

آنالیز قابلیت اعتماد و حساسیت شمع‌های فولادی و بتنی با استفاده از روش‌های شبیه‌سازی

مهراوه رخشانی‌مهر* (استادیار)

گروه مهندسی عمران، دانشگاه الزهراء

حامد میرکمالی (کارشناس ارشد)

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شيراز

ناصر شابختی (استادیار)

گروه مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران

محسن راشکی (استادیار)

گروه مهندسی معماری، دانشگاه سیستان و بلوچستان

مهندسی عمران شریف، بهار ۱۳۹۶ (۶۹-۶۱)
دردی ۲-۳۳، شماره ۱/۲، ص. ۶۹-۶۱

در نوشتار حاضر، کاربرد روش‌های شبیه‌سازی مونت‌کارلو، شبیه‌سازی وزنی، و روش مرتبه‌ی اول قابلیت اطمینان در برآورد ایمنی شمع‌های بتنی و فولادی تحت بار ثقلی برای دو نوع خاک چسبیده و غیرچسبیده مورد بررسی قرار گرفته است. علاوه بر آن، نتایج حساسیت مبتنی بر تحلیل قابلیت اطمینان شمع نیز با استفاده از روش‌های شبیه‌سازی و مرتبه‌ی اول ارائه شده است. مقایسه‌ی نتایج حاصل شده نشان می‌دهد که استفاده از روش‌های مرتبه‌ی اول برای ارزیابی ایمنی شمع‌ها در خاک‌های چسبیده مناسب است و نتایج حساسیت مبتنی بر این روش‌ها نیز به‌عنوان پاسخ دقیق می‌تواند مورد استفاده قرار گرفته شود. لیکن به دلیل پیچیدگی تابع شرایط حدی، به‌کارگیری آن برای ارزیابی شمع‌های واقع در خاک‌های غیرچسبیده صحیح نیست. برای این منظور، مخصوصاً زمانی که احتمال خرابی پایین است و استفاده از روش مونت‌کارلو نیازمند به‌کارگیری نمونه‌های زیاد است، با استفاده از روش شبیه‌سازی وزنی می‌توان نتایجی دقیق با تعداد اندکی نمونه به‌دست آورد.

m.rakshanimehr@alzahra.ac.ir
h.mirkamali@sutech.ac.ir
shabakhty@iust.ac.ir
mrashki@eng.usb.ac.ir

واژگان کلیدی: شمع، خاک چسبیده و غیرچسبیده، احتمال خرابی، تحلیل حساسیت، شبیه‌سازی.

۱. مقدمه

که در آن، $x = [x_1, x_2, \dots, x_M]^T$ بردار پارامترهای تصادفی سازه، $f_x(x)$ بیان‌گر تابع چگالی احتمال توأم برای همه‌ی پارامترهای تصادفی سازه و $G(x)$ تابع عملکرد سازه‌ی موردنظر است.^[۱] عموماً به‌دست‌آوردن شکل دقیق تابع چگالی احتمال متغیرهای طراحی ممکن نیست؛ علاوه بر آن، گاهی $G(x)$ نیز در مسائل به شکل ضمنی است. حتی اگر تابع مذکور موجود هم باشد، محاسبه‌ی انتگرال چندگانه‌ی فوق بسیار دشوار است. بنابراین اغلب از روش‌های تخمین عددی برای ساده‌سازی محاسبات احتمال خرابی استفاده می‌شود،^[۲] که متداول‌ترین آن‌ها، روش‌های مرتبه‌ی اول و دوم قابلیت اطمینان (FORM)^۱، (SORM)^۲ و روش‌های شبیه‌سازی نظیر شبیه‌سازی مونت‌کارلو (MCS)^۳ هستند.^[۳-۵] در میان روش‌های ذکر شده، روش FORM به دلیل سادگی مراحل حل و دقت مناسب برای توابع با درجه‌ی غیرخطی پایین، مورد توجه پژوهشگران است. به‌صورت کلی، چنانچه تابع شرایط حدی یک نقطه‌ی طراحی داشته باشد و تابع شرایط حدی در مجاورت این نقطه، خطی باشد؛ نتایج حاصله از این روش برای حل مسائل مهندسی با دقت کاملاً مطلوب هستند.^[۶،۵] در سال‌های اخیر، برآورد ایمنی سازه‌های موجود در حضور عدم قطعیت‌ها با

براساس برخی نقص‌های موجود در طراحی، مدل‌سازی‌های عددی و نیز در اثر پراکندگی‌های موجود در مقادیر میانگین، پارامترهای بار، و مقاومت، عدم قطعیت‌ها جزء ذاتی و جدا نشدنی مسائل مهندسی هستند. با وجود اینکه پارامترهای مذکور در طراحی اغلب به‌صورت قطعی مورد استفاده قرار می‌گیرند، در آنالیز قابلیت اطمینان هر کدام از این کمیت‌ها همراه عدم قطعیت‌هایی در نظر گرفته می‌شوند.^[۱،۲] آنالیز قابلیت اطمینان سازه‌ها به طراح کمک می‌کند تا این عدم قطعیت‌ها را به منظور محاسبه‌ی قابلیت اطمینان طی مراحل مختلف طراحی و ساخت سازه در نظر بگیرد. عموماً در مسائل سازه‌ی قابلیت اطمینان، احتمال خرابی را می‌توان به‌صورت رابطه‌ی ۱ نوشت:

$$P_f = \int_{G(x) \leq 0} f_x(x) dx \quad (1)$$

* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۲/۱۸، اصلاحیه ۱۳۹۵/۵/۲۵، پذیرش ۱۳۹۵/۵/۳۱.

در زمانی که سایر روش‌ها قادر به تخمین قابلیت اطمینان نیستند، این روش تخمین دقیقی از احتمال خرابی را ارائه خواهد کرد. روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو براساس تئوری اعداد بزرگ، احتمال خرابی را به صورت رابطه ۲ محاسبه می‌کند:

$$P_f = \frac{1}{N_{\infty}} \sum_{j=1}^{N_{\infty}} I(x_j) \quad (2)$$

که در آن، x_j ، زامین بردار از پارامترهای تصادفی سازه و $I(x_j)$ یک شمارنده برای موفقیت و عدم موفقیت شبیه‌سازی است و به شکل روابط ۳ و ۴ تعریف می‌شود:

$$I(x_j) = 1 \rightarrow \text{if } (G(x_j) \leq 0) \quad (3)$$

$$I(x_j) = 0 \rightarrow \text{if } (G(x_j) > 0) \quad (4)$$

به منظور محاسبه احتمال خرابی P_f ، تعداد N نمونه تصادفی مستقل تولید می‌شوند. چنانچه نمونه‌های موجود در ناحیه خرابی با N_H نمایش داده شود، احتمال خرابی به صورت رابطه ۵ نشان داده می‌شود:

$$P_f \cong \frac{N_H}{N} \quad (5)$$

مشاهده می‌شود که مطابق این روش برای رسیدن به دقتی بالا، نیاز به تعداد زیادی شبیه‌سازی است. خصوصاً زمانی که احتمال خرابی مقداری کوچک باشد، به‌عنوان تلاشی برای کاهش هزینه محاسبات زیاد مورد نیاز در این روش، روش‌های کاهش واریانس مختلفی ارائه شده‌اند، که از میان آن‌ها می‌توان به روش‌های: IS،^۴ Latin Hypercube Sampling، Direct Sampling و Simulation،^۴ Line Sampling Subset اشاره کرد.^[۳۰-۳۲]

