاص، این اعضا و نیروی متمرکز بزرگی که به آن‌ها وارد می‌شود، جزء نواحی کرنش آشفته هستند و از روش مدل‌سازی برای طراحی آن‌ها استفاده می‌شود.

در این مسئله به تعیین مدل‌سازی کربل نشان داده شده در شکل ۱۹ پرداخته شده است. این کربل تحت بار متمرکز افقی (N) و عمودی (P) است ($N = 0.4P$). برای مش‌بندی ناحیه‌ی طراحی از 177° المان مربعی به ابعاد $s = 10$ mm و برای رسیدن به توپولوژی مطلوب از کسر حجمی 0.45 و ضریب جرمی پیوسته در بازه‌ی $[1 - 3]$ استفاده شده است. در مسئله‌ی توپولوژی بار وارده $P = 1$ N، مدول کشسانی برابر با 1 N/m² و نسبت پواسون برابر با 0.15 در نظر گرفته شده است. نتایج نهایی در شکل‌های ۲۰ الی ۲۴ نشان داده شده است. شکل‌های ۲۰ و ۲۱ به ترتیب توپولوژی و مدل‌سازی کربل تحت بار قائم و افقی را نشان می‌دهند. شکل‌های ۲۲ الی ۲۴ به ترتیب مربوط به توپولوژی کربل تحت هر دو حالت

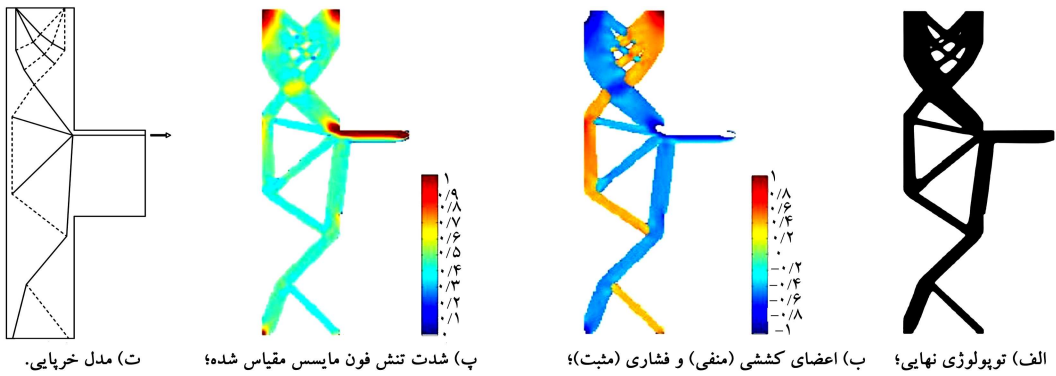
میلگرد مدل با قید ساخت کمتر است. نسبت بار نهایی به وزن میلگرد (عدد کارایی) مدل M2، تحت بار رفت و برگشت نسبت به سایر مدل‌ها بیشتر است. بنابراین مدل M2 بهینه‌ترین حالت چیدمان فولاد تسلیح بین مدل‌های موجود را نشان می‌دهد. از بین مدل‌های به دست آمده از توپولوژی تحت بار متقابل معکوس (مدل‌های M4 تا M6)، مدل M4 تحت بار رفت و مدل M5 تحت بار برگشت، عدد کارایی بهتری دارند و این بدان جهت است که تحت بار برگشت به عضو کششی مورب زیر بارشو نیاز است، اما زمانی که کسر حجمی کم انتخاب شود، این عضو در توپولوژی نهایی شکل نمی‌گیرد. همان‌طور که از شکل‌های ۷ و ۱۰ مشخص است، امکان تشخیص مدل مناسب از روی توپولوژی نهایی با کسر حجمی 0.6 سخت است. از این رو توصیه می‌شود هم برای مسائل تحت یک حالت بارگذاری و هم برای مسائل تحت بارگذاری چندگانه، کسر حجمی از بازه‌ی $[0.35 - 0.45]$ انتخاب شود.

