

الگوریتم ترکیبی فراابتکاری برای طراحی بهینه‌ی سازه‌های اسکلت فلزی

وحیدرضا کلات جاری (دانشیار)

محمدحسین طالب‌پور* (استادیار)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود

مهندسی عمران شریف، تابستان ۱۳۹۷ (۵۷-۳۵)
دوری ۲ - ۳۴، شماره‌ی ۲/۲، ص. ۵۷-۳۵

در نوشتار حاضر، با الهام از شیوه‌ی جست‌وجوی الگوریتم‌های فراابتکاری مختلف از قبیل PSO، CSS، GA، HS الگوریتم ترکیبی نوینی پیشنهاد شده است. در الگوریتم مذکور هر طرح در فضای طراحی به عنوان یک نقطه در فضای کاوش لحاظ می‌شود. مجموعه‌ی نقاط در کنار یکدیگر، جمعیت را تشکیل می‌دهند. براساس روش پیشنهادی، هر نقطه از جمعیت با حرکت به سوی نقاط منتخب جمعیت حاضر، مرکز هندسی نقاط منتخب و نیز مرکز هندسی کلیه‌ی نقاط جمعیت حاضر در موقعیت جدید قرار می‌گیرند. در حرکت هر نقطه، میزان جابه‌جایی گذشته نیز به عنوان عاملی مستقل در نظر گرفته می‌شود. بدین ترتیب براساس شیوه‌ی حرکت نقاط در الگوریتم پیشنهادی و نیز اهداف حرکت هر نقطه، موقعیتی مناسب‌تر در فضای کاوش برای نقاط متحرک کسب می‌شود. با حرکت کلیه‌ی نقاط، جمعیت جدید که نقاط شایسته‌تری نسبت به جمعیت گذشته دارند، شکل می‌گیرد. برای ارزیابی کارایی الگوریتم پیشنهادی از مثال‌های رایج سازه‌های اسکلتی استفاده شده است. نتایج حاکی از کارایی مناسب روش پیشنهادی در نیل به نقطه‌ی بهینه است.

واژگان کلیدی: بهینه‌یابی، سازه‌های اسکلتی، الگوریتم‌های فراابتکاری، الگوریتم ترکیبی.

v.kalatjari@gmail.com
m.h.talebpour@du.ac.ir

۱. مقدمه

امروزه دنیای علم با سرعت شگرفی رو به پیشرفت است و در این مسیر، ابداعات و اکتشاف‌ها نقش بسیار مهمی را ایفا می‌کنند، اما همواره تلاش‌های علمی بر پایه‌ی استفاده‌ی بهینه از امکانات پی‌ریزی شده است. این مسئله سبب بروز فرایند بهینه‌یابی در بیشتر علوم و فعالیت‌های علمی بشر شده است. کمبود فضا و امکانات، کمبود منابع انرژی، محدودیت‌های مصالح و مواد خام، سیطره‌ی اقتصاد در علوم مختلف و نیز ذات تکامل‌گرایی انسان سبب افزایش اهمیت و تخصیص جایگاه ویژه‌ی علم بهینه‌یابی در علوم مختلف شده است. فرایند بهینه‌یابی در هر علمی باید منجر به بهترین طرح به ازاء محدودیت‌های موجود شود. در این راستا، عواملی از قبیل: تعداد متغیرهای طراحی، بزرگی فضای جست‌وجو و قیود کنترل‌کننده‌ی طرح از جمله عوامل بازدارنده برای نیل به نقطه‌ی بهینه در محدوده‌ی زمانی قابل قبول هستند. این مسئله سبب شده است تا پژوهشگران مختلف، روش‌های گوناگونی را برای فرایند بهینه‌یابی ارائه دهند. بدین منظور دو دسته‌ی کلی و رایج برای طراحی بهینه وجود دارد: دسته‌ی اول، براساس روش‌های قطعی و یا به تعبیر صحیح‌تر روش‌های ریاضی است که با نام روش‌های کلاسیک شناخته می‌شود؛ دسته‌ی دوم، براساس روش‌های هوشمند

تصادفی است که از تئوری احتمالات و نیز پدیده‌های طبیعی بهره می‌گیرد. روش‌های مذکور در ادبیات بهینه‌یابی با عنوان روش‌های فراابتکاری معرفی می‌شوند. در چند دهه‌ی اخیر، روش‌های فراابتکاری به‌طور چشم‌گیری توسعه یافته‌اند. بیشتر روش‌های فراابتکاری، بر پایه‌ی الهام از فرایندهای طبیعی شکل می‌گیرند و کل فضای طراحی را به صورت نقطه به نقطه بررسی می‌کنند و می‌توانند بدون هرگونه محدودیت در نوع متغیرهای طراحی، فضای طراحی یا قیود، فرایند جست‌وجو را انجام دهند. این خواص سبب شده است تا روش‌های فراابتکاری جایگاه ویژه‌ی در حل مسائل بهینه‌یابی یابند.^[۱]

ایده‌ی اصلی روش‌های فراابتکاری نخستین بار در سال ۱۹۶۶ با الگوریتم راهبردی تکاملی مطرح شد.^[۲] سپس در سال ۱۹۷۵ در دانشگاه میشیگان، نظریه‌ی بهینه‌یابی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک بر پایه‌ی ساختار ژن‌ها و کروموزوم‌ها مطرح شد.^[۳] سال‌های بعد نظریه‌ی مذکور توسط برخی دیگر از پژوهشگران توسعه یافت و در سال ۱۹۸۹ الگوریتم ژنتیک فعلی ارائه شد.^[۴] در سال ۱۹۸۳، براساس الگوریتم محاسباتی متروپلیس،^[۵] که بر پایه‌ی نظریه‌ی سرد شدن تدریجی استوار بود، یک روش بهینه‌یابی با نام شبیه‌سازی بازپخت ارائه شد.^[۶] سپس در سال ۱۹۸۶، روش بهینه‌یابی جست‌وجوی ممنوعه مطرح شد.^[۷] همچنین در سال ۱۹۹۱، روش بهینه‌یابی بر پایه‌ی زندگی دسته‌جمعی مورچگان ارائه شد.^[۸] در سال ۱۹۹۵، نیز با

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۵/۴/۵، اصلاحیه ۱۳۹۵/۷/۱۴، پذیرش ۱۳۹۵/۸/۴.

DOI:10.24200/J30.2018.1369

۲. بهینه‌یابی براساس الگوریتم ترکیباتی پیشنهادی

۱.۲. مفاهیم پایه

الگوریتم‌های فراابتکاری، روش‌های هوشمندی هستند که بر پایه‌ی فرایند جست‌وجوی تصادفی و تئوری احتمالات و با الهام از فرایندهای تکاملی محیط پیرامون در زمینه‌های مختلف شکل گرفته‌اند. در چند دهه‌ی اخیر، استفاده از روش‌های فرا ابتکاری به سبب بی‌نیازی به مشتقات تابع هدف و قیود، محاسبه‌های سنگین ریاضی و عوامل دیگر گسترش زیادی یافته است. در این راستا، الگوریتم‌های متعددی با الهام از فرایندهای طبیعی و تکاملی توسط پژوهشگران مختلف ارائه شده است. الگوریتم ژنتیک، جست‌وجوی ممنوعه (TS)^۷، کلونی مورچگان (ACO)^۸، اجتماع ذرات (PSO)، الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت (SA)^۹، جست‌وجوی هارمونی (HS) و جست‌وجوی ذرات باردار (CSS) از جمله الگوریتم‌های فراابتکاری مشهور در علم بهینه‌یابی سازه‌ها هستند. این روش‌ها با ترکیب قوانین طبیعی و احتمالات تصادفی در طبیعت، فرایند جست‌وجو را در پیش گرفته و با تولید طرح‌های ارتقاء یافته‌ی متعدد، فضای طراحی را کاوش می‌کنند. به بیان دیگر، روش‌های فراابتکاری فضای کاوش را به صورت نقطه به نقطه جست‌وجو می‌کنند و در سیر فرایند بهینه‌یابی با پیروی از منطق الگوریتم به سوی نقطه‌ی جست‌وجو می‌کنند و در سیر فرایند بهینه‌یابی با متفاوت بوده و هر یک با الهام از رفتارهای تکاملی محیط پیرامون شکل گرفته است. اما نکته‌ی حائز اهمیت و مشترک بین تمامی الگوریتم‌های فراابتکاری، پی‌ریزی فرایند جست‌وجو براساس دو اصل تنوع و تشدید است. به بیان دیگر، هر یک از الگوریتم‌های فراابتکاری، براساس شیوه‌ی جست‌وجوی منحصر به فرد، فضای کاوش را مبتنی بر اصول تنوع و تشدید جست‌وجو می‌کنند. بدین منظور هر الگوریتم باید ضمن جست‌وجوی کل فضای طراحی، همسایگی طرح‌های مستعد را نیز کاوش کند. بنابراین کسب جواب‌های متنوع و طرح‌های مناسب، نیازمند راهکارهایی در راستای جست‌وجوی کل فضای طراحی است. چنین راهکارهایی بر طبق اصول تنوع تعریف و سپس فرایند جست‌وجوی سراسری فضای طراحی در پیش گرفته می‌شود. از سوی دیگر، شیوه‌ی جست‌وجوی هر الگوریتم نیز باید به نحوی باشد که امکان جست‌وجوی اطراف جواب‌های مناسب و شایسته وجود داشته باشد. راهکارهای مذکور در راستای پوشش اصل تشدید، بیان و ارائه می‌شوند و براساس آن‌ها، همسایگی طرح‌های مستعد و مناسب به صورت محلی و موضعی کاوش می‌شوند.^[۱۷-۲۰]

نکته‌ی حائز اهمیت در هر الگوریتم فراابتکاری، ایجاد توازن منطقی و مناسب بین راهکارهای اصول تنوع و تشدید در فرایند بهینه‌یابی است. بدین منظور هر الگوریتم با الهام از فرایندهای تکاملی، روندی را برای اجرای عملیات بهینه‌یابی ارائه و با پیشنهاد روابط و راهکارهای مختلف، براساس اصول تنوع و تشدید، فضای طراحی را جست‌وجو می‌کند. این مهم با بررسی الگوریتم‌های فراابتکاری مختلف، مانند: الگوریتم ژنتیک، الگوریتم جست‌وجوی ممنوعه، الگوریتم شبیه‌سازی بازپخت، الگوریتم اجتماع ذرات، روش جست‌وجوی هارمونی و روش جست‌وجوی ذرات باردار مشاهده شده است.^[۱۷-۲۰]

در نوشتار حاضر، با توجه به تجربیات بررسی الگوریتم‌های مذکور و دقت در شیوه‌ی هر الگوریتم برای ارائه‌ی راهکارهایی در زمینه‌ی اصول تنوع و تشدید،^[۱۷-۲۰] الگوریتم ترکیبی نوینی ارائه و پیشنهاد شده است. در روش مذکور، فضای کاوش توسط نقاط متحرک جست‌وجو می‌شود. هر طرح در فضای طراحی بیانگر نقطه‌یابی در فضای کاوش است و مجموعه‌ی نقاط، جمعیت را تشکیل می‌دهند. نقاط متحرک با حرکت و جابه‌جایی در فضای کاوش، سبب ایجاد فرایند تکاملی برای

الهام از نظریه‌ی اجتماع پرندگان و ماهی‌ها، روش PSO^۱ ارائه شد.^[۹] همچنین در سال ۲۰۰۱، روش جست‌وجوی هارمونی براساس هماهنگی گروه موسیقی ارائه شد.^[۱۱] در سال ۲۰۰۶ نیز روش بیگ بیگ مطرح شد.^[۱۱] در سال ۲۰۰۹، نیز براساس قوانین فیزیک، روش جست‌وجوی گرانشی ارائه شد.^[۱۲] روش جست‌وجوی ذرات باردار در بهینه‌یابی سازه‌ها هم بر پایه‌ی قوانین فیزیک و قوانین نیوتن در سال ۲۰۱۰ مطرح شد.^[۱۳] روش بهینه‌یابی براساس رفتار پروتو نور در گذر از اجسام مختلف نیز در سال ۲۰۱۲ ارائه شد.^[۱۴] همچنین در سال ۲۰۱۴، روش CBO^۲ با الهام از نظریه‌ی برخورد اجسام در علم دینامیک ارائه شد.^[۱۵] روش بهینه‌یابی ALO^۳ نیز در سال ۲۰۱۵ ارائه شده است.^[۱۶]