۲.۲. روش شبیه‌سازی وزنی

در روش شبیه‌سازی وزنی، احتمال خرابی به صورت «نسبت وزن نمونه‌های موجود در ناحیه خرابی به وزن کل نمونه‌های تولیدشده براساس تابع چگالی یکنواخت» تعریف شده است. براساس روش وزنی، متغیرهای تصادفی به صورت یکنواخت در کل فضای طراحی توزیع می‌شوند، در حالی که وزن اختصاص داده شده به هر نمونه، آن‌ها را از یکدیگر متمایز می‌کند. برای هر نمونه، یک تابع شمارنده نمونه‌های موجود در ناحیه سلامت و خرابی را از یکدیگر جدا می‌سازد. بدین ترتیب با استفاده از تابع چگالی یکنواخت و اعمال وزن به نمونه‌ها امکان برآورد احتمال خرابی و محتمل‌ترین احتمال خرابی سازه به سادگی ممکن خواهد بود. بدین ترتیب احتمال خرابی براساس رابطه ۶ محاسبه خواهد شد:

$$P_f = \frac{\sum_{i=1}^N I_i W_i}{\sum_{i=1}^N W_i} \quad (6)$$

که در آن، W_i وزن نمونه‌های مورد استفاده در شبیه‌سازی و I_i نیز شمارنده‌ی است که مقدار آن برای نقاط موجود در ناحیه خرابی برابر ۱ و برای سایر نقاط برابر صفر در نظر گرفته می‌شود.^[۳۱] شکل ۱، نحوه برآورد احتمال خرابی با استفاده از روش وزنی را نشان می‌دهد.

۳.۲. روش مرتبه‌ی اول قابلیت اعتماد

یکی از پرکاربردترین روش‌های مرتبه‌ی اول در سال ۱۹۷۴ ارائه شده است.^[۳۲] مهم‌ترین ویژگی روش ارائه‌شده مذکور، تغییرناپذیر بودن شاخص قابلیت اعتماد به

استفاده از روش‌های تخمینی مزبور مورد توجه پژوهشگران سازه و ژئوتکنیک قرار گرفته است. در سال ۱۹۹۳، آنالیز قابلیت اطمینان شمع‌ها تحت اثر بار عمودی در خاک‌های چسبنده مورد بررسی قرار گرفته و از روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای به‌دست‌آوردن تابع چگالی احتمال با توجه به ظرفیت باربری شمع استفاده شده است.^[۱۱] مطالعه دیگری نیز بر روی ظرفیت و سطح عملکرد شمع‌ها با توجه به منابع اصلی عدم قطعیت انجام شده است، که در آن از دستورالعمل مؤسسه نفت آمریکا استفاده شده است.^[۱۲] با استفاده از تحلیل قابلیت اعتماد برای ارزیابی ظرفیت محوری شمع با استفاده از رویکرد طراحی، نتایج احتمالاتی به‌دست‌آمده از روش‌های مختلف با یکدیگر مقایسه شده‌اند.^[۱۳] در تحلیل قابلیت اطمینان شمع‌ها تحت اثر بار محوری، پژوهشگران یک روش طراحی براساس سطح طراحی با استفاده از روش مونت‌کارلو توسعه داده‌اند.^[۱۴] همچنین برای بهبود بازدهی محاسباتی روش مونت‌کارلو از روش مبتنی بر اهمیت برای ارزیابی قابلیت اطمینان سریع شمع‌ها تحت بار جانبی استفاده شده است.^[۱۵] در پژوهش دیگری نیز پس از تحلیل تأثیر تغییرات مکانی جرم خاک روی نشست پی فونداسیون با استفاده از روش المان محدود تصادفی، این نتیجه به‌دست آمده است که نشست نوک شمع به شکل زیادی متأثر از عدم قطعیت و تصادفی‌بودن پارامترهاست، سپس قابلیت اطمینان نشست شمع فونداسیون با در نظر گرفتن این عدم قطعیت‌ها مورد بررسی قرار گرفته است.^[۱۶] آنالیز قابلیت اعتماد نشست پی فونداسیون نیز با استفاده از روش رسم طراحی براساس پارامترهای تصادفی انجام شده و رابطه‌ی بین پارامترها به‌عنوان عدم قطعیت در نظر گرفته شده است.^[۱۷] همچنین فرمول قابلیت اعتماد شمع تک تحت چند روش طراحی مشترک به‌دست آورده شده و تأثیر ضریب انحراف از روش‌های طراحی مذکور بر روی قابلیت اطمینان ظرفیت باربری پی شمع مورد تحلیل قرار گرفته است.^[۱۸] همچنین فرمول قابلیت اطمینان برای شمع پی، تحت حالت حدی نهایی و حالت حدی سرویس به‌دست آورده شده و تأثیر تصادفی‌بودن نشست مجاز سر شمع بر روی نتایج قابلیت اطمینان تحت حالت حدی سرویس مورد مطالعه قرار گرفته است.^[۱۹] همچنین در مطالعه دیگری به بررسی قابلیت اطمینان شمع پی براساس مود خرابی نشست پرداخته شده و حساسیت متغیرهای مؤثر در خرابی شمع مورد بررسی قرار گرفته است.^[۲۰]

در پژوهش حاضر، کارایی روش‌های مرتبه‌ی اول قابلیت اعتماد، شبیه‌سازی وزنی، و شبیه‌سازی مونت‌کارلو جهت برآورد احتمال خرابی شمع‌های بتنی و فولادی تحت اثر بارگذاری ثقلی مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه، روش‌های مورد استفاده در پژوهش حاضر به همراه مروری بر توابع موجود جهت ارزیابی ایمنی شمع تحت بار ثقلی ارائه شده است.

۲. روش‌های ارزیابی قابلیت اعتماد مورد استفاده در

پژوهش

ذیل روش‌های قابلیت اطمینان مورد استفاده در پژوهش حاضر به صورت خلاصه ارائه شده است.

۲.۱. روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو

روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو اغلب به‌عنوان روشی مؤثر و دقیق ارزیابی قابلیت اطمینان سازه‌ها و نیز گاهی به‌عنوان ابزاری برای مقایسه روش‌های مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرد.^[۲۱] خصوصاً برای مسائل با ماهیت پیچیده و متغیرهای زیاد

است. با تعریف پارامترهای فوق به صورت روابط ۱۲ الی ۱۶، می توان حساسیت P_f متناظر با میانگین و انحراف استاندارد متغیر x را محاسبه کرد:

$$\lambda = -\frac{1}{\nabla_U G(U^*, m^*)} = -\frac{1}{\frac{\partial G}{\partial U}} \quad (12)$$

$$\nabla_m G = \left\{ \frac{\partial G}{\partial m_1}, \frac{\partial G}{\partial m_2}, \dots, \frac{\partial G}{\partial m_n} \right\}^T \quad (13)$$

$$\nabla_U G = \left\{ \frac{\partial G}{\partial U_1}, \frac{\partial G}{\partial U_2}, \dots, \frac{\partial G}{\partial U_n} \right\}^T \quad (14)$$

$$\frac{\partial P_f}{\partial \mu_x} = -\Phi(\beta) \frac{\partial \beta}{\partial \mu_x} \quad (15)$$

$$\frac{\partial P_f}{\partial \sigma_x} = -\Phi(\beta) \frac{\partial \beta}{\partial \sigma_x} \quad (16)$$

با در نظر گرفتن پارامتر b و تغییرات ∂b ، تخمینی از $\partial \beta / \partial b$ به صورت رابطه ۱۷ محاسبه می شود:

$$\frac{\partial \beta}{\partial b} = \frac{\beta(b + \delta b) - \beta(b)}{\delta b} \quad (17)$$

در روش های شبیه سازی معمولاً از روابط ۱۸ جهت محاسبه ی مقادیر حساسیت استفاده می شود:

