مهندسی عمران شریف
دوره‌ی ۲-۲۶، شماره‌ی ۲، ص. ۲۹-۳۸

# یک مدل رفتاری کشسانی خمیری ـ خمیری لزجی برای خاک‌ها

**محمد ملکی (استادیار)**
**دانشکده‌ی مهندسی، دانشگاه بوعلی سینا**

maleki_mmm@yahoo.com

مدل‌های رفتاری کشسانی خمیری لزجی پایه‌گذاری‌شده براساس مفهوم اضافه‌ی تنش پرزینا در حد وسیعی برای بیان رفتار تابع زمان خاک‌ها استفاده می‌شوند. جواب این نوع مدل‌ها شامل یک قسمت کشسانی مستقل از زمان و یک قسمت خمیری لزجی تابع زمان است. در این نوع مدل‌سازی علی‌رغم سادگی، برخی از جنبه‌های رفتاری خاک‌ها مانند وضعیت خرابی خمیری و تغییرشکل خمیری در بارگذاری‌های سریع قابل‌بیان نیستند. در واقع در این مدل‌ها شرط سازگاری ارضاء نمی‌شود. به‌عبارت‌دیگر وضعیت تنش می‌تواند خارج از سطح تسلیم قرارگیرد. همچنین در بارگذاری‌های سریع جواب مدل ارتجاعی است و تغییرشکل‌های خمیری لزجی درگذر زمان تولید می‌شوند. این در صورتی است که حتی در بارگذاری‌های سریع بخش عمده‌یی از تغییرشکل‌های خاک خمیری است. در نوشتار حاضر، سازوکار خمیری لزجی به یک مدل کشسانی خمیری (مدل پایه) اضافه شده‌است. مدل کشسانی خمیری ـ خمیری لزجی حاصله نه فقط قابلیت بیان رفتار تابع زمان از جمله پدیده‌های خزش (اولیه و ثانویه)، رهاشدگی تنش و اثر نرخ بارگذاری را دارد، بلکه رفتار خاک تحت اثر بارگذاری‌های سریع و نیز وضعیت خرابی را نیز درنظر می‌گیرد. نحوه‌ی تعیین پارامترهای مدل و معانی فیزیکی و نیز میزان تأثیر هریک از آن‌ها در جواب مدل، ارائه شده است. در انتها عملکرد مدل در بیان رفتار تابع زمان یک خاک ماسه‌یی ارزیابی شده‌است که نتایج حاصله نشان‌دهنده‌ی قابلیت خوب مدل در بیان رفتار تابع زمان این خاک است.

**واژگان کلیدی:** رفتار تابع زمان، کشسان خمیری، لزجی خمیری، خزش، اثر نرخ کرنش.

## مقدمه

پارامتر زمان در رفتار تنش ـ تغییرشکل خاک‌ها نقش قابل‌توجهی دارد. خزش، آسایش[۱] تنش و تأثیر نرخ کرنش پدیده‌هایی هستند که در مسیرهای آزمایشگاهی مشاهده شده‌اند. بسیاری از مشاهدات تجربی در خصوص رفتار تابع زمان خاک‌ها مربوط به خاک‌های رسی است.[۱-۶] این نتایج نشان می‌دهند که در خاک‌های رسی در اثر اعمال یک بار ثابت تغییرشکل قابل‌ملاحظه‌یی طی زمان اتفاق می‌اُفتد. در شرایط زهکشی‌نشده برای یک بارگذاری نزدیک به مقاومت بیشینه‌ی تغییرشکل حاصله طی زمان باعث خرابی می‌شود، که به آن خرابی خزشی[۲] گویند. طی سال‌های اخیر مطالعات زیادی هم درخصوص رفتار تابع زمان در خاک‌های ماسه‌یی صورت گرفته است و وجود آثار زمان را در رفتار ماسه‌ها مشاهده شده است.[۷-۹] گرچه پدیده‌های خزش و آسایش تنش در ماسه‌ها وجود دارد ولی بر خلاف خاک‌های رسی تأثیر نرخ کرنش درخاک‌های ماسه‌یی چندان قابل ملاحظه نیست.[۱۰] برای بیان رفتار تابع زمان خاک‌ها روابط رفتاری متفاوتی ارائه شده است. یک طبقه‌بندی برای آن‌ها عبارت است از: روابط تجربی، مدل‌های رئولوژیک و مدل‌های رفتاری سه بُعدی.

روابط تجربی عموماً با انطباق بر نتایج تجربی حاصله از آزمایش‌های خزش، آسایش تنش و نرخ کرنش به‌دست آمده‌اند. این روابط محدودیت‌های زیادی دارند و اصولاً برای شرایط خاص مرزی و بارگذاری قابل‌اعمال هستند.

مدل‌های رئولوژیک عموماً رفتار یک‌بُعدی مصالح را بیان می‌کنند. این مدل‌ها بیشتر برای درک مهندسی آثار زمان به‌کارگرفته شده‌اند و از توسعه‌ی آن‌ها برای دست‌یابی به مدل‌های رفتاری سه بُعدی استفاده شده‌است.

از مدل‌های رفتاری تابع زمان سه‌بُعدی، روابط تنش-کرنش درحالت عمومی به‌دست می‌آید و غالباً فرموله‌نویسی آن‌ها به‌صورت جزئی است. این مدل‌ها در کدهای محاسباتی اجزاء محدود نصب و امکان تحلیل تابع زمان سازه‌ها در مهندسی ژئوتکنیک را فراهم می‌کنند.

با توجه به تنوع رفتاری در مصالح زمین، امروزه، پژوهشگران مدل‌های رفتاری مختلفی با درجه‌ی پیچیدگی مختلف و دامنه‌ی کاربرد متفاوت ارائه کرده‌اند. در

*تاریخ: دریافت ۱۳۸۶/۱۲/۱۵، داوری ۱۳۸۷/۱۱/۲، پذیرش ۱۳۸۸/۲/۱.*

ارائه‌ی این مدل‌ها از مفاهیم و تئوری‌های مختلفی چون کشسانی لزجی، کشسانی خمیری لزجی، کشسانی لزجی - کشسانی خمیری و کشسانی خمیری ـ خمیری لزجی استفاده شده‌است. مدل‌های نوع کشسانی خمیری لزجی، به دو دسته تقسیم می‌شوند:

۱. مدل‌های پایه‌گذاری‌شده براساس تئوری اضافه‌ی تنش[۳] پرزینا؛

۲. مدل‌های پایه‌گذاری‌شده براساس تئوری سطح جریان غیرمانا[۴].

در مدل‌های نوع اضافه‌ی تنش جواب مدل شامل دو قسمت است: ۱) کشسان و مستقل از زمان؛ ۲) خمیری لزجی (تابع زمان) براساس تئوری پرزینا، نرخ کرنش خمیری لزجی از رابطه‌ی ۱ به‌دست می‌آید:[۱۱]

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \gamma_{\circ} \left\langle \Phi(F) \right\rangle \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \qquad (۱)$$

که در رابطه‌ی ۱، $\gamma_{\circ}$ پارامتر مصالح، و نماد $\Phi(F)$ (تابع اضافه‌ی تنش) تعریف زیر را دارد:

$$\left\langle \Phi(F) \right\rangle = \begin{cases} \circ & F \leq \circ \\ \Phi(F) & F > \circ \end{cases}$$

$F$ سطح تسلیم اولیه یا سطح تسلیم استاتیک است که به سطح تسلیم دینامیک $f$ (که براساس وضعیت فعلی تنش مشخص می‌شود) و کرنش خمیری لزجی، مطابق رابطه‌ی ۲ ارتباط داده می‌شود:[۱۱]

$$F = \frac{f}{k_s} - ۱ \qquad (۲)$$

در رابطه‌ی ۲، $k_s$ پارامتر سخت‌شوندگی کرنشی که بستگی به کرنش خمیری لزجی دارد. وقتی $k_s$ برابر $f$ شود، در این‌صورت نرخ کرنش خمیری لزجی صفر می‌شود. با جای‌گذاری رابطه‌ی ۲ در رابطه‌ی ۱، رابطه‌ی ۳ به‌دست می‌آید:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \gamma \left\langle \Phi(F) \right\rangle \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \qquad (۳)$$

