

# تحلیل غیرخطی استاتیکی دیوارهای بنایی با استفاده از روش چندصفحه‌بی

سینا رضوان<sup>\*</sup> (کارشناس ارشد)

امیر هوشگ اخویسی (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه رازی، کرمانشاه

رفتار مصالح بنایی، غیرایزوتروپیک است و در گذشته، مدل‌های ارتوتروپیک برای مدل‌سازی آن در مقایس ماکرو ارائه شده است، ولی به دلیل نیاز به پارامترهای فراوان و پیچیده بودن آن، از مدل‌های مذکور زیاد استقبال نشده است. برای رفع نواقص ذکر شده، یعنی ساده کردن تحلیل و در عین حال بالا بردن دقت آن، در پژوهش حاضر از مدل چندصفحه‌بی به منظمه ابتکاری جدید جهت تحلیل دیوار بنایی استفاده شده است. چارچوب رفتاری مدل چندصفحه‌بی به عنوان روشی قوی در پیش‌بینی ناهمسازی رفتار ماده (ذاتی و تحمیلی) شناخته می‌شود. تاکنون روش مذکور برای مصالحی از قبیل: خاک، سنگ و بت استفاده شده است. در پژوهش حاضر، برای اولین بار از روش مدل چندصفحه‌بی در تحلیل سازه‌های بنایی استفاده شده است. در ابتدا با توجه به مشخصات مصالح بنایی که در کارهای ارزشمند پیشین در زمینه مصالح بنایی صورت گرفته است، سعی شده است تا صحبت سنجی بررسی توان روش چندصفحه‌بی جهت مدل‌سازی رفتار بنایی صورت پذیرد و پس از حصول اطمینان از کارکرد مطلوب روش مذکور در تولید رفتار بنایی، برنامه‌بی نوشتہ شود تا بتواند از طریق روش بازافزون کنترب تنش، نمودار ظرفیت باربری - تغییر مکان انواع دیوارهای بنایی را به دست دهد. تمامی داده‌های ارائه شده در نوشتار حاضر، از طریق کدنویسی در نرم‌افزار متلب حاصل شده است.

**واژگان کلیدی:** تحلیل غیرخطی، مصالح بنایی، روش چندصفحه‌بی، اجزاء محدود.

sinarzv1367@yahoo.com  
ahakhaveiss@razi.ac.ir

## ۱. مقدمه

### ۱.۱. مدل‌سازی بنایی

مصالح بنایی، از قدیمی‌ترین مصالح ساخت و ساز است که همچنان به طور گسترش در صنعت ساخت و ساز استفاده می‌شود. طی دو دهه‌ی اخیر، پیشرفت‌های مهم و قابل توجهی در زمینه‌ی مصالح بنایی و کاربردهای آن به وقوع پیوسته است. مصالح بنایی، یک ماده‌ی مرکب است که از دو جزء مجرای واحدها و ملات تشکیل شده است. ساختمانهای بنایی در اقصی نقاط جهان که شامل نقاط لزه خیز نیز می‌شود، استفاده می‌شود. بنابراین شناخت رفتار لزه‌بی آنها موردنیاز است، تا بتوان عملکرد لزه‌بی این گونه ساختمان‌ها را ارزیابی کرد.<sup>[۱]</sup>

مدل‌سازی عددی دیوارهای آجری به طور کلی به ۳ دسته‌ی مدل‌سازی میکرو یا ریز مدل‌سازی و مدل‌سازی ماکرو یا درشت مدل‌سازی و المان‌های ابداعی و چندمقیاسی تقسیم می‌شوند. دیوار آجری یک ماده‌ی مرکب از سه جزء اصلی است: آجر، ملات و سطح تماس آجر و ملات. در مدل‌سازی میکرو، هر کدام از اجراء دیوار

آجری به طور جداگانه مدل‌سازی می‌شوند. هر چند که مدل‌سازی به روش میکرو، دقت قابل توجهی دارد، اما از نظر حجم محاسبات و شیوه مدل‌سازی، بسیار پیچیده و برای مدل‌سازی در ابعاد بزرگ کاربردی ندارد. در مدل‌سازی ماکرو، دیوار آجری به صورت یک ماده‌ی هموزن و یک دست با خواص مکانیکی معادل فرض می‌شود. مدل‌سازی در روش ساده و حجم محاسبات نیز بسیار کمتر از مدل‌سازی میکرو است. در روش سوم، از یک سری المان‌های معادل به جای مدل‌سازی کل دیوار استفاده می‌شود. دو روش اخیر به دلیل سادگی و سرعت و طبیعتاً دقت کمتر در مقایسه با روش اول، عموماً برای مدل‌سازی در ابعاد بزرگ استفاده می‌شوند. از جمله روش‌های عددی به کار رفته جهت مدل‌سازی عددی دیوارهای آجری نیز می‌توان به روش‌های اجزاء محدود و اجزاء مجرای اشاره کرد. بسیاری از مدل‌های عددی ارائه شده در این زمینه نیاز به پارامترهای متعددی دارند و لازمه‌ی داشتن آنها، انجام آزمایش‌های غیرمتuarف و پژوهی‌های است و اجرای آن نیز نیاز به مهارت محاسباتی زیادی دارد، بنابراین در نوشتار حاضر سعی شده است که یک مدل ماکرو با استفاده از نتایج آزمون‌های ساده و متuarف آزمایشگاهی برای ارزیابی دیوار بنایی غیرمسلح ارائه شود. در واقع با داشتن نمودار تنش - کرنش، یک مشهور بنایی و خواص معمولی مانند مدول کشسانی و

\* نویسنده مسئول  
تاریخ: دریافت ۲۶، ۱۳۹۴، ۱۰، اصلاحیه ۵/۵، پذیرش ۱۴، ۱۳۹۵/۵/۱۴.

شده‌اند تا هندسه‌ی دیوار تکمیل شود.<sup>[۱۵]</sup> در سال ۲۰۱۰، نیز یک روش تحلیل جدید به منظور استخراج منحنی تردی مصالح بنایی ارائه شده است که برایه تحلیل غیرخطی نمونه‌های اولیه قرار داشته و در آن از شبیه‌سازهای مونت‌کارلو استفاده شده است، تا داده‌های ورودی را از توابع چگالی احتمالی مشخصات مصالح تولید کنند.<sup>[۱۶]</sup>

### ۱.۱.۱. ریز مدل‌سازی

در روش ریز مدل‌سازی، هر یک از واحدهای بنایی اعم از آجر، ملات و سطح تماس آنها به طور جداگانه بررسی می‌شود و هر یک از واحدهای بنایی با رفتار غیرخطی واقعی و مختص به خود مدل می‌شوند. بدین معنی که آجر و ملات، هر یک رفتار غیرخطی دقیق خود و مرز مشترک آنها نیز رفتار دقیق خود را ایفا می‌کنند. در روش ریز مدل‌سازی باید تمامی مکانیسم‌های خرابی که ممکن است در بنایی رخ دهد، در نظر گرفته شود (شکل ۱).<sup>[۱]</sup>

ریز مدل‌سازی مصالح بنایی برای تحلیل عددی دیوارهای بنایی را می‌توان در ۳ گروه جای داد: ۱. دسته‌ی اول که از مدل بدون کشش به همراه یک مدل کپ فشاری برای اتصالات ملات و یک رفتار کشسان برای بلوك‌ها استفاده می‌کنند؛ ۲. دسته‌ی دوم که از یک مدل بدون کشش به همراه یک کپ فشاری برای ملات و با رفتار کشسان خمیری و یا کشسان برای بلوك‌های بنایی استفاده می‌کنند؛ ۳. دسته‌ی سوم که یک مدل قطع کشش را با یک کپ فشاری برای اتصالات ملات و یک رفتار کشسان برای بلوك‌های بنایی در نظر می‌گیرند.<sup>[۱۷]</sup>

در سال ۲۰۱۵،<sup>[۱۸]</sup> یک تحلیل میکرومکانیکی، از واحدهای بنایی که به معادلات اساسی نویج شده‌ی ۳-گانه و ۲-گانه تقسیم می‌شوند، برای مدل‌سازی رفتار مصالح بنایی در کشش و فشار چندمحوره انجام شده است. مدل مذکور می‌تواند علاوه بر مشخصات کشسان و احادهای بنایی، برای تعیین مقاومت کششی و فشاری آنها نیز استفاده شود. در روش مذکور، یک عبارت ساده شده‌ی جدید برای درنظر گرفتن ابعاد هندسی، خواص کشسان و غیرکشسان اجزاء مصالح براساس مدل‌های

نسبت پواسون بنایی، می‌توان رفتار غیرخطی یک دیوار بنایی را مدل‌سازی کرد.

### ۱.۱.۲. درشت مدل‌سازی

یکی از روش‌های تحلیل ساختمان‌های بنایی غیرمسلح، درشت مدل‌سازی مصالح بنایی به عنوان یک ماده‌ی مرکب است. درشت مدل‌سازی، به جهت کاهش زمان و حافظه‌ی موردنیاز برای تحلیل و قدرت انتخاب تعداد شبکه‌های مورد استفاده در اجزاء محدود، به لحاظ عملی روشنی مناسب و مقرر به صرفه است.