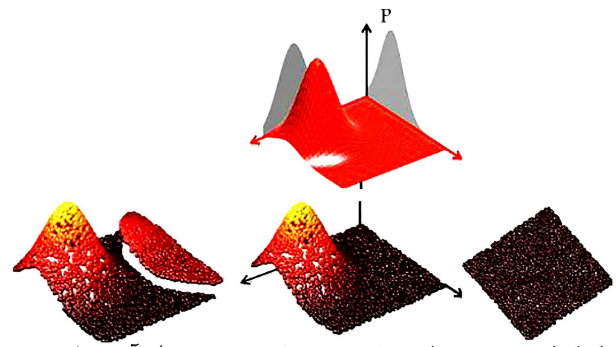
$$\begin{aligned} \frac{\partial P_f}{\partial P} &= \frac{\partial}{\partial P} \int I[g < 0] f_u(u) du = \frac{\partial}{\partial P} \int I[g < 0] f_{x(p)}(x) dx \\ &= \int I[g < 0] \frac{\partial f_{x(p)}(x)}{\partial P} dx \\ &= \int I[g < 0] \frac{\partial f_{x(p)}(x)}{\partial P} \frac{1}{f_{x(p)}(x)} f_{x(p)}(x) dx \end{aligned} \quad (18)$$

۳. روابط مورد استفاده در برآورد ایمنی شمع تحت بار

ثقلی

چنانچه ظرفیت تحمل خاک کمتر از مقدار مورد نیاز جهت تحمل وزن سازه باشد، استفاده از پی های گسترده ممکن است چندان کارا و یا مقرون به صرفه نباشد. در چنین شرایطی، اغلب از شمع ها به منظور تأمین ظرفیت مورد نیاز خاک برای تحمل وزن سازه استفاده می شود. بدین ترتیب با کوبش شمع ها به زمین می توان مقاومت برشی خاک را به شکل مطلوبی بهبود بخشید. [۲۷-۲۵] با افزایش بار بر روی شمع، نیروی مقاوم اولیه توسط اصطکاک جدار شمع آغاز و پس از آن با افزایش نیرو توسط قسمت انتهایی شمع کنترل می شود. تحت مقدار بار مشخصی که اغلب از آن به برش پانچ تعبیر می شود، خاک زیر شمع گسیخته می شود، که به آن ظرفیت نهایی شمع اطلاق می شود. [۲۹، ۲۸] شکل ۲، نیز مکانیزم انتقال بار توسط شمع را نشان می دهد.

نخستین مرحله در ارزیابی قابلیت اطمینان پی های دارای شمع، تصمیم گیری در مورد معیارهای عملکرد به صورت ارائه ی یک تابع شرایط حدی و پارامترهای بار و مقاومت مرتبط با آن است. [۲۳-۲۰] در ارتباط با آنالیز ایمنی شمع ها، بسته به اینکه شمع در چه نوع خاکی کوبیده می شود، توابع شرایط حدی مختلفی برای دو نوع خاک چسبنده و غیرچسبنده ارائه شده است. در این پژوهش، روابط مرتبط میان بار و مقاومت مجاز طراحی برای نمونه ی شمع های بتنی در خاک های چسبنده و



شکل ۱. ارزیابی احتمال خرابی با استفاده از روش وزنی. (الف) تولید نمونه؛ (ب) وزن دادن به نمونه ها؛ (ج) برآورد خرابی.

ازاء شکل های مختلف یک تابع شرایط حدی مشخص تحت نگاهت های یکسان برای متغیرهای تصادفی است. [۲۳] در روش مذکور، متغیرهای تصادفی مسئله از فضای اصلی X ، به فضای نرمال غیروابسته ی U منتقل می شوند. در این فضا، که با نام فضای نرمال استاندارد از آن یاد می شود، مقدار میانگین متغیرها برابر صفر و ماتریس کوواریانس آن ها یک ماتریس واحد خواهد بود، که برای متغیرهای تصادفی با تابع توزیع نرمال، این نگاهت به صورت رابطه ی ۷ ارائه می شود:

$$U_i = \frac{X_i - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

بدین ترتیب فاصله ی هندسی میان مبدأ و تابع شرایط حدی انتقال یافته ی $g(u)$ به عنوان شاخص قابلیت اعتماد مسئله تعریف می شود. در نتیجه با محاسبه ی شاخص قابلیت اعتماد مسئله، احتمال خرابی با استفاده از رابطه ی ۸ محاسبه خواهد شد:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (8)$$

۴.۲. آنالیز حساسیت براساس قابلیت اعتماد

به دست آوردن حساسیت ها، مرحله یی مهم در طراحی بهینه ی سازه هاست، که به منظور مطالعه ی اثر اصلاح در مقادیر پارامترها، محاسبه جهت جست و جو برای یافتن طراحی بهینه و تخمین تابع ساخت به کار می رود. [۲۴] در مسائل قابلیت اطمینان، علاوه بر موارد فوق، آنالیز حساسیت به طراح کمک می کند تا مهم ترین پارامترهای مؤثر در احتمال خرابی سازه را شناسایی و از آن در مقاوم سازی سازه ی نایمن استفاده کند. برای روش های مرتبه ی اول، قابلیت اطمینان احتمال خرابی به صورت رابطه ی ۹ تعریف می شود:

$$P_f = 1 - \Phi(\beta) \quad (9)$$

که در آن، P_f احتمال خرابی و $\Phi(\beta)$ تابع تجمعی نرمال استاندارد است. بدین ترتیب حساسیت متناسب با P_f از رابطه های ۱۰ و ۱۱ به دست می آید:

$$\frac{\partial P_f}{\partial b} = -\Phi(\beta) \frac{\partial \beta}{\partial m} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial b} = \lambda \nabla_m G(U^*, m^*) = \lambda \frac{\partial G}{\partial U} \cdot \frac{\partial U}{\partial m} \quad (11)$$

که در آن ها، $\Phi(\beta)$ تابع احتمال نرمال استاندارد و $\partial \beta / \partial m$ حساسیت شاخص قابلیت اطمینان نسبت به متغیر طراحی m است، $A = \{U | G(m, U) = 0\}$ ، A یک بردار استاندارد بدون همبستگی و با متغیرهای نرمال و λ ضریب لاگرانژ

جدول ۱. پارامترهای آماری از متغیرهای تصادفی برای شمع بتنی در خاک چسبنده.

متغیر	توزیع	میانگین	ضریب تغییرات
مقاومت مشخصه‌ی بتن	لوگ نرمال	40 N/m^2	۰/۱۵
قطر شمع	نرمال	$3 \times 10^{-1} \text{ m}$	۰/۰۶
مقاومت مشخصه‌ی فولاد	لوگ نرمال	460 N/m^2	۰/۱۵
قطر فولاد	نرمال	$25 \times 10^{-3} \text{ m}$	۰/۰۶
چسبندگی	لوگ نرمال	12 kN/m^2	۰/۱۵
ضریب چسبندگی	لوگ نرمال	۱/۰	۰/۱۵
طول شمع	نرمال	۱۲ m	۰/۰۶
ضریب اطمینان	لوگ نرمال	۳/۰	۰/۱۵

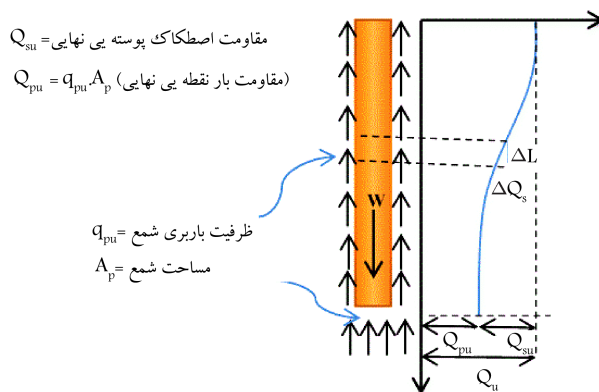
جدول ۲. پارامترهای آماری از متغیرهای تصادفی برای شمع فولادی در خاک چسبنده.