رابطه‌ی ۳ نشان می‌دهد که نرخ کرنش خمیری لزجی بستگی به مقدار تابع اضافه‌ی تنش $\Phi(F)$ دارد. در مراجع دو رابطه‌ی ۴ و ۵ غالباً برای این تابع استفاده شده است:

$$\Phi(F) = F^n \qquad (۴)$$

$$\Phi(F) = Exp(F) - ۱ \qquad (۵)$$

فرض کلیدی در مدل‌های نوع اضافه‌ی تنش این است که از آثار زمان در داخل دامنه‌ی ارتجاعی (داخل سطح تسلیم استاتیک) صرف‌نظر می‌شود و در این ناحیه جواب مدل کاملاً ارتجاعی است. این بدان معنی است که همه‌ی کرنش‌های غیرارتجاعی در طی زمان اتفاق می‌اُفتد و برای یک بارگذاری سریع، کرنش غیرارتجاعی بسیار ناچیز است که این برخلاف مشاهده‌های تجربی است. نکته‌ی مهم دیگر درخصوص مدل‌های نوع اضافه‌ی تنش این است که خرابی مصالح قابل مدل‌کردن نیست. درحقیقت در تئوری خمیری این شرط سازگاری است که امکان مدل‌کردن شرایط خرابی را فراهم می‌آورد که این شرط در خمیری لزجی کلاسیک رعایت نمی‌شود. در واقع وضعیت تنش می‌تواند خارج از سطح تسلیم قرارگیرد. در مدل‌های نوع سطح جریان غیرمانا پارامتر زمان مستقیماً در فرمول‌نویسی مدل وارد می‌شود. گرچه در این تئوری شرط سازگاری ارضاء شده است و بدین ترتیب، در بارگذاری سریع جواب مدل کشسانی خمیری است، اما واردسازی مستقیم پارامتر زمان در معادلات عمومیت مدل را از بین می‌برد. در واقع زمان یک پارامتر است که ابتدا و انتهایی برای آن نمی‌توان تصور کرد. مثلاً خزش تا ابدیت ادامه می‌یابد یا رهاشدگی تنش وقتی متوقف می‌شود که تنش مؤثر منفی شود.

مدل‌های آداشی، اوکا، دافالیاس و کاتونا[۱۲-۱۴] مثال‌هایی از مدل‌های پایه‌گذاری شده براساس مفهوم اضافه تنش پرزنیا و مدل‌های سکی گوچی، دراگون و مرو، نوا و ماتسوئی و آبه[۱۵-۱۸] مثال‌هایی از مدل‌های پایه‌گذاری شده براساس تئوری سطح جریان غیر مانا هستند. علاوه‌بر این، یک مدل دوره‌یی کشسانی خمیری لزجی با به‌کارگیری یک سخت‌شوندگی سینماتیک برای خاک‌های رسی،[۱۹] و یک مدل کشسانی لزجی ـ خمیری لزجی نیز براساس مفهوم سخت شوندگی سینماتیک برای مدل‌کردن آثار نرخ بارگذاری در رفتار دوره‌یی خاک‌های رسی ارائه شده‌است.[۲۰] همچنین یک مدل سطح حدی[۵] کشسانی خمیری ـ خمیری لزجی ارائه شده است[۲۱] که در آن کشسانی خمیری ـ خمیری لزجی به‌صورت همبسته هستند، ضمن آن‌که آثار زمان وقتی وضعیت تنش در داخل سطح حدی است مدل می‌شود.

پیچیدگی رفتار تابع زمان خاک‌ها از یک طرف و محدودیت‌های مدل‌های ارائه‌شده از طرف دیگر سرمایه‌گذاری بیشتری را دراین زمینه طلب می‌کند. در تحقیق حاضر برخلاف مدل‌های کشسانی خمیری لزجی، قسمت مستقل از زمان به‌صورت کشسانی خمیری درنظرگرفته شده‌است. چنین ملاحظه‌یی این امکان را فراهم می‌کند که از قابلیت‌های یک مدل کشسانی خمیری به‌خصوص بیان خرابی، ارتباط غیرخطی وکشسانی خمیری تنش -کرنش و بیان رفتار اتساع -انقباض استفاده شود. بدین ترتیب با اضافه‌کردن قسمت خمیری لزجی حاصله از تئوری اضافه تنش پرزینا به یک مدل کشسانی خمیری به‌منزله‌ی مدل پایه‌ی یک مدل کشسانی خمیری - خمیری لزجی حاصل شد. مدل پایه‌ی مورد استفاده مدل $\mathrm{CJS}۲$ است. این مدل ساده‌ی کشسانی خمیری از زیرمدل‌های مدل $\mathrm{CJS}$ است. مدل $\mathrm{CJS}$ برای خاک‌های دانه‌یی ارائه شده است.[۲۲و۲۳] این مدل علاوه‌بر قسمت کشسانی غیرخطی دو مکانیزم خمیری دارد. اولین مکانیزم برای بارگذاری‌های انحرافی فعال‌شده، دارای یک قانون جریان غیرمتحد و تحول سطح تسلیم آن با یک سخت‌شوندگی ترکیبی (همسان به‌اضافه‌ی سینماتیک) صورت می‌گیرد. دومین مکانیزم مربوط به بارگذاری همسان است. سطح تسلیم آن یک صفحه‌ی عمود بر محور هیدروستاتیک است و جزء کرنش با استفاده از قانون جریان متحد[۶] حاصل می‌شود. سپس این مدل با واردکردن مفهوم حالت بحرانی، یک سطح تاریخچه (برای عملکرد بهتر مدل تحت بارگذاری‌های دوره‌یی) و بازنویسی تعدادی از پارامترها توسعه داده شد و با توجه به ویژگی‌های فرمول‌نویسی آن و برای سهولت در تحلیل‌های عددی به پنج زیرمدل به‌ترتیب از ساده تا پیچیده تقسیم شد.[۲۴و۲۵]

زیرمدل اول مشابه مدل مور-کولمب غیرمتحد است و پارامترهای آن‌ها مستقیماً با هم مرتبط هستند. زیرمدل دوم ($\mathrm{CJS}۲$) یک مدل ساده‌ی کشسانی خمیری است. پارامتر های سطح خرابی آن با پارامترهای سطح خرابی مدل مور-کولمب مستقیماً مرتبط است و رفتار غیرخطی خاک تحت بارگذاری‌های یک طرفه با یک قانون سخت‌شوندگی همسان ساده مدل می‌شود. در سایر زیرمدل‌ها جنبه‌های بیشتری از رفتار خاک‌ها لحاظ شده است.[۲۴و۲۵] دلیل انتخاب $\mathrm{CJS}۲$ به‌عنوان مدل پایه در این تحقیق، سادگی، تعداد کم پارامتر، و وجود رابطه‌های مستقیم بین پارامترهای آن با پارامترهای مشهور خاک‌ها مانند زاویه‌ی اصطکاک داخلی و زاویه‌ی اتساع است.

برای قسمت خمیری لزجی براساس تئوری اضافه تنش پرزینا عمل شده است و تحول لزجی با یک مکانیزم سخت‌شوندگی که متغیرهای وضعیت آن طی زمان

تغییر می‌کنند، صورت می‌گیرد. کلیه‌ی پارامترهای مدل دارای معنی فیزیکی مشخص هستند که به‌سادگی از نتایج آزمایش‌های معمول آزمایشگاهی تعیین می‌شوند. در نوشتار حاضر برای اعتباربخشی مدل به مثالی ساده بسنده شده است. این مثال مربوط به ارزیابی قابلیت مدل در بیان رفتار تابع زمان ماسه‌ی هوستون سُست، تحت مسیرهای سه محوری با تقارن محوری است. قطعاً اعتباربخشی مدل تحت مسیرهای پیچیده‌تر و محیط‌های غیرهمگن می‌تواند به‌عنوان موضوع تحقیق دیگری مورد توجه قرارگیرد.

## مدل کشسانی خمیری پایه

همان‌طور که در مقدمه اشاره شد، مدل CJS۲ به‌منزله‌ی مدل پایه در این تحقیق انتخاب شده‌است. جواب ارتجاعی مدل به‌صورت غیرخطی و براساس فرموله‌نویسی هیپوالاستیک به‌دست می‌آید. جواب خمیری مدل حاصل از عملکرد دو مکانیزم است: مکانیزم خمیری انحرافی که برای آن قانون جریان غیرمتحد و قانون سخت‌شوندگی آن از نوع همسان است، و مکانیزم خمیری همسان که با قانون جریان متحد و سخت‌شوندگی همسان است. در ادامه روابط اساسی این مدل طبق تحقیقات انجام شده ارائه می‌شود.[۲۴،۲۵] سطح خرابی در این مدل به‌صورت زیر است:

$$s_{II} h(\theta) - R_m I_۱ = ۰ \qquad (۶)$$

در رابطه‌ی ۶، $s_{II} = \sqrt{s_{ij} s_{ij}}$ نامتغیر دوم تانسور تنش انحرافی $s_{ij}$، $s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{\sigma_{kk}}{۳}\delta_{ij}$ و $I_۱ = \sigma_{kk}$ نامتغیر اول تانسور تنش است. $h(\theta)$ تابعی است که تغییرات شعاع سطح خرابی را در پلان انحرافی بر حسب زاویه‌ی لود $\theta$ مطابق رابطه‌ی ۷ بیان می‌کند.