در نوشتار حاضر سعی شده است تا با الهام از شیوه‌ی جست‌وجوی الگوریتم‌های فراابتکاری مختلف، به خصوص الگوریتم ژنتیک (GA)^۴، الگوریتم جست‌وجوی هارمونی (HS)^۵، روش جست‌وجوی ذرات باردار (CSS)^۶، روش جست‌وجوی اجتماع ذرات (PSO)، الگوریتم ترکیبی نوینی ارائه شود. بدین منظور با بررسی هر یک از الگوریتم‌های فراابتکاری ذکر شده و نیز دقت در شیوه‌ی جست‌وجوی فضای کاوش توسط هر الگوریتم،^[۱۷-۲۰] روش ترکیبی فراابتکاری جدیدی پیشنهاد شده است که در آن فضای کاوش توسط یک سری نقاط متحرک جست‌وجو می‌شود. بر این اساس در الگوریتم پیشنهادی، هر طرح بیانگر نقطه‌یابی در فضای کاوش و مجموعه‌ی نقاط بیانگر یک جمعیت هستند. نقاط در هر تکرار براساس عوامل مربوط به جمعیت حاضر، در فضای طراحی حرکت می‌کنند و بدین ترتیب جمعیت جدید با شایستگی بیشتر نسبت به جمعیت پیشین ارائه می‌شود. مرکز هندسی کلیه‌ی نقاط، مرکز هندسی نقاط منتخب، و موقعیت نقاط منتخب برای جمعیت حاضر از عوامل مؤثر در موقعیت نهایی نقاط برای تشکیل جمعیت بعدی هستند. در این راستا، میانگین میزان کیفیت نقاط جمعیت حاضر و میانگین مقدار کیفیت مجموعه‌ی نقاط منتخب، و نیز میزان کیفیت هر یک از نقاط منتخب در مقدار جابه‌جایی نقاط مؤثر هستند. از دیگر عوامل مؤثر در موقعیت نهایی نقاط برای هر جمعیت، میزان تغییرات حرکت پیشین هر نقطه است. بدین ترتیب مجموعه‌ی نقاط با حرکت در فضای کاوش براساس عوامل مذکور، جمعیتی جدید و شایسته‌تر نسبت به جمعیت پیشین ارائه می‌دهند. این فرایند تا برقراری شرط خاتمه ادامه می‌یابد و بدین‌سان طرح بهینه در فرایندی تکاملی حاصل می‌شود.

برای بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی از مثال‌های بهینه‌یابی سازه‌های اسکلتی با فضاهای طراحی متفاوت استفاده شده است. بدین منظور برای نشان دادن کارآمدی شیوه‌ی بهینه‌یابی براساس الگوریتم پیشنهادی، هر مثال ۴۰ بار به ازاء مقادیر مختلف برای پارامترهای اولیه ارزیابی شده است. سپس میانگین سیر هم‌گرایی ۴۰ اجرای متوالی فرایند بهینه‌یابی با سیر هم‌گرایی بهترین اجرا مقایسه شده است. نتایج حاکی از انطباق تقریبی دو سیر هم‌گرایی مذکور با هم دارد. این مهم دلالت بر ثبات و پایداری الگوریتم در اجراهای مختلف به ازاء مقادیر گوناگون برای پارامترهای اولیه دارد و بیانگر آن است که روند بهینه‌یابی، سیر تصادفی ندارد و الگوریتم پیشنهادی به صورت هوشمند فضای طراحی را جست‌وجو می‌کند. از دیگر تمهیدات برای بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی، مقایسه‌ی میانگین مقادیر طرح بهینه در ۴۰ اجرای متوالی با مقدار بهترین نتیجه برای طرح بهینه‌ی حاصل از روش پیشنهادی است. بررسی‌های انجام شده، بیانگر نزدیکی دو مقدار با یکدیگر است. این مقایسه نیز بیانگر ثبات و پایداری در شیوه‌ی بهینه‌یابی و یافتن طرح بهینه‌ی مناسب براساس الگوریتم پیشنهادی است.

با محاسبه‌ی تابع هدف برای هر طرح، باید معیاری برای شایستگی طرح‌های مختلف تعریف کرد. بدین منظور در مسائل بهینه‌یابی نامقید، تابع هدف اصلاح شده که تأثیر نقض قیود را براساس تابع جریمه در نظر می‌گیرد، به شرح رابطه‌ی ۲ تعریف می‌شود: [۱۷-۲۰]

$$\varphi(X) = W(X) \left(1 + K \left(\sum_{i=1}^{nlc} \sum_{q=1}^Q \max(0, G_q) \right) \right) \quad (2)$$

که در آن، $\varphi(X)$ تابع هدف اصلاح شده، G_q میزان نقض سازه در ارتباط با هر یک از قیود و Q تعداد کل قیود حاکم بر مسئله است. nlc تعداد ترکیب‌های بارگذاری و K ثابت جریمه است که برابر 10^6 در نظر گرفته شده است. براساس رابطه‌ی ۲، می‌توان شایستگی هر طرح را ارزیابی کرد. هر طرحی که قیود مسئله را بیشتر نقض کند، مقدار تابع $\varphi(X)$ متناظر با آن بیشتر و در نتیجه شایستگی کمتری دارد و هر طرحی که $\varphi(X)$ کمتری داشته باشد، شایستگی بیشتری خواهد داشت. بدین ترتیب طرح‌هایی با $\varphi(X)$ کوچک‌تر به عنوان طرح‌های شایسته‌تر در نظر گرفته می‌شوند. بر این اساس اعضاء جمعیت طبق شایستگی مرتب می‌شوند. برای این منظور شایسته‌ترین طرح، رتبه‌ی ۱ و ناشایسته‌ترین طرح در جایگاه NP قرار می‌گیرد. NP تعداد طرح‌های موجود در جمعیت است که معادل تعداد نقاط متحرک در فضای جست‌وجو است که برای کلیه‌ی مثال‌ها برابر 2^0 در نظر گرفته شده است.

پس از مرتب‌سازی اعضاء جمعیت، هر طرح براساس روابط پیشنهادی در فضای طراحی جابه‌جا می‌شود. بدین منظور موقعیت جدید هر نقطه به صورت رابطه‌ی ۳ تعیین می‌شود:

$$X_{new}^k = X_{old}^k + \Delta X_{new}^k \quad k = 1, \dots, NP \quad (3)$$

که در آن، X_{old}^k و X_{new}^k به ترتیب بیانگر k امین طرح در جمعیت حاضر (موقعیت فعلی طرح) و جمعیت جدید هستند. ΔX_{new}^k نیز مقدار جابه‌جایی k امین طرح در فضای طراحی برای جمعیت حاضر است، که براساس رابطه‌ی ۴ محاسبه و ارزیابی می‌شود:

$$\Delta X_{new}^k = r_0 \Delta X_{old}^k + Term1 + Term2 + Term3 \quad (4)$$

که در آن، ΔX_{old}^k میزان تغییرات و جابه‌جایی k امین طرح (نقطه) در تکرار قبلی است. لازم به ذکر است که مقدار ΔX_{old}^k در اولین تکرار برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. از سوی دیگر، r_0 ضریب کاهشدهنده‌ی است که براساس رابطه‌ی ۵ به صورت خطی و نزولی تعریف می‌شود:

$$r_0 = 1 - \rho \left(\frac{iter}{iter_{max}} \right) \quad (5)$$

که در آن، $iter$ و $iter_{max}$ به ترتیب بیانگر شماره‌ی تکرار و تعداد کل تکرارها در فرایند بهینه‌یابی هستند. بدین ترتیب مقدار r_0 در کل فرایند بهینه‌یابی به صورت خطی و نزولی بین مقادیر ۱ تا ۰٫۱ تغییر می‌کند. این تدبیر سبب می‌شود تا روش پیشنهادی در تکرارهای ابتدایی از فرایند بهینه‌یابی، به سمت نقطه‌ی بهینه سریع‌تر حرکت و نقاط متنوعی را تولید کند. بنابراین در تکرارهای ابتدایی، مفاهیم اصل تنوع در فرایند بهینه‌یابی بیشتر مشاهده می‌شود. از سوی دیگر، در تکرارهای آخر به سبب کاهش مقدار ضریب r_0 الگوریتم پیشنهادی با پیروی از اصل تشدید، همسایگی طرح‌های شایسته را دقیق‌تر جست‌وجو می‌کند.

در رابطه‌ی ۴، توابع $Term1$ ، $Term2$ و $Term3$ دلالت بر ۳ عامل اصلی برای تشکیل جمعیت‌های جدید، که در بخش ۱.۲ شرح داده شد، دارند. بر این

جمعیت‌های پی‌درپی می‌شوند و به سوی نقطه‌ی بهینه حرکت می‌کنند. حرکت و جابه‌جایی نقاط در فضای کاوش، همواره براساس عوامل و ویژگی‌های جمعیت قبلی پی‌ریزی می‌شود. برای این منظور، اولین جمعیت مشابه دیگر الگوریتم‌های فراابتکاری به صورت تصادفی تولید می‌شود. سپس جمعیت‌های بعدی به صورت پی‌درپی براساس ویژگی‌های جمعیت پیشین به امید شکل‌گیری طرح‌های شایسته شکل می‌گیرند. برای این منظور موقعیت نقاط هر جمعیت براساس مرکز هندسی نقاط جمعیت قبل، مرکز هندسی نقاط منتخب جمعیت پیشین و موقعیت نقاط منتخب جمعیت قبل مشخص می‌شود. بدین ترتیب نقاط هر جمعیت با حرکت در فضای طراحی به سوی مرکز کلیه‌ی نقاط، مرکز نقاط منتخب و نیز موقعیت نقاط منتخب جمعیت حاضر، جمعیت جدید را تشکیل می‌دهند. در این راستا میانگین میزان کیفیت نقاط جمعیت حاضر و میانگین مقدار کیفیت مجموعه‌ی نقاط منتخب و نیز میزان کیفیت هر یک از نقاط منتخب در میزان جابه‌جایی نقاط متحرک مؤثر هستند. از دیگر عوامل مهم در شکل‌گیری موقعیت نقاط جمعیت جدید، میزان تغییرات و جابه‌جایی هر نقطه در جمعیت قبل است که به صورت عاملی مستقل در رسیدن به موقعیت جدید هر نقطه مؤثر است. به بیان دیگر، مقدار جابه‌جایی هر نقطه در شکل‌گیری جمعیت پیشین به صورت مستقل در موقعیت جدید هر نقطه لحاظ می‌شود. بدین ترتیب هر نقطه در هر جمعیت در موقعیت فعلی براساس ۳ عامل مطرح مذکور در جمعیت قبل و نیز تغییرات حرکت پیشین، در فضای کاوش جابه‌جا می‌شود و در نهایت، جمعیت جدید با حرکت تمامی نقاط شکل می‌گیرد. براساس روش مذکور، فرایند بهینه‌یابی به صورت تکاملی و شیوه‌ی مبتنی بر جست‌وجوی تصادفی هوشمند هدایت می‌شود.

همان‌طور که ملاحظه شد، فرایند الگوریتم پیشنهادی با روندی تکاملی برای جمعیت‌های پی‌درپی مشابه الگوریتم ژنتیک است که این مهم براساس ویژگی‌های هر جمعیت صورت می‌پذیرد. از سوی دیگر، حرکت نقاط در فضای کاوش مشابه فرایند بهینه‌یابی براساس روش اجتماع ذرات و روش جست‌وجوی ذرات باردار است. روش جست‌وجوی هارمونی نیز که از الگوریتم‌های قدرتمند با راهکارهای اصل تشدید است، برای جست‌وجوی محلی الگوریتم پیشنهادی انتخاب شده است. این مهم با استفاده از قوانین HS در تشکیل هارمونی جدید برآورده می‌شود.