متغیر	توزیع	میانگین	ضریب تغییرات
مقاومت مشخصه‌ی فولاد	لوگ نرمال	460 N/m^2	۰/۱۵
مساحت شمع	نرمال	$1,4 \times 10^{-1} \text{ m}^2$	۰/۰۶
چسبندگی	لوگ نرمال	28 kN/m^2	۰/۱۵
ضریب چسبندگی	نرمال	۱/۰	۰/۰۶
مساحت شفت	نرمال	$48,84 \text{ m}^2$	۰/۰۶
ضریب اطمینان	لوگ نرمال	۲/۰	۰/۱۵

جدول ۳. پارامترهای آماری از متغیرهای تصادفی برای شمع بتنی در خاک غیرچسبنده.

متغیر	توزیع	میانگین	ضریب تغییرات
مقاومت مشخصه‌ی بتن	لوگ نرمال	40 N/m^2	۰/۱۵
قطر شمع	نرمال	$4,5 \times 10^{-1} \text{ m}$	۰/۰۶
مقاومت مشخصه‌ی فولاد	لوگ نرمال	460 N/m^2	۰/۱۵
قطر فولاد	نرمال	$25 \times 10^{-3} \text{ m}$	۰/۰۶
وزن مخصوص خاک	لوگ نرمال	$17,3 \text{ kN/m}^3$	۰/۱۵
طول شمع	نرمال	۱۲ m	۰/۰۶
زاویه‌ی زهکشی شده	لوگ نرمال	۳۴°	۰/۰۷
زاویه‌ی تنش مؤثر	لوگ نرمال	۳۴°	۰/۰۵
زاویه‌ی اصطکاک مؤثر	لوگ نرمال	۲۲°	۰/۰۵
ضریب اطمینان	لوگ نرمال	۳/۰	۰/۱۵

هستند که به صورت پیش‌بینی نشده‌ی می‌توانند عملکرد شمع را تحت تأثیر قرار دهند. پارامترهایی نظیر زاویه‌ی زهکشی شده و زاویه‌ی اصطکاک مؤثر خاک نیز به دلیل لایه‌بندی‌های مختلف و ویژگی‌های خاک مشمول این عدم قطعیت هستند، که با در نظر گرفتن انحراف معیار در برآورد ایمنی سازه در نظر گرفته می‌شوند. مقادیر متغیرهای آماری و توزیع چگالی مربوط به آن‌ها برای توابع شرایط حدی ذکر شده به ترتیب در جدول‌های ۱ الی ۴ ارائه شده است.



شکل ۲. مکانیزم انتقال بار در شمع.

غیرچسبنده به ترتیب از طریق روابط ۱۹ و ۲۰ به دست می‌آید: [۱]

$$G(X) = 0,33 f_{cu} \frac{\pi D_1^2}{4} + 0,4 f_y \frac{\pi D_1^2}{4} - \left\{ \frac{\pi D_1^2}{4} (9 S_u) + \pi D_1 L_b \alpha S_u \right\} / SF \quad (19)$$

$$G(X) = [0,259 f_{cu} D_1^2 + 0,314 f_y D_1^2 - k_f / SF] \quad (20)$$

که در آن‌ها، f_{cu} مقاومت مشخصه‌ی بتن، D_1 قطر شمع، D_2 قطر فولاد، f_y مقاومت مشخصه‌ی فولاد، S_u چسبندگی، L_b طول شمع، α ضریب چسبندگی، و SF ضریب اطمینان هستند. k_f نیز به صورت رابطه‌ی ۲۱ تعریف شده است:

$$k_f = 0,785 \gamma L D_1^2 \left(\frac{[e^{(2,26 + 0,5\Phi) \tan \Phi}]^2}{2 \cos^2(45 - 0,5\Phi)} \right) + 3,14 D_1 L \gamma L (1 - \sin \Phi') \tan \delta \quad (21)$$

که در آن، f_{cu} مقاومت مشخصه‌ی بتن، D_1 قطر شمع، D_2 قطر فولاد، f_y مقاومت مشخصه‌ی فولاد، L طول شمع، γ وزن مخصوص خاک، Φ زاویه‌ی زهکشی شده، Φ' زاویه‌ی تنش مؤثر، δ زاویه‌ی اصطکاک مؤثر، و SF ضریب اطمینان است. برای نمونه، شمع فولادی در خاک‌های چسبنده و غیرچسبنده به ترتیب توسط روابط ۲۲ و ۲۳ مورد استفاده قرار گرفته است: [۱]

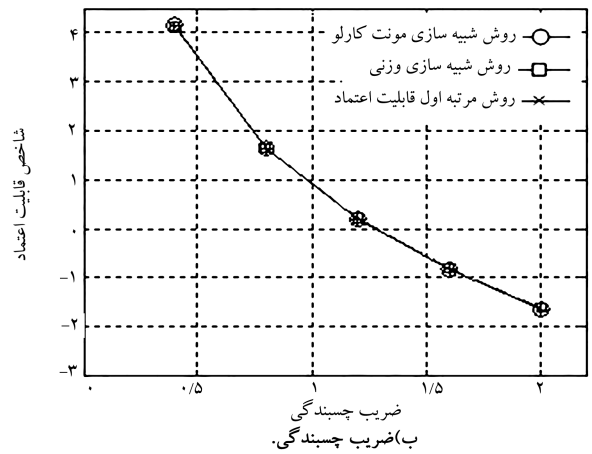
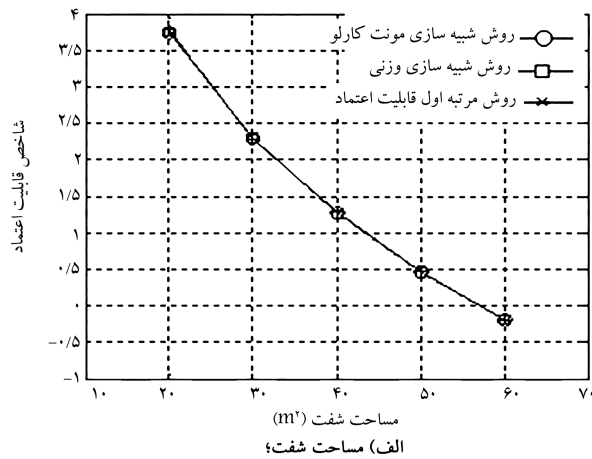
$$G(X) = 0,34 f_y A_p - \left\{ A_p (q S_u) + \sum (A_s \alpha S_u) \right\} / SF \quad (22)$$

$$G(X) = \left[0,35 f_y A_p - \frac{k_f}{SF} \right] \quad (23)$$

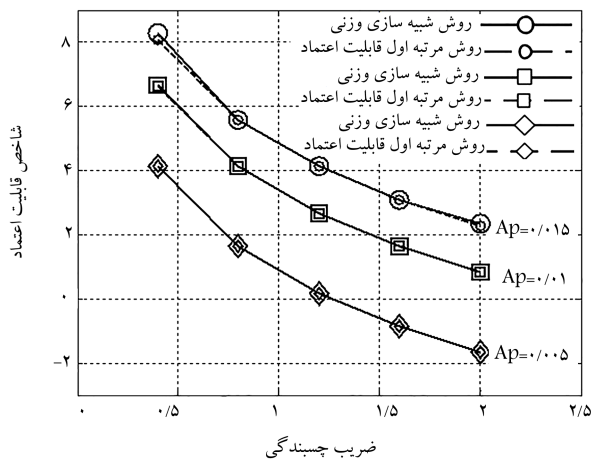
که در آن‌ها، f_y مقاومت مشخصه‌ی فولاد، S_u چسبندگی یا مقاومت برشی زهکشی نشده، α ضریب چسبندگی، A_s مساحت شفت، A_p مساحت شمع و SF ضریب اطمینان هستند و k_f از رابطه‌ی ۲۴ به دست می‌آید:

$$k_f = A_p \gamma L \left(\frac{[e^{(2,26 + 0,5\Phi) \tan \Phi}]^2}{2 \cos^2(45 - 0,5\Phi)} \right) + A_s \gamma L (1 - \sin \Phi') \tan \delta \quad (24)$$

که در آن، A_s مساحت شفت و A_p مساحت شمع است. از دیدگاه آماری و واقع‌بینانه می‌توان بیان داشت متغیرهای موجود به دلیل عواملی مانند خطاهای انسانی در ساخت، دارای شرایط محیطی عدم قطعیت



شکل ۳. شاخص قابلیت اعتماد برای شمع فولادی در خاک چسبنده.