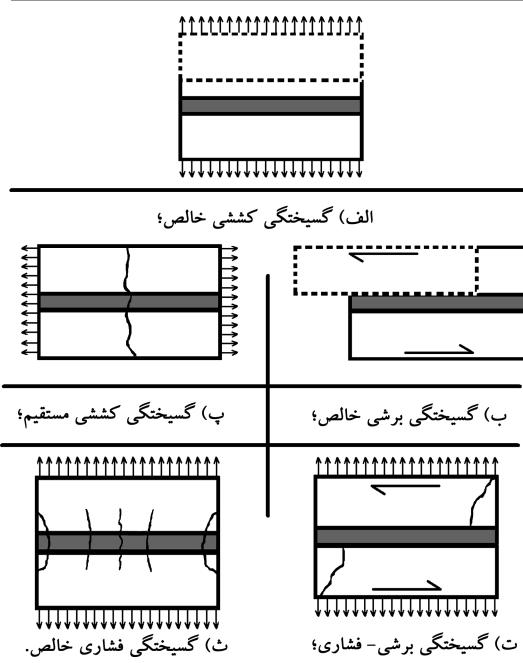
مقاومت فشاری یک واحد بنایی، پارامتری مهم در تحلیل ساختمان‌های بنایی غیرمسلح با استفاده از روش درشت مدل‌سازی است. در برخی پژوهش‌ها، مقاومت فشاری واحدهای بنایی با ملات‌های متفاوت بررسی شده است.<sup>[۱۹]</sup> در سال ۲۰۱۳ در یک مدل ۲ بعدی برای ارزیابی عملکرد لرزه‌یی سازه‌های بنایی غیرمسلح در ابعاد بزرگ ارائه شده است که کاملاً ۲ بعدی است و تحلیل با رافزون ۲ بعدی را بر روی سازه‌های بزرگ مقیاس بدون تبدیل آنها به قاب‌های معادل انجام می‌دهد.<sup>[۲۰]</sup> در روش مذکور براساس فرضیات درشت مدل‌سازی، مفهوم وضعیت آشفته،<sup>[۱]</sup> به همراه سطح تسیلیم خمیری اصلاح شونده‌ی سلسله مراتبی هیس<sup>[۲]</sup> استفاده شده است، تا رفتار مصالح بنایی را هم در فشار و هم در کشش مدل‌سازی کند.

در سال ۲۰۱۲،<sup>[۲۱]</sup> نیز راه حلی ارائه شده است که طی آن کاربرد یک المان ماکرو، با استفاده از المان‌های خطی دوگره‌یی در چارچوب اجزاء محدود بررسی شده است. همچنین پوش منحنی چرخه‌یی نیروی برش پایه - تغییر مکان با یک نمودار دو خطی مدل‌سازی شده است. در روش مذکور، زمان تحلیل در مقایسه با تحلیل‌های انجام شده با استفاده از روش‌های ریز مدل‌سازی و اجزاء محدود که المان‌های پوسته را استفاده می‌کنند، کاهش یافته است.

همچنین در سال ۲۰۰۷،<sup>[۲۲]</sup> یک تحلیل حالت حدی سه بعدی همگن شده انجام شده است تا باربری جانبی نهایی کل سازه بنایی را تعیین کنند. در برخی پژوهش‌ها نیز سطوحی به صورت خطی همگن شده و در ۶ بعد اندازگیری و در یک برنامه‌ی اجزاء محدود استفاده شده است. سپس مقایسه‌ی انجام شده بین نتایج پیش‌بینی شده با روش تحلیل حالت حدی همگن شده سه بعدی و نتایج آزمایشگاهی، خطی در حدود ۱۲٪ نشان داده است.<sup>[۲۳]</sup> همچنین در سال ۲۰۱۰، یک تحلیل حدی همگن شده برای کل سازه‌ی بنایی مسلح شده توسط FRP انجام شده و خطای بین نتایج پیش‌بینی شده و داده‌های آزمایشگاهی برای یک ساختمان دو طبقه‌ی بنایی، ۴/۶٪ در غیاب FRP و ۹/۴٪ در حضور FRP بوده است.<sup>[۲۴]</sup> در پژوهش‌های دیگری نیز تحلیل حدی همگن شده برای به دست آوردن بار حدی دیوار، تحت بارگذاری داخل و خارج از صفحه استفاده شده است.<sup>[۲۵]</sup>

در سال ۲۰۰۶ نیز رفتار برشی درون صفحه‌یی مصالح بنایی بررسی و رفتار غیرخطی مصالح بنایی با فرض رفتار کشسان - کاملاً خمیری دراکر - پراگر برای اتصالات ملات با استفاده از نرم‌افزار تجاری ANSYS ارزیابی شده است. به بیان دیگر، روش ریز المان به منظور ارزیابی پانل‌ها استفاده شده و مقایسه‌ی بین نتایج آزمایشگاهی و نتایج تحلیل عددی، سازگاری خوبی نشان داده است.<sup>[۲۶]</sup>

یک مدل اساسی نیز براساس کشسان خمیری ناهمسان همگن شده توسعه یافته و اثر آن با معروفی یک فضای جعلی همسان نتش - کرنش در نظر گرفته شده است که مزیتش این است که حالت خمیری کلاسیک می‌تواند به منظور مدل‌سازی رفتار غیرخطی در فضاهای همسان استفاده شود.<sup>[۲۷]</sup> همچنین تردی لرزه‌یی ساختمان‌های بنایی غیرمسلح کم ارتفاع در یک روش مدل‌سازی سازه‌یی (۲۰۰۹) مطالعه و دیوارها به سطوح و بخش‌های مختلفی تقسیم شده‌اند. هر بخش از دیوار بنایی غیرمسلح با یک فنر غیرخطی مدل شده است و سپس فنرها به صورت موازی و سری سرهم‌بندی



شکل ۱. مودهای گسیختگی بنایی.<sup>[۱۷]</sup>

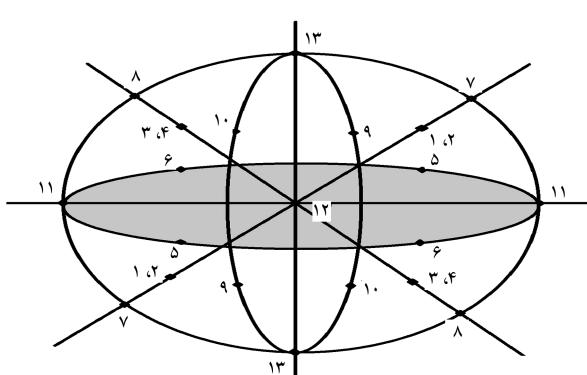
جایگاه و پیوی دارند و مزیت اصلی روش مذکور، کاربرد ساده آن به جای استفاده از مدل های پیچیده میکروسکوپیک، از قبیل: مدل های المان مجرزا و همچنین رفع نواقص مدل های ماکروسکوپیک که بر پایه ای ثابت های تنش و کرنش استوار هستند، است. همچنین ایشان به مدلی دست یافته اند که قادر به نمایش تغییر شکل های داخلی مصالح با استفاده از نظریه ی چندصفحه بی است و هدف اصلی پژوهش مذکور، ارائه ی روشنی منطقی جهت توجیه انتگرال عددی روش چندصفحه بی برای ارضاء تعادل و سازگاری عنوان شده است.<sup>[۲۱]</sup>

## ۲. مفهوم عددی نظریه ی چندصفحه بی

در نظریه ی چندصفحه بی، اساس اولیه ی محاسبه، انتگرال عددی از یکتابع مشخص ریاضی با گسترش در سطح یک کره با شعاع واحد است. سطح کره فرضی با شعاع واحد در اجام انتگرال گیری عددی می تواند با تعداد بیشماری صفحات تخت که مماس بر نقاط مختلف سطح کره هستند، تقریب زده شود. به این ترتیب، هر یک از صفحات یاد شده، یک نقطه تابع با سطح کره دارند که با محدود کردن صفحات مذکور، تعداد نقاط تابع با نقاط مبنای پیش قابل تعریف است و در محاسبه ی انتگرال عددی می توان مقدار کمیت دارای گسترش بر روی سطح کره را در نقاط یاد شده به دست آورد. انتگرال عددی از تابع پیوسته ی  $f(x, y, z)$  روی سطح کره، به صورت جمع مقادیر  $F$  در نقاط نمونه که در ضرایب وزنی مربوط با این نقاط ضرب می شوند، به دست می آید. جهت کاهش خطای حاصل شده، تعداد نقاط نمونه باید افزایش یابند. در این حالت ثابت می شود که کاربرد ۲۶ نقطه ی نمونه، خط را تا درجه ی ۶ کاهش می دهد. رابطه ی ۱، ارتباط بین انتگرال عددی و انتگرال عددی را نشان می دهد:

$$\int \int_{\Omega} f(x, y, z) = 4\pi \sum_{(i=1)}^n w_i f_i(x_i, y_i, z_i) \quad (1)$$

که در آن،  $\Omega$  مساحت کره،  $n$  تعداد نقاط؛  $w_i$  ضریب وزنی نقطه ی  $i$ ؛ و  $f_i$  مقدار تابع  $f$  در نقطه ی  $i$  هستند. موقعیت ۲۶ نقطه و کره مرتبط در شکل ۲ نشان داده شده است. برای هر نقطه، یک صفحه تعریف می شود، به نحوی که کسینوس های هادی نقاط تابع همان کسینوس های هادی بردار عمود بر صفحه هستند. به این ترتیب، هر تغییری که روی صفحه ی  $i$  به وجود آید، به صورت متمرکز به نقطه ی  $i$  ارتباط داده می شود. به دلیل اینکه برای هر دو نقطه از نقاط موردنظر، یک



شکل ۲. نقطه ی نمونه جهت انتگرال گیری عددی روی کره با شعاع واحد.<sup>[۱۷]</sup>

میکرومکانیکی پیشنهاد شده است. همچنین یک توزیع تنش ساده، که از مدل ستون های توده بی قفل و بسته دار پیروی می کرد و یک واکنش خطی تا زمان تسلیم استفاده شده و معیار تسلیم موهر - کلمب<sup>۴</sup> که در پژوهش حاضر نیز استفاده شده است، برای سطح تسلیم واحدها و سطح تسلیم چن برای ملات در نظر گرفته شده است.