$$h(\theta) = (۱ - \gamma \cos ۳\theta)^{\frac{۱}{۶}} \qquad (۷)$$

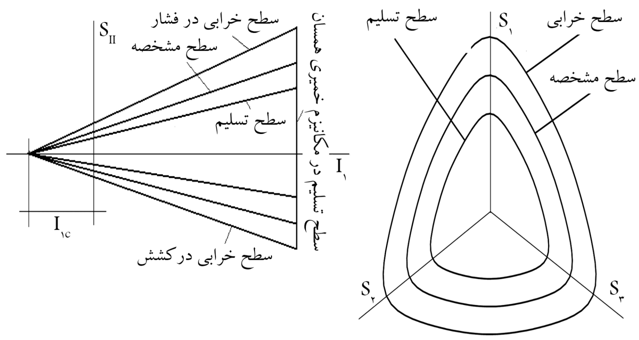
$R_m$ برای یک مقدار $I_۱$ داده‌شده، در واقع بیان‌کننده‌ی شعاع متوسط سطح خرابی در پلان انحرافی است. پارامتر $R_m$ برحسب مشخصات خرابی مصالح مانند زاویه‌ی اصطکاک داخلی بیشینه به‌دست می‌آید. پارامتر $\gamma$ کنترل‌کننده‌ی شکل سطح خرابی است. به‌ازاء $\gamma = ۰$ شکل سطح خرابی در پلان انحرافی به‌صورت دایره خواهد بود. برای یک $I_۱$ داده‌شده، در حالت $\theta = ۰$ (مسیر سه محوری در فشار) کمینه‌ی $h(\theta)$ ولی بیشینه‌ی مقدار $s_{II}$ به‌دست می‌آید. درمقابل، در حالت $\theta = \frac{\pi}{۳}$ (مسیر کششی)، کمینه‌ی مقدار $s_{II}$ به‌دست می‌آید. در این تحقیق با توجه به آن‌که هدف مدل‌کردن رفتار تابع زمان خاک‌ها است و با توجه به آن‌که اثر زمان در خاک‌های رسی بیشتر ظاهر می‌شود لذا اثر چسبندگی را به‌صورت رابطه‌ی ۸ در معادله‌ی سطح خرابی وارد می‌کنیم.

$$s_{II} h(\theta) - R_m (I_۱ + I_{۱c}) = ۰ \qquad (۸)$$

$I_{۱c}$ پارامتری است که بر حسب چسبندگی خاک به‌دست می‌آید. در شکل ۱ سطح خرابی در پلان انحرافی و پلان تنش انحرافی برحسب تنش $I_۱$ داده شده است.

در این مدل شکل سطح تسلیم در مکانیزم انحرافی متناسب با شکل سطح خرابی درنظرگرفته شده است (در مرحله‌ی خرابی این دو سطح بایستی بر هم منطبق شوند).

$$f^d(\sigma_{ij}, R) = s_{II} h(\theta) - R(I_۱ + I_{۱c}) = ۰ \qquad (۹)$$




**شکل ۱. نمایش سطوح مختلف مکانیزم انحرافی مدل پایه در پلان انحرافی و در پلان تنش انحرافی بر حسب تنش همسان.**

$R$ براساس قانون سخت‌شوندگی همسان زیر (رابطه‌ی ۱۰) تغییر می‌کند:

$$R = \frac{A R_m P}{R_m + AP} \qquad (۱۰)$$

$P$ متغیر سخت شوندگی که جزء آن طبق اصل تعامد مانند رابطه‌ی ۱۱ است:

$$\dot{P} = -\lambda \frac{\partial f}{\partial R} = \lambda (I_۱ + I_{۱c}) \xi \qquad (۱۱)$$

$\xi$ برای بیان مناسب اثر تنش همسان مستقیماً با رابطه‌ی ۱۲ در قانون سخت‌شوندگی مدل وارد شده است:

$$\xi = \left( \frac{I_۱}{۳ P_a} \right)^{-۱/۵} \qquad (۱۲)$$

در رابطه‌ی ۱۲، $p_a$ فشار مرجع برابر ۱۰۰kPa است. حالت خرابی وقتی اتفاق می‌اُفتد که $P$ به سمت بی‌نهایت میل کند، در این صورت طبق رابطه‌ی ۱۰، $R$ برابر $R_m$ خواهد شد. یعنی در مرحله‌ی خرابی سطح تسلیم بر سطح خرابی منطبق می‌شود. $A$یک پارامتر مدل و $\lambda$ ضریب خمیری است که براساس شرط سازگاری به‌صورت رابطه‌ی ۱۳ به‌دست می‌آید:

$$\dot{f}^d = \frac{\partial f^d}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f^d}{\partial R} \dot{R} = ۰ \qquad (۱۳)$$

از طرفی با استفاده از رابطه‌ی ۱۰، $\dot{R}$ به‌صورت رابطه‌ی ۱۴ به‌دست می‌آید:

$$\dot{R} = \frac{\partial R}{\partial P} \dot{P} = \frac{A R_m^۲ \dot{P}}{(R_m + AP)^۲} \xi \qquad (۱۴)$$

حال با جای‌گذاری در رابطه‌ی ۱۳ و استفاده از رابطه‌ی ۱۱، رابطه‌ی ۱۵ به‌دست می‌آید:

$$\lambda = \frac{\frac{\partial f^d}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij}}{H} \qquad (۱۵)$$

در رابطه‌ی ۱۵ مدول خمیری $H$ از رابطه‌ی ۱۶ به‌دست می‌آید:

$$H = (I_۱ + I_{۱c})^۲ \frac{A R_m^۲}{(R_m + AP)^۲} \xi \qquad (۱۶)$$

قانون جریان در مکانیزم خمیری انحرافی غیرمتحد است:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{dp} = \lambda^d G_{ij} \qquad (۱۷)$$

در رابطه‌ی ۱۷، $G_{ij}$ مشتق تابع پتانسیل خمیری است و برای تعیین آن از قانون اتساع (رابطه‌ی ۱۸) استفاده شده است:

$$\dot{\varepsilon}_v^{dp}=\beta\left(\frac{s_{II}}{s_{II}^c}-۱\right)\frac{\left|s_{ij}\dot{e}_{ij}^{dp}\right|}{s_{II}} \quad (۱۸)$$

این قانون را می‌توان به شکل $\dot{\varepsilon}_{ij}^{dp}\delta_{ij}-\beta\left(\frac{s_{II}}{s_{II}^c}-۱\right)\frac{\left|s_{ij}\dot{e}_{ij}^{dp}\right|}{s_{II}}=\dot{\varepsilon}_{ij}^{dp}n_{ij}=۰$ نیز نوشت که در آن $n_{ij}$ تانسور واحد مماس بر سطح پتانسیل خمیری به‌صورت رابطه‌ی ۱۹ خواهد بود:

$$n_{ij}=\frac{\beta'\frac{s_{ij}}{s_{II}}-\delta_{ij}}{\sqrt{\beta'^{۲}+۳}} \quad (۱۹)$$

در رابطه‌ی ۱۹، $\beta'$ از رابطه‌ی ۲۰ به‌دست می‌آید:

$$\beta'=\beta\left(\frac{s_{II}}{s_{II}^c}-۱\right)sign(s_{ij}\dot{e}_{ij}^{dp}) \quad (۲۰)$$

با استفاده ازتانسور عمود بر سطح تسلیم $\frac{\partial f^d}{\partial\sigma_{ij}}$ و ضرب داخلی این تانسور در $n_{ij}$، رابطه‌ی ۲۱ برای $G_{ij}$ به‌دست می‌آید:

$$G_{ij}=\frac{\partial f^d}{\partial\sigma_{ij}}-\left(\frac{\partial f^d}{\partial\sigma_{kl}}n_{kl}\right)n_{ij} \quad (۲۱)$$

در رابطه‌های ۱۹ و ۲۰، $s_{II}^c$ وضعیت تنش مشخصه[۷] است که سطحی به نام سطح مشخصه به‌صورت رابطه‌ی ۲۲ را تعریف می‌کند:

$$s_{II}h(\theta)-R_c(I_۱+I_{۱c})=۰ \quad (۲۲)$$

$R_c$ تعیین‌کننده‌ی اندازه‌ی سطح مشخصه به‌عنوان یک پارامتر مدل است. در واقع $R_c(I_۱+I_{۱c})$ برای یک $I_۱$ داده‌شده، شعاع متوسط سطح مشخصه در پلان انحرافی است. سطح مشخصه، جداکننده‌ی وضعیت اتساع و انقباض مصالح است (شکل ۱). عبارت $sign(s_{ij}\dot{e}_{ij}^{dp})$ از ظهور اتساع در وضعیت باربرداری خمیری جلوگیری می‌کند.