شکل ۴. شاخص قابلیت اعتماد در برابر ضریب چسبندگی برای شمع فولادی در خاک چسبنده به ازاء مساحت‌های مختلف شمع.

بیشترین تأثیر را در تغییرات شاخص قابلیت اطمینان خواهند داشت. همچنین مشاهده می‌شود ضریب تغییرات متغیرهای فوق نیز تأثیر محسوسی در تغییرات شاخص قابلیت اطمینان خواهند داشت.

برای شمع‌های بتنی در خاک‌های چسبنده نیز با توجه با بالا بودن شاخص قابلیت اطمینان از روش وزنی جهت کنترل نتایج FORM استفاده شده است. مشاهده می‌شود نتایج روش FORM برای تابع شرایط حدی خاک‌های چسبنده

جدول ۴. پارامترهای آماری از متغیرهای تصادفی برای شمع فولادی در خاک غیرچسبنده.

متغیر	توزیع	میانگین	ضریب تغییرات
مقاومت مشخصه فولاد	لوگ نرمال	460 N/m^2	۰٫۱۵
مساحت شمع	نرمال	$1.6 \times 10^{-1} \text{ m}^2$	۰٫۰۶
وزن مخصوص خاک	لوگ نرمال	27.3 KN/m^3	۰٫۱۵
طول شمع	نرمال	۱۲ m	۰٫۰۶
زاویه ی زهکشی شده	لوگ نرمال	۳۴	۰٫۰۷
مساحت شفت	نرمال	16.96 m^2	۰٫۰۶
زاویه ی تنش مؤثر	لوگ نرمال	34°	۰٫۰۵
زاویه ی اصطکاک مؤثر	لوگ نرمال	22°	۰٫۰۵
ضریب اطمینان	لوگ نرمال	3.0	۰٫۱۵

جدول ۵. نتایج آنالیز حساسیت روش مرتبه‌ی اول برای شمع فولادی در خاک چسبنده.

متغیر	$\partial\beta/\partial\sigma$	$\partial\beta/\partial\mu$
مقاومت مشخصه فولاد	1.92×10^{-8}	1.03×10^{-8}
مساحت شمع	۳۵۴٫۴	۴۸۹٫۰۱
چسبندگی	8.62×10^{-5}	-9.3×10^{-5}
ضریب چسبندگی	۰٫۹۶	-۲٫۵۶
مساحت شفت	۰٫۱۶۱	-۰٫۴۳۳
ضریب اطمینان	۱٫۲۱	۱٫۲۹۹

۴. تحلیل و نتایج

در این بخش، نتایج به دست آمده از آنالیز قابلیت اطمینان و حساسیت برای ۴ تابع شرایط حدی مذکور ارائه شده است. برای این منظور، نتایج روش مرتبه‌ی اول با روش‌های شبیه‌سازی مقایسه شده است.

در شکل‌های ۳ و ۴، روش‌های شبیه‌سازی مونت‌کارلو و روش شبیه‌سازی وزنی به همراه روش FORM برای تابع شرایط حدی مخصوص شمع فولادی در خاک‌های چسبنده مورد مقایسه و ارزیابی قرار گرفته است. برای حالتی که احتمال خرابی پایین است، مانند حالت $A_p = 0.15$ ، روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو نیاز به تعداد نمونه‌ی خیلی زیاد برای برآورد احتمال خرابی دارد، در حالی که روش شبیه‌سازی وزنی برای این حالت، با تعداد نمونه‌ی در حدود 10^5 روش مونت‌کارلو جواب قابل قبول را ارائه می‌دهد. با توجه به شکل تابع و اشکال مذکور مشاهده می‌شود که روش FORM برای چنین تابع شرایط حدی نتایج قابل قبولی را به همراه داشته است. همچنین براساس شکل ۳ مشاهده می‌شود که تغییرات A_p و α تغییرات محسوسی در شاخص قابلیت اطمینان به همراه داشته است. لذا با توجه به دقت مناسب روش FORM برای تابع شرایط حدی مربوط به شمع فولادی در خاک‌های چسبنده، از روش آنالیز حساسیت مرتبه‌ی اول برای یافتن مهم‌ترین متغیرها استفاده و نتایج در جدول ۵ ارائه شده است. همچنین مطابق شکل ۴، به ازاء مساحت‌های شمع $A_p = 0.15$ و $A_p = 0.1$ ، شمع در حاشیه‌ی ایمنی کامل قرار دارد، اما در صورت کاهش مساحت شمع به $A_p = 0.05$ ، ایمنی شمع کاهش پیدا می‌کند، به گونه‌ی که به ازاء ضریب چسبندگی برابر با ۱٫۲ شاخص قابلیت اطمینان به صفر کاهش پیدا می‌کند.

نتایج به دست آمده از آنالیز حساسیت، نشان‌دهنده‌ی آن است که A_p و α

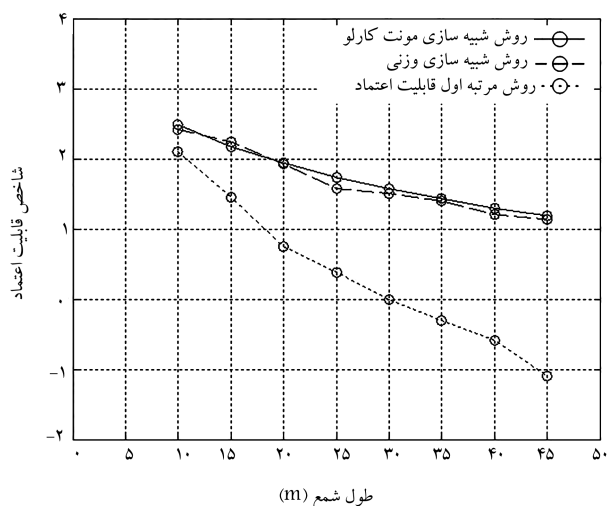
مورد اطمینان بوده و بنابراین آنالیز حساسیت روش مرتبه‌ی اول جهت تعیین پارامترهای مهم آنالیز شمع مورد استفاده قرار گرفته است. در جدول ۶، نتایج آنالیز حساسیت نسبت به میانگین و ضریب تغییرات تابع مزبور ارائه شده است.

در شکل ۵ مشاهده می‌شود که پارامترهای D_1 و D_2 و نیز α بیشترین تأثیر را در تغییرات شاخص قابلیت اطمینان خواهند داشت. جدول‌های حساسیت فوق در مباحث طراحی بسیار مؤثر هستند و به طراح دید مناسبی از اهمیت پارامترها جدول ۶. نتایج آنالیز حساسیت روش مرتبه‌ی اول برای شمع بتنی در خاک چسبنده.