۲.۲. فرمول‌بندی مسئله‌ی بهینه‌یابی براساس الگوریتم پیشنهادی

در الگوریتم پیشنهادی، ابتدا جمعیت اولیه به صورت تصادفی و براساس محدوده‌ی متغیرهای طراحی تولید می‌شود. سپس جمعیت اولیه براساس شایستگی از بهترین تا بدترین طرح مرتب خواهد شد. بدین منظور باید مقدار تابع هدف برای هر طرح تعیین شود. در مسائل بهینه‌یابی وزن سازه‌ها $W(X)$ ، تابع هدف به شرح رابطه‌ی ۱ تعریف می‌شود:

$$W(X) = \sum_{i=1}^{Ne} \rho x_i L_i \quad (1)$$

که در آن، مقادیر x_i بیانگر مقدار سطح مقطع i امین عضو از سازه است. بنابراین X بردار سطح مقطع اعضاست که به صورت $X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ تعریف شده و بیانگر نقطه‌ی در فضای طراحی n بعدی است. از سوی دیگر، در رابطه‌ی مذکور Ne تعداد اعضاء سازه و ρ وزن مخصوص مصالح است. L_i نیز طول عضو i ام از سازه‌ی موردنظر است.

که در آن، Ncp بیانگر تعداد نقاط مجموعه منتخب (طرح‌هایی با شایستگی مناسب) در جمعیت حاضر است. در رابطه‌ی ۱۰،

$$X^{Avg-cp} = [x_1^{Avg-cp}, x_2^{Avg-cp}, \dots, x_n^{Avg-cp}]$$

بیانگر موقعیت مرکز نقاط منتخب است که با استفاده از رابطه‌ی ۱۲ تعیین می‌شود: [۲۲]

$$x_i^{Avg-cp} = \frac{1}{Ncp} \sum_{j=1}^{Ncp} x_j \quad i = 1, \dots, n \quad (12)$$

نکته‌ی حائز اهمیت در محاسبه‌ی $Term2$ ، تعیین مجموعه‌ی نقاط منتخب و یا به تعبیر صحیح‌تر در فرایند بهینه‌یابی، تعیین مجموعه‌ی بی از طرح‌های شایسته در هر جمعیت است. برای این منظور معیاری با عنوان شایستگی استاندارد براساس رابطه‌ی ۱۳ تعریف می‌شود: [۲۲]

$$\varphi_{Sf} = \varphi_{Avg} + \lambda \sqrt{\left(\frac{1}{(NP+1)} \sum_{j=1}^{NP} (\varphi_j - \varphi_{Avg})^2 \right)} \quad (13)$$

که در آن، φ_{Sf} شایستگی استاندارد است. λ نیز ضریب استانداردسازی شایستگی است که در ابتدای فرایند بهینه‌یابی مشخص می‌شود. اتخاذ مقادیر λ کوچک، سبب هم‌گرایی زودرس الگوریتم خواهد شد. بر این اساس الگوریتم فرصت کافی برای جست‌وجوی فضای طراحی ندارد و در بهینه‌ی محلی گرفتار می‌شود. از سوی دیگر، اتخاذ مقادیر بزرگ برای λ نیز توصیه نمی‌شود، چرا که بدین ترتیب الگوریتم به سوی جست‌وجوی تصادفی هدایت می‌شود. بنابراین انتخاب مقدار صحیح λ از مسائل مهم در الگوریتم پیشنهادی است و معیارهای اصل تنوع را کنترل می‌کند. با بررسی‌های انجام‌شده توصیه می‌شود که در مسائل بهینه‌یابی سازه‌ها، مقدار λ در محدوده‌ی ۰/۵ تا ۱ در نظر گرفته شود.

با محاسبه‌ی φ_{Sf} می‌توان مجموعه‌ی نقاط منتخب را تشکیل و پارامتر Ncp را مشخص کرد. بر این اساس طرح‌هایی که تابع هدف اصلاح‌شده‌ی کمتری از مقدار φ_{Sf} داشته باشند، در مجموعه‌ی نقاط منتخب دسته‌بندی می‌شوند. بدین ترتیب با تشکیل مجموعه‌ی نقاط منتخب، مقادیر X_{Avg-cp} و φ_{Avg-cp} براساس روابط ۱۱ و ۱۲ قابل محاسبه است.

پس از محاسبه‌ی مقدار $Term2$ ، باید برای تعیین میزان جابه‌جایی هر طرح، مقدار $Term3$ نیز محاسبه شود. $Term3$ بیانگر حرکت هر طرح در فضای طراحی به سوی موقعیت هر یک از نقاط منتخب در جمعیت حاضر است، تا بدین سان طرحی با شایستگی بیشتر برای جمعیت جدید حاصل شود. برای این منظور مقدار $Term3$ برای هر طرح به شرح رابطه‌ی ۱۴ تعیین می‌شود:

$$Term3 = r_2 \sum_{j=1}^{Ncp} \left[\frac{\varphi_1}{\varphi_j} (X^j - X_{old}^k) \right] \quad (14)$$

که در آن، r_2 ضریبی است که در میزان حرکت به سوی موقعیت نقاط منتخب مؤثر است. این پارامتر به صورت صعودی در کل فرایند بهینه‌یابی طبق رابطه‌ی ۱۵ افزایش می‌یابد. براساس رابطه‌ی ۱۵، کمترین مقدار r_2 در ابتدای عملیات بهینه‌یابی ۰/۱ و بیشترین مقدار آن برابر ۱ در پایان فرایند بهینه‌یابی است. اتخاذ شیوه‌ی صعودی برای r_2 ، سبب افزایش تدریجی تأثیر $Term3$ در فرایند بهینه‌یابی می‌شود. رفتار صعودی $Term3$ نیز سبب می‌شود تا الگوریتم در تکرارهای نهایی از گرفتاری در بهینه‌ی محلی رهایی یابد. به بیان دیگر می‌توان ادعان داشت که وجود $Term3$

اساس $Term1$ سبب حرکت هر نقطه (طرح) به سوی مرکز نقاط جمعیت حاضر می‌شود. بنابراین باید مرکز هر جمعیت تعیین شود. لذا نقطه‌ی مرکز جمعیت حاضر یعنی موقعیت $X^{Avg} = [x_1^{Avg}, x_2^{Avg}, \dots, x_n^{Avg}]$ براساس رابطه‌ی ۶ مشخص می‌شود:

$$x_i^{Avg} = \frac{1}{NP} \sum_{j=1}^{NP} x_j \quad i = 1, \dots, n \quad (6)$$

با محاسبه‌ی X^{Avg} ، مقدار $Term1$ برای هر طرح به شرح رابطه‌ی ۷ محاسبه خواهد شد:

$$Term1 = r_1 \text{rand}1 \left[\frac{\varphi_1}{\varphi_{Avg}} (X^{Avg} - X_{old}^k) \right] \quad (7)$$

که براساس آن، هر نقطه (طرح) در جمعیت جدید به مقدار $Term1$ به سوی مرکز کلیه نقاط جمعیت قبل حرکت می‌کند. در رابطه‌ی ۷، $\text{rand}1$ بیانگر عددی تصادفی و یکنواخت در محدوده‌ی صفر تا ۱ است. φ_1 بیانگر مقدار تابع هدف اصلاح‌شده‌ی بهترین طرح در جمعیت حاضر (اولین طرح در هر جمعیت) است. پارامتر r_1 نیز ضریبی است که در حرکت هر نقطه به سوی مرکز نقاط جمعیت مؤثر است. برای ایجاد آهنگ پایدار در رسیدن به طرح بهینه، ضریب r_1 در طی فرایند بهینه‌یابی به صورت خطی و نزولی به شرح رابطه‌ی ۸ تعریف می‌شود، که براساس آن بیشترین مقدار r_1 در ابتدای عملیات بهینه‌یابی با مقدار ۱ و کمترین مقدار آن برابر ۰/۱ در پایان فرایند بهینه‌یابی است. بدین ترتیب در ابتدا مقادیر $Term1$ بیشتر است و این مهم سبب افزایش تولید نقاط متنوع در کل فضای طراحی خواهد شد. بدین ترتیب اصل تنوع در ابتدای فرایند بهینه‌یابی حاکم است. از سوی دیگر، طی فرایند بهینه‌یابی، مقادیر $Term1$ به آهستگی کوچک می‌شود. این مهم سبب افزایش اصل تشدید و کاهش مفاهیم اصل تنوع در انتهای فرایند بهینه‌یابی خواهد شد. لذا در انتهای فرایند بهینه‌یابی، همسایگی طرح‌های مستعد کاهش خواهد شد:

$$r_1 = 1 - 0.9(\text{iter}/\text{iter}_{\max}) \quad (8)$$

در رابطه‌ی ۷، φ_{Avg} میانگین مقادیر تابع هدف اصلاح‌شده‌ی طرح‌های جمعیت حاضر است. این مقدار به صورت رابطه‌ی ۹ محاسبه می‌شود:

$$\varphi_{Avg} = \frac{1}{NP} \sum_{j=1}^{NP} \varphi_j \quad (9)$$

با محاسبه‌ی φ_{Avg} می‌توان مقدار $Term1$ را برای رابطه‌ی ۴ محاسبه کرد. از سوی دیگر، در رابطه‌ی ۴، $Term2$ بیانگر مقدار حرکت هر طرح به سوی مرکز نقاطی با شایستگی بالا از جمعیت قبل است. این نقاط با عنوان نقاط منتخب تعریف می‌شوند. بدین ترتیب مقدار $Term2$ برای هر طرح در جمعیت حاضر به صورت رابطه‌ی ۱۰ محاسبه می‌شود:

$$Term2 = r_1 \text{rand}2 \left[\frac{\varphi_1}{\varphi_{Avg-cp}} (X^{Avg-cp} - X_{old}^k) \right] \quad (10)$$

که در آن، $\text{rand}2$ بیانگر عددی تصادفی و یکنواخت در محدوده‌ی صفر تا ۱ است. φ_{Avg-cp} در رابطه‌ی ۱۰، نیز میانگین مقادیر تابع هدف اصلاح‌شده‌ی طرح‌های متناظر با نقاط منتخب در جمعیت حاضر است. این مقدار در فرایند بهینه‌یابی مطابق رابطه‌ی ۱۱ محاسبه می‌شود:

$$\varphi_{Avg-cp} = \frac{1}{Ncp} \sum_{j=1}^{Ncp} \varphi_j \quad (11)$$

به ازاء هر طرح در مجموعه نقاط منتخب، عدد تصادفی یکنواختی در محدوده صفر تا ۱ تولید می‌شود. اگر عدد تولیدی از مقدار تابع رابطه‌ی ۱۷ بیشتر باشد، نقطه‌ی (طرح) موردنظر همانند سایر اعضا جمعیت براساس رابطه‌ی ۱۶ در فضای طراحی حرکت می‌کند. در غیر این صورت، نقطه‌ی (طرح) موردنظر بدون هیچ تغییری به جمعیت بعدی منتقل می‌شود:

$$P_j = \frac{(\varphi_{sf} - \varphi_j)}{(\varphi_{sf} - \varphi_1) + \varepsilon} \quad j = 1, \dots, NP \quad (17)$$

که در آن، P_j مقدار احتمال متناظر با هر طرح در مجموعه نقاط منتخب و ε مقداری کوچک برای جلوگیری از صفر شدن مخرج است.