سطح تسلیم در مکانیزم خمیری همسان یک صفحه‌ی عمود بر محور هیدروستاتیک در فضای تنش‌های اصلی است (رابطه‌ی ۲۳):

$$f^i(I_۱,Q)=\frac{I_۱}{۳}-(Q+\frac{I_{۱c}}{۳})=۰ \quad (۲۳)$$

قانون جریان برای این مکانیزم متحد فرض شده است (رابطه‌ی ۲۴):

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{Pi}=\lambda^i\frac{\partial f^i}{\partial\sigma_{ij}}=\frac{\lambda^i}{۳}\delta_{ij} \quad (۲۴)$$

تحول سطح تسلیم با قانون سخت‌شوندگی همسان (رابطه‌ی ۲۵) انجام می‌شود:

$$\dot{Q}=K_p\dot{q}=K_o^p\left(\frac{Q}{P_a}\right)^n\dot{q} \quad (۲۵)$$

$q$ متغیر سخت‌شوندگی است و تغییرات آن طبق رابطه‌ی ۲۶ انجام می‌شود:

$$\dot{q}=-\lambda\frac{\partial f^i}{\partial Q}=\lambda^i=\dot{\varepsilon}_v^{Pi} \quad (۲۶)$$

$K_\circ^p$ پارامتر مدل، و $Q$ نیروی ترمودینامیکی متحد با متغیر $q$ است. قانون ارتجاعی در این مدل از نوع فرمول‌نویسی هیپوالاستیک است (رابطه‌ی ۲۷):

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e=\frac{\dot{s}_{ij}}{۲G}+\frac{\dot{I}_۱}{۹K}\delta_{ij} \quad (۲۷)$$

که در آن $G$ و $K$ به‌ترتیب مدول برشی و مدول حجمی هستند. این دو مدول با رابطه‌های ۲۸ و ۲۹ به نامتغیر اول تانسورتنش مربوط هستند:

$$K=K_\circ^e\left(\frac{I_۱}{۳P_a}\right)^n \quad (۲۸)$$

$$G=G_\circ\left(\frac{I_۱}{۳P_a}\right)^n \quad (۲۹)$$

$K_\circ^e$، $G_\circ$ و $n$ پارامترهای مکانیزم ارتجاعی هستند.

## مکانیزم خمیری لزجی

در این تحقیق براساس تئوری اضافه‌ی تنش، نرخ کرنش خمیری ـ لزجی محاسبه می‌شود. متناسب با مدل پایه مکانیزم خمیری لزجی متشکل از دو قسمت انحرافی و همسان است. قانون جریان در قسمت انحرافی به‌صورت غیرمتحد درنظر گرفته می‌شود. بدین‌ترتیب نرخ کرنش خمیری لزجی حاصله از قسمت‌های انحرافی و خمیری به‌صورت رابطه‌ی ۳۰ خواهد بود:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}=\eta\left\langle\Phi_۱(F_۱)\right\rangle G_{ij}^{vp}+\frac{\eta_i}{۳}\left\langle\Phi_۲(F_۲)\right\rangle\delta_{ij} \quad (۳۰)$$

در رابطه‌ی ۳۰، $\eta$ پارامتر لزجت و $\Phi_۱(F_۱)$ تابع اضافه‌ی تنش مربوط به بارگذاری انحرافی که رابطه‌ی ۳۱ برای آن درنظرگرفته می‌شود:

$$\Phi_۱(F_۱)=\exp\left(N(R-R_v)\right)-۱ \quad (۳۱)$$

$R$ با توجه به رابطه‌ی ۹ از رابطه‌ی ۳۲ به‌دست می‌آید:

$$R=\frac{s_{II}h(\theta)}{I_۱+I_{۱c}} \quad (۳۲)$$

$R_v$ پارامتر سخت‌شوندگی در مکانیزم خمیری لزجی است. تغییرات آن بستگی به فاصله‌ی بین وضعیت تنش فعلی و وضعیت لزجی[۸] $(R-R_v)$، و تاریخچه و خواص مصالح دارد. یک شکل ساده برای نرخ $R_v$ می‌تواند به‌صورت رابطه‌ی ۳۳ باشد:

$$\dot{R}_v=h\rho\Phi_۱(F_۱) \quad (۳۳)$$

در رابطه‌ی ۳۳، $h$ بیان‌کننده‌ی تاریخچه و خواص مصالح است. در این تحقیق با توجه به شکل همسان سخت‌شوندگی و در مقایسه با قانون سخت‌شوندگی در مدل پایه$h=A_vI_۱\xi$ درنظر گرفته شد که در آن، $A_v$ یک پارامتر ثابت مدل است که بستگی به نوع خاک تعیین می‌شود. $\rho$ برای مدل‌کردن خزش ثانویه درنظر گرفته شده است. نتایج تجربی نشان می‌دهند در بعضی از مصالح تحت بارگذاری‌های انحرافی نسبتاً زیاد، کرنش خمیری لزجی ناشی از خزش ابتدا با سرعت کاهنده (خزش اولیه[۹]) ایجاد شده است ولی پس از رسیدن به یک وضعیت خاص، سرعت تولید کرنش ثابت می‌ماند که در واقع همان خزش ثانویه است. عبارتی که امکان مدل‌کردن خزش ثانویه را در اختیار قرار می‌دهد به‌صورت رابطه‌ی ۳۴ درنظرگرفته شد:

$$\rho=۱-\omega\frac{R_v}{R_m} \quad (۳۴)$$

در رابطه‌ی ۳۴، $R_v$ نسبت به $R_m$ (بیشینه‌ی مقدار $R$) سنجیده شده است و به هیچ‌وجه از آن بیشتر نمی‌شود زیرا وقتی وضعیت تنش $R$ به $R_m$ برسد، خرابی

مصالح ناشی از عملکرد مدل پایه اتفاق می‌افتد. $\omega$ پارامتری است که شدت خزش ثانویه[10] را کنترل می‌کند و همواره $1 \geq \omega$ است. وقتی $\omega = 1$ است پدیده‌ی خزش ثانویه در مصالح ایجاد نمی‌شود و تحول لزجی آن‌قدر ادامه می‌یابد تا $R_v = R$ شود. برای $\omega < 1$ طی زمان خاصی $\rho = 0$ شده است و با توجه به آن‌که $\dot{R}_v = 0$ می‌شود، از این مرحله به بعد کرنش خمیری لزجی با سرعت ثابت تولید می‌شود زیرا $R - R_v$ مقداری ثابت غیرصفر خواهد داشت. $N$ یک پارامتر ثابت مدل است که براساس نتایج آزمایشگاهی به‌دست می‌آید.

جهت نرخ کرنش خمیری لزجی با $G_{ij}^{vp}$ مشخص می‌شود. $G_{ij}^{vp}$ با تعریف یک تابع پتانسیل خمیری لزجی و مشتق این تابع نسبت به تانسور تنش حاصل می‌شود. در این‌جا شکلی مشابه $G_{ij}$ در مدل پایه برای آن درنظرگرفته شده است:

$$G_{ij}^{vp} = \frac{\partial f^d}{\partial \sigma_{ij}} - \left(\frac{\partial f^d}{\partial \sigma_{kl}} n_{kl}^{vp}\right) n_{kl}^{vp} \qquad (35)$$

$$n_{ij}^{vp} = \frac{\beta'^{vp}\frac{s_{ij}}{s_{II}} - \delta_{ij}}{\sqrt{\beta'^{vp} + 3}} \qquad (36)$$

$$\beta'^{vp} = \beta_v \left(\frac{s_{II}}{s_{II}^c} - 1\right) \qquad (37)$$

بنابراین تنها تفاوت با $G_{ij}$، اعمال پارامتر $\beta_v$ به‌جای $\beta$ است. در این تحقیق برای سادگی $\beta_v$ با $\beta$ یکسان درنظرگرفته شده است.

برای محاسبه‌ی نرخ کرنش حجمی خمیری لزجی ناشی از تغییر در $I_1$، تابع $\Phi_2(F_2)$ به‌صورت رابطه‌ی ۳۸ در نظرگرفته می‌شود:

$$\Phi_2(F_2) = \left(\frac{I_1}{3P_c} - 1\right)^2 \qquad (38)$$

با فرض خطی درنظرگرفتن تغییرات لگاریتم فشار تحکیم برحسب تغییر حجم خمیری لزجی رابطه‌ی ۳۹ به‌دست خواهد آمد:

$$P_c = P_{co}\exp(c\varepsilon_{kk}^{vp}) \qquad (39)$$

در رابطه‌ی ۳۹، $c$ یک پارامتر مدل و $P_{co}$ فشار تحکیمی اولیه است.

## نحوه‌ی تعیین پارامترها

کلیه پارامترهای مدل از نتایج آزمایش‌های معمول آزمایشگاهی به‌سادگی قابل‌تعیین هستند. پارامترهای مدل با خصوصیات منحنی‌های تنش انحرافی ـ کرنش محوری و کرنش حجمی ـ کرنش انحرافی در آزمایش سه محوری مربوط هستند، که برای تخمین اولیه می‌توان از این روابط استفاده کرد. برای تعیین دقیق پارامترها، با استفاده از نرم‌افزار مدل که برای شرایط مرزی آزمایش سه محوری نوشته شده است، با سعی و خطا و یا انجام یک پروسه‌ی اتوماتیک، با هدف بیشترین انطباق منحنی‌های آزمایشگاهی و شبیه‌سازی اقدام صورت می‌گیرد. با به‌کارگیری معادله‌ی سطح خرابی در شرایط آزمایش سه‌محوری و انطباق با سطح خرابی مور ـ کولمب می‌توان ارتباط $R_m$ را با $\phi$ (زاویه‌ی اصطکاک داخلی) و $I_{1c}$ را با چسبندگی $c$ به‌دست آورد.