در سال ۲۰۱۱<sup>[۱۹]</sup> نیز یک مدل سطح تماس جدید برای رفتار ملات در دیوارهای بنایی پیشنهاد شده است که چارچوب آن کاملاً براساس تئوری حالت خمیری استوار بوده و معیار فون میسز به منظور شبیه سازی رفتار واحدهای سنگ و آجر استفاده و قوانین سطح تماس برای المان های تماسی فرموله شده است، تا رفتار نرم شدگی ملات تحت بارهای شبیه سازی شود. همچنین براساس سطح تماس ارائه شده در مدل مذکور، یک فرمول صریح جدید به منظور تخمین مقاومت سازه های بنایی غیر مسلح ارائه شده است که از طریق مقایسه پیش بینی مذکور با داده های آزمایشگاهی، می توان به خطای کمتر روش ذکر شده و دقت بالاتر آن نسبت به ATC و FEMA ۳۰۷ پی برد.

همچنین در سال ۱۹۹۶<sup>[۲۰]</sup> یک تحلیل اجزاء محدود با استفاده از قانون جریان نایز پیوسته انجام شده است. سطح تسلیم شامل ضایعه ای قطع کشش به همراه یک مدل کپ کروی فشاری برای معرفی رفتار ملات بوده و معیار اصطکاکی کلمب نیز به عنوان یک تابع پتانسیل استفاده شده است. منحنی بار - تغییر مکان پیش بینی شده، به ازاء یک بار قائم کوچک بر روی دیوار تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی نشان داده است.

## ۲.۱. نظریه ی چندصفحه بی

اساس نظریه ی چندصفحه بی، تعیین ارتباط عددی بین دو حالت رفتارهای بین ذره بی (رفتار رینقمیاس) و خواص مکانیکی مهندسی (رفتار درشت مقیاس) در قالب یک معادله ای ساختاری است. به عبارت دیگر، در این حالت، خواص ماده از ویژگی هر یک از اجزاء سازنده آن به دست می آید و دست یابی به رفتار تنش - کرنش مصالح، با بررسی رفتار بین ذره بی نیز ممکن است.

نظریه ی چندصفحه بی اولین بار در سال ۱۹۳۸ پیشنهاد و سپس بر مبنای مفهوم لغزش، پیش بینی رفتار فلزات در سال ۱۹۴۹ بررسی شد. فرض اصلی در این زمینه عبارت بود از آنکه لغزش ماده در هر امتداد، در اثر مؤلفه ای برشی کرنش خمیری است که خود وابسته به تاریخچه ای مؤلفه ای برشی تنش است. الگوی مذکور سال ها بعد در سال ۱۹۷۷<sup>[۱۸]</sup>، جهت پیش بینی رفتار سنگ های درزه دار استفاده شد. همچنین الگوی کشسان - خمیری در رس ها، بر پایه ای نظریه ی چندصفحه بی در سال ۱۹۸۳ ارائه شد. در همان سال، برخی دیگر از پژوهشگران نیز با ارائه الگویی به نام الگوی ریز - مقیاس صفحه بی، دامنه کاربرد نظریه ی چندصفحه بی را به تحلیل گسیختگی سازه های بتی گسترش دادند. الگوی کشسان - خمیری دیگری نیز به عنوان سطح بازتاب، در سال ۱۹۸۲ معرفی شد و در ادامه، پژوهشگران دیگری الگوی یاد شده را جهت پیش بینی روان گزاری لایه های ماسه ای استفاده کردند که در آن، رفتار ماسه تحت شرایط همسان، بدون درنظر گرفتن تاهمسانی تحمیلی در فرایند کرنش های خمیری قابل پیش بینی بود. همچنین الگوی کشسان - خمیری دیگری براساس نظریه ی چندصفحه بی، در سال ۱۹۸۹ جهت پیش بینی رفتار ماسه ارائه شده است.<sup>[۱۸]</sup>

برخی دیگر از پژوهشگران (۲۰۱۵)<sup>[۲۰]</sup> نیز اذعان دارند که از میان برنامه های متعدد شبیه ساز مصالح خاکی، مدل هایی که در چارچوب روش چندصفحه بی ارائه می شوند،

### ۲.۳. معیار تسلیم

معیار تسلیم، حد کرنش‌های کشسانی است. در این حالت تابع عددی  $F$ ، به میزان تش و سخت‌شدنگی وابسته است. در نظریه‌ی چندصفحه‌ی، این تابع در فضای دو بعدی تش و بر روی هر صفحه بیان می‌شود. در حالتی که رفتار ماده همسان و همگن فرض شود، معیار تسلیم در همه‌ی صفحات یکسان خواهد بود. اما بعد از شروع کرنش خمیری و به دلیل رفتار ناهمسان تحریمی (توزیع ناهمسان کرنش‌های خمیری در پهنه‌ی جسم)، معیار تسلیم در هر صفحه تغییر می‌کند. در الگوی مذکور، معیار تسلیم با توجه به معیار گسیختگی موهر - کلمب تعریف شده است. براساس معیار موهر - کلمب، منحنی پوش شکست ماده برای دایر تشن در فضای  $\sigma'_n : \tau$  ترسیم می‌شود. این پوش اساساً به شکل منحنی است، اما برای سادگی به صورت خط مستقیم فرض می‌شود (رابطه‌ی ۷):

$$\tau = \sigma'_n \tan \phi'_f + c \quad (7)$$

که در آن،  $\tau$  و  $\sigma'_n$  به ترتیب تش برشی و تش مؤثر عمود بر صفحه‌ی گسیختگی،  $\phi'_f$  زاویه‌ی اصطکاک داخلی بیشینه و  $C$  چسبندگی است. در جهت امکان درنظر گرفتن تغییر شکل‌های نسبی خمیری ازاولین مراحل بارگذاری، تابع تسلیم را می‌توان به صورت خطی مستقیم که در فضای یاد شده از محور  $\sigma'_n$  تا خط شکست حول مرکز مختصات می‌تواند دروان کند، تعریف کرد. به این ترتیب ازاولین مراحل اعمال برش بر ماده، سطح تسلیم از روی محور  $\sigma'_n$  جدا می‌شود و هر قدر نسبت  $\tau$  به  $\sigma'_n$  افزایش یابد، سطح تسلیم که با یک خط مستقیم نشان داده شده است، به دلیل سخت‌شدنگی درجهت عقربه‌های ساعت می‌چرخد و در نهایت به خط گسیختگی موهر - کلمب می‌رسد و در صفحه‌ی مرتبط گسیختگی رخ می‌دهد. بنابراین تابع تسلیم به صورت رابطه‌ی ۸ تعریف می‌شود:

$$F_i(\sigma'_{ni}, \tau_i, \eta_i) = \tau_i - \eta_i \sigma'_{ni} - c \quad (8)$$

که در آن،  $\eta_i = \tan \alpha_i$  فراسنچ سخت‌شدنگی است. این فراسنچ در حالت عمومی می‌تواند تابع کرنش خمیری برشی و کرنش خمیری عمود بر صفحه باشد و در مورد مواد دانه‌یی غیرچسبنده، تابع کرنش برشی خمیری بر روی صفحه‌ی  $\eta$  فرض می‌شود. در این حالت،  $\eta$  شبیه خط تسلیم روی صفحه‌ی  $\eta$  است.

### ۳. تابع پتانسیل خمیری

تابع پتانسیل خمیری، مشخص کننده راستای نمو کرنش خمیری است و عموماً به صورت مستقیم در رابطه‌ی ساختاری به کار نمی‌رود. تابع پتانسیل خمیری به صورت تابعی از تش بیان می‌شود و توصیف کننده یک سطح در فضای تش است که بردارهای نمو کرنش خمیری بر آن عمود هستند. در پژوهش حاضر، تابع پتانسیل

صفحه به دست می‌آید ۲۶ نقطه به ۱۳ نقطه تبدیل می‌شود (یعنی یک نیم کره با ۱۳ صفحه به دست می‌آید):

$$\int \int_{\Omega} f(x, y, z) = \lambda \pi \sum_{(i=1)}^{13} w_i f_i(x_i, y_i, z_i) \quad (2)$$

کسینوس‌های هادی ۱۳ صفحه‌ی موردنظر به همراه ضریب‌های وزنی آنها در جدول ۱ نشان داده شده است. همچنین در شکل ۳، امتداد صفحات ۱۳ گانه در مرکز مکعب مشاهده می‌شود.

### ۳. الگوی کشسان - خمیری چندصفحه‌ی

با حذف اثر زمان در رفتار گران رو خمیری مواد، می‌توان برای به دست آوردن تعییر شکل‌های کشسان - خمیری یک محیط، از قالب چندصفحه‌ی استفاده و الگوی کشسان - خمیری چندصفحه‌ی را ارائه کرد.

#### ۱.۰. رابطه‌ی ساختاری

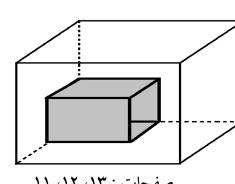
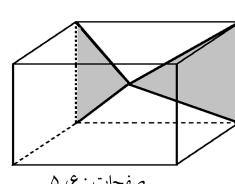
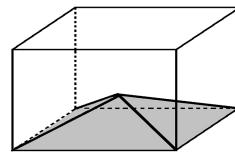
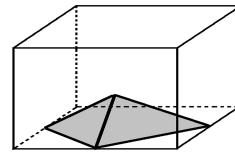
رابطه‌ی ساختاری، رابطه‌ی بین نمو تش و نمو کرنش را به دست می‌دهد (روابط ۳ الی ۶):

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad (3)$$

$$d\varepsilon^e = C^e \cdot d\sigma' \quad (4)$$

$$d\varepsilon^p = C^p \cdot d\sigma' \quad (5)$$

$$C^p = \lambda \pi \sum_{i=1}^{13} w_i \cdot \hat{C}_i^p \quad (6)$$



شکل ۳. نمایش ۱۳ صفحه‌ی نمونه در یک نقطه‌ی تش.<sup>[۲۶]</sup>

جدول ۱. کسینوس‌های هادی ۱۳ صفحه‌ی نمونه.