از موارد مهم دیگری که در مسائل بهینه‌یابی سازه‌ها رخ می‌دهد، خروج مقدار هر متغیر طراحی از محدوده مجاز براساس رابطه‌ی ۱۶ است. به بیان دیگر ممکن است براساس رابطه‌ی ۱۶ در ابتدای فرایند بهینه‌یابی، میزان ΔX_{new}^k سبب مقداردهی متغیری خارج از محدوده مجاز شود. این مهم در بیشتر الگوریتم‌های فراابتکاری مشاهده می‌شود که هر یک راهکارهای مختلفی را ارائه می‌دهند. با بررسی‌های انجام شده توصیه می‌شود که در صورت بروز چنین اتفاقی در الگوریتم MP ، متغیر مرتبط براساس روش HS در تولید هارمونی جدید مقداردهی شود. [۲۳] برای این منظور متغیر مرتبط براساس پارامتر α می‌تواند به صورت تصادفی در محدوده مجاز مقداردهی شود و یا براساس مقادیر متناظر موجود در مجموعه منتخب مقداردهی شود. این مرحله با تولید عددی تصادفی در محدوده صفر تا ۱ و مقایسه‌ی آن با مقدار α قابل اجراست. در صورتی که عدد تصادفی از مقدار α بیشتر باشد، متغیر موردنظر به صورت تصادفی در محدوده مجاز مقداردهی می‌شود. اما اگر عدد تصادفی کمتر از α باشد، متغیر مرتبط براساس مقادیر متناظر در مجموعه منتخب مقداردهی می‌شود. در این حالت احتمال کسب مقداری در همسایگی هر یک از مقادیر متناظر در مجموعه منتخب نیز براساس پارامتر β وجود دارد. برای این منظور عدد تصادفی جدیدی در محدوده صفر تا ۱ تولید و با مقدار β مقایسه می‌شود. اگر عدد تصادفی جدید از مقدار β کوچک‌تر باشد، مقدار متغیر مرتبط بدون هیچ تغییری از مقادیر متناظر در مجموعه منتخب مقداردهی می‌شود. اما در غیر این صورت، متغیر مرتبط براساس پارامتر بازه‌ی همسایگی از اطراف مقادیر متناظر در مجموعه منتخب مقداردهی خواهد شد. [۲۰]

مقادیر α و β در ابتدای فرایند بهینه‌یابی توسط کاربر مقداردهی می‌شود. با بررسی‌های انجام شده توصیه می‌شود که مقدار پارامتر مذکور کوچک‌تر از مقدار پارامترهای مشابه در روش HS فرض شود. بنابراین انتخاب مقداری در محدوده ۰/۱ تا ۰/۵ مناسب است. لازم به ذکر است که با بررسی‌های انجام شده، مشخص شد که احتمال خروج متغیر طراحی از محدوده مجاز برای روش پیشنهادی در ابتدای فرایند بهینه‌یابی بیشتر است و این احتمال به صورت نزولی در انتهای فرایند بسیار کم می‌شود. از سوی دیگر، بررسی‌های انجام شده نشان می‌دهد که در الگوریتم پیشنهادی، احتمال خروج مقدار متغیر طراحی از محدوده مجاز در حالت کلی به نسبت سایر الگوریتم‌های فراابتکاری، کمتر اتفاق می‌افتد.

۳. مثال‌های عددی

جهت بررسی عملکرد الگوریتم پیشنهادی چند مثال به این شرح بررسی شده است: در هر مثال برای اجتناب از تأثیر پارامترهای تصادفی و بیان کارایی الگوریتم و تأثیر مقادیر پارامترها در نتایج، ۴۰ اجرای فرایند بهینه‌یابی به صورت مستقل به ازاء مقادیر

در الگوریتم پیشنهادی مشابه فرایند جهش در الگوریتم ژنتیک است:

$$r_2 = 0.1 + 0.9(iter/iter_{max}) \quad (15)$$

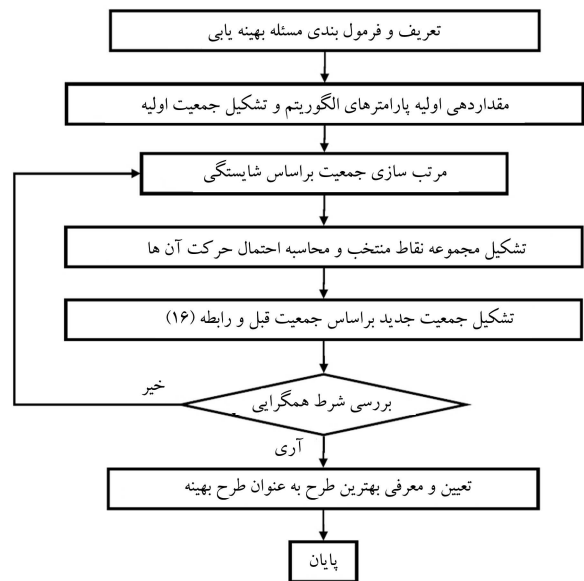
از سوی دیگر، در رابطه‌ی ۱۴، X^j نیز بیانگر موقعیت زامین طرح در فضای طراحی از مجموعه نقاط منتخب است.

با محاسبه‌ی $Term3$ ، مقدار ΔX_{new}^k در رابطه‌ی ۴ به راحتی قابل محاسبه است. با تعیین مقدار ΔX_{new}^k نیز مقدار X_{new}^k بر حسب رابطه‌ی ۳ محاسبه و موقعیت جدید هر طرح در جمعیت جدید مبتنی بر پارامترهای جمعیت قبل مشخص می‌شود. بنابراین در حالت کلی رابطه‌ی حاکم بر الگوریتم پیشنهادی به شرح رابطه‌ی ۱۶ محاسبه می‌شود:

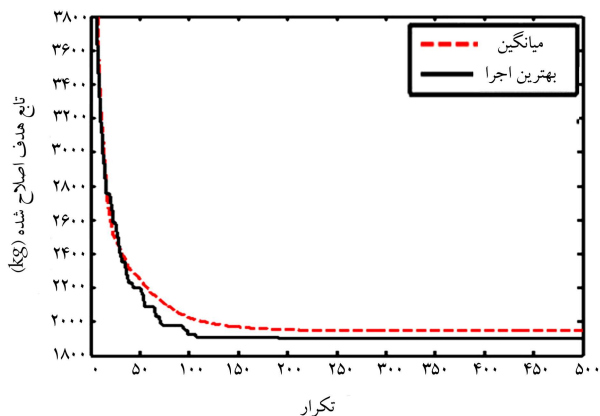
$$X_{new}^k = X_{old}^k + r_2 \Delta X_{old}^k + r_1 \left[\begin{aligned} &rand1 \left[\frac{\varphi_1}{\varphi_{Avg}} (X^{Avg} - X_{old}^k) \right] \\ &+ rand2 \left[\frac{\varphi_1}{\varphi_{Avg} - \varphi_{ep}} (X^{Avg} - \varphi_{ep} - X_{old}^k) \right] \end{aligned} \right] + r_3 \sum_{j=1}^{Ncp} \left[\frac{\varphi_1}{\varphi_j} (X^j - X_{old}^k) \right] \quad k = 1, \dots, NP \quad (16)$$

با محاسبه‌ی X_{new}^k برای تمامی طرح‌های جمعیت حاضر، جمعیت جدید قابل تشکیل است و با تشکیل آن، فرایند بهینه‌یابی تا برقراری شرط خاتمه ادامه می‌یابد. زمانی که شرط خاتمه محقق شود، الگوریتم بهترین طرح را به عنوان طرح بهینه معرفی می‌کند. تعیین تعداد دفعات تکرار مشخص، از ساده‌ترین راه‌حل‌ها برای شرط خاتمه در الگوریتم‌های فراابتکاری است. بدین منظور الگوریتم مراحل تکرار را به تعداد دفعات مشخص انجام و در نهایت بهترین طرح را به عنوان طرح بهینه معرفی می‌کند. شکل ۱، مراحل الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهد.

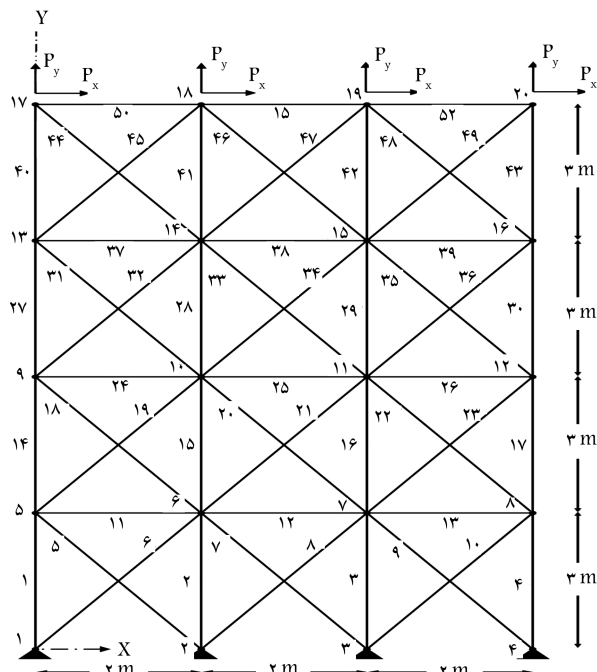
از تهییدات ویژه‌ی که کارایی الگوریتم پیشنهادی را افزایش می‌دهد، اتخاذ فرایند شرطی برای حرکت نقاط منتخب در هر جمعیت است. به عبارت دیگر، با بررسی‌های انجام شده مشخص شد که اگر شرط منطقی برای حرکت نقاط منتخب در هر جمعیت وجود داشته باشد، کارایی الگوریتم افزایش می‌یابد. برای این منظور



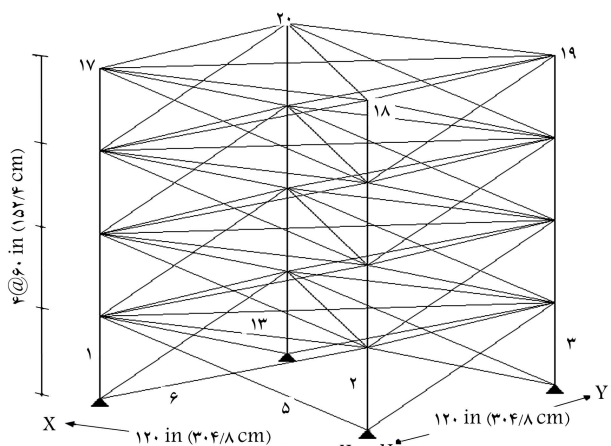
شکل ۱. کلیات مراحل الگوریتم بهینه‌یابی سازه‌ها توسط الگوریتم پیشنهادی.



شکل ۳. سیر هم‌گرایی فرایند بهینه‌یابی برای خرپای ۵۲ میله‌یی.



شکل ۲. خرپای ۵۲ میله‌یی.



شکل ۴. خرپای ۷۲ میله‌یی.

مختلف برای پارامترهای اولیه انجام شده است. سپس سیر هم‌گرایی میانگین برای ۴۰ اجرا رسم و با بهترین سیر هم‌گرایی در بین ۴۰ اجرا مقایسه شده است. همچنین برای آزمودن کارایی الگوریتم، مقدار بهترین طرح بهینه و میانگین طرح‌های بهینه ۴۰ اجرا نیز مقایسه شده است. نزدیکی سیر هم‌گرایی بهترین و سیر هم‌گرایی میانگین و نیز مقادیر بهترین طرح و مقدار میانگین طرح نهایی ۴۰ اجرا، بیانگر ثبات و پایداری الگوریتم در اجراهای مختلف و استقلال نسبت به مقادیر پارامترهای اولیه است و بدین ترتیب می‌توان به اجرای یک بار الگوریتم برای دست‌یابی به طرحی مناسب اعتماد کرد. از سوی دیگر، نتایج مذکور بیانگر عدم تصادفی بودن الگوریتم پیشنهادی در نیل به نقطه‌ی بهینه است.

۱.۳. خرپای ۵۲ میله‌یی

در اولین مثال به ارزیابی خرپای ۵۲ میله‌یی پرداخته شده است. شکل ۲، خرپای مورد نظر را نشان می‌دهد که در آن مقادیر P_x و P_y به ترتیب برابر 10^5 و 20^5 کیلو نیوتن در نظر گرفته شده‌اند. در سازه‌ی مذکور، E و ρ به ترتیب برابر $10^5 MPa$ و $7 \times 10^7 kg/m^3$ و $7860 kg/m^3$ فرض شده است. از سوی دیگر، اعضاء خرپا در ۱۲ گروه دسته‌بندی و فقط قید تنش با محدوده‌ی مجاز $118 \pm MPa$ برای اعضاء خرپا لحاظ شده است. فهرست مقاطع موجود برای طراحی بهینه‌ی خرپای حاضر به شرح جدول ۱ فرض شده است.

پس از انجام فرایند طراحی بهینه براساس الگوریتم پیشنهادی، روند بهینه‌یابی به صورت شکل ۳ حاصل شده است. در شکل مذکور، نمودار میانگین ۴۰ اجرای مستقل و متوالی عملیات بهینه‌یابی براساس الگوریتم پیشنهادی (میانگین) به ازاء مقادیر مختلف برای پارامترهای روش، به همراه بهترین روند برای فرایند بهینه‌یابی در اجراهای متوالی (بهترین اجرا) رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نمودار بهترین حالت و میانگین اجراهای متوالی به یکدیگر نزدیک هستند. این مهم بیانگر عدم تصادفی بودن فرایند بهینه‌یابی براساس الگوریتم پیشنهادی است و ثبات

و پایداری الگوریتم را در اجراهای مختلف نشان می‌دهد. بدین ترتیب با یک بار اجرای الگوریتم پیشنهادی می‌توان به طرحی مناسب و قابل قبول دست یافت.