در شرایط سه‌محوری تقارن محوری $\theta = 0$ و $\sigma_2 = \sigma_3$ است. بدین‌ترتیب $h(\theta) = (1-\gamma)^{1/6}$، $s_{II} = \sqrt{\frac{2}{3}}\,|\sigma_1 - \sigma_3|$ و $I_1 = \sigma_1 + 2\sigma_3$ خواهند بود. معادله‌ی سطح خرابی در این شرایط به‌صورت رابطه‌ی ۴۰ خواهد بود:

$$\sqrt{\frac{2}{3}}\,|\sigma_1 - \sigma_3|\,(1-\gamma)^{1/6} - R_m(\sigma_1 + 2\sigma_3 + I_{1c}) = 0 \qquad (40)$$

$R_m$ شیب سطح خرابی در پلان $s_{II}h(\theta)$ بر حسب $I_1$ است. با توجه به آن‌که $I_{1c}$ ثابت است، با جای‌گذاری از معادله‌ی سطح خرابی مور ـ کولمب در معادله‌ی ۴۰، رابطه‌ی ۴۱ برای $R_m$ به‌دست می‌آید:

$$R_m = 2\sqrt{\frac{2}{3}}\,\frac{(1-\gamma)^{1/6}\sin\phi}{3 - \sin\phi} \qquad (41)$$

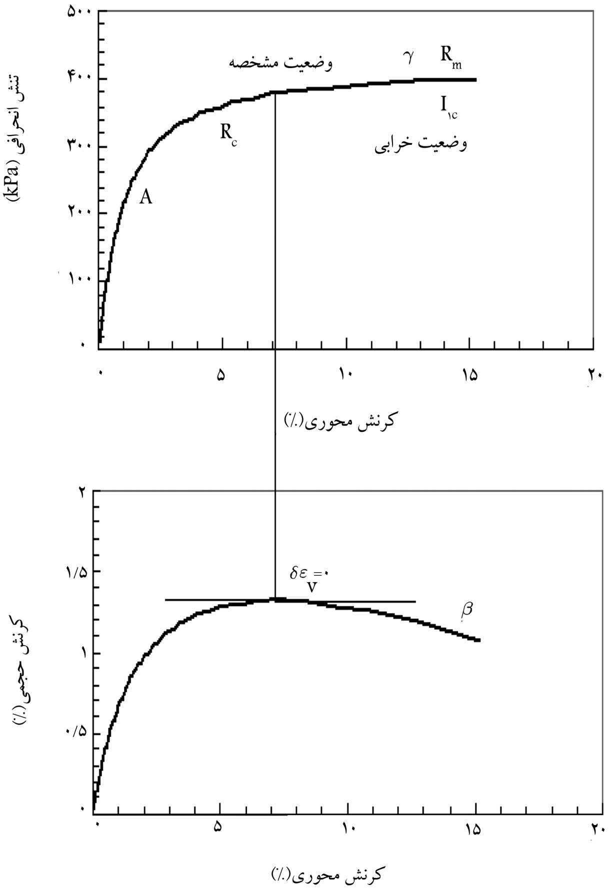
با استفاده از نتایج آزمایش‌های سه محوری در فشار و در کشش[11] و به‌کارگیری معادله‌ی ۴۰ پارامتر $\gamma$ قابل‌تعیین است. با انطباق بر سطح خرابی مور ـ کولمب رابطه‌ی ساده‌ی ۴۲ برای تعیین این پارامتر به‌دست می‌آید:

$$\left(\frac{1-\gamma}{1+\gamma}\right)^{1/6} = \frac{3 - \sin\phi}{3 + \sin\phi} \qquad (42)$$

در معادله‌ی سطح خرابی اگر $I_1 = 0$ باشد، عرض از مبدأ برابر با $R_m I_{1c}$ خواهد بود (شکل ۱). در این حالت با انطباق بر معیار مور ـ کولمب که در آن عرض از مبدأ، چسبندگی ($c = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$) است، پارامتر $I_{1c}$ از رابطه‌ی ۴۳ به‌دست می‌آید:

$$I_{1c} = \frac{2}{R_m}\sqrt{\frac{2}{3}}\,c(1-\gamma)^{1/6} \qquad (43)$$

سایر پارامترهای مدل ارتجاعی خمیری پایه با در دست داشتن منحنی‌های حاصل از آزمایش سه محوری به‌سادگی قابل تعیین هستند. در شکل ۲ ارتباط پارامترهای مختلف مکانیزم انحرافی و منحنی‌های آزمایش سه محوری نشان داده




**شکل ۲. شبیه‌سازی یک آزمایش سه‌محوری زهکشی شده تحت یک بارگذاری پیوسته‌ی سریع.**

جدول ۱. مفهوم فیزیکی و نحوه‌ی تعیین پارامترهای مدل پایه.

| پارامتر | مفهوم فیزیکی | نحوه تعیین |
|---|---|---|
| n | کنترل‌کننده‌ی وابستگی پارامترهای ارتجاعی به تنش متوسط. | انطباق بر منحنی بارگذاری-باربرداری همه جانبه‌ی سه محوری و یا تغییرات شیب اولیه در آزمایش‌های سه محوری با $\sigma_3$های مختلف. |
| $G_o$ | کنترل‌کننده‌ی جواب ارتجاعی مدل تحت تنش‌های انحرافی. | تغییرات شیب اولیه (در بارگذاری یا باربرداری) در آزمایش‌های سه‌محوری با $\sigma_3$های مختلف. |
| $K_o^e$ | کنترل‌کننده‌ی جواب ارتجاعی مدل تحت تنش‌های همه جانبه. | انطباق بر منحنی بارگذاری-باربرداری حاصله از آزمایش سه‌محوری تحت تنش‌های همه جانبه. |
| $K_o^p$ | کنترل‌کننده‌ی جواب خمیری مدل تحت تنش‌های همه جانبه. | انطباق بر منحنی بارگذاری حاصله از آزمایش سه‌محوری تحت تنش‌های همه جانبه. |
| $A$ | کنترل‌کننده‌ی تغییرات مدول سخت‌شوندگی. | انطباق با منحنی $q-\varepsilon_1$ |
| $\beta$ | کنترل‌کننده‌ی شدت تغییرات حجم خمیری در اثر برش. | بااستفاده از شیب متوسط در ابتدای ناحیه‌ی اتساعی در منحنی $\varepsilon_1-\varepsilon_v$ و به‌کارگیری قانون اتساع مدل در شرایط سه محوری $\beta$ مستقیماً به‌دست می‌آید. |
| $R_c$ | مشخص‌کننده‌ی سطح حالت مشخصه (جداکننده‌ی حالت اتساع و انقباض). | بااستفاده از وضعیت تنش مشخصه در منحنی‌های $q-\varepsilon_1$ که درآن‌ها $\delta\varepsilon_v=0$ است و به کارگیری معادله سطح حالت مشخصه مستقیماً به‌دست می‌آید. |
| $R_m$ | مشخص‌کننده‌ی شیب سطح خرابی. | معادله‌ی ۴۱ |
| $\gamma$ | مشخص‌کننده‌ی شکل سطح خرابی در پلان انحرافی. | معادله‌ی ۴۲ |
| $I_{1c}$ | جهت اعمال چسبندگی مصالح. | معادله‌ی ۴۳ |

شده است. همچنین، مفهوم فیزیکی و نحوه‌ی تعیین پارامترها به‌طور خلاصه در جدول ۱ ارائه شده است.