متغیر	$\partial\beta/\partial\mu$	$\delta\beta/\delta\sigma$
مقاومت مشخصه‌ی بتن	$2,77 \times 10^{-8}$	$1,30 \times 10^{-16}$
قطر شمع	۵,۴۳۶	۴,۸۱۱
مقاومت مشخصه‌ی فولاد	$1,31 \times 10^{-10}$	$2,33 \times 10^{-21}$
قطر فولاد	۴,۸۸	۳,۱۵۴
چسبندگی	$-6,75 \times 10^{-6}$	$2,26 \times 10^{-11}$
ضریب چسبندگی	-۰,۰۷۸۵	۰,۰۰۳
طول شمع	-۰,۰۰۳۴	$3,05 \times 10^{-6}$
ضریب اطمینان	۰,۰۲۷۱	$1,94 \times 10^{-4}$

در قابلیت اطمینان شمع مورد طراحی خواهند بخشید. در شکل ۶، مقایسه میان نتایج به دست آمده از آنالیز قابلیت اطمینان شمع بتنی در خاک غیرچسبنده ارائه شده است. همان‌طور که در رابطه‌ی ۲۰ مشاهده می‌شود، تابع شرایط حدی برای حالت موردنظر بسیار پیچیده بوده است و بدین ترتیب همان‌گونه که از شکل مذکور نیز بر می‌آید، روش FORM نتایج مناسبی برای تحلیل قابلیت اطمینان شمع‌ها ارائه نخواهد داد. بنابراین آنالیز حساسیت صورت‌گرفته توسط روش‌های مرتبه‌ی اول نیز مطمئن نخواهند بود. در جدول‌های ۷ و ۸، نتایج آنالیز حساسیت برای تابع مزبور به دور روش تقاضل محدود و FORM ارائه شده و امکان مقایسه‌ی پاسخ‌ها را فراهم آورده است. همچنین شکل ۶، نشان‌دهنده‌ی ایمنی کامل شمع بتنی در خاک غیرچسبنده به ازاء طول لوله از ۱۰ تا ۴۵ متر است.

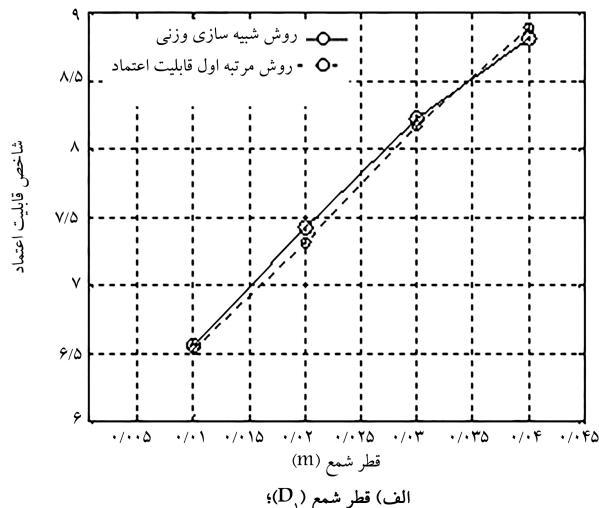
نتایج آنالیز حساسیت برای روش مرتبه‌ی اول بیان‌گر حساسیت بالای شاخص قابلیت اطمینان نسبت به متغیرهای D_1 و D_2 است. در حالی که نتایج به دست آمده از آنالیز حساسیت توسط نتایج مونت‌کارلو بیان‌گر حساسیت بالای تابع به پارامتر انحراف معیار δ و Φ و نیز میانگین Φ' در کنار پارامترهای مزبور است. به منظور کنترل صحت نتایج، تغییرات شاخص قابلیت اطمینان پارامترهای مورد بحث با ضریب تغییرات این متغیرها در شکل ۷ ارائه شده است. که مطابق آن، در محدوده‌ی مشخصی از ضریب تغییرات، پارامترهای مورد بحث تغییرات زیادی در مقدار شاخص قابلیت



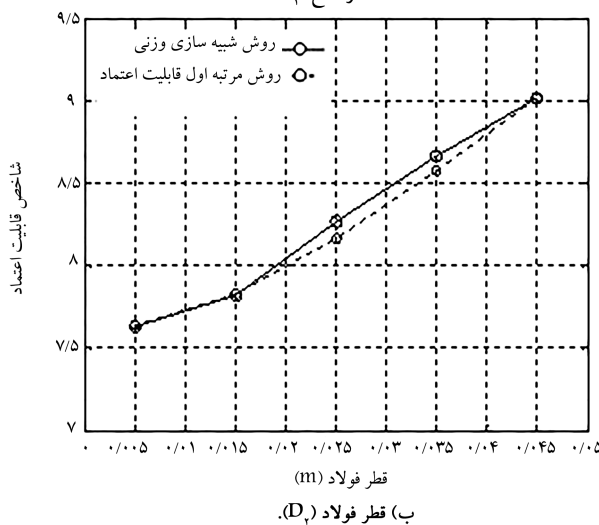
شکل ۶. شاخص قابلیت اعتماد در برابر طول شمع برای شمع بتنی در خاک غیرچسبنده.

جدول ۷. نتایج آنالیز حساسیت روش مرتبه‌ی اول برای شمع بتنی در خاک غیرچسبنده.

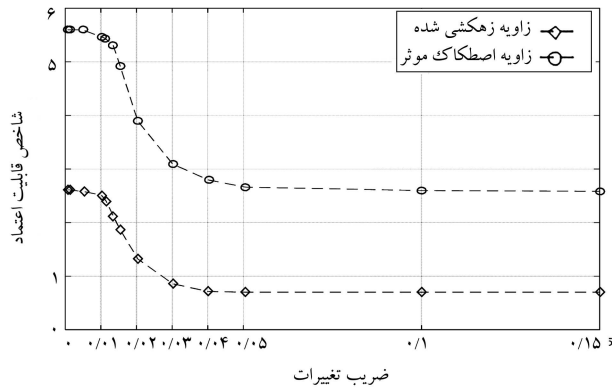
متغیر	$\partial\beta/\partial\mu$	$\delta\beta/\delta\sigma$
مقاومت مشخصه‌ی بتن	$3,17 \times 10^{-8}$	$-2,10 \times 10^{-16}$
قطر شمع	۵,۶۸	۶,۳۹
مقاومت مشخصه‌ی فولاد	$1,20 \times 10^{-10}$	$2,27 \times 10^{-21}$
قطر فولاد	۴,۳۸	۳,۰۷۳
وزن مخصوص خاک	$-5,20 \times 10^{-7}$	$1,6 \times 10^{-12}$
طول شمع	$-1,50 \times 10^{-4}$	$1,93 \times 10^{-6}$
زاویه‌ی زهکشی شده	$-2,60 \times 10^{-4}$	$2,13 \times 10^{-6}$
زاویه‌ی تنش مؤثر	$-1,60 \times 10^{-6}$	$9,14 \times 10^{-5}$
زاویه‌ی اصطکاک مؤثر	-۰,۰۳۳۶	$2,90 \times 10^{-2}$
ضریب اطمینان	۰,۰۰۳۶	$9,86 \times 10^{-6}$



شکل ۵. شاخص قابلیت اعتماد برای شمع بتنی در خاک‌های چسبنده.



شکل ۷. شاخص قابلیت اعتماد برای شمع بتنی در خاک‌های چسبنده.



شکل ۸. شاخص قابلیت اعتماد در برابر ضریب تغییرات دو پارامتر برای شمع فولادی در خاک‌های غیرچسبیده.

جدول ۹. نتایج آنالیز حساسیت تفاضل محدود با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای شمع فولادی در خاک غیرچسبیده.

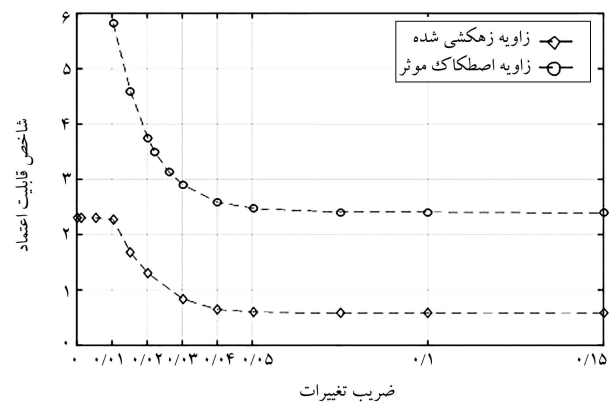
متغیر	$\partial\beta/\delta\mu$	$\delta\beta/\delta\sigma$
مقاومت مشخصه فولاد	۰٫۱۳	۰٫۰۱
مساحت شمع	۰٫۳۵۷	$۲٫۷۷ \times ۱۰^{-۳}$
وزن مخصوص خاک	-۰٫۲۱	$-۲٫۳ \times ۱۰^{-۳}$
طول شمع	-۰٫۳۸	$-۵٫۶ \times ۱۰^{-۳}$
زاویه زهکشی شده	-۰٫۴۲	۰٫۳۲
مساحت شفت	۰٫۲۷	۳×۱۰^{-۳}
زاویه تنش مؤثر	۰٫۸۱	۰٫۲۳
زاویه اصطکاک مؤثر	$-۱٫۳ \times ۱۰^{-۲}$	۲٫۵۱۵
ضریب اطمینان	۰٫۱۴	$۸٫۲۵ \times ۱۰^{-۳}$

جدول ۱۰. اثر ضریب تغییرات پارامترهای حساس از شمع فولادی با طول‌های مختلف در خاک‌های غیرچسبیده.