جدول ۲، بهترین طرح حاصل براساس الگوریتم پیشنهادی را در قیاس با دیگر مراجع نشان می‌دهد. در جدول مذکور نیز مقایسه‌ی بین مقدار وزن بهترین اجرا و میانگین مقادیر وزن بهینه‌ی ۴۰ اجرا انجام شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، اختلاف میانگین مقادیر و بهترین طرح براساس الگوریتم پیشنهادی بسیار اندک است. لازم به ذکر است که تعداد آنالیزها در بهترین اجرا که طرح بهینه به ازاء آن در تکرار ۱۸۹ حاصل شده است، با توجه به وجود ۲۰ نقطه در هر تکرار به راحتی قابل محاسبه است.

۲.۳. خرپای ۷۲ میله‌یی

در مثال حاضر به بهینه‌یابی خرپای ۷۲ میله‌یی مطابق شکل ۴ پرداخته شده است. برای خرپای مذکور، E و ρ به ترتیب برابر $10^5 MPa$ ($68947.6 Ksi$) و $7 \times 10^7 kg/m^3$ ($2767.99 lb/in^3$) در نظر گرفته شده‌اند. محدوده‌ی تنش برای اعضاء خرپا برابر $117.369 MPa$ ($17.2 Ksi$) $\pm 25 Ksi$ و بیشینه‌ی تغییر مکان گره‌یی برابر $25 in$ ($0.635 cm$) فرض شده است. ۷۲ عضو سازه در ۱۶ گروه دسته‌بندی شده است. جدول ۱، شامل فهرست مقاطع موجود برای فرایند بهینه‌یابی است. بارهای مؤثر در خرپای فضایی ۷۲ میله‌یی در دو وضعیت به شرح جدول ۳ در نظر گرفته شده است.

جدول ۱. فهرست مقاطع برای خرپاهای ۵۲ و ۷۲ میله‌یی.

شماره	$A - mm^2(in^2)$	شماره	$A - mm^2(in^2)$	شماره	$A - mm^2(in^2)$	شماره	$A - mm^2(in^2)$
۱	۷۱,۶۱۳ (۰,۱۱۱)	۱۷	۱۰۰۸,۳۸۵ (۱,۵۶۳)	۳۳	۲۴۷۷,۴۱۴ (۳,۸۴)	۴۹	۷۴۱۹۴۳ (۱۱,۵)
۲	۹۰,۹۶۸ (۰,۱۴۱)	۱۸	۱۰۴۵,۱۵۹ (۱,۶۲)	۳۴	۲۴۹۶,۷۶۹ (۳,۸۷)	۵۰	۸۷۰۹,۶۶ (۱۳,۵)
۳	۱۲۶,۴۵۱ (۰,۱۹۶)	۱۹	۱۱۶۱,۲۸۸ (۱,۸)	۳۵	۲۵۰۳,۲۲۱ (۳,۸۸)	۵۱	۸۹۶۷,۷۲۴ (۱۳,۹)
۴	۱۶۱,۲۹ (۰,۲۵)	۲۰	۱۲۸۳,۸۶۸ (۱,۹۹)	۳۶	۲۶۹۶,۷۶۹ (۴,۱۸)	۵۲	۹۱۶۱,۲۷۲ (۱۴,۲)
۵	۱۹۸,۰۶۴ (۰,۳۰۷)	۲۱	۱۳۷۴,۱۹۱ (۲,۱۳)	۳۷	۲۷۲۲,۵۷۵ (۴,۲۲)	۵۳	۹۹۹۹,۹۸ (۱۵,۵)
۶	۲۵۲,۲۵۸ (۰,۳۹۱)	۲۲	۱۵۳۵,۴۸۱ (۲,۳۸)	۳۸	۲۸۹۶,۷۶۸ (۴,۴۹)	۵۴	۱۰۳۲۲,۵۶ (۱۶)
۷	۲۸۵,۱۶۱ (۰,۴۴۲)	۲۳	۱۶۹۰,۳۱۹ (۲,۶۲)	۳۹	۲۹۶۱,۲۸۴ (۴,۵۹)	۵۵	۱۰۹۰۳,۲۰۴ (۱۶,۹)
۸	۳۶۳,۲۲۵ (۰,۵۶۳)	۲۴	۱۶۹۶,۷۷۱ (۲,۶۳)	۴۰	۳۰۹۶,۷۶۸ (۴,۸)	۵۶	۱۲۱۲۹,۰۰۸ (۱۸,۸)
۹	۳۸۸,۳۸۶ (۰,۶۰۲)	۲۵	۱۸۵۸,۰۶۱ (۲,۸۸)	۴۱	۳۲۰۶,۴۴۵ (۴,۹۷)	۵۷	۱۲۸۳۸,۶۸۴ (۱۹,۹)
۱۰	۴۹۴,۱۹۳ (۰,۷۶۶)	۲۶	۱۸۹۰,۳۱۹ (۲,۹۳)	۴۲	۳۳۰۳,۲۱۹ (۵,۱۲)	۵۸	۱۴۱۹۳,۵۲ (۲۲)
۱۱	۵۰۶,۴۵۱ (۰,۷۸۵)	۲۷	۱۹۹۳,۵۴۴ (۳,۰۹)	۴۳	۳۷۰۳,۲۱۸ (۵,۷۴)	۵۹	۱۴۷۷۴,۱۶۴ (۲۲,۹)
۱۲	۶۴۱,۲۸۹ (۰,۹۹۴)	۲۸	۷۲۹,۰۳۱ (۱,۱۳)	۴۴	۴۶۵۸,۰۵۵ (۷,۲۲)	۶۰	۱۵۸۰,۴۲ (۲۴,۵)
۱۳	۶۴۵,۱۶ (۱,۰)	۲۹	۲۱۸۰,۶۴۱ (۳,۳۸)	۴۵	۵۱۴۱,۹۲۵ (۷,۹۷)	۶۱	۱۷۰۹۶,۷۴ (۲۶,۵)
۱۴	۷۹۲,۲۵۶ (۱,۲۲۸)	۳۰	۲۲۳۸,۷۰۵ (۳,۴۷)	۴۶	۵۵۰۳,۲۱۵ (۸,۵۳)	۶۲	۱۸۰۶۴,۴۸ (۲۸)
۱۵	۸۱۶,۷۷۳ (۱,۲۶۶)	۳۱	۲۲۹۰,۳۱۸ (۳,۵۵)	۴۷	۵۹۹۹,۹۸۸ (۹,۳)	۶۳	۱۹۳۵۴,۸ (۳۰)
۱۶	۹۴۰,۰۰۰ (۱,۴۵۷)	۳۲	۲۳۴۱,۹۳۱ (۳,۶۳)	۴۸	۶۹۹۹,۹۸۶ (۱۰,۸۵)	۶۴	۲۱۶۱۲,۸۶ (۳۳,۵)

جدول ۲. نتایج طرح بهینه برای سطح مقطع اعضا خرپا ۵۲ میله‌یی (mm^2).

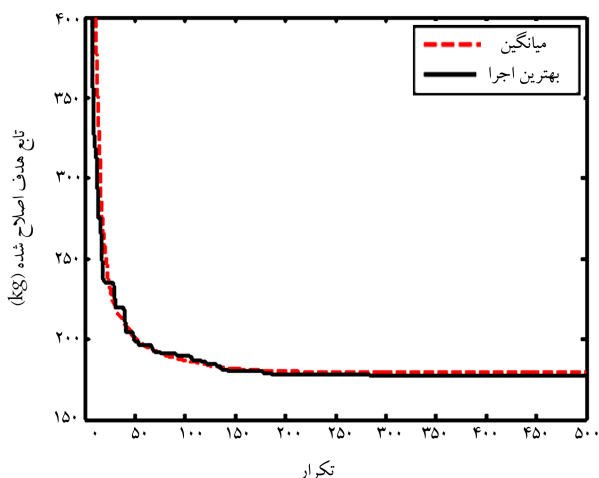
اعضا	[۲۳]	[۲۴]	[۲۵]	[۲۶]	[۲۷]	نوشتار حاضر
$A_1 - A_2$	۴۶۵۸,۰۵۵	۴۶۵۸,۰۵۵	۴۶۵۸,۰۵۵	۴۶۵۸,۰۵۵	۴۶۵۸,۰۵۵	۴۶۵۸,۰۵۵
$A_5 - A_{10}$	۱۱۶۱,۲۸۸	۱۱۶۱,۲۸۸	۱۱۶۱,۲۸۸	۱۱۶۱,۲۸۸	۱۱۶۱,۲۸۸	۱۱۶۱,۲۸۸
$A_{11} - A_{12}$	۴۹۴,۱۹۳	۳۸۸,۳۸۶	۵۰۶,۴۵۱	۴۹۴,۱۹۳	۳۸۸,۳۸۶	۴۹۴,۱۹۳
$A_{14} - A_{17}$	۳۳۰۳,۲۱۹	۳۳۰۳,۲۱۹	۳۳۰۳,۲۱۹	۳۳۰۳,۲۱۹	۳۳۰۳,۲۱۹	۳۳۰۳,۲۱۹
$A_{18} - A_{22}$	۹۴۰,۰۰۰	۹۴۰,۰۰۰	۹۴۰,۰۰۰	۱۰۰۸,۳۸۵	۹۴۰,۰۰۰	۹۴۰,۰۰۰
$A_{22} - A_{26}$	۶۴۱,۲۸۹	۴۹۴,۱۹۳	۲۸۵,۱۶۱	۴۹۴,۱۹۳	۶۴۱,۲۸۹	۴۹۴,۱۹۳
$A_{27} - A_{30}$	۲۲۳۸,۷۰۵	۲۲۳۸,۷۰۵	۲۲۹۰,۳۱۸	۲۲۳۸,۷۰۵	۲۲۳۸,۷۰۵	۲۲۳۸,۷۰۵
$A_{31} - A_{36}$	۱۰۰۸,۳۸۵	۱۰۰۸,۳۸۵	۱۰۰۸,۳۸۵	۱۰۰۸,۳۸۵	۱۰۰۸,۳۸۵	۱۰۰۸,۳۸۵
$A_{37} - A_{39}$	۳۶۳,۲۲۵	۳۸۸,۳۸۶	۳۸۸,۳۸۶	۳۸۸,۳۸۶	۳۶۳,۲۲۵	۴۹۴,۱۹۳
$A_{40} - A_{42}$	۱۲۸۳,۸۶۸	۱۲۸۳,۸۶۸	۱۲۸۳,۸۶۸	۱۲۸۳,۸۶۸	۱۲۸۳,۸۶۸	۱۲۸۳,۸۶۸
$A_{44} - A_{49}$	۱۱۶۱,۲۸۸	۱۱۶۱,۲۸۸	۱۱۶۱,۲۸۸	۱۱۶۱,۲۸۸	۱۱۶۱,۲۸۸	۱۱۶۱,۲۸۸
$A_{50} - A_{52}$	۴۹۴,۱۹۳	۴۹۴,۱۹۳	۵۰۶,۴۵۱	۵۰۶,۴۵۱	۷۹۲,۲۵۶	۴۹۴,۱۹۳
نقص قید	-	۰,۰۰۰۱۱۴۳	۰,۰۰۰۱۱۶	۰,۰۰۰۲۷۲۵	-	-
وزن - kg	۱۹۰۳,۳۶	۱۸۹۷,۶۲	۱۸۹۹,۳۵	۱۹۰۴,۸۳	۱۹۰۵,۴۹۵	۱۹۰۲,۶۰۵
میانگین	-	-	-	-	-	۱۹۴۶,۶۴۱

جدول ۳. مقادیر و جهت بارهای اعمالی به خرپای ۷۲ میله‌یی.