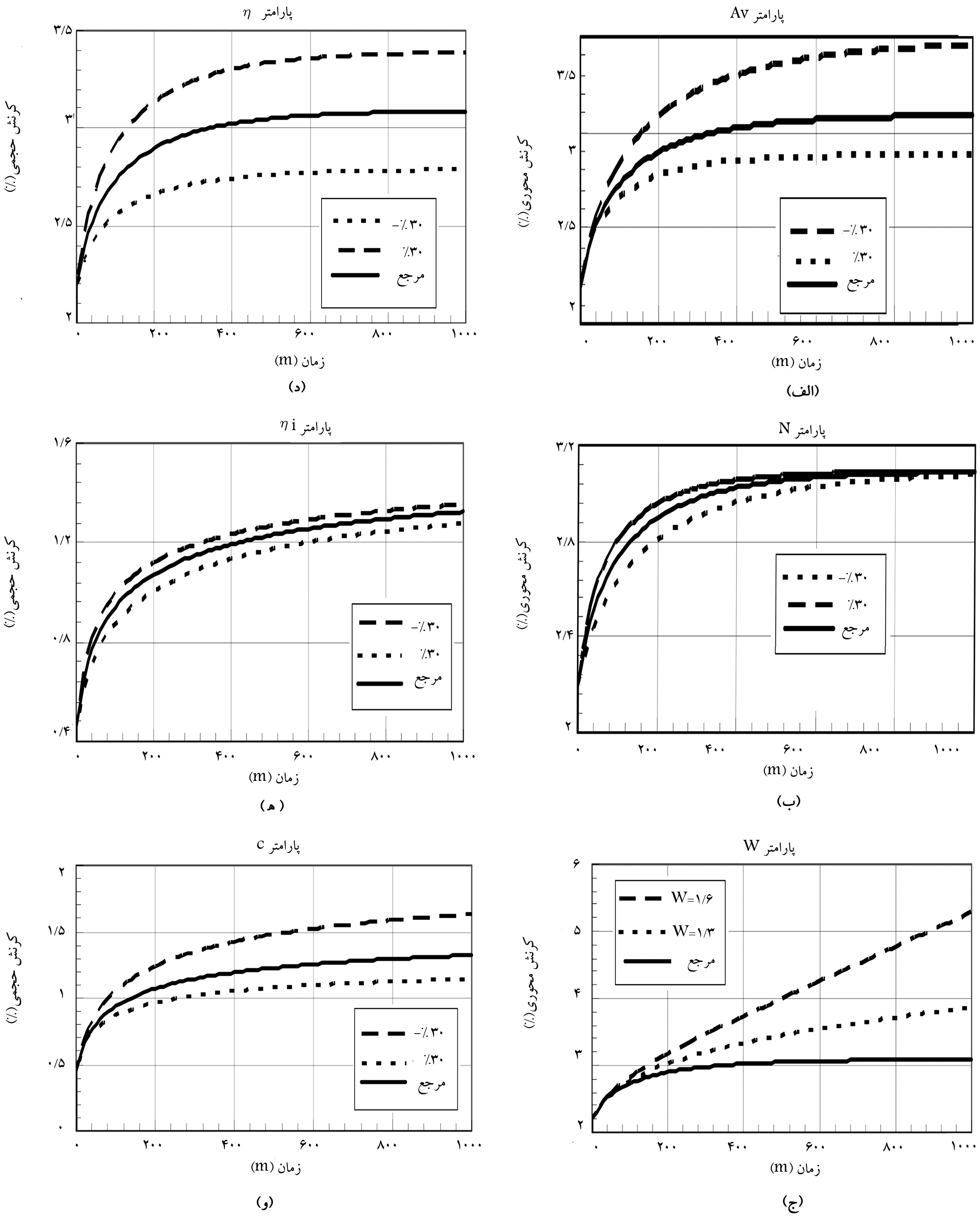
## نحوه‌ی تعیین پارامترهای مکانیزم خمیری لزجی

پارامترهای $\eta$، $N$ و $A_v$ با انطباق بر نتایج آزمایش خزش سه محوری تحت مسیر تنش انحرافی تعیین می‌شوند. برای مطالعه‌ی نقش هر یک از این پارامترها در جواب مدل، یک مجموعه‌ی شبیه‌سازی آزمایش خزش سه محوری زهکشی‌شده تحت مسیر تنش انحرافی انجام شد. در این مجموعه‌ی تحلیل، تنش تحکیمی برابر ۲۰۰ کیلوپاسکال و تنش انحرافی معادل ۳۰۰ کیلوپاسکال درنظر گرفته شد. پارامترهای مدل پایه و پارامترهای خمیری لزجی مرجع در ستون سوم جدول ۲ ارائه شده است. شبیه‌سازی یک آزمایش سه محوری زهکشی‌شده تحت بارگذاری پیوسته‌ی سریع در شکل ۲ نشان داده شده است. در یک بارگذاری سریع، زمان کافی برای تولید کرنش خمیری لزجی وجود نخواهد داشت؛ لذا کرنش به‌دست آمده‌ی کشسانی خمیری حاصل از مدل پایه است. همان‌طورکه در شکل دیده می‌شود، رفتار غیرخطی تنش ـ کرنش، تغییرحجم تحت اثر تنش انحرافی و همچنین وضعیت خرابی قابل‌بیان است. در شکل ۳ب، تأثیر پارامتر $N$ در جواب مدل ارائه شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش این پارامتر سرعت تولید کرنش خمیری لزجی زیاد شده است و بخش عمده‌ی کرنش در زمان‌های اولیه حادث می‌شود. تغییر در این پارامتر تأثیر عمده‌یی در ایجاد کرنش در زمان زیاد نخواهد داشت. به‌عبارت دیگر کرنش کل خمیری لزجی در یک آزمایش خزش چندان متأثر از پارامتر $N$ نیست.

نقش پارامتر $A_v$ در شکل ۳الف، نشان داده شده است. در این شکل هرگاه $A_v$ زیاد شود، سرعت تغییر در $R_v$ افزایش پیدا می‌کند؛ درنتیجه وضعیت چسبندگی سریع‌تر به مقدار نهایی خود می‌رسد که از این مرحله به بعد افزایش درکرنش خمیری لزجی ناچیز خواهد بود. برعکس وقتی پارامتر $A_v$ کم است، $R_v$ در زمان بیشتری به مقدار بیشینه‌ی خود نزدیک شده است که این منجر به تولید کرنش خزشی بیشتری خواهد شد. مطابق شکل ۳د، افزایش یا کاهش در پارامتر $\eta$ به یک نسبت کرنش را طی زمان، زیاد یا کم می‌کند، زیرا طبق معادله‌ی ۳۰ نرخ کرنش خمیری لزجی مستقیماً به این پارامتر بستگی دارد. بدین‌ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که لحاظ‌کردن حداقل

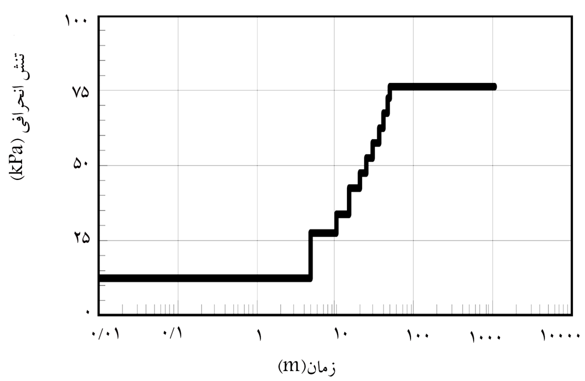
جدول ۲. پارامترهای مدل مورد استفاده در انجام تحقیق.

| | پارامتر | مجموعه‌ی ۱ | مجموعه‌ی ۲ |
|---|---|---|---|
| مدل پایه | $n$ | ۰٫۹ | ۰٫۶ |
| | $K_o^e(MPa)$ | ۲۵ | ۵۰ |
| | $K_o^p(MPa)$ | ۳۰ | ۵۰ |
| | $G_o(MPa)$ | ۲۵ | ۵۰ |
| | $\beta$ | -۱٫۰ | -۱٫۸۵ |
| | $R_m$ | ۰٫۳ | ۰٫۲۷ |
| | $R_c$ | ۰٫۲۸ | ۰٫۲۷ |
| | $\gamma$ | ۰٫۵ | ۰٫۸ |
| | $A(1/KPa)$ | ۰٫۲ | ۰٫۰۵ |
| | $I_{1c}$ | ۰ | ۰ |
| خمیری - لزجی | $\eta(1/min.)$ | ۰٫۰۰۰۳ | ۰٫۰۰۰۹۸ |
| | $N$ | ۲ | ۰٫۲۵ |
| | $A_v(KPa.min.)^{-1}$ | ۰٫۰۰۰۰۵ | ۰٫۰۰۰۰۸ |
| | $\omega$ | ۱ | ۱٫۲ |