همان‌طور که از مدل‌های M4 تا M6 مشخص است، چون این مدل‌ها تحت بار رفت و برگشت مشابه هستند، زمان مدل‌سازی آن‌ها نصف زمان مدل‌های دیگر است (جدول ۳). بی‌شک برای دیوارهای برشی چندطبقه، که تحت چندین حالت بارگذاری قرار دارند، این زمان قابل ملاحظه است. با توجه به جدول ۳، مشخص است که تعداد اعضا و نواحی گره‌ی مدل‌های M4 و M5 کم است، از این رو زمان طراحی آن‌ها که طبق فلوجارت شکل ۲ یک فرایند چرخه‌ی است، نسبت به سایر مدل‌ها کمتر است. در واقع با کاهش تعداد اعضا و نواحی گره‌ی، تعداد کنترل‌های لازم در فرایند طراحی و زمان فرایند طراحی کاهش چشمگیری می‌یابند. از طرفی برای نمونه‌هایی که تحت بارگذاری چندگانه قرار دارند، اگر برای هر حالت بارگذاری یک مدل داشته باشیم، تعیین جزئیات چیدمان نهایی سخت و دشوار است، زیرا فولاد تسلیح برخی از حالت‌های بارگذاری از روی هم رد می‌شوند، که این امر باعث پیچیده‌شدن فرایند طراحی و اجرا می‌شود. اما از آنجایی که طبق روش پیشنهادی یک مدل واحد برای هر تعداد بارگذاری به دست می‌آید، دیگر این مشکل وجود نخواهد داشت.

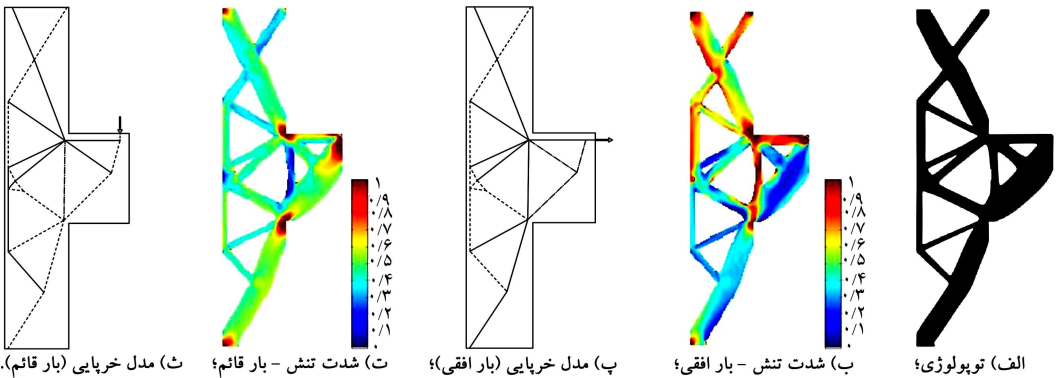
از جدول‌های ۱ و ۲ مشخص است که مدل‌های به دست آمده از بهینه‌سازی توپولوژی با فرمولاسیون ۱ تا ۴ (بهینه‌سازی توپولوژی کلاسیک) نسبت به مدل PBO اصلاح شده و مدل قید ساخت، عدد کارایی بهتری دارند و این بدان معناست که مدل‌های به دست آمده با مصرف میلگرد کمتر، بار نهایی بیشتری تحمل می‌کنند و در واقع چیدمان بهینه‌تری برای فولاد تسلیح پیشنهاد می‌دهند. از این رو می‌توان گفت با استفاده از روش پیشنهادی و انتخاب کسر حجمی در بازه‌ی $[0.35 - 0.45]$ ، می‌توان تمام شرایط اشاره شده در بخش ۵، که برای