	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	شماره‌ی صفحات
۰	۰	۱	۰	۰	۰	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	-	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	-	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$l_i$
۰	۱	۰	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	-	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	۰	۰	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	-	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$m_i$
۱	۰	۰	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	۰	۰	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$n_i$
	$\frac{۴۰}{\lambda ۴۰}$	$\frac{۴۰}{\lambda ۴۰}$	$\frac{۴۰}{\lambda ۴۰}$	$\frac{۳۲}{\lambda ۴۰}$	$\frac{۲۷}{\lambda ۴۰}$	$\frac{۲۷}{\lambda ۴۰}$	$\frac{۲۷}{\lambda ۴۰}$	$\frac{۲۷}{\lambda ۴۰}$	$w_i$					

از تاریخچه‌ی واقعی ماده، این امر ممکن نیست؛ با این حال سطح تسليم در یک وضعیت مشخص، به تغییر شکل‌های قبلی بستگی دارد. همچنین این نکته مهم است که به وسیله‌ی کدام مسیر، یک وضعیت مشخص تش به تنش تسليم نهایی می‌رسد. در نظریه‌ی چندصفحه‌ی، رفتار سخت‌شدگی کل ماده با توجه به رفتار سخت‌شوندگی صفحات ۱۳ گاهه که در جهت‌های گوناگون قرار گرفته‌اند، به دست می‌آید. به همین دلیل تأثیر سخت‌شدگی ناهمسان تحییلی در طول سیلان خمیری اجباراً در نظر گرفته می‌شود. همان‌گونه که پیشتر اشاره شد، قانون سخت‌شدگی در الگوی مذکور بر مبنای مفهوم لغزش ساخته شده است. براساس این دیدگاه، تغییر شکل خاک به دلیل مشارکت صفحه‌ها در فرایند لغزش است. به این دلیل، قانون سخت‌شدگی به صورت تابعی از کرشم خمیری برشی در الگوی چندصفحه‌ی به کار می‌رود. براساس قانون سخت‌شدگی خمیری برشی، سخت‌شدگی در صفحه‌ی  $\eta_i$  تابعی از کرشم برشی خمیری مربوط به آن صفحه است و از سایر صفحات مستقل است و این وابستگی به صورت تابعی که می‌تواند این خاصیت را در طول سیلان خمیری نشان دهد، به صورت تابع هذلولی (رابطه‌ی ۱۴) در نظر گرفته شده است:

$$\eta_i = \frac{\varepsilon_i^{ps} \tan \phi'_f}{A_i + \varepsilon_i^{ps}} \quad (14)$$

که در آن،  $\eta_i$  فراسنج سخت‌شدگی یا شیب خط تسليم؛  $\varepsilon_i^{ps}$ : کرشم برشی خمیری روی صفحه‌ی  $\eta_i$ ؛  $\phi'_f$ : زاویه‌ی اصطکاک داخلی بیشینه؛ و  $A_i$ : فراسنج رفتار خاک هستند.

براساس رابطه‌ی ۱۴، با افزایش زیاد  $\varepsilon_i^{ps}$ ، مقدار  $\eta_i$  به سمت  $\phi'_f$  می‌کند. همچنین در مقدارهای کوچک  $\varepsilon_i^{ps}$  (نسبت به  $A_i$ )، رشد  $\eta_i$  سریع است و با افزایش  $\varepsilon_i^{ps}$  از میزان آن کاسته می‌شود. این شرایط با وضعیت شکست برشی خاک منطبق است.

### ۵.۳. شرط سازگاری

وقتی حالت تنش در صفحه‌ی نمونه از حد تسليم تجاوز کند، خاک تغییر شکل خمیری می‌دهد. قانون سیلان، افزایش کرشم خمیری را به صورت تابعی از مشتق پتانسیل خمیری به صورت رابطه‌ی ۱۵ تعریف می‌کند:

$$d\varepsilon_i^p = \lambda_i \left( \frac{\partial Q_i}{\partial \sigma'} \right) \quad (15)$$

که در آن،  $\lambda$  فراسنج عددی است که در هنگام تغییر شکل‌های خمیری تعییر می‌کند. مصافاً شرایط سازگاری در نظریه‌ی خمیری باید ارضاء شود، به این معنی که وقتی ماده، تغییر شکل خمیری می‌دهد، باید معیار تسليم با حالت تنش صدق به طور مناسبی خود را سازگار کند (رابطه‌ی ۱۶):

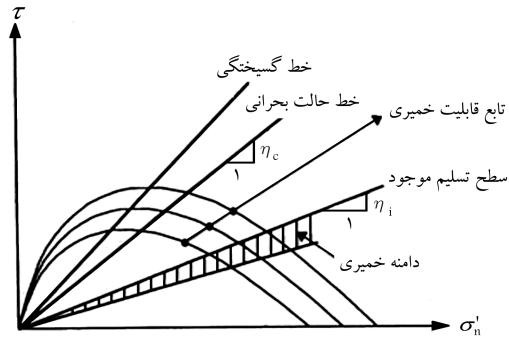
$$\frac{\partial F_i}{\partial \sigma'} \cdot d\sigma' + \frac{\partial F_i}{\partial \eta_i} \cdot d\eta_i = 0 \quad (16)$$

با مشتق گیری از روابط ۱۴ و ۸، و جانشین کردن آن‌ها در معادله‌ی ۱۶، رابطه‌ی ۱۷ را خواهیم داشت:

$$d\varepsilon_i^p = - \frac{1}{\frac{\partial F_i}{\partial \eta_i} \cdot \frac{A_i \tan \phi'_f}{(A_i + \varepsilon_i^{ps})^2} \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial \sigma'}} \left( \frac{\partial F_i}{\partial \sigma'} \right) \left( \frac{\partial Q_i}{\partial \sigma'} \right)^T d\sigma' \quad (17)$$

از طرفی براساس رابطه‌ی ۵، رابطه‌ی ۱۸ به دست می‌آید:

$$d\varepsilon_i^p = C^p \cdot d\sigma' \quad (18)$$



شکل ۴. سطح تسليم تابع پتانسیل خمیری، خط حالت بحرانی و دامنه‌ی کشسان در فضای  $\sigma' n' : \sigma' n' i'$ .

خمیری برای الگوی چندصفحه‌ی، از تابع فدا اقتباس شده است [۱۲] و براساس کمینه‌سازی سطح انرژی پتانسیل، همسازی دارد (رابطه‌ی ۹):

$$Q_i(\sigma'_{ni}, \tau_i) = \tau_i - \eta_c \sigma'_{ni} \ln \left( \frac{\sigma'_{ni}}{\sigma'_{n0}} \right) \quad (9)$$

که در آن،  $\sigma'_{n0}$  تنش عمودی مؤثر اولیه روی صفحه‌ی  $\eta_i$  و  $\eta_c$  شیب خط حالت بحرانی است. از ویژگی‌های تابع مذکور، قابلیت ارائه‌ی رفتار انقباضی و اتساعی ماده است. با توجه به شکل ۴، نمو این تابع رفتار انقباضی و اتساعی را نشان می‌دهد.

رفتار انقباضی:

بدون تغییر حجم:

رفتار اتساعی:

مشتق تابع پتانسیل خمیری مطابق روابط ۱۰ الی ۱۲ به دست می‌آید:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \sigma'_i} = \left[ \frac{\partial Q_i}{\partial \tau_i}, \frac{\partial Q_i}{\partial \sigma'_{ni}} \right]^T \quad (10)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \tau_i} = 1 \quad (11)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \sigma'_{ni}} = \eta_c - \eta_i \quad (12)$$

در نتیجه رابطه‌ی ۱۳ به دست می‌آید:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \sigma'_i} = [1, \eta_c - \eta_i]^T \quad (13)$$

بنابراین، مطابق شکل ۴ خواهیم داشت:

رفتار انقباضی:

بدون تغییر حجم:

رفتار اتساعی:

### ۴.۳. قانون سخت‌شوندگی

عموماً در رفتار خمیری مواد، کرشم‌های خمیری بستگی به تاریخچه‌ی اعمال تنش‌ها و کرشم‌های خمیری ماده دارند و این تأثیر لازم است به گونه‌ی در موقعیت تابع تسليم اثر داده شود. هر چند در مراحل ابتدایی بارگذاری به دلیل فقدان اطلاعات کافی

مناسب به نمودار رفتاری مصالح بنایی در یک نقطه‌ی تنش، احساس می‌شد. بدین معنی که نمودار تنش - کرنش برای مصالح بنایی در یک نقطه‌ی تنش، با اعمال تنش نرمال نموی در یک نمونه سه‌محوری و با استفاده از روش چندصفحه‌ی حاصل با نمودار رفتاری مصالح بنایی حاصل از آزمایش مقایسه شود. بدین منظور برنامه‌یی با نرم افزار برنامه‌نویسی متلب<sup>۵</sup> نوشته شد تا رفتار سه‌محوری این گونه مصالح را تحت اعمال تنش نموی نرمال در یک جهت شیوه‌سازی کند.

نقاط تنش یا نقاط گاووس که تعداد آن‌ها به نوع المان استفاده شده در شبکه‌بندی دیوار برای تحلیل به روش اجزاء محدود بستگی دارد، نقاطی هستند که رفتار المان را با اعمال ضربای وزنی نشان می‌دهند. در بخش کوئی، با استفاده از روش چندصفحه‌ی و اختیار کردن تابع تسلیم مناسب، رفتار مصالح بنایی به طور مناسبی در کشش و فشار برای این نقاط حاصل شد. حال طی این فرایند که شباهت بسیار زیادی به روش‌های درشت مدل‌سازی دارد، رفتار مصالح بنایی، رفتار همگن شده‌یی است که می‌توان رفتار این نقطه‌ی تنش را به مقیاس کل دیوار تعیین داد و با شبکه‌بندی مناسب، رفتار دیوار بنایی را به خوبی مدل‌سازی کرد.