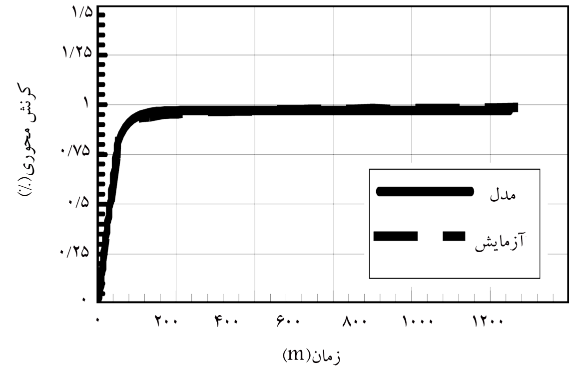



**شکل ۳. شبیه‌سازی آزمایش‌های خزش برای بررسی نقش پارامترهای مکانیزم خمیری لزجی.**

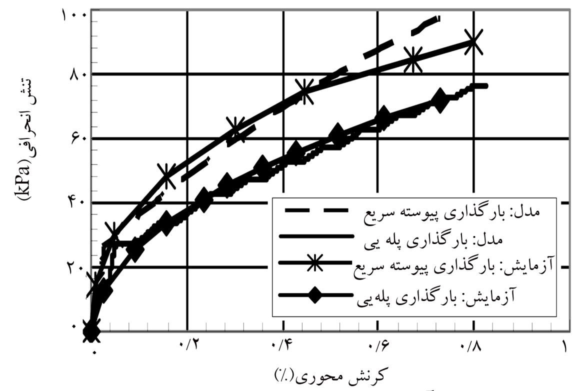
سه پارامتر برای قسمت انحرافی مکانیزم خمیری لزجی ضروری است. به‌عبارت دیگر شدت تغییرات $R_v$ فقط با $A_v$کنترل می‌شود. میزان کرنش کل با پارامتر $\eta$ و نهایتاً پارامتر $N$ امکان مدل‌کردن شدت کرنش خمیری لزجی را طی زمان به‌دست می‌دهد. در خصوص پارامتر $\omega$ مطابق شکل ۳ج، مشاهده می‌شود که با افزایش این پارامتر آثار خزش ثانویه بیشتر ظاهر می‌شود. برای قسمت همسان مکانیزم خمیری لزجی دو پارامتر $c$ و $\eta_i$ وجود دارد که نقش هریک از آن‌ها در شکل‌های ۳ه و ۳و، نشان داده شده است. افزایش در $\eta_i$ باعث افزایش کرنش حجمی خمیری لزجی به یک نسبت در طول زمان شده است. به‌عکس کاهش در این پارامتر موجب کاهش در منحنی خزش به یک نسبت در طول زمان می‌شود. پارامتر $c$ کنترل‌کننده‌ی شدت کرنش خمیری لزجی طی زمان است.



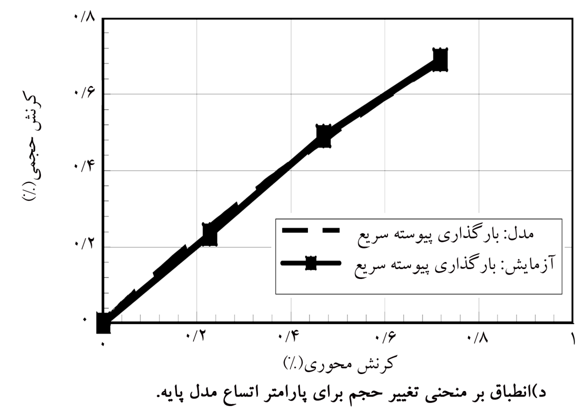

الف) مسیر تنش اعمال شده در آزمایش؛




ب) انطباق بر نتایج آزمایش برای تعیین پارامترهای خمیری لزجی؛

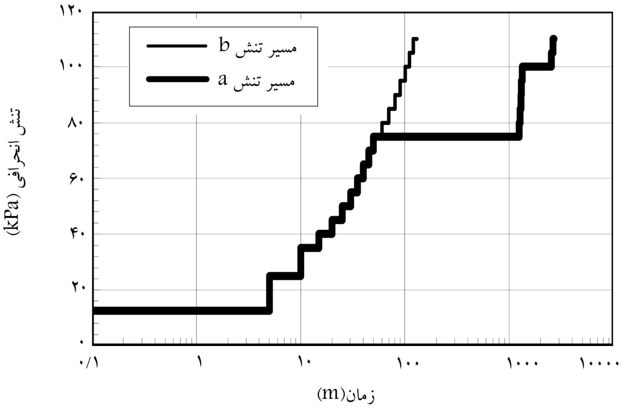



ج) انطباق بر منحنی آزمایش سریع برای تعیین پارامترهای مدل پایه و مقایسه با منحنی تابع زمان؛

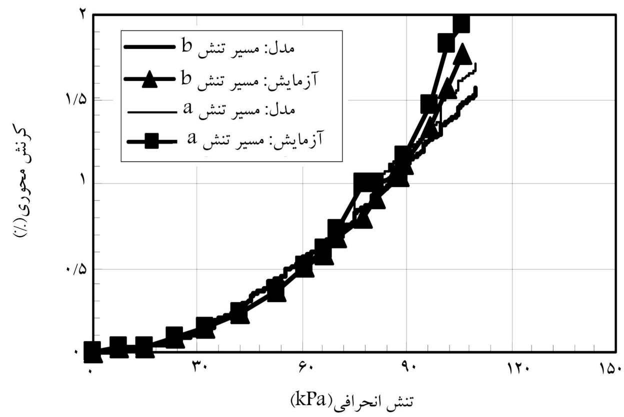



د)انطباق بر منحنی تغییر حجم برای پارامتر اتساع مدل پایه.

**شکل ۴. شبیه‌سازی آزمایش‌های سه‌محوری برای تعیین پارامترهای مدل.**




الف) مسیرهای تنش اعمال شده در آزمایشگاه؛

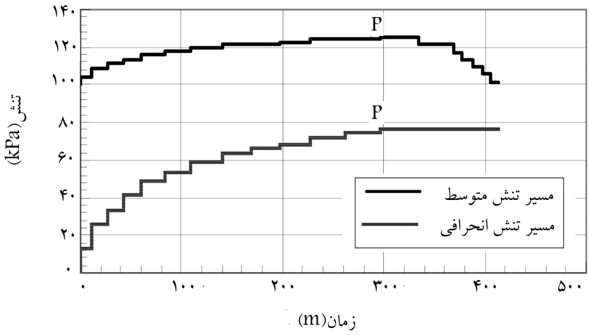



ب) اعتبار بخشی مدل.

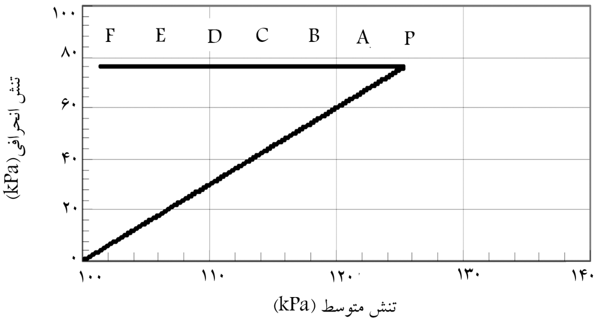
**شکل ۵. اعتبار بخشی مدل تحت مسیرهای تنش پله‌یی فشاری.**

## ارزیابی مدل در بیان رفتار تابع زمان یک ماسه

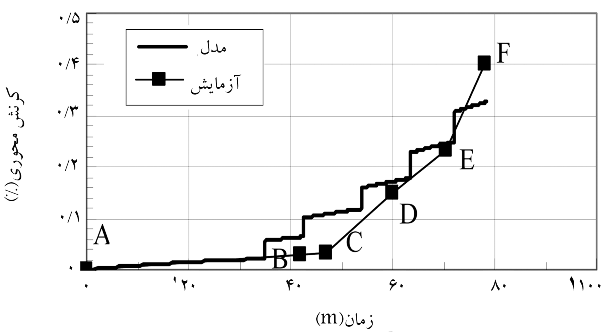
در پژوهشی، یک مجموعه آزمایش خزش سه محوری تحت مسیرهای مختلف تنش روی ماسه‌ی سست هوستون اجرا شده است.[9] نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که خاک ماسه‌یی نه فقط تحت یک تنش انحرافی ثابت در معرض خزش موردملاحظه قرار می‌گیرد، بلکه اگر بارگذاری به‌صورت جزئی (پله‌یی) باشد و اعمال هر جزء با یک فاصله‌ی زمانی صورت گیرد، در مجموع با توجه به فواصل زمانی درنظر گرفته‌شده، سرعت بارگذاری نیز در رفتار این خاک‌ها مؤثر خواهد بود. این نتایج تجربی برای ارزیابی مدل در تحقیق حاضر استفاده شد. بدین منظور ابتدا با توجه به نتایج یک آزمایش تحت بارگذاری پیوسته‌ی سریع که در شکل‌های ۴ج و ۴د نشان داده شده است، پارامترهای مدل پایه تعیین شدند. پارامترهای قسمت انحرافی مکانیزم خمیری‌لزجی، با انطباق جواب مدل بر منحنی حاصل از نتایج آزمایشگاه، برای مسیرتنش داده‌شده در شکل ۴الف تعیین شدند. نتیجه‌ی انطباق در شکل ۴ب مشهود است. پارامترهای به‌دست آمده در ستون چهارم جدول ۲ داده شده است. با پارامترهای حاصله و بدون تغییر در آن‌ها، مسیرهای تنش دیگر شبیه‌سازی و با نتایج تجربی مقایسه شدند. شکل ۵ب، عملکرد مدل در بیان رفتار تابع زمان خاک مورد نظر برای دو مسیر تنش داده شده در شکل ۵الف، ارائه شده است. مشاهده می‌شود که جواب مدل انطباق مناسبی با نتایج تجربی دارد.




الف) مسیرهای تنش انحرافی و متوسط، اعمال شده در آزمایشگاه؛




ب) مسیر تنش در فضای q-p؛




ج) اعتبار بخشی مدل.