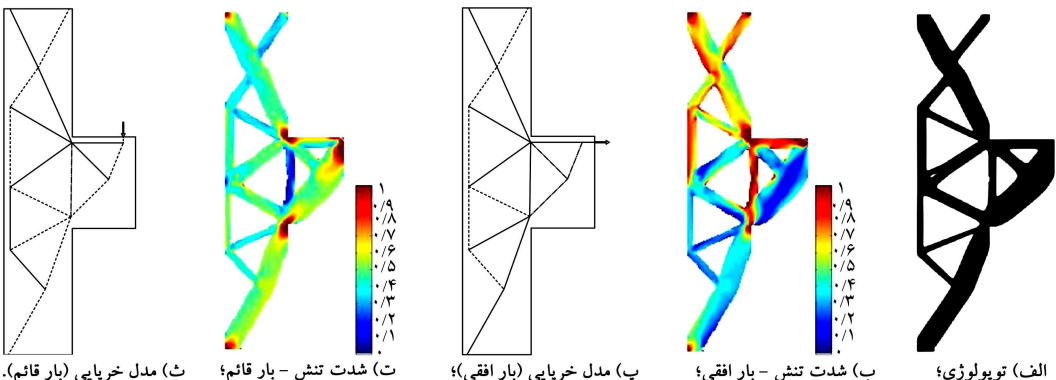
شکل ۲۰. کر بل تحت بار قائم.



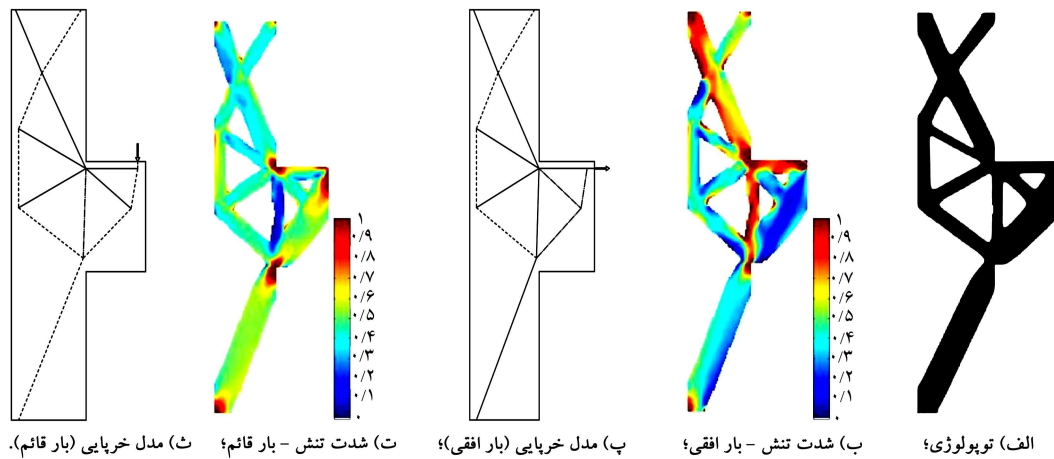
شکل ۲۱. کر بل تحت بار افقی.



شکل ۲۲. کر بل تحت بار افقی و قائم، شعاع فیلترینگ: ۱٫۸، مقدار تابع هدف: ۲۹٫۴۹۷۲.



شکل ۲۳. کر بل تحت بار افقی و قائم، شعاع فیلترینگ: ۲٫۵، مقدار تابع هدف: ۳۰٫۲۲۳۶.



شکل ۲۴. کرپل تحت بار افقی و قائم، شعاع فیلترینگ: ۴، مقدار تابع هدف: ۳۱۷۱۹۹.

طراحی می‌شود. در شکل‌ها اعضاء فشاری به صورت خط چین، اعضاء کششی به صورت خط توپر، و اعضاء صفر نیرویی به صورت نقطه - خط نمایش داده شده‌اند.