وضعیت بارگذاری	شماره‌ی گره	$P_X - Kips(kN)$	$P_Y - Kips(kN)$	$P_Z - Kips(kN)$
۱	۱۷	۵ (۲۲,۲۴۱)	۵ (۲۲,۲۴۱)	-۵ (-۲۲,۲۴۱)
	۱۸	-	-	-
	۱۹	-	-	-
	۲۰	-	-	-
۲	۱۷	-	-	-۵ (-۲۲,۲۴۱)
	۱۸	-	-	-۵ (-۲۲,۲۴۱)
	۱۹	-	-	-۵ (-۲۲,۲۴۱)
	۲۰	-	-	-۵ (-۲۲,۲۴۱)

جدول ۴. نتایج طرح بهینه برای سطح مقطع اعضا خرپای ۷۲ میلیه یی (mm^2) in^2 .

اعضا	[۲۵]	[۲۸]	[۱۷]	[۲۰]	[۲۹]	نوشتار حاضر
$A_1 - A_4$	۱,۸ (۱۱۶۱,۲۸۸)	۱,۹۹ (۱۲۸۳,۸۶۸)	۱,۹۹ (۱۲۸۳,۸۶۸)	۱,۵۶۳ (۱۰۰۸,۳۸۵)	۱,۸ (۱۱۶۱,۲۸۸)	۲,۳۱ (۱۳۷۴,۱۹۱)
$A_5 - A_{12}$	۰,۴۴۲ (۲۸۵,۱۶۱)	۰,۴۴۲ (۲۸۵,۱۶۱)	۰,۶۰۲ (۳۸۸,۳۸۶)	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)
$A_{13} - A_{16}$	۰,۱۴۱ (۹۰,۹۶۸)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)
$A_{17} - A_{18}$	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۴۱ (۹۰,۹۶۸)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)
$A_{19} - A_{22}$	۱,۲۲۸ (۷۹۲,۲۵۶)	۱,۲۲۸ (۷۹۲,۲۵۶)	۱,۲۶۶ (۸۱۶,۷۷۳)	۱,۲۶۶ (۸۱۶,۷۷۳)	۱,۲۶۶ (۸۱۶,۷۷۳)	۱,۲۲۸ (۷۹۲,۲۵۶)
$A_{23} - A_{30}$	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)	۰,۶۰۲ (۳۸۸,۳۸۶)	۰,۴۴۲ (۲۸۵,۱۶۱)	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)	۰,۴۴۲ (۲۸۵,۱۶۱)
$A_{31} - A_{34}$	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)
$A_{35} - A_{36}$	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۴۱ (۹۰,۹۶۸)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)
$A_{37} - A_{40}$	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)	۰,۴۴۲ (۲۸۵,۱۶۱)	۰,۳۹۱ (۲۵۲,۲۵)	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)	۰,۴۴۲ (۲۸۵,۱۶۱)
$A_{41} - A_{48}$	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)	۰,۶۰۲ (۳۸۸,۳۸۶)	۰,۵۳۶ (۳۶۳,۲۲۵)	۰,۴۴۲ (۲۸۵,۱۶۱)	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)
$A_{49} - A_{52}$	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)
$A_{53} - A_{54}$	۰,۲۵ (۱۶۱,۲۹)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)	۰,۱۱۱ (۷۱,۶۱۳)
$A_{55} - A_{58}$	۰,۱۹۶ (۱۲۶,۴۵۱)	۰,۱۹۶ (۱۲۶,۴۵۱)	۰,۱۹۶ (۱۲۶,۴۵۱)	۰,۱۹۶ (۱۲۶,۴۵۱)	۰,۱۹۶ (۱۲۶,۴۵۱)	۰,۱۹۶ (۱۲۶,۴۵۱)
$A_{59} - A_{66}$	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)	۰,۶۰۲ (۳۸۸,۳۸۶)	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)
$A_{67} - A_{70}$	۰,۴۴۲ (۲۸۵,۱۶۱)	۰,۳۰۷ (۱۹۸,۰۶۴)	۰,۳۹۱ (۲۵۲,۲۵)	۰,۳۹۱ (۲۵۲,۲۵)	۰,۳۹۱ (۲۵۲,۲۵)	۰,۳۹۱ (۲۵۲,۲۵)
$A_{71} - A_{72}$	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)	۰,۶۰۲ (۳۸۸,۳۸۶)	۰,۴۴۲ (۲۸۵,۱۶۱)	۰,۶۰۲ (۳۸۸,۳۸۶)	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)	۰,۵۶۳ (۳۶۳,۲۲۵)
وزن - $lb(kg)$	۳۹۳,۳۸ (۱۷۸,۴۳۴)	۳۹۲,۸۴ (۱۷۸,۱۸۹)	۳۹۱,۶۰۷ (۱۷۷,۶۳)	۳۹۰,۱۸ (۱۷۶,۹۸۳)	۳۸۹,۸۷ (۱۷۶,۸۴)	۳۸۹,۷۹ (۱۷۶,۸۰۶)
میانگین	-	-	-	-	-	۳۹۵,۸۴ (۱۷۹,۵۵۲)



شکل ۵. سیر هم‌گرایی فرایند بهینه‌یابی برای خرپای ۷۲ میلیه یی.

و فقط قید تغییر مکان با مقدار مجاز $5,8 \text{ cm}$ برای گره‌های طبقه‌ی آخر در نظر گرفته شده است. بارهای مؤثر در سازه به صورت شکل ۶ فرض شده است. اعضاء قاب مذکور در ۸ گروه همانند شکل ۶ دسته‌بندی و از فهرست ۲۶۸ تایی مقاطع W به شرح جدول ۵ انتخاب شده‌اند.

در مثال حاضر نیز برای ارزیابی کارایی الگوریتم پیشنهادی، ۴۰ اجرای متوالی فرایند بهینه‌یابی به ازاء مقادیر مختلف برای پارامترهای اولیه‌ی روش ذکر شده صورت پذیرفته است. سپس سیر هم‌گرایی بهترین و بدترین حالت و نیز سیر هم‌گرایی میانگین ۴۰ اجرا به صورت نمودار در شکل ۷ رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود،

شکل ۵، سیر هم‌گرایی به ازاء بهترین حالت (بهترین اجرا) و نیز الگوی میانگین ۴۰ (میانگین) اجرای مختلف براساس مقادیر متفاوت برای پارامترهای اولیه‌ی روش ذکر شده را برای خرپای فضایی ۷۲ میلیه یی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، این دو نمودار بسیار به یکدیگر نزدیک هستند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم پیشنهادی در اجراهای مختلف، عملکرد قابل قبولی دارد و طرح مناسبی را ارائه می‌دهد. از سوی دیگر، نزدیکی دو سیر هم‌گرایی مذکور دلالت بر ثبات و استقلال نسبی الگوریتم پیشنهادی نسبت به پارامترهای مختلف ابتدایی دارد و بیانگر آن است که ماهیت جست‌وجوی فضای طراحی براساس الگوریتم پیشنهادی به صورت تصادفی نیست. جدول ۴، نتایج طرح بهینه‌ی حاصل را براساس الگوریتم پیشنهادی در قیاس با دیگر مراجع نشان می‌دهد. در جدول مذکور، نتیجه‌ی بهترین اجرا به همراه میانگین نتیجه‌ی نهایی ۴۰ اجرای مستقل برای الگوریتم پیشنهادی ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، این دو مقدار به یکدیگر بسیار نزدیک هستند. بنابراین می‌توان با یک بار اجرای الگوریتم پیشنهادی به طرح نسبتاً بهینه و مناسبی دست یافت. از سوی دیگر، برای مثال کنونی نیز بهترین طرح به ازاء بهترین اجرا در تکرار ۲۷۶ حاصل شده است، که با توجه به وجود ۲۰ آنالیز در هر تکرار، تعداد کل آنالیزها در بهترین حالت جهت دست‌یابی به طرح بهینه برابر ۵۵۲۰ بوده است.

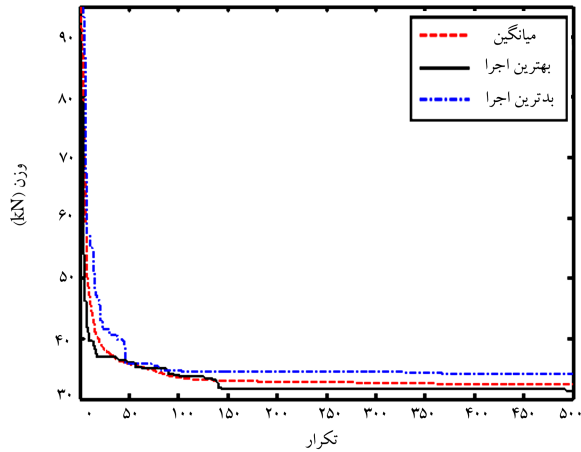
۳.۳. قاب ۸ طبقه و ۱ دهانه

در مثال حاضر به بررسی قابی با ۸ طبقه و ۱ دهانه به شکل ۶ پرداخته شده است.

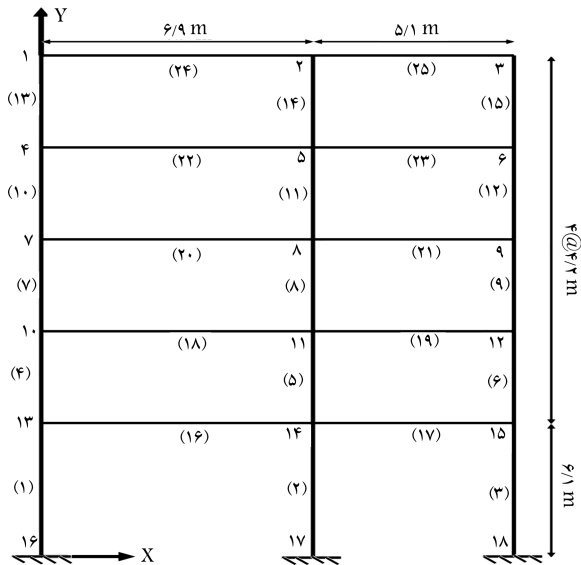
برای کلیه‌ی اعضاء قاب، E و ρ به ترتیب برابر 200 GPa و $76,8 \text{ kN/m}^3$

جدول ۵. فهرست مقاطع برای قاب ۸ طبقه، ۱ دهانه. [۳۰]

شماره‌ی مقطع	نام مقطع	$A - cm^2$	$I_{xx} - cm^4$	$S_{xx} - cm^3$	$I_y - cm^4$	$S_y - cm^3$
۱	$W44 \times 235$	۶۳۴,۱۹۲۳	۱۲۹۴۴۷۹,۷۳۴	۲۳۱۰۵,۷۷۶	۲۹۹۴۷,۷۷۱	۲۴۵۸,۰۵۹
۲	$W44 \times 290$	۵۵۳,۵۴۷۳	۱۱۲۷۹۸۷,۱۶۳	۲۰۳۱۹,۹۵۹	۴۳۷۰۴,۲۹۹	۲۱۷۹,۴۷۹
...
۲۶۷	$W5 \times 16$	۳۰,۱۹۳۴	۸۸۶,۵۷۳	۱۳۹,۴۵۴	۳۱۲,۵۸۹	۲۰,۸۱۱
۲۶۸	$W4 \times 13$	۲۴,۷۰۹۶	۴۷۰,۳۴۱	۸۹,۴۷۳	۱۶۰,۶۶۵	۱۶,۳۸۷



شکل ۷. سیر فرایند بهینه‌یابی برای قاب ۸ طبقه، ۱ دهانه.

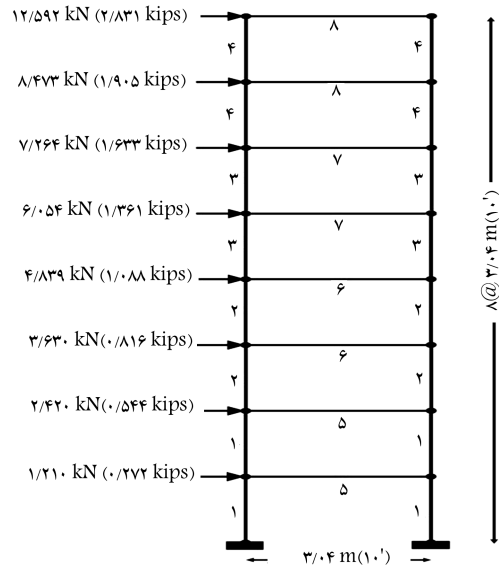


شکل ۸. قاب ۵ طبقه، ۲ دهانه.