نتایج به دست آمده‌ی حاصل از روش چندصفحه‌ی در دو حالت فشاری و کششی با منحنی مشابه ساز رفتار مصالح بنایی به دست آمده از رابطه‌ی هاگستاد از طریق برنامه‌نویسی در زبان برنامه‌نویسی متلب، به ترتیب در شکل‌های ۵ و ۶ نشان داده شده است. الگوی رفتاری به دست آمده از روش چندصفحه‌ی، رفتار نرم‌شده‌ی را در نظر نمی‌گیرد، بنابراین در نمودار به دست آمده از رابطه‌ی هاگستاد نیز این قسمت حذف شده است. در برخی پژوهش‌های نیز برای صحبت‌سنگی مدل‌سازی رفتار مصالح بنایی در فشار و کشش و صحبت‌سنگی مدل ارائه شده، از رابطه‌ی هاگستاد استفاده شده است.<sup>[۲۲, ۲۳]</sup>

معادله‌ی هاگستاد، مدلی برای رفتار فشاری بتن و به صورت رابطه‌ی ۲۲ است:

$$f_m = f'_m \left[ \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right]^{2/(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0})} \quad \varepsilon \leq \varepsilon_0 \quad (22)$$

مشخصات استفاده شده در روش چندصفحه‌ی و همچنین در معادله‌ی هاگستاد برای مدل‌سازی رفتار مصالح بنایی آجری در جدول ۲ ارائه شده است. همچنین مشخصات مصالح بنایی آجری و ملات استفاده شده در مثال‌های ارائه شده در پژوهش حاضر که مطابق با نمونه‌های آزمایشگاهی و تحلیل‌های عددی صورت گرفته‌یی در سال ۱۱<sup>[۱۹]</sup> و ۲۰<sup>[۲۰]</sup> است، به ازاء واحد نیرو بر حسب نیوتون و واحد طول بر حسب سانتی‌متر در صورت جدول ۳ ارائه شده است.

## ۵. به کارگیری مدل رفتاری حاصل در روش اجزاء محدود

### ۵.۱. کلیاتی در زمینه‌ی تحلیل به روش اجزاء محدود

#### ۵.۱.۱. کشسان خطی

در مکانیک پیوسته، تنش‌ها تابعی از کرنش‌ها هستند ( $\sigma = f(\varepsilon)$ ). در حالت ساده‌ی کشسان خطی، ضابطه‌ی هوک را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۲۳ اعمال کرد:

$$\sigma_{ijkl} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (23)$$

یا در فرم ماتریسی به صورت رابطه‌ی ۲۴ اعمال کرد:

$$\sigma = D_e \varepsilon \quad (24)$$

که در آن،  $D_e$  ماتریس سختی کشسان است.

بنابراین از مقایسه‌ی دو رابطه‌ی ۱۷ و ۲۸، می‌توان رابطه‌ی ۱۹ را نتیجه گرفت:

$$C_i^p = - \frac{1}{\frac{\partial F_i}{\partial \eta_i} \cdot \frac{A_i \tan \phi'_f}{(A_i + \varepsilon_i^{ps})^2} \cdot \frac{\partial Q_i}{\partial \tau_i}} \left( \frac{\partial F_i}{\partial \sigma'} \right)^T \quad (19)$$

ماتریس  $C_i^p$  برای صفحه‌ی  $i$ : تنسوری  $2 \times 2$  است که ارتباط تنش و کرنش میری را برقرار می‌کند. به عبارتی تنسور ذکر شده، سهم صفحه‌ی  $i$  از ۱۳ صفحه‌ی تعریف شده از ضریب رفتار خمیری نقطه‌ی موردنظر است. برای تبدیل آن به تنسوری  $6 \times 6$  از تنسور انتقال در رابطه‌ی ۲۰ استفاده می‌شود:

$$T_i = \left[ \frac{\partial \sigma'_i}{\partial \sigma'} \right] = \begin{pmatrix} \frac{\partial \sigma'_{ni}}{\partial \sigma'_x} & \frac{\partial \tau_i}{\partial \sigma'_x} \\ \frac{\partial \sigma'_{ni}}{\partial \sigma'_y} & \frac{\partial \tau_i}{\partial \sigma'_y} \\ \frac{\partial \sigma'_{ni}}{\partial \sigma'_z} & \frac{\partial \tau_i}{\partial \sigma'_z} \\ \frac{\partial \sigma'_{ni}}{\partial \tau_{xy}} & \frac{\partial \tau_i}{\partial \tau_{xy}} \\ \frac{\partial \sigma'_{ni}}{\partial \tau_{yz}} & \frac{\partial \tau_i}{\partial \tau_{yz}} \\ \frac{\partial \sigma'_{ni}}{\partial \tau_{zx}} & \frac{\partial \tau_i}{\partial \tau_{zx}} \end{pmatrix} \quad (20)$$

بنابراین برای انتقال ماتریس خمیری هر یک از صفحات که هر کدام نقشی در ماتریس خمیری نقطه‌ی تنش بازی می‌کنند، از رابطه‌ی ۲۱ استفاده می‌شود:

$$\hat{C}_i^p = T_i \cdot C_i^p \cdot T_i^T \quad (21)$$

که در آن،  $\hat{C}_i^p$  تنسور فراسنج رفتار خمیری به صورت ماتریس  $6 \times 6$  است. حاصل ضرب تنسور مذکور در ضربای، سهم رفتاری صفحه‌ی  $i$  را در نقطه‌ی موردنظر ارائه می‌کند. به این ترتیب، تنسور  $\hat{C}_i^p$  در صفحات مربوط به یک نقطه‌ی کشش انجام کرنش خمیری روی آنها حاصل شده است، محاسبه و جمع می‌شود، آن‌گاه به طوری که اشاره شد، بر حسب انتگرال عددی، تنسور  $C^p$  از رابطه‌ی ۶ به دست می‌آید.<sup>[۲۱]</sup>

همچنین مشاهده شد که نظریه‌ی مذکور به عنوان یک ابزار ریاضی و یک روش عددی، به بررسی میانگین مقاومت مکانیکی متغیر در داخل ماده می‌پردازد. استفاده از انتگرال عددی در این نظریه می‌تواند به نشان‌دادن سایر ویژگی‌های فیزیکی که در هنگام بارگذاری یا باربرداری یا در طول زمان در داخل ماده به وجود می‌آید، کمک کند. اغلب الگوهای خمیری، مصالحی مانند: مصالح بنایی، بتون و خاک را در هنگام سیلان خمیری، به صورت همسان و همگن در نظر می‌گیرند که این امر با واقعیت سازگار نیست. به طوری که مواد با همسانی اولیه، پس از پیشرفت سیلان خمیری به شدت ناهمسان می‌شوند. الگوهایی که براساس نظریه‌ی چندصفحه‌ی ساخته شده‌اند، ناهمسانی تحمیلی را در نظر می‌گیرند. این نوع ناهمسانی به عمل مختصات استفاده شده در صفحات ۱۳ گانه ایجاد و ساخت‌شده‌ی به صورت تابعی از کرنش‌های برشی خمیری بیان می‌شود. به این ترتیب که ساخت‌شده‌ی، در اثر تعییر کرنش برشی خمیری تعییر خواهد کرد. علاوه بر آن، کاربرد شکل‌های گوناگون ناهمسانی ذاتی در الگوهای چندصفحه‌ی بسیار ساده است. به عنوان مثال در پژوهشی ذاتی در سال ۲۰۱۵<sup>[۲۱]</sup> ناهمسانی ذاتی نیز در مدل ارائه شده در نظر گرفته شده است.<sup>[۱۷]</sup>

## ۴. تحلیل نقطه‌ی تنش از جنس مصالح بنایی با استفاده

### از تئوری چندصفحه‌یی

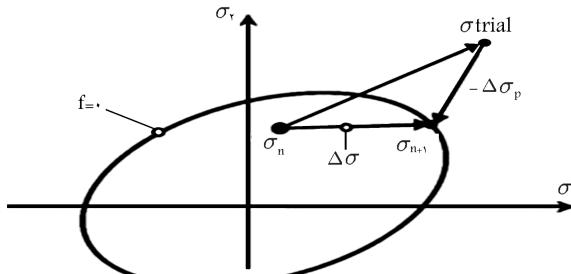
در پژوهش حاضر به منظور حصول اطمینان برای استفاده از روش چندصفحه‌یی در یک برنامه‌ی اجزاء محدود، نیاز به بررسی اولیه‌یی به منظور بررسی دست‌یابی

جدول ۲. پارامترهای استفاده شده در کدنویسی جهت حصول رفتار مصالح بنایی آجری.

$f_t$	$f'_m$	$\eta_c$	$\phi$	$A$	$\nu$	$E$
(Mp) ۱/۱	(Mp) ۱۰/۵	۰,۷۵۳	۳۷	۰,۰۰۰۰۱	۰,۱۴	(Mp) ۷۶۳۵

جدول ۳. مشخصات مکانیکی ملات و واحدهای آجری استفاده شده در مثالهای پژوهش حاضر.

واحد آجری				ملات					
$E$	$\nu$	$F_c$	$F_t$	$E$	$\nu$	$C$	$\phi$	$F_c$	$F_t$
۱۶۷۰۰۰	۰,۱۵	۱۷۵	۰	۷۸۲۰۰	۰,۱۴	۳۵	۳۷	۱۵۰	۲۵



شکل ۷. اصل نگاشت بازگشتی.