**شکل ۶. اعتبار بخشی مدل تحت مسیر تنشی که طی آن تنش انحرافی ثابت ولی تنش متوسط به‌صورت پله‌یی کاهش می‌یابد.**

در شکل ۶، نمونه دیگری از ارزیابی مدل نشان داده شده است. مسیر تنش شامل دو قسمت است: افزایش پله‌یی تنش انحرافی تا نقطه‌ی $P$ و کاهش پله‌یی تنش متوسط $p$ با ثابت نگه‌داشتن تنش انحرافی تا نقطه‌ی $F$ (شکل‌های ۶الف و ۶ب). مقایسه‌ی جواب مدل و نتایج آزمایش در شکل ۶ج نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود مدل توانایی بیان رفتار تابع زمان ماسه‌ی مورد نظر طی مسیر تنش خاص داده‌شده را دارد. رفتار تابع زمان خاک طی این مسیر تنش که در آن تحت تنش انحرافی ثابت $q$، تنش متوسط $p$ کاهش پیدا می‌کند با بسیاری از مدل‌های رفتاری چون کم کلی که دارای یک سطح تسلیم بسته هستند قابل بیان نیست، زیرا این مسیر از نقطه‌ی $P$ تا نقطه‌ی $F$ در داخل سطح تسلیم واقع شده و جواب مدل طبق تئوری‌های کشسان ـ خمیری و لزجی خمیری فقط ارتجاعی و مستقل از زمان است. در این خصوص می توان به سطح سیستم بسته بیضی شکل با محور طولی منطبق بر محور تنش متوسط اشاره کرد. اگر نقطه‌ی $P$ منطبق بر سطح تسلیم باشد مسیر $P$ تا $F$ ناگزیر از داخل سطح تسلیم عبور خواهد کرد که طی آن معیارهای جریان خمیری ارضاء نمی‌شوند.

## نتیجه‌گیری

مطالعات و مشاهدات تجربی زیادی آثار زمان را در رفتار تنش - تغییرشکل خاک‌ها به اثبات رسانیده است. این موضوع ما را به‌لزوم درنظرگیری این آثار در طرح و محاسبه‌ی سازه‌ها در مهندسی ژئوتکنیک رهنمون می‌سازد. در پیش‌بینی رفتار تابع زمان این سازه‌ها مدل رفتاری مهم‌ترین نقش را ایفا می‌کند. در این تحقیق، برای ارتقاء کیفی پیش‌بینی، یک مدل رفتاری کشسانی خمیری - خمیری لزجی ارائه شده‌است. در این مدل یک مکانیزم خمیری لزجی براساس مفهوم اضافه‌ی تنش پرزینا به یک مدل کشسانی خمیری (مدل پایه) اضافه شده است. این مدل علاوه‌بر بیان پدیده‌های خزش (اولیه و ثانویه)، آسایش تنش و اثر نرخ کرنش، با توجه به قابلیت‌های مدل کشسانی خمیری پایه و در مقایسه با مدل‌های کشسانی خمیری لزجی، خرابی خمیری مصالح و تغییرشکل‌های خمیری در بارگذاری‌های سریع درنظر گرفته می‌شود.

مدل کشسانی خمیری پایه یک مدل ساده است که کلیه‌ی پارامترهای آن به‌سادگی از نتایج آزمایش‌های معمول در مکانیک خاک تعیین می‌شوند. بیشتر این پارامترها مستقیماً با پارامترهای مشهور چون زاویه‌ی اصطکاک داخلی و زاویه‌ی اتساع مرتبط هستند.

با توجه به شکل سخت‌شوندگی درنظرگرفته‌شده برای مکانیزم خمیری لزجی امکان اعمال سایر جنبه‌های رفتاری تابع زمان خاک‌ها چون خرابی خزشی زهکشی‌نشده در مدل وجود خواهد داشت.

مثال ساده‌یی از اعتباربخشی مدل در انتهای تحقیق ارائه شده است که نشان‌دهنده‌ی قابلیت مدل در بیان رفتار تابع زمان خاک موردنظر است.

## پانوشت

1. relaxation
2. creep rupture
3. overstress
4. non stationary flow surface
5. bounding surface
6. associated flow rule
7. characteristic state
8. viscous state
9. primary creep
10. secondary creep
11. extension

## منابع

1. Tavenas, F.; Leroueil, S.; La Rochelle, P. and Roy, M. "Creep behavior of an undisturbed lightly over- consoli-

dated clay", *Canadian Geotechnical Journal,* **15**(3), pp. 402-423 (1978).

2. Vaid, Y.P. and Campanella, R.G. "Time-dependent behavior of undisturbed clay", *Journal of Geotechnical Engineering,* **103**(GT7), pp. 693-709 (1977).
3. Kuhn, R. and Mitchell, K. "New perspectives on soils creep", *Journal of Geotechnical Engineering,* **119**(20), pp. 507-523 (1993).
4. Haval, F. "Creep in soft soils", *Doctoral thesis,* Norwegian university of science and technology, pp. 95-107 (1994).
5. Sheahan, T.C.; Ladd, C.C. and Germaine, J.T. "Rate dependent undrained behavior of saturated clay", *Journal of Geotechnical Engineering,* **122**(2), pp. 99-108 (1996).
6. Graham, J.; Crooks, J.H.A. and Bell, A.L. "Time effects on the stress-strain behaviour of natural soft clays". *Geotechnique*, **33**(3), pp. 327-340 (1983).
7. Yamamuro, J. and Lade, P.V. "Effects of strain rate on instability of granular soils", *Geotechnical testing journal,* **16**(3), pp. 304-313 (1993).
8. Lade, P.V. "Creep effects on static and cyclic instability of granular soils", *Journal of Geotechnical Engineering,* **120**(2), pp.404-419 (1994).
9. Di Prisco, C. and Imposimato, S. "Time dependent mechanical behavior of loose sand", *Mechanics of Cohesive-Frictional Materials,* **1**, pp. 45-73 (1996).
10. Liingaard, M.; Augustesen, A. and Lade, P.V. "Observed time dependent behavior of soils", *15th ASCE Engineering Mechanics Conference,* Coulumbia University, New York (2002).
11. Perzyna, P. "Fundamental problems in viscoplasticity", *Advanced in Applied Mechanics,* **9**, pp. 243-277 (1966).
12. Adachi, T.; Oka, F. and Mimura, M. "Mathematical structure of an overstress elasto-viscoplastic model for clay", *Soils and Foundations,* **27**(4), pp. 31-42 (1987).
13. Dafalias, Y. "An elastoplastic-viscoplastic constitutive modeling of cohesive soils", *International Symposium on Numerical Models in Geomechanics,* Balkema, Zurich, pp. 126-138 (1982).
14. Katona, M.G. "Evaluation of viscoplastic cap model", *Journal of Geotechnical Engineering ASCE,* **110**(8), pp. 1106-1125 (1984).
15. Sekiguchi, H. "Theory of undrained creep rupture of normally consolidated clay based on elasto-viscoplasticity", *Soils and Foundations,* **24**(1), pp. 129-147 (1984).
16. Dragon, A. and Mroz, Z., "A model for creep plastic creep of rock-like materials accounting for the kinetics of fracture",*Int J Rock Mech Min Sci Geomech,* **16**, pp. 253-259 (1979).
17. Nova, R. "A viscoplastic constitutive model for normally consolidated clay", *Proc IUTAM Symp on deformation and failure of granular materials,* pp. 287-295 (1982).
18. Matsui, T. and Abe, N. "Elasto-viscoplastic constitutive equation of normally consolidated clay based on flow surface theory", *Proc 5th ICONMG,* **1**, pp. 407-413 (1985).
19. Oka, F. "A cyclic elasto-viscoplastic constitutive model based on nonlinear hardening rule", *Proc 4th Int Symp on Num Models in Geomech,* Balkema, **1**, pp. 105-114 (1992).
20. Kim, Y.S. 'Dynamic behavior characteristics of clay in wide strain range based on viscoelastic-viscoplastic constitutive model", *International Journal of Offshore and Polar Engineering,* **16**(2), pp. 153-160 (2006).
21. Kaliakin, N. and Dafalias, F., "Theoretical aspects of the elastoplastic-viscoplastic bounding surface model for cohesive soils", *Soils and foundations,* **30**(3), pp. 11-24 (1990).
22. Cambou, B. and Jafari, K., "Modèle de comportement des sols non cohèrents", *Revue Française de Gèotechnique,* **44**, pp. 43-55 (1988).
23. Cambou, B. and Jafari, K. "A constitutive model for granular materials based on two plasticity mechanisms", *Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils, Saada* & Bianchini, Balkema, Rotterdam, pp. 149-167 (1989).
24. Maleki, M.; Cambou, B. and Dubujet, P.h. "Modèlis ation hièrarchisèe du comportement des sols", *Revue Francaise de Genie Civil,* **4** (7-8), pp. 895-928 (2000).
25. Maleki, M. "Modèlisation hièrarchisèe du comportement des sols", *PhD Thesis*, Ecole Centrale de Lyon, France (1998).