دهانه در نظر گرفته شده است. بارهای مرده (DL)، زنده (LL) و بار باد (WL) در ۳ حالت به شرح این ترکیب‌ها به سازه اعمال شده است (مقادیر و جهت بارهای مذکور در جدول ۷ تعریف شده است).

i) $DL + 0.9(LL + WL)$ ii) $DL + WL$ iii) $DL + LL$

برای کلیه‌ی اعضاء سازه، E و ρ به ترتیب برابر $2.05 \times 10^5 \text{ GN/m}^2$ و 78 kN/m^3 در نظر گرفته شده است. مقدار تنش مجاز برای کلیه‌ی اعضاء سازه براساس فرض



شکل ۶. قاب ۸ طبقه، ۲ دهانه.

سیر هم‌گرایی بدترین و بهترین اجرا و نیز میانگین بسیار به یکدیگر نزدیک هستند. این مهم در مثال حاضر نیز بیانگر ثبات و پایداری الگوریتم در نیل به نقطه‌ی کمینه و نیز عدم تصادفی بودن فرایند جست‌وجو است. نزدیکی نمودارهای شکل ۷ در مثال حاضر، اهمیت ویژه‌ی دارد. چرا که سازه‌ی حاضر براساس تعداد اعضاء فهرست مقاطع، فضای طراحی بزرگی دارد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم پیشنهادی در مثال‌هایی با فضای طراحی بزرگ نیز موفق است و توانایی جستجوی فضای طراحی را به شیوه‌ی کارآمد دارد و با یک بار اجرای فرایند بهینه‌یابی می‌توان به طرحی قابل قبول و مناسب دست یافت. از سوی دیگر، با توجه به آنکه برای هر مرحله از روش پیشنهادی ۲۰ نقطه فرض شده و الگوریتم در بهترین اجرا در تکرار ۴۸۹ به طرح بهینه دست یافته است، تعداد کل آنالیزها در بهترین اجرا برابر ۹۷۸۰ بوده است.

جدول ۶، نتیجه‌ی طرح بهینه براساس الگوریتم پیشنهادی را در قیاس با دیگر مراجع نشان می‌دهد. در مثال حاضر نیز علی‌رغم بزرگی فضای طراحی، اختلاف مقدار میانگین ۴۰ اجرا و بهترین نتیجه در بین اجراهای متوالی اندک و برابر ۴/۶٪ بوده است. این مقدار با توجه به فضای طراحی، مقداری قابل قبول است و می‌توان به الگوریتم پیشنهادی در بهینه‌یابی سازه‌های مختلف با فضای طراحی بزرگ اعتماد کرد.

۴.۳. قاب ۵ طبقه، ۲ دهانه

در مثال حاضر جهت ارزیابی الگوریتم پیشنهادی (شکل ۸)، قابی با ۵ طبقه و ۲

جدول ۶. نتایج طرح بهینه برای سطح مقطع اعضاء قاب ۸ طبقه، ۱ دهانه.

شماره‌ی مقطع	[۳۱]	[۳۲]	[۳۳]	[۳۴]	[۳۵]	نوشته‌ار حاضر
۱	W18 × ۴۶	W21 × ۵۰	W18 × ۳۵	W21 × ۴۴	W18 × ۳۵	W18 × ۴۰
۲	W16 × ۳۱	W16 × ۲۶	W18 × ۳۵	W18 × ۳۵	W16 × ۳۱	W18 × ۳۵
۳	W16 × ۲۶	W16 × ۲۶	W14 × ۲۲	W18 × ۳۵	W16 × ۲۶	W14 × ۲۲
۴	W12 × ۱۶	W12 × ۱۴	W12 × ۱۶	W12 × ۲۲	W14 × ۲۲	W12 × ۱۶
۵	W18 × ۳۵	W16 × ۲۶	W16 × ۳۱	W18 × ۴۰	W16 × ۳۱	W18 × ۳۵
۶	W18 × ۳۵	W18 × ۴۰	W21 × ۴۴	W16 × ۲۶	W18 × ۴۰	W18 × ۳۵
۷	W18 × ۳۵	W18 × ۳۵	W18 × ۳۵	W16 × ۲۶	W16 × ۲۶	W16 × ۲۶
۸	W16 × ۲۶	W14 × ۲۲	W16 × ۲۶	W12 × ۱۴	W14 × ۲۲	W16 × ۲۶
وزن (kN)	۳۲,۸۳	۳۱,۶۸	۳۱,۲۴۳	۳۱,۰۵	۳۰,۹۱	۳۰,۸۹
میانگین	-	-	-	-	-	۳۲,۳۴

جدول ۷. فهرست مقاطع برای قاب ۲ دهانه، ۵ طبقه.

شماره‌ی مقطع	A	I _y	S _y	I _x	S _x
۱	۵۱,۳۸	۲۵۴۵,۵	۲۸۲,۸۳	۱۴۳۹	۲۱۱,۷
۲	۵۷,۶۶	۳۵۶۰,۸	۳۵۶,۰۸	۱۸۷۲	۲۵۶,۴
۳	۶۳,۶۷	۴۷۸۷,۷	۴۳۵,۲۵	۲۳۱۳	۳۰۰,۳
۴	۶۹,۸۱	۶۷۱۰,۲	۵۳۷,۴۶	۲۶۴۷	۳۳۹,۴
۵	۷۹,۸۱	۷۲۳۹,۱	۵۷۹,۱۳	۳۲۷۲	۴۰۸,۹
۶	۸۰,۰۴	۹۵۰۵,۱	۶۷۸,۱۳	۳۴۲۰	۴۱۷,۱
۷	۹۱,۲۴	۱۰۲۳۶,۸	۷۳۱,۲۰	۴۱۹۲	۴۹۹,۱
۸	۹۷,۰۰	۱۵۰۲۱,۳	۹۳۸,۸۳	۴۷۵۷	۵۴۴,۴
۹	۱۰۹,۸	۱۶۱۱۳,۵	۱۰۰۷,۱	۵۸۰۱	۶۴۴,۵
۱۰	۱۲۱,۷۸	۲۳۷۴۸,۲	۱۳۱۹,۳۵	۷۱۴۷	۷۴۴,۵
۱۱	۱۳۶,۱۸	۲۵۳۰۳,۴	۱۴۰۵,۷۵	۸۵۰۲	۸۶۷,۸
۱۲	۱۵۰,۰۹	۳۵۱۵۵,۴	۱۷۵۷,۷۷	۹۶۴۶	۹۶۴,۶
۱۳	۱۶۶,۰۹	۳۷۲۸۸,۷	۱۸۶۴,۴۴	۱۱۲۷۸	۱۱۰۵,۷
۱۴	۱۸۲,۰۹	۳۹۴۲۲,۱	۱۹۷۱,۱۰	۱۲۹۷۵	۱۲۴۷,۶۲

جدول ۸. بارهای اعمالی به قاب ۲ دهانه، ۵ طبقه.

نوع بار	بزرگی بار	موقعیت بار
بار مرده	$w_y = -۱۱,۷۶ kN/m$ $P_y = ۱۹,۶ kN/m$	اعضاء ۱۶، ۱۷، ۱۸، ... ۲۴ و ۲۵ گره‌های ۱ و ۲
بار زنده	$w_y = -۱۰,۷۸ kN/m$	اعضاء ۱۶، ۱۷، ... و ۲۵
بار باد	$P_x = ۵,۶۸۴ kN/m$ $P_x = ۷,۲۵۲ kN/m$ $P_x = ۶,۶۶۴ kN/m$ $P_x = ۵,۹۷۸ kN/m$ $P_x = ۶,۲۷۲ kN/m$	گره‌ی ۱ گره‌ی ۴ گره‌ی ۷ گره‌ی ۱۰ گره‌ی ۱۳

صورت پذیرفته در برخی پژوهش‌ها، [۳۷،۳۶] برابر $\pm ۱۶۶ MPa$ و تغییرمکان مجاز برای گره‌های آخرین طبقه برابر $۱/۵۰۰$ ارتفاع قاب در نظر گرفته شده است. فرض شده است در فرایند طراحی، ستون‌های هر طبقه سطح مقطع یکسانی داشته باشند. از سوی دیگر، کلیه‌ی تیرهای سازه مستقلاً طراحی شده‌اند. بنابراین در مجموع ۱۵ متغیر طراحی برای مسئله‌ی بهینه‌یابی پدید آمده است که از فهرست مقاطع موجود در جدول ۸ انتخاب شده‌اند.

نتیجه‌ی فرایند بهینه‌یابی براساس الگوریتم پیشنهادی، به صورت شکل ۹ است که در آن نمودار میانگین ۴۰ اجرای مستقل و متوالی عملیات بهینه‌یابی براساس الگوریتم پیشنهادی (میانگین) به ازاء مقادیر مختلف برای پارامترهای اولیه، به همراه بدترین روند (بدترین اجرا) و بهترین روند (بهترین اجرا) برای فرایند بهینه‌یابی در اجراهای متوالی رسم شده است. همان‌طور که در مثال حاضر نیز مشاهده می‌شود، نمودار بدترین و بهترین حالت و میانگین اجراهای متوالی به یکدیگر نزدیک هستند. این مهم بیانگر عدم تصادفی بودن فرایند بهینه‌یابی براساس

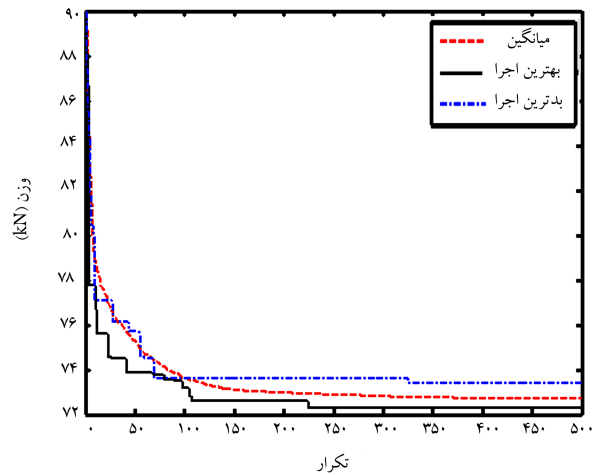
انک است و میزان این اختلاف برابر ۰/۵٪ است. در مثال حاضر، بهترین طرح در بهترین اجرا در تکرار ۱۰۵ حاصل شده است که با توجه به انجام ۲۰ آنالیز در هر تکرار، تعداد کل آنالیزها در بهترین اجرا برابر ۲۱۰۰ آنالیز است.

۴. نتیجه گیری

در نوشتار حاضر، الگوریتم ترکیبی جدیدی بر پایه مفاهیم الگوریتم GA، PSO، HS و CSS برای بهینه یابی سازه ها ارائه شده است. در روش ترکیبی پیشنهادی، فضای کاوش توسط یک سری نقاط متحرک و فعال جست و جو می شوند. در روش مذکور هر طرح بیانگر نقطه یی متحرک و فعال در فضای کاوش و مجموعه ی نقاط بیانگر یک جمعیت هستند. نقاط با حرکت و جابه جایی در فضای کاوش، سبب ایجاد فرایند تکاملی برای جمعیت های پی در پی می شوند و به سوی نقطه یی بهینه حرکت می کنند. برای این منظور نقاط هر جمعیت با حرکت در فضای طراحی به سوی مرکز کلیه ی نقاط، مرکز نقاط منتخب و نیز موقعیت نقاط منتخب جمعیت حاضر، جمعیت جدید را تشکیل می دهند. در این راستا میانگین میزان کیفیت نقاط جمعیت حاضر و میانگین مقدار کیفیت مجموعه ی نقاط منتخب و نیز میزان کیفیت هر یک از نقاط منتخب در میزان جابه جایی نقاط متحرک مؤثر هستند. از دیگر عوامل مؤثر در موقعیت نهایی نقاط هر جمعیت، میزان تغییرات حرکت پیشین هر نقطه است که به صورت عملی مستقل در جابه جایی نقاط در نظر گرفته می شود.