حاضر استفاده شده است. در روش مذکور یک پیش‌بین کشسان برای ارائه‌ی یک تنش امتحانی استفاده می‌شود و به وسیله‌ی یک زیرالگوریتم تکرارکه به نام روش نگاشت بازگشتی (شکل ۷) معروف است و به طور گسترده استفاده می‌شود، تنش مزبور به درون سطح سلیم برگردانده می‌شود (روابط ۲۵ و ۲۶):<sup>[۱۸]</sup>

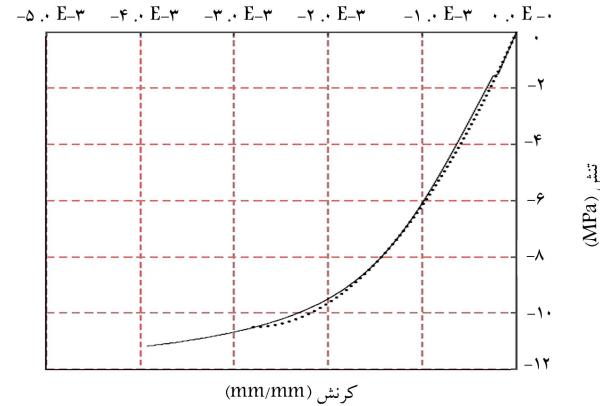
$$\sigma_{trial} = D_e \varepsilon^e = D_e (\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n^p) \quad (25)$$

$$\sigma_{n+1} = \sigma_n + \Delta\sigma = \sigma^{trial} - \Delta\sigma^p \quad (26)$$

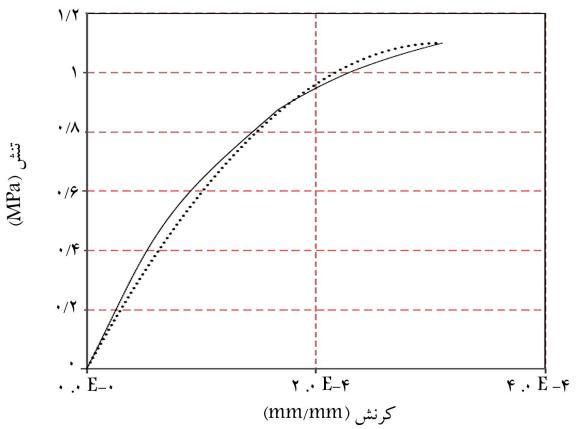
که در آنها،  $D_e$  ماتریس سختی مصالح،  $\sigma_{trial}$  تنش امتحانی (حدس کشسان) و  $\Delta\sigma^p$  تنش تصحیح کننده خمیری است. در نوشتار حاضر، از مدل چندصفحه‌ی پندی با ۲۶ صفحه نمونه،<sup>[۲۲]</sup> استفاده شده است، برای تحلیل غیرخطی المان محدود، از المان‌های ۴ گره‌ی همگام و روش سختی اولیه با مماس در اولین نمو استفاده شده است.

**۲.۵. تحلیل دیوار بنایی تحت بار قائم با استفاده از روش اجزاء محدود**  
در بخش کنونی سعی شده است با مدل سازی یک دیوار بنایی نمونه با المان‌های ۴ گره‌ی (۸ درجه آزادی)، امکان سنجی جهت استفاده از مدل رفتاری به دست آمده در روش اجزاء محدود صورت گیرد. از این‌رو، یک دیوار بنایی با ابعاد ۹۹ سانتی‌متر ارتفاع و (۵۰ سانتی‌متر طول) و (۱۰ سانتی‌متر ضخامت) تحت بارگذاری قائم فارگرفت (شکل ۸) و نتایج به دست آمده ارزیابی شد (شکل ۹).

کد نوشته شده در نرم‌افزار متلب که حاصل پژوهش حاضر است، این قابلیت را دارد تا دیواری بدون بازشو را با ابعاد اختیاری که کاربر وارد می‌کند، با تعداد خطوط شبکه‌ی اختیاری در هر جهت که توسط کاربر مشخص می‌شود، تحت بارگذاری اختیاری در هر نقطه و در هر جهت که توسط کاربر وارد می‌شود، آنالیز کند و میزان تغییر مکان دیوار را در هر نقطه و در هر جهت مورد نظر ارائه دهد. به منظور میسر بودن ارزیابی نمودار فقط براساس روابط مقاومت مصالح و عدم نیاز به نتایج



مدل سازی رفتار فشاری مصالح بنایی (رابطه هاگنستاد)  
.....  
مدل سازی رفتار فشاری مصالح بنایی (تحقیق حاضر)  
——  
شکل ۵. نمودار رفتاری مصالح بنایی در نقطه‌ی تنش تحت بار فشاری.



مدل سازی رفتار کششی مصالح بنایی (رابطه هاگنستاد)  
.....  
مدل سازی رفتار کششی مصالح بنایی (تحقیق حاضر)  
——  
شکل ۶. نمودار رفتاری مصالح بنایی در نقطه‌ی تنش تحت بار کششی.

**۲.۱۵. کشسان غیرخطی**  
برای اجرای یک مدل ساختاری غیرخطی در یک برنامه‌ی المان محدود، روش‌های مختلفی قابل استفاده است که به ۳ دسته تقسیم می‌شود که عبارت اند از: الگوریتم کشسان خمیری، روش سختی مماسی و روش نیوتون رافسون اصلاح شده. در پژوهشی در سال ۱۹۹۹ نشان داده شده است که روش کشسان خمیری و روش سختی مماسی به اندازه‌ی گام بارگذاری اعمال شده بسیار حساس‌اند. بنابراین از روش نیوتون رافسون اصلاح شده همراه با الگوریتم بازگشت ضممنی نقطه‌ی تنش در پژوهش

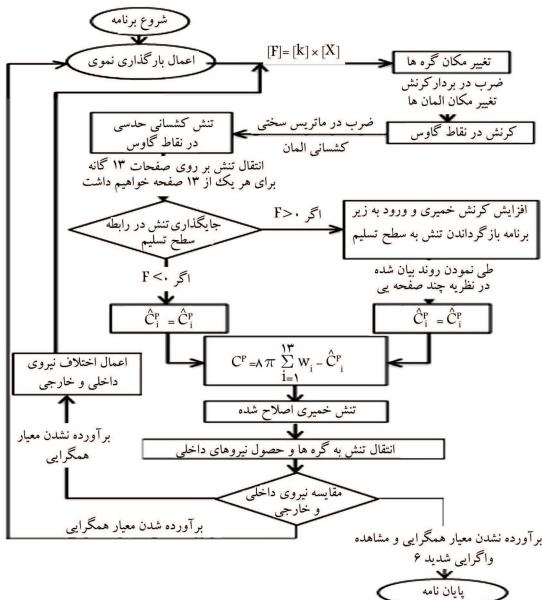
حاصل کار، تصحیح خمیری کرنش‌های حدسی کشسان ذکر شده است. پس از خروج تنش‌ها از زیر برنامه‌ی چندصفحه‌یی، تنش‌ها تبدیل به نیرو در گره‌ها می‌شوند و با نیروی خارجی وارد شده مقایسه می‌شوند. تا زمانی که تفاوت این دو نیروی داخلی و خارجی از معیار هم‌گرایی که کاربر در نرم‌افزار وارد کرده است، کمتر شنده است، نرم‌افزار تفاوت این دو نیرو را به دیوار اعمال می‌کند و این سیکل را ادامه می‌دهد. داده‌یی که در انتهای، نرم‌افزار متلب در اختیار قرار می‌دهد، میزان نیروی اعمالی و تغییر مکان در درجه آزادی‌های موردنظر است. در این مثال خاص که دیوار تحت بار قائم آنالیز می‌شود، نیروی اعمالی پس از تقسیم بر سطح مؤثر، تنش و تغییر مکان پس از تقسیم بر ارتفاع دیوار و کرنش نقاط بالایی دیوار را ارائه می‌دهد.<sup>[۱۸]</sup> [۱۹] الگوریتم ارائه شده (شکل ۱۰)، روند استفاده شده در نرم‌افزار اجزاء محدود تحلیل غیرخطی استاتیکی دیوارهای بنایی با استفاده از روش چندصفحه‌یی را در پژوهش حاضر نشان می‌دهد.

همان‌طور که در شکل ۹ مشاهده می‌شود، نمودار حاصل شده، همان نمودار تنش - کرنش مدل رفتاری پیشنهادی است که به عنوان نمونه‌یی کاملاً تحقیقاتی (عدم نیاز به داده‌ی آزمایشگاهی)، قدرت خوب روش روش چندصفحه‌یی را در تحلیل دیوارهای بنایی نشان می‌دهد.

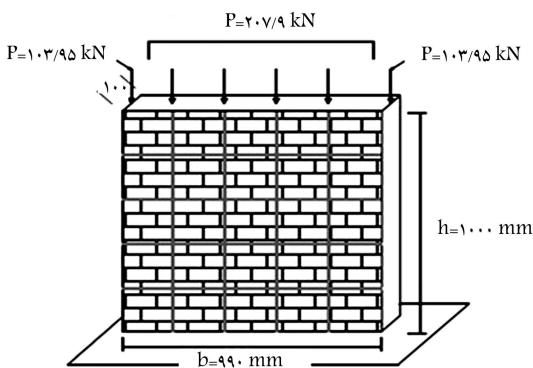
### ۳.۵. تحلیل دیوار بنایی بدون بازشو تحت بار افقی با استفاده از روش اجزاء محدود

پس از حصول اطمینان از عملکرد قابل قبول مدل رفتاری چندصفحه‌یی استفاده شده برای مصالح بنایی و نرم‌افزار حاصل شده در پژوهش حاضر برای تحلیل دیوار بنایی تحت بارگذاری قائم، در ادامه دو دیوار بنایی بدون بازشو و با بازشو تحت بارگذاری افقی بررسی شده‌اند.

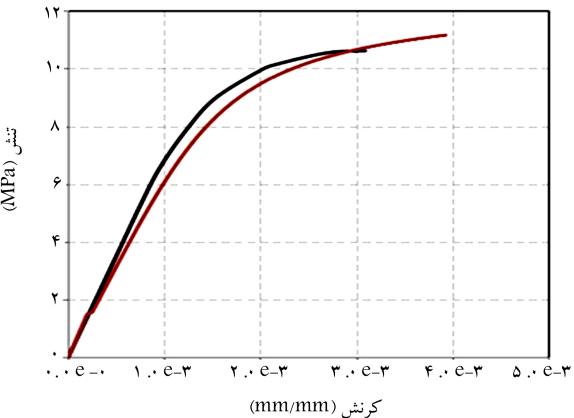
بدین منظور دیوار بنایی نشان داده شده در شکل ۱۱ که نتایج آزمایشگاهی آن در دسترس است، به عنوان دیوار بدون بازشو تحت بارگذاری جانبی با استفاده از برنامه‌ی اجزاء محدود ارائه شده قرار گرفت، که نتایج تحلیل مذکور در شکل ۱۲



شکل ۱۰. الگوریتم برنامه‌ی تحلیل غیرخطی استاتیکی دیوارهای بنایی در پژوهش حاضر.