۷. نتیجه‌گیری

در این نوشتار با استفاده از بهینه‌سازی توپولوژی تحت چندین حالت بارگذاری، روشی برای تعیین مدل خرپایی اعضاء بتن مسلح تحت بارگذاری ترکیبی ارائه شده است. مسئله‌ی بهینه‌سازی توپولوژی کلاسیک همواره تحت تأثیر پارامترهایی همچون کسر حجمی و شعاع فیلترینگ است، که توسط طراحان انتخاب می‌شود. در این پژوهش با تعریف جدیدی برای انتخاب مدل خرپایی بهینه و استفاده از تحلیل اجزاء محدود غیرخطی به بررسی دو مسئله‌ی عددی پرداخته شده و توصیه‌هایی برای انتخاب این دو پارامتر ارائه شده است. نتایج حاصل از این پژوهش به این شرح است:

- مدل خرپایی به دست‌آمده از بهینه‌سازی توپولوژی پیوسته برای دیوار برشی با بازشو، فولاد تسلیح بهینه‌تری نسبت به مدل با قید ساخت و مدل لی‌بانگ دارد.
- انتخاب کسر حجمی در بازه‌ی $[0.35 - 0.45]$ منجر به توپولوژی مطلوب برای تعیین مدل خرپایی می‌شود. با انتخاب کسر حجمی پائین‌تر از بازه‌ی مذکور، برخی از اعضایی که وجود آن‌ها برای طراحی الزامی است، حذف می‌شوند و با انتخاب کسر حجمی بالاتر، تعیین مدل خرپایی از توپولوژی نهایی مشکل می‌شود.
- برای تعیین مدل خرپایی اعضاء تحت چندین حالت بارگذاری با بهینه‌سازی توپولوژی تحت بار ثابت، برای هر حالت بارگذاری باید مدلی به صورت جداگانه به دست آورد، و این در حالی است که با استفاده از بهینه‌سازی توپولوژی تحت چندین حالت بارگذاری، یک مدل برای کلیه‌ی بارگذاری‌ها به دست آورده می‌شود، که این منجر به کاهش زمان تحلیل و طراحی می‌شود.
- انتخاب کسر حجمی در بازه‌ی $[0.35 - 0.45]$ ، باعث کاهش اعضاء مدل خرپایی و زمان تحلیل و طراحی می‌شود.
- مدل‌های به دست‌آمده از بهینه‌سازی توپولوژی تحت بار سرویس رفتار خوبی از خود نشان می‌دهند و تمامی مدل‌ها، بار نهایی بیشتری از بار طراحی ضریب‌دار

بارگذاری با شعاع فیلترینگ $r = 1.8s = 18 \text{ mm}$ ، $r = 2.5s = 25 \text{ mm}$ و $r = 4s = 40 \text{ mm}$ است. هدف از ارائه‌ی این مسئله بررسی دو موضوع است:

۱. انتخاب شعاع فیلترینگ مناسب در مسائل تعیین مدل خرپایی بهینه با استفاده از بهینه‌سازی توپولوژی پیوسته است. همان‌طور که اشاره شده است، برای جلوگیری از پدیده‌ی شطرنجی و وابستگی مش در این پژوهش از فیلترینگ حساسیت استفاده شده است. شعاع فیلترینگ در توپولوژی نهایی بسیار تأثیرگذار است. از این رو در این مسئله از ۳ شعاع فیلترینگ متفاوت برای بررسی تأثیر آن در تعیین مدل استفاده شده است. توپولوژی‌های به دست‌آمده و مدل‌های خرپایی مشخص شده برای حالت رفت و برگشت در شکل‌های ۲۲ الی ۲۴ نشان داده شده است. مدل‌های با شعاع فیلترینگ ۱/۸ و ۲/۵ (شکل‌های ۲۲ و ۲۳) نسبت به مدل با شعاع فیلترینگ ۴ (شکل ۲۴) انرژی کرنشی کمتری دارند و مدل خرپایی حاصل از توپولوژی نهایی آن‌ها برای بار عمودی مطابقت بیشتری با جهت‌گیری تنش‌ها، زمانی که بار عمودی به کرپل وارد می‌شود، دارد. امکان تشخیص مدل خرپایی از توپولوژی نهایی با شعاع فیلترینگ ۲/۵ نسبت به شعاع فیلترینگ ۱/۸ راحت‌تر است. همچنین مدل به دست‌آمده با این شعاع، اعضاء و پیچیدگی‌های طراحی و اجرایی کمتری دارد. از این رو با توجه به شرایط اشاره‌شده در بخش ۵ برای تعیین مدل خرپایی بهینه، در این مسئله شعاع فیلترینگ $r = 2.5s = 25 \text{ mm}$ منجر به مدل خرپایی مناسب و بهینه برای این کرپل شده است. البته این تذکر لازم است که تمامی مدل‌های به دست‌آمده به عنوان مدل خرپایی کارایی دارند.