طول شمع	ضریب تغییرات	
	زاویه زهکشی شده	زاویه اصطکاک مؤثر
۱۰	۰٫۱۵	۰٫۶۹
۱۰	۰٫۱۵	۲٫۵۹
۱۰	۰٫۱۵	۲٫۶
۱۵	۰٫۱۵	۱٫۸۹
۱۰	۰٫۰۱۵	۲٫۶
۱۰	۰٫۱۵	۷٫۳
۱۰	۰٫۱۵	۵
۱۰	۰٫۱۵	۴٫۸۳
۲۰	۰٫۱۵	۴٫۶۳
۳۰	۰٫۱۵	۴٫۵۴
۴۰	۰٫۱۵	۴٫۴
۵۰	۰٫۱۵	۴٫۳۲

جدول ۸. نتایج آنالیز حساسیت تفاضل محدود با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای شمع بتنی در خاک غیرچسبیده.

متغیر	$\partial\beta/\delta\mu$	$\delta\beta/\delta\sigma$
مقاومت مشخصه بتن	۰٫۰۹۷	۰٫۱۱۳
قطر شمع	۰٫۰۶۹	$۵٫۴۰ \times ۱۰^{-۳}$
مقاومت مشخصه فولاد	$۶٫۹۰ \times ۱۰^{-۲}$	$۲٫۷۸ \times ۱۰^{-۳}$
قطر فولاد	$۵٫۱۰ \times ۱۰^{-۳}$	$۱٫۶۰ \times ۱۰^{-۳}$
وزن مخصوص خاک	-۰٫۰۹۹	$-۱٫۴۰ \times ۱۰^{-۲}$
طول شمع	-۰٫۱۴۷	$۴٫۵۰ \times ۱۰^{-۲}$
زاویه زهکشی شده	-۰٫۵۹۷	۰٫۸۱
زاویه تنش مؤثر	۰٫۷۷	۰٫۲۸۱
زاویه اصطکاک مؤثر	$-۱٫۹۰ \times ۱۰^{-۲}$	۰٫۹۸
ضریب اطمینان	۰٫۰۷۳	۰٫۱۲



شکل ۷. شاخص قابلیت اعتماد در برابر ضریب تغییرات دو پارامتر برای شمع بتنی در خاک‌های غیرچسبیده.

اطمینان به همراه خواهند داشت. لیکن چنانچه ضریب تغییرات از مقدار مشخصی ($C.O.V = ۰٫۰۵$) بیشتر شود، عملاً تغییری در مقدار شاخص قابلیت اطمینان به وجود نخواهد آمد. در شکل ۷، چنانچه ضریب تغییرات زاویه زهکشی به کمتر از $۰٫۱۵$ محدود شود (برای این حالت $\beta = ۲$ خواهد شد)، کاهش ضریب تغییرات زاویه اصطکاک مؤثر مقدار شاخص قابلیت اطمینان را به بیش از ۵ خواهد رساند. شکل ۸ و جدول ۹، وابستگی شاخص قابلیت اطمینان شمع‌های فولادی را به δ و Φ نشان می‌دهند. همانند توضیحات ارائه شده برای شمع‌های بتنی، Φ و δ مهم‌ترین متغیرها در تابع شرایط حدی هستند. برای شمع‌های فولادی در خاک‌های غیرچسبیده همانند شمع‌های بتنی در این نوع خاک، نتایج FORM برای ارزیابی قابلیت اطمینان غیردقیق است و نمی‌توان از این روش در برآورد قابلیت اطمینان آنها استفاده کرد.

در جدول ۱۰، اثر ضریب تغییرات پارامترهای مهم شمع‌های فولادی در خاک‌های غیرچسبیده به همراه طول‌های مختلف شمع ارائه شده است. مشاهده می‌شود در ارزیابی قابلیت اطمینان اثر ضریب تغییرات بسیار بیشتر از تغییرات میانگین طول شمع است، لیکن باید توجه داشت مطابق شکل ۸، این تغییرات برای مقادیر مشخصی از ضریب تغییرات است. در خصوص امکان‌سنجی فیزیکی نتایج، نظیر ارائه‌ی نتیجه قابلیت اطمینان منفی و یا در نظر گرفتن مقادیر میانگین بالا و یا پایین باید توجه داشت که نتایج مذکور برای نشان دادن روند تغییرات یک پارامتر بر ایمی شمع (به صورت عینی) و نیز امکان مقایسه‌ی کارایی روش‌ها در مقادیر بالا و پایین میانگین متغیرها

مورد مطالعه قرار گرفته است. بدین ترتیب مشاهده شده است که پیچیدگی تابع شرایط حادی برای خاک‌های غیرچسبیده سبب می‌شود نتایج روش‌های مرتبه‌ی اول جهت برآورد قابلیت اطمینان و آنالیز حساسیت مناسب نیست و برای این منظور نیاز به استفاده از روش‌های دقیق شبیه‌سازی نظیر شبیه‌سازی مونت‌کارلو و روش شبیه‌سازی وزنی است. همچنین مقایسه‌ی نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد به‌کارگیری روش شبیه‌سازی وزنی، با وجود استفاده از تعداد نمونه‌های اندک، دقت بالایی دارد. نتایج حساسیت بر مبنای قابلیت اطمینان نشان‌دهنده‌ی آن است که در خاک‌های چسبیده‌ی D و A_p شمع پارامترهای مؤثر در تغییرات قابلیت اطمینان است، لیکن برای خاک‌های غیرچسبیده پارامترهای مربوط به خاک و خصوصاً ضریب تغییرات آنها، نقش تعیین‌کننده‌ی در قابلیت اطمینان شمع دارد، به‌گونه‌ی که ضریب تغییرات Φ و δ نقش بسیار مؤثری در تعیین شاخص قابلیت اطمینان دارد و باید در طراحی‌ها بیش از سایر پارامترها مورد توجه قرار گیرند.

ارائه شده است و عملاً ممکن است وجود سازه‌ی با ویژگی ارائه‌شده به لحاظ آماری بسیار کم باشد. این موضوع در خصوص بررسی اثر تغییرات بر ایمنی شمع نیز صادق است. نگاهی بر روند طراحی بهینه‌ی سازه‌ها و طراحی بهینه براساس قابلیت اطمینان نشان می‌دهد روش‌های موجود باید امکان ارائه‌ی پاسخ قابلیت اطمینان صحیح برای چنین مقادیری را داشته باشند، تا الگوریتم بهینه‌ساز را به سمت جواب بهینه و در ناحیه‌ی شدنی قرار دهند.