شکل ۸. دیوار بنایی تحت بارگذاری قائم.

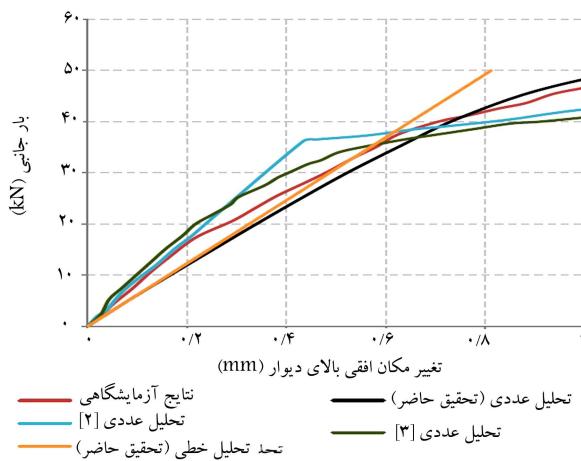


شکل ۹. نمودار تنش - کرنش گره‌های فوقانی دیوار بنایی (شکل ۸) تحت بارگذاری قائم.

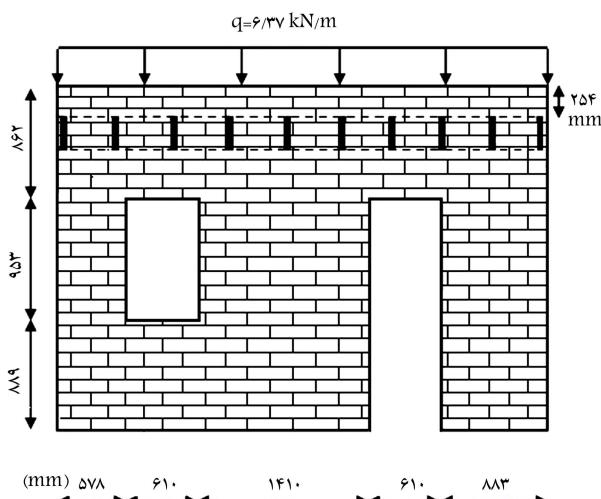
آزمایشگاهی سعی شده است بارگذاری به‌طور عمده به نحوی صورت گیرد که طی آن مشاهده شود آیا نمودار رفتاری حاصل شده با نمودار رفتاری مصالح بنایی تنبیجه گرفته شده در بخش ۴ (شکل ۴) مطابق است یا اینکه مدل رفتاری ذکر شده قابل به‌کارگیری در روش اجزاء محدود نیست. از این رو نیروهای قائم به صورت بارگذاری طوری به دیوار وارد شده‌اند که در آخرین گام با تقسیم بر سطح مؤثر بارگیری، بیشینه‌ی تنش قابل تحمل مصالح بنایی در نقاط بالایی دیوار فراهم شود.

$$10,5 \text{ MPa} = \text{Surface stress} = \text{Crack length} / \text{Width}$$

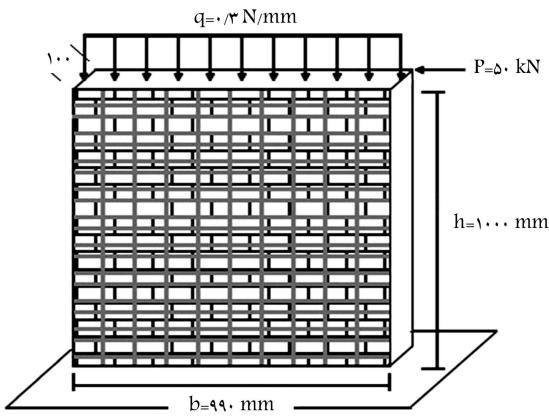
کد نوشته شده در نرم‌افزار متلب، با توجه به ابعاد دیوار و تعداد المان‌های ۴ گره‌یی ۸ درجه آزادی انتخاب شده توسط کاربین ماتریس سختی کشسان دیوار را تشکیل می‌دهد و برای اساس تغییر مکان هر درجه آزادی را حساب می‌کند. سپس با ضرب تغییر مکان‌های به دست آمده در ماتریس کرنش تغییر مکان‌های ۴ گره‌یی ۸ درجه آزادی (ماتریس B)، کرنش را در ۴ نقطه گاوی می‌ محاسبه می‌کند که این کرنش‌ها با ضرب در ماتریس مصالح تبدیل به تنش‌های حدس زده شده کشسان می‌شوند. در این وضعیت، نرم‌افزار بررسی می‌کند که آیا وضعیت تنش داخل سطح تسلیم قرار دارد یا خیر؟ اگر داخل سطح تسلیم باشد، تنش‌های داخلی را تبدیل به نیرو در گره‌ها می‌کند که در این صورت نیروهای داخلی با نیروهای خارجی برابر می‌شوند؛ در غیر این صورت، اگر تنش حدسی کشسان خارج از سطح تسلیم قرار گرفت، وارد زیر برنامه‌ی چارچوب چندصفحه‌یی که توری آن در بخش‌های پیشین کاملاً بررسی و براساس آن رفتار مصالح بنایی به خوبی پیش‌بینی شد، می‌شود و



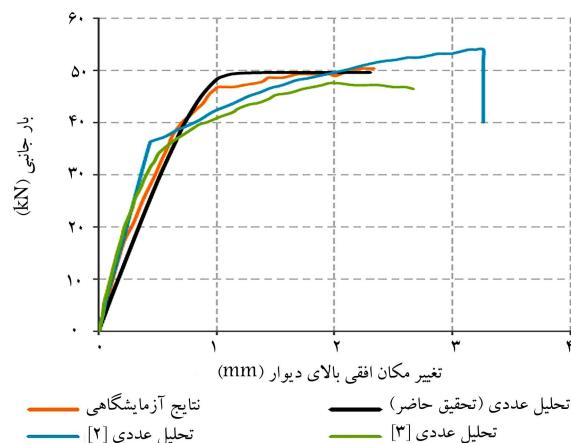
شکل ۱۳. نمودار بار- تغییر مکان دیوار بنایی شکل ۱۱ به منظور مقایسه‌ی تحلیل خطی و غیرخطی.



شکل ۱۴. دیوار بنایی با بازشو.



شکل ۱۱. دیوار بنایی تحت بار گذاری جانبی.<sup>[۱۹]</sup>



شکل ۱۲. نمودار بار- تغییر مکان دیوار بنایی شکل ۱۱.

ارائه شده است. در تحلیل انجام شده نیز نرم افزار همان فرایند طی شده در مثال قبل (بارگذاری قائم دیوار بنایی) را طی می کند. در بخش کنونی، برای حصول جواب های مورد اطمینان، دیوار با تعداد المان های بیشتری در هر دو جهت مدل سازی شده است. در این تحلیل، تعداد کل المان ها برای بررسی دیوار ۲۰۰ المان ۴ گره بی ۸ درجه آزادی، که در مجموع ۴۶۲ درجه آزادی فعال و غیرفعال دارد، در نظر گرفته شده است. در شکل ۱۳، نتایج حاصل از تحلیل دیوار مذکور توسط شاخه ای آزمایشگاهی و همچنین مشاهده هی چگونگی پیشرفت رفتار دیوار بنایی مذکور در زیر برنامه‌ی چندصفحه‌ی و جداشدگی آن از نمودار به دست آمده از تحلیل خطی، قسمت ابتدایی شکل ۱۲ به صورت بر جسته تر در شکل ۱۳ قابل مشاهده است.

**۴.۵. تحلیل دیوار بنایی با بازشو تحت بار افقی با استفاده از روش اجزاء محدود**  
در بخش حاضر، یک ساختمان بنایی غیرمسلح که در ابعاد واقعی در برخی پژوهش ها،<sup>[۲۷، ۲۶]</sup> در آزمایشگاه بررسی شده است، انتخاب شد تا توسط نرم افزار ارائه شده در پژوهش ها،<sup>[۲۷، ۲۶]</sup> در زبان برنامه نویسی متلب نوشته شده است، بررسی و صحت و کارایی نرم افزار مذکور همان طور که در بخش های پیشین مورد مطالعه قرار گرفت، در این مثال خاص که دیوار بنایی با بازشو است، نیز بررسی شده است. شکل ۱۴، دیوار غربی نمونه‌ی مورد آزمایش را نشان می دهد که

همان طور که در قسمت انواع روش های مدل سازی مصالح بنایی اشاره شد، روش های ریز مدل سازی و درشت مدل سازی و روش های چند مقیاسی، هر یک به دلایلی مستلزم روابط سازی پیچیده و یا درنظر گرفتن فرض هایی که دقت تحلیل را پایین می آورند، هستند و این قضیه زمان موردنیاز تحلیل را افزایش و دقت تحلیل و مدل سازی را کاهش می دهد. روش چندصفحه‌ی علاوه بر کاهش قابل توجه زمان تحلیل نسبت به نمونه‌ی کاملاً مشابه انجام شده در برخی پژوهش ها،<sup>[۲۰، ۱۸]</sup> همان طور که از نمودار به دست آمده از پژوهش با رافرون صورت گرفته در این مثال مشخص است، رفتار دقیق تر و مطابق تری با داده های

۲۵۲۷ گرده و ۴۹۲۶ درجه آزادی تشکیل و مدت زمان تحلیل ۳۰ دقیقه اندازه‌گیری شده است که در مقایسه با تحلیل‌های عددی پیش از این بسیار کاهش یافته است.<sup>[۲۶]</sup>