۲. مسئله‌ی تعیین عضو صفر نیرویی است. در مطالعه‌ی در سال ۲۰۱۰ اشاره شده است که مدل‌های به دست‌آمده از توپولوژی تحت چندین حالت بارگذاری، برای برخی از حالت‌های بارگذاری عضو صفر نیرویی دارند.^[۱۶] در اینجا با استفاده از شدت تنش‌ها برای هر حالت بارگذاری، عضو صفر نیرویی در توپولوژی نهایی آن حالت بارگذاری مشخص شده است، که از این ایده می‌توان برای تعیین اعضاء صفر نیرویی مدل‌های خرپایی، که توپولوژی نهایی آن‌ها از اعضاء زیادی ساخته شده است، استفاده کرد. مشخص است که تعیین اعضاء صفر نیرویی و یا اعضایی که نیروی اندکی حمل می‌کنند و حذف آن‌ها، برای پایداری و تعادل سازه مشکلی ایجاد نمی‌کند و منجر به کاهش زمان تحلیل و

نحوی انتخاب شود که مدل حاصل در عین سادگی، مطابقت کافی با جهت‌گیری تنش‌ها داشته باشد.

- با تعیین شدت تنش برای هر حالت بارگذاری، می‌توان عضو صفر نیرویی مدل به دست آمده را با بهینه‌سازی توپولوژی مربوط به آن حالت بارگذاری مشخص کرد و زمان محاسبات را کاهش داد.

تحمل می‌کنند، که این امر بیانگر مناسب بودن مدل‌های به دست آمده از روش مذکور است.

- شعاع فیلترینگ کم باعث وجود اعضاء اضافی در مدل و شعاع فیلترینگ زیاد باعث حذف برخی از اعضا از مدل می‌شود؛ بنابراین، شعاع فیلترینگ باید به

پانویس‌ها

1. flexural regions (Bernoulli or B-regions)
2. discontinuities (disturbed or D-regions)
3. Henebique
4. Ritter
5. multiple load
6. Clapeyron
7. material interpolation law
8. solid isotropic material with penalization

منابع (References)