۵. نتیجه‌گیری

در این نوشتار، قابلیت اطمینان و پارامترهای حساس شمع‌های فولادی و بتنی برای دو خاک چسبیده و غیرچسبیده توسط دو روش شبیه‌سازی و نیز روش FORM

پانویس‌ها

1. first order reliability method
2. second order reliability method
3. Monte Carlo simulation
4. importance sampling

منابع (References)

1. Afolayan, J.O. and Opeyemi, D.A. "Reliability analysis of static pile capacity for concrete in cohesive and cohesion less soils", *Journal of Applied Science*, **3**(5), pp. 407-411 (2010).
2. Nowak, A.S. and Collins, K.R., *Reliability of Structures*, McGraw-Hill (2000).
3. Madsen, H.O., Krenk, S. and Lind, N.C., *Methods of Structural Safety*, NJ 07632: Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs (1986).
4. Rajashekhar, M.R. and Ellingwood, B.R. "A new look at the response approach for reliability analysis", *Structural Safety*, **12**(3), pp. 205-220 (1993).
5. Hasofer, A.M. and Lind, N.C. "Exact and invariant second-moment code format", *Engineering Mechanics*, **100**(1), pp. 111-121 (1974).
6. Rackwitz, R. and Fiessler, B. "Structural reliability under combined random load sequences", *Computer and Structures*, **9**(5), pp. 489-494 (1978).
7. Fiessler, B., Neumann, H.J. and Rackwitz, R. "Quadratic limit states in structural reliability", *Engrn. Mech.*, **105**(4), pp. 661-676 (1979).
8. Breitung, K. "Asymptotic approximations for multinormal integrals", *Engrn. Mech.*, **10**(3), pp. 357-366 (1984).
9. Liu, J.S., *Monte Carlo Strategies in Scientific Computing*, Department of Statistic, Harvard University (2001).
10. Tsompanakis, Y., Nikos, D. and Lagaros, M.P., *Structural Design Optimization Considering Uncertainties*, Chapter 21, CRC Press (2008).
11. Alberto, J.P. and Catalina, N.G. "Reliability analysis of piles in cohesionless soils", *In Proceeding of the 11th Southeast Asian Geotechnical Conference*, Singapore, pp. 483-488 (1993).
12. Tang, W.H., Woodford, D.L. and Pelletier, J.H. "Performance reliability of offshore piles", *In Offshore Technology Conference* (Jan. 1990).
13. Lacasse, S. and Nadim, F. "Model uncertainty in pile axial capacity calculations", *In Offshore Technology Conference* (Jan. 1996).
14. Fan, H. and Liang, R. "Reliability-based design of axially loaded drilled shafts using Monte Carlo method", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **37**(14), pp. 2223-2238 (2013).
15. Fan, H. and Liang, R. "Efficient reliability evaluation of axially loaded piles in spatially varying soils using importance sampling", *In Geo-Shanghai Conference* (May 2014).
16. Bian, X.Y., *Reliability Analysis and Design of Pile Foundations for Serviceability Limit State*, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, China (2014) (Chinese).
17. Quek, S.T., Chow, Y.K. and Phoon, K.K. "Further contributions to reliability-based pile-settlement analysis", *Journal of Geotechnical Engineering*, **118**(5), pp.726-741 (1992).
18. Bian, X.Y., Zheng, J.J. and Xu, Z.J. "Reliability analysis of bearing capacity of foundation piles considering pile foundation design approach", *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, **35**(2), pp.1099-1102 (2013).
19. Bian, X.Y., Zheng, J.J. and Xu, Z.J. "Reliability analysis of serviceability limit state of foundation piles considering uncertainties of parameter and model", *Rock and Soil Mechanics*, **35**(11), pp. 3317-3322 (2014).

20. Zhang, S., Zhong, L. and Xu, Z. "Reliability of foundation pile based on settlement and a parameter sensitivity analysis", *Mathematical Problems in Engineering*, **2016**, 7 p. (2016).
21. Papadrakakis, M., Tsompanakis, Y., Lagaros, N.D. and Fragiadakis, M. "Reliability based optimization of steel frames under seismic loading conditions using evolutionary computation", *Special Issue of the Journal of Theoretical and Applied Mechanics on Computational Intelligence in Mechanics*, **42**(3), pp. 585-608 (2004).
22. Kang, F., Han, S., Salgado, R. and Li, J. "System probabilistic stability analysis of soil slopes using Gaussian process regression with Latin hypercube sampling", *Computers and Geotechnics*, **63**, pp. 13-25 (2015).
23. Olsson, A., Sandberg, G. and Dahlblom, O. "On latin hypercube sampling for structural reliability analysis", *Struct. Safety*, **25**(1), pp. 47-68 (2003).
24. Huntington, D.E. and Lyrintzis, C.S. "Improvements and limitations of Latin hypercube sampling", *Probabilistic Engineering Mechanics*, **13**(4), pp. 245-253 (1998).
25. Wang, Z. and Song, J. "Cross-entropy-based adaptive importance sampling using von Mises- Fisher mixture for high dimensional reliability analysis", *Struct. Saf.*, **59**, pp. 42-52 (March 2016).
26. Fan, H. and Liang, R. "Importance sampling based algorithm for efficient reliability analysis of axially loaded piles", *Computers and Geotechnics*, **65**, pp. 278-284 (2015).
27. Ibrahim, Y. "Observations on applications of importance sampling in structural reliability analysis", *Struct. Safety*, **9**(4), pp. 269-281 (1991).
28. Nie, J. and Ellingwood, B.R. "Directional methods for structural reliability analysis", *Struct. Safety*, **22**(3), pp. 233-249 (2000).
29. Depina, I., Le, T.M.H., Fenton, G. and Eiksund, G. "Reliability analysis with metamodel line sampling", *Struct. Safety*, **60**, pp. 1-15 (2016).
30. Pradlwarter, H.J., Schueller, G.I., Koutsourelakis, P.S. and Charmpis, D.C. "Application of line sampling simulation method to reliability benchmark problems", *Struct. Safety*, **29**(3), pp. 208-221 (2007).
31. Rashki, M., Miri, M. and Moghaddam, M.A. "A new efficient simulation method to approximate the probability of failure and most probable point", *Structural Safety*, **39**, pp. 22-29 (2012).
32. Hasofer, M. and Lind, N.C. "Exact and invariant second-moment code format", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, **100**, pp. 111-121 (1974).
33. Nowak, A.S. and Collins, K.R., *Reliability of Structures*, CRC Press (2012).
34. Choi, S.K., Grandhi, R. and Canfield, R.A., *Reliability-Based Structural Design*, British Library Cataloguing in Publication Data (2007).
35. Zheng, C., Liu, H. and Ding, X. "Lateral dynamic response of a pipe pile in saturated soil layer", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, **40**(2), pp. 159-184 (2016).
36. Haque, N., Abu-Farsakh, M.Y. and Tsai, C. "A case study on evaluating pile set-up and the effect of pile installation sequence", In Transportation Research Board 94th Annual Meeting, No. 15-1477 (2015).
37. *Pile Foundations*, Technical Supplement 14F, National Engineering Handbook, Part 654 (2007).
38. Alielahi, H. and Adampira, M. "Comparison between empirical and experimental ultimate bearing capacity of bored piles-a case study", *Arabian Journal of Geosciences*, **9**(1), pp. 1-16 (2016).
39. Bowles, J.E., *Foundation Analysis and Design*, 4th ed., McGraw-Hill Book Company (1998).
40. Kim, K.J., Sarica, R.Z., Hossan, M.S., Rahman, M.S. and Gabr, M.A. "Development of resistance factors for axial capacity of driven prestressed concrete piles by the Vesic method in the Coastal region North Carolina", In Transportation Research Board Annual Meeting (2002).
41. Fan, H. and Liang, R. "Importance sampling based algorithm for efficient reliability analysis of axially loaded piles", *Computers and Geotechnics*, **65**, pp. 278-284 (2015).
42. Huang, J., Kelly, R., Li, D., Zhou, C. and Sloan, S. "Updating reliability of single piles and pile groups by load tests", *Computers and Geotechnics*, **73**, pp. 221-230 (2016).
43. Muthukkumaran, K., Keerthi Raaj, S. and Vinoth Kumar, M. "Assessment of pile failures due to excessive settlement during pile load test", *Japanese Geotechnical Society Special Publication*, **2**(73), pp. 2520-2524 (2016).