## ۶. نتیجه‌گیری

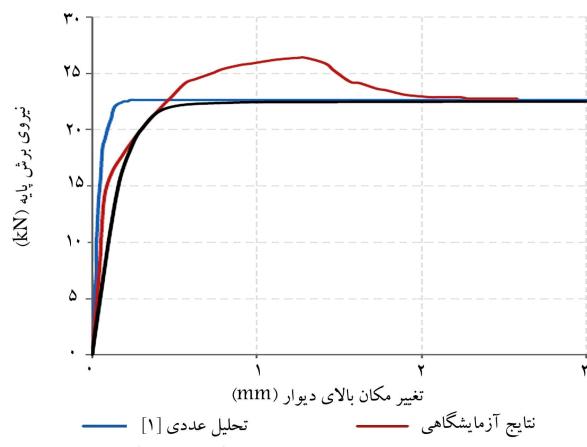
- از توافق و سازگاری مدل ارائه شده با نتایج آزمایشگاهی بر می‌آید که روش چندصفحه‌یی، قابلیت ارائه‌ی دقیق رفتار مصالح نامه‌سانی چون بنایی را دارد.
- با توجه به قدرت بالای نظریه‌ی چندصفحه‌یی در پیش‌بینی رفتار مصالح نامتجانسی چون مصالح بنایی از طریق مدل‌سازی رفتار این‌گونه مواد بر روی چندصفحه، به سادگی از روابط‌سازی پیچیده‌ی ریزمدل‌سازی و دقت پایین و از دست رفتن مدل دقیق رفتاری مصالح بنایی در درشت مدل‌سازی اجتناب شده است.
- همان‌طور که در شکل‌های ۴ و ۵ مشاهده می‌شود، چارچوب چندصفحه‌یی با درنظر گرفتن رفتار خمیری در جهات مختلف و تجمعی آثار صفحات مذکور با استفاده از انتگرال‌گیری عددی، رفتار مصالح نامتجانسی چون مصالح بنایی را به خوبی پیش‌بینی می‌کند.
- زمان انجام آنالیز به عمل ساده‌سازی روش چندصفحه‌یی مناسب بسیار کاهش یافته است، به طوری که زمان تحلیل دیوار نمونه که در برخی مطالعات،<sup>[۱۹]</sup> نیز تحلیل شده است، به شدت کاهش و در عین حال دقت مدل‌سازی تا حدودی افزایش یافته است.
- روش چندصفحه‌یی قابلیت مدل‌سازی رفتار انواع مصالح بنایی اعم از سنگ، آجر، و خشت و ... را دارد و در صورت صحت‌سنجی جهت یافتن فراسنج‌های مناسب جهت تولید رفتار مصالح بنایی، قادر به تحلیل انواع دیوارهای با مصالح بنایی خواهد بود.

## پانوشت‌ها

- disturbed state concept
- HISS
- stack bond pillars
- Mohr-Columb
- MATLAB

## منابع (References)

- Akhaveissy, A.H. "Finite element nonlinear analysis of high-rise unreinforced masonry building", *Latin American Journal of Solids and Structures*, **9**(5), pp. 1-22 (2012).
- Chaimoon, K. and Attard, M.M. "Experimental and numerical investigation of masonry under three-point bend-



شکل ۱۵. نمودار نیروی برشی پایه - تغییر مکان دیوار با بازشو در شکل ۱۲

جان‌پناه هر دو دیوار غربی و شرقی به اندازه‌ی ۲۵۴ میلی‌متر و ضخامت دیوار نیز ۱۹۰ میلی‌متر است. بار تقلیلی به اندازه‌ی  $\frac{K_N}{m^2}$  (۲/۴) به دیافراگمی که ابعادش  $۵۶۱۰ \times ۴۰۹۱ (mm)$  است، وارد می‌شود. ۱۰ عدد تکه چوب به دیوار اضافه شده است، تا بارهای تقلیلی را به دیوارهای غربی و شرقی انتقال دهند. بتابراین بار تقلیلی واردہ برد بر دیوار به اندازه‌ی  $۶,۳۷ \frac{K_N}{m}$  است. در پژوهشی در سال ۱۲،<sup>[۲۰]</sup> نیز دیوار ذکر شده با المان‌های ماکرو ۲ گرهی و تبدیل دیوار به قابی معادل با ۹ درجه آزادی بررسی شده است که نتایج پژوهش مذکور و پژوهش حاضر و نتیجه‌یی برخی مطالعات آزمایشگاهی،<sup>[۲۱،۲۲]</sup> در شکل ۱۵ با یکدیگر مقایسه شده‌اند. برای تحلیل این دیوار با بازشو، برنامه‌یی مجزا که از المان‌های ۸ گرهی (سرنده‌پیتی) استفاده می‌کند، نوشته شده است که در آن ماتریس سختی کشسان دیوار از سرهم‌بندی درایه‌های ماتریس سختی المان ۸ گرهی و با توجه به ابعاد دیوار موردنظر حاصل شده است و در مجموع از ۷۲۰ المان ۸ گرهی با

ing (in-plane)", *Engineering Structures*, **31**(1), pp. 103-112 (2009).

- Kaushic, H.B., and Rai, D.C. and Jain, S.K. "Stress-strain characteristics of clay brick masonry under uniaxial compression", *Journal of Material in Civil Engineering*, **19**(9), pp. 728-739 (2007).
- Kaushic, H.B., Rai, D.C. and Jain, S.K. "Uniaxial compressive stress-strain model for clay brick masonry", *Current Science*, **92**(4), pp. 497-501 (2007).
- Tenna-Colunga, A., Juarez-Angeles, A. and Salinas-Vallejo, V.H. "Cyclic behavior of combined and confined masonry walls", *Engineering Structures*, **31**(1), pp. 240-259 (2009).
- Vasconcelos, G. and Lourenco, P.B. "Experimental characterization of stone masonry in shear and compression", *Construction and Building Materials*, **23**(11), pp. 3337-3345 (2009).

7. Akhaveissy, A.H. and Milani, G. "Pushover analysis of large scale unreinforced masonry structures by means of a fully 2D non-linear model", *Construction and Building Materials*, **41**, pp. 276-295 (2013).
8. Milani, G., Lourenco, P. and Tralli, A. "3D homogenized limit analysis of masonry building under horizontal loads", *Engineering Structures*, **29**(11), pp. 3134-3148 (2007).
9. Cecchi, A. and Milani, G. "A kinematic fe limite analysis model fot thick english bond masonry walls", *International Journal of Solids and Structures*, **45**(5), pp. 1302-1331 (2008).
10. Milani, G., Lourenco, P. and Tralli, A. "Homogenised limit analysis of masonry walls, part i: Failure surfaces", *Computers and Structures*, **84**(3-4), pp. 166-180 (2006).
11. Milani, G., Miani, E and Tralli, A. "Approximate limit analysis of full scale FRP-reinforced masonry buildings through a 3D homogenized fe package", *Composite Structures*, **92**(4), pp. 918-935 (2010).
12. Milani, G. "Simple homogenization model for the non-linear analysis of in-plane loaded masonry walls", *Computers and Structures*, **89**(17-18), pp. 1586-1601 (2011).
13. Gabor, A., Ferrier, E., Jacquelin, E. and Hamelin, P. "Analysis and modeling of the in-plane shear behavior of hollow brick masonry panels", *Construction and Building Materials*, **20**(5), pp. 308-321 (2006).
14. Lopez, J., Oller, S., Onate, E. and Lubliner, J. "A homogeneous constitutive model for masonry", *Int. J. Meth. Engng.*, **46**(10), pp. 1651-1671 (1999).
15. Park, J., Towashiraporn, P., Craig, J.I. and Goodno, B.J. "Seismic fragility analysis of low-rise reinforced masonry structures", *Engineering Structures*, **31**(1), pp.125-137 (2009).
16. Rotta, M., Penna, A. and Magenes, G. "A methodology for deriving analytical fragility curves for masonry buildings based on stochastic nonlinear analyses", *Engineering Structures*, **32**(5), pp. 1312-1323 (2010).
17. Sadrnezhad, S.A. "Numerical evaluation of non-homogeneity and anisotropy due to joints in rock media", *International Journal of Civil Engineering*, **4**(2), pp. 120-135 (2006).
18. Drougas, A., Roca, P. and Molins, C. "Non-linear micro-mechanical analysis of masonry periodic unit cells", *International Journal of Solids and Structures*, **80**, pp. 193-211 (2015).
19. Akhaveissy, A.H. "Lateral strength force of URM structures based on a constitutive model for interface element", *Latin American Journal of Solids and Structures*, **8**(4), pp. 445-461 (2011).
20. Lourenco, P.B. "Computational strategies for masonry structures", Thesis Delft University of Technology, Delft University Press (1996).
21. Ghadrdan, M., Sadrnejad, S.A. and Shaghaghi, T. "Numerical evaluation of geomaterials behavior upon multi-plane damage model", *Computers and Geotechnics*, **68**, pp. 1-7 (2015).
22. Akhaveissy, A.H and Desai, C.S. "Application of the DSC model for nonlinear analysis of reinforced concrete frames", *Finite Elements in Analysis and Design*, **50**, pp. 98-107 (2012).
23. Akhaveissy, A.H. and Milani, G. "A numerical model for the analysis of masonry walls in-Plane loaded and strengthed with steel bars", *International Journal of Mechanical Sciences*, **72**, pp. 13-27 (2013).
24. Galavi, V., "A multilaminate model for structured clay incorporating inherent anisotropy and strin softening", PhD Thesis, TU Graz, Austria (2007).
25. Shariq, M., Abbas, H., Irtaza, H. and Qamaruddin, M. "Influence of openings on seismic performance of masonry building walls", *Building and Environment*, **43**(7), pp. 1232-1240 (2008).
26. Paquette, J. and Bruneau, M. "Pseudo-dynamic testing of unreinforced masonry building with flexible diaphragm", *13th World Conference on Earthquake Engineering Vancouver, B.C.*, Canada, Paper 2609 (2004).
27. Paquette, J. and Bruneau, M. "Pseudo-dynamic testing of unreinforced masonry building with flexible diaphragm and comparison with existing procedures", *Construction and Building Materials*, **20**(4), pp. 220-228 (2006).