1. ACI Committee 318, *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14 Metric) and Commentary*, American Concrete Institute, pp. 385-398 (2014).
2. Schlaich, J., Schäfer, K. and Jennewein, M. "Toward a consistent design of structural concrete", *PCI Journal*, **32**(3), pp. 74-150 (1987).
3. Amini Najafian, H. and Vollum, R.L. "Optimising reinforcement design in D regions using non-linear finite-element analysis", *Magazine of Concrete Research*, **65**(3-4), pp. 234-247 (2013).
4. Ruiz, M.F. and Muttoni, A. "On development of suitable stress fields for structural concrete", *ACI Structural Journal*, **104**(4), pp. 495-502 (2007).
5. Task Group, *Practitioners Guide to Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Structures*, Fib Bulletin 45, pp. 265-366 (2008).
6. Kurrer, K.E., *The History of the Theory of Structures: From Arch Analysis to Computational Mechanics*, John Wiley & Sons, pp. 562-569 (2012).
7. Tjhin, T.N. and Kuchma, D.A. "Computer-based tools for design by strut-and-tie method: Advances and challenges", *ACI Structural Journal*, **99**(5), pp. 586-594 (2002).
8. Liang, Q.Q., Xie, Y.M. and Steven, G.P. "Generating optimal strut-and-tie models in prestressed concrete beams by performance-based optimization", *ACI Structural Journal*, **98**(2), pp. 226-232 (2001).
9. Bruggi, M. "Generating strut-and-tie patterns for reinforced concrete structures using topology optimization", *Computers & Structures*, **87**(23), pp. 1483-1495 (2009).
10. Victoria, M., Querin, O.M. and Martí, P. "Generation of strut-and-tie models by topology design using different material properties in tension and compression", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, **44**(2), pp. 247-258 (2011).
11. Bendsoe, M.P. and Sigmund, O., *Topology Optimization: Theory, Methods and Applications*, Springer, pp. 1-68 (2003).
12. Bendsoe, M.P. and Kikuchi, N. "Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **71**(2), pp. 197-224 (1988).
13. Lourenco, M.S. and Almeida, J.F. "Adaptive stress field models: Formulation and validation", *ACI Structural Journal*, **110**(01), pp. 71-81 (2013).
14. Ali, M.A. and White, R.N. "Automatic generation of truss model for optimal design of reinforced concrete structures", *ACI Structural Journal*, **98**(04), pp. 431-442 (2001).
15. Liang, Q.Q., *Performance-based Optimization of Structures: Theory and Applications*, CRC Press, pp. 135-140 (2005).
16. Bruggi, M. "Technical papers: On the automatic generation of strut and tie patterns under multiple load cases with application to the aseismic design of concrete structures", *Advances in Structural Engineering*, **13**(06), pp. 1167-1181 (2010).
17. Sigmund, O. "Morphology-based black and white filters for topology optimization", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, **33**(4-5), pp. 401-424 (2007).
18. Nguyen, T.H., Paulino, G.H., Song, J. and Le, C.H. "Improving multiresolution topology optimization via multiple discretizations", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **92**(6), pp. 507-530 (2012).
19. Rozvany, G.I. and Lewinski, T., *Topology Optimization in Structural and Continuum Mechanics*, Springer, pp. 71-77 (2014).
20. Diaz, A. and Sigmund, O. "Checkerboard patterns in layout optimization", *Structural Optimization*, **10**(01), pp. 40-45 (1995).
21. Andreassen, E., Clausen, A., Schevenels, M., Lazarov, B.S. and Sigmund, O. "Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, **43**(01), pp. 1-16 (2011).

22. Sigmund, O. and Petersson, J. "Numerical instabilities in topology optimization: a survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima", *Structural Optimization*, **16**(1), pp. 68-75 (1998).
23. Edwards, C.S., Kim, H.A. and Budd, C.J. "An evaluative study on ESO and SIMP for optimising a cantilever tie – beam", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, **34**(5), pp. 403-414 (2007).
24. Ley, M.T., Riding, K.A., Widiyanto, S.B. and Breen, J.E. "Experimental verification of strut and tie model design method", *ACI Structural Journal*, **104**(6), pp. 749-755 (2007).
25. Garber, D.B., Gallardo, J.M., Huaco, G.D., Samaras, V.A. and Breen, J.E. "Experimental evaluation of strut-and-tie model of indeterminate deep beam", *ACI Structural Journal*, **111**(1-6), pp. 1-8 (2014).
26. Yindeesuk, S., *Design and Analysis of Complex D-Regions in Reinforced Concrete Structures*, ProQuest LLC, 789 East Eisenhower Parkway, PO Box 1346, Ann Arbor, MI 48106, pp. 373-389 (2009).