از سوی دیگر، در روش پیشنهادی ضرایب هر یک از عوامل مؤثر در جابه جایی نقاط متحرک با بررسی و ارزیابی، به صورت پویا و فعال در سیر فرایند بهینه یابی تغییر کرده و بدین ترتیب شیوه ی جست و جو مبتنی بر اصول تنوع و تشدید برای کسب طرح بهینه شکل گرفته است. بنابراین در ابتدای فرایند بهینه یابی، مفاهیم اصل تنوع بر شیوه ی جست و جو حاکم است و طرح های متنوعی در موقعیت های مختلف فضای طراحی پدید می آید. این روند به آهستگی تا پایان فرایند بهینه یابی تغییر می کند و در تکرارهای پایانی، مفاهیم تشدید جایگزین اصول تنوع می شود. بدین ترتیب روش پیشنهادی در انتهای فرایند بهینه یابی همسایگی طرح های مستعد حاصل از تکرارهای ابتدایی را جست و جو می کند. این توازن بین مفاهیم اصل تنوع و تشدید، کارآمدی الگوریتم پیشنهادی را در جست و جو فضای طراحی گوناگون افزایش داده است.

در نوشتار حاضر، کارآیی الگوریتم ترکیبی پیشنهادی توسط مثال های مختلف سازه های اسکلتی ارزیابی شده است. برای این منظور در هر مثال، فرایند بهینه یابی ۴۰ بار به ازاء مقادیر مختلف برای پارامترهای اولیه اجرا و سپس میانگین سیر همگرایی ۴۰ اجرا با بهترین سیر همگرایی مقایسه شده است. از سوی دیگر، مقدار بهترین طرح بهینه با مقدار میانگین ۴۰ اجرای فرایند بهینه یابی نیز مقایسه شده است. نتایج دلالت بر آن دارد که سیر همگرایی بهترین اجرا و میانگین اجراهای مختلف برای مثال های مختلف، به یکدیگر نزدیک است و مقادیر بهترین طرح بهینه نیز اختلاف اندکی با مقدار میانگین ۴۰ اجرا دارد. بر این اساس عملکرد الگوریتم ترکیبی پیشنهادی به نحوی است که فقط ماهیتی تصادفی ندارد و براساس نقاط متحرک و فعال، فضای طراحی را به طور هوشمندی کاوش می کند. از سوی دیگر، الگوریتم حاضر می تواند مستقل از اجراهای مختلف برای کسب جواب قابل قبول باشد و با یک بار اجرا می تواند نتایج قابل قبولی ارائه دهد.



شکل ۹. سیر همگرایی فرایند بهینه یابی برای قاب ۵ طبقه، ۲ دهانه.

جدول ۹. نتایج طرح بهینه یی سطح مقطع قاب ۲ دهانه، ۵ طبقه.

شماره ی اعضا	[۳۶]	[۳۷]	[۲۰]	نوشتار حاضر
۱-۳	۸۰,۰۴	۸۰,۰۴	۸۰,۰۴	۸۰,۰۴
۴-۶	۸۰,۰۴	۶۹,۸۱	۶۹,۸۱	۶۹,۸۱
۷-۹	۶۹,۸۱	۶۹,۸۱	۶۹,۸۱	۶۹,۸۱
۱۰-۱۲	۶۹,۸۱	۶۳,۶۷	۶۹,۸۱	۵۷,۶۶
۱۳-۱۵	۶۹,۸۱	۶۳,۶۷	۵۱,۳۸	۵۱,۳۸
۱۶	۸۰,۰۴	۹۷	۸۰,۰۴	۸۰,۰۴
۱۷	۸۰,۰۴	۶۹,۸۱	۹۷	۹۷
۱۸	۸۰,۰۴	۸۰,۰۴	۸۰,۰۴	۸۰,۰۴
۱۹	۶۹,۸۱	۶۹,۸۱	۶۹,۸۱	۸۰,۰۴
۲۰	۸۰,۰۴	۸۰,۰۴	۸۰,۰۴	۸۰,۰۴
۲۱	۶۹,۸۱	۶۹,۸۱	۵۷,۶۶	۶۹,۸۱
۲۲	۶۹,۸۱	۸۰,۰۴	۸۰,۰۴	۸۰,۰۴
۲۳	۶۹,۸۱	۵۷,۶۶	۵۷,۶۶	۵۷,۶۶
۲۴	۶۹,۸۱	۸۰,۰۴	۸۰,۰۴	۸۰,۰۴
۲۵	۶۹,۸۱	۶۳,۶۷	۶۹,۸۱	۶۹,۸۱
وزن (kN)	۷۴,۶۰	۷۳,۲۷	۷۲,۵۹۶	۷۲,۲۹۲
میانگین	-	-	-	۷۲,۷۰۱

الگوریتم پیشنهادی است و ثبات و پایداری الگوریتم را در اجراهای مختلف نشان می دهد.

جدول ۹، بهترین طرح حاصل براساس الگوریتم پیشنهادی را در قیاس با دیگر مراجع نشان می دهد. در جدول مذکور نیز همانند مثال های پیشین، مقایسه یی بین مقدار وزن بهترین اجرا و میانگین ۴۰ اجرا انجام شده است. همان طور که مشاهده می شود، اختلاف میانگین مقادیر و بهترین طرح براساس الگوریتم پیشنهادی بسیار

پانوشتها

1. particle swarm optimization (PSO)
2. colliding bodies optimization (CBO)
3. ant lion optimization (ALO)
4. genetic algorithm
5. harmony Search
6. charged system search (CSS)
7. tabu Search
8. ant colony optimization (ACO)
9. simulated annealing

منابع (References)

1. Dreoo, J., Petrowski, A., Siarry, P. and Taillard, E. "Metaheuristics for hard optimization", Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (2006).
2. Fogel, L.J., Qwens, A.J. and Walsh, M.J., *Artificial Intelligence trough Simulated Evolution*, John Wiley & Sons, Chichester, UK (1966).
3. Holland, J.H., *Adaptation in Natural and Artificial System*, University of Michigan Press, Ann Arbor, MI (1975).
4. Goldberg, D.E., *Genetic Algorithm in Search Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, Boston (1989).
5. Metropolis, A.W., Rosenbiuth, M.N., Rosenbiuth, A.H. and Teller, E. "Equation of state calculations by fast computing machines", *J. Chem. Phys.*, **21**(6), pp. 1087-1092 (1953).
6. Kirkpatrick, S., Gerlatt, C.D. and Vecchi, M.P. "Optimization by simulated annealing", *Science.*, **220**(4598), pp. 671-680 (1983).
7. Glover, F. "Future paths for integer programming and links to artificial intelligence", *Computer and Operations Research*, **13**(5), pp. 533-549 (1986).
8. Colorni, A., Dorigo, M. and Maniezzo, V. "Distributed optimization by ant colony", *Proc. 1nd European Conf. Artificial life*, USA, pp. 134-142 (1991).
9. Kennedy, J. and Eberhart, R. "Particle swarm optimization", *Proc. IEEE, Int. Conf. Neural Networks*, 4, pp. 1942-1948 (1995).
10. Geem, Z.W., Kim, J.H. and Loganathm, G.V. "A new heuristic optimization algorithm: Harmony search, simulation", *Society of Computer Simulation*, **76**(2), pp. 60-68 (2001).
11. Erol, O.K. and Eksin, I. "New optimization method: Big bang-big Crunch", *Adv. Eng. Softw.*, **37**(2), pp. 106-111 (2006).
12. Rashedi, E., Nezamabadipour, H. and Saryazdi, S. "GSA: A gravitational search algorithm", *Inform. Sciences*, **179**(13), pp. 2232-2248 (2009).
13. Kaveh, A. and Talatahari, S. "A noval heuristic optimization method charged system search", *Acta. Mech.*, **213**(3-4), pp. 267-289 (2010).
14. Kaveh, A. and Khayatazad, M. "A new meta-heuristic method: Ray optimization", *Comput. Struc.*, **112-113**, pp. 283-294 (Dec., 2012).
15. Kaveh, A. and Mahdavi, V.R. "Colliding bodies optimization: A novel meta-heuristic method", *Comput. Struc.*, **139**(15), pp. 18-27 (2014).
16. Mirjalili, S. "The ant lion optimizer", *Adv. Eng. Softw.*, **83**, pp. 80-98 (May, 2015).
17. Kalatjari, V.R. and Talebpour, M.H. "Sizing and topology optimization of truss structures by modified multi-search method", *J. Civil Surveying Eng.*, **45**(3), pp. 351-363 (2011).
18. Kaveh, A., Kalatjari, V.R., Talebpour, M.H. and Torkamanzadeh, J. "Configuration optimization of trusses using a multi heuristic based search method", *Int. J. Optim. Civil. Eng.*, **3**(1), pp. 151-178 (2013).
19. Kaveh, A., Kalatjari, V.R. and Talebpour, M.H. "Optimal design of steel towers using a multi-met heuristic based search method", *Period. Polytech. Civil Eng.*, **60**(2), pp. 151-178 (2016).
20. Talebpour, M.H., Kaveh, A. and Kalatjari, V.R. "Optimization of skeletal structures using a hybridized ACO, HS and GA algorithm", *Iran. J. Sci. Technol.*, **38**(C1), pp. 1-20 (2013).
21. Yang, X.S., *Nature Inspired Metaheuristic Algorithm*, 2nd Edition, Luniver Press, UK (2008).
22. Haftka, R.T. and Gurdal, Z., *Elements of Structural Optimization*, 3rd Edition, Kluwer Academic Publishers, Boston, MA (1992).
23. Lee, K.S., Geem, Z.W., Lee, S.H. and Bae, K.W. "The harmony search heuristic algorithm for discrete structural optimization", *Eng. Optimiz.*, **37**(7), pp. 663-684 (2005).
24. Li, L.J., Huang, Z.B. and Liu, F. "A heuristic particle swarm optimization method for truss structures with discrete variables", *Comput. Struc.*, **87**(7-8), pp. 435-443 (2009).
25. Kaveh, A. and Talatahari, S. "Particle swarm ant colony optimization for truss structures with discrete variables", *J. Constr. Steel Res.*, **65**(8-9), pp. 1558-1568 (2009).
26. Capriles, V.S.Z., Fonseca, L.G., Barbosa, H.J.C. and Lemonge, A.C.C. "Rank-based ant colony algorithms for truss weight minimization with discrete variables", *Commun. Numer. Meth. Eng.*, **23**(6), pp. 553-575 (2007).
27. Kaveh, A. and Talatahari, S. "A charged system search with a fly to boundary method for discrete optimization design of truss structures", *Asian J. Civil Eng.*, **11**(3), pp. 277-293 (2010).
28. Kaveh, A. and Bakhshpoori, T. "Optimum design of skeletal structures using imperialist competitive algorithm", *Comput. Struc.*, **88**(1-2), pp. 1220-1229 (2010).
29. Kaveh, A. and Bakhshpoori, T. "Optimum design of space trusses using cuckoo search algorithm with levy flights", *Iran. J. Sci. Technol.*, **37**(C1), pp. 1-15 (2013).
30. AISC., *Manual of Steel Construction - Load & Resistance Factor Design*, 2th Edition, American Institute of Steel Construction, Inc. (1994).
31. Camp, C.V., Pezeshk, S. and Cao, G. "Optimized design of two dimensional structures using a genetic algorithm", *J. Struct. Eng. ASCE*, **124**(5), pp. 551-559 (1998).

32. Kaveh, A. and Shojaei, S. "Optimal design of skeletal structures using ant colony optimization", *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, **70**(5), pp. 563-581 (2007).
33. Kaveh, A. and Malakoutirad, S. "Hybrid genetic algorithm and particle swarm optimization for the force method-based simultaneous analysis and design", *Iran. J. Sci. Technol.*, **34**(B1), pp. 15-34 (2010).
34. Kaveh, A. and Talatahari, S. "An improved ant colony optimization for the design of planar steel design frames", *Eng. Struct.*, **32**(3), pp. 864-873 (2010).
35. Kaveh, A. and Talatahari, S. "A discrete particle swarm ant colony optimization for design of steel frames", *Asian J. Civil Eng.*, **9**(6), pp. 563-575 (2007).
36. Chai, S. and Sun, H.G. "A relative difference quotient algorithm for discrete optimization", *Struct. Optim.*, **12**(1), pp. 46-56 (1996).
37. Juang, D.S. and Chang, W.T. "A revised discrete lagrangian-based search algorithm for the optimal design of skeletal structures using available section", *Struct. Multidiscip. Optim.*, **31**(3), pp. 301-210 (2006).