

برآورد مقاومت برشی ستون‌های کوتاه مستطیلی به کمک برنامه‌سازی ژنتیک

سید بهرام بهشتی اول* (دانشیار)

حسام‌الدین کتابداری (کارشناس ارشد)

دانشکده‌ی مهندسی عمران و نقشه برداری، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مهندسی عمران شریف، زمستان ۱۳۹۷ (۱۳۹۷)
دوری ۲ - ۳۳، شماره ۱/۴، ص. ۱۱۰-۱۰۱، (یادداشت فنی)

انهدام برشی از مخرب‌ترین علل خرابی ستون‌های بتن آرمه‌ی کوتاه در اثر بارهای تناوبی یک زلزله‌ی شدید است. از آنجا که روابط طراحی آیین‌نامه‌ها جهت برآورد مقاومت المان‌های سازه‌ی مذکور اساساً بر پایه‌ی روابط تجربی است، لذا پاسخ‌گوی مناسبی از برآورد مقاومت در دامنه‌ی وسیع متغیرهای تأثیرگذار نیست. براساس پژوهش‌های به عمل آمده، پارامترهای مؤثر در مقاومت برشی، شامل: نیروی محوری، آرما تور عرضی و طولی، نسبت ابعاد ستون، مقاومت فشاری بتن و شکل‌پذیری هستند. براساس پارامترهای عنوان‌شده و با استفاده از مدل‌سازی عددی و داده‌های آزمایشگاهی، یک مدل مناسب برای تعیین مقاومت برشی در ستون‌های کوتاه مستطیلی توسط برنامه‌سازی ژنتیک (GP) ارائه شده است. رابطه‌ی مقاومت برشی ارائه‌شده با روابط موجود آیین‌نامه‌ی مقایسه شد و روابط حاصل از GP، ACI و EC2 به ترتیب حدود ۱۵، ۴۵ و ۴۳ درصد با نتایج آزمایشگاهی خطا داشتند که نشان‌دهنده‌ی دقت خوب رابطه‌ی ارائه‌شده با GP است.

واژگان کلیدی: مقاومت برشی، ستون کوتاه، برنامه‌سازی ژنتیک، روش اجزاء محدود، آیین‌نامه.

beheshti@kntu.ac.ir
hesamketabdar@yahoo.com

۱. مقدمه

ستون‌های سازه‌ی نه فقط تحت تأثیر نیروهای محوری ناشی از وزن بنای تراز بالای خود قرار می‌گیرند، بلکه در طول یک زلزله‌ی شدید لازم است نیروهای بسیار بزرگ برشی و لنگرهای خمشی را تحمل کنند. مطالعات آزمایشگاهی بسیاری جهت روشن شدن پاسخ اعضای بتنی مسلح به منظور تشخیص رفتار آن‌ها تحت تأثیر بارهای جانبی دوره‌ی و نیز به منظور گسترش یک معیار مناسب جهت اطمینان از وقوع پاسخ شکل‌پذیر انجام شده است.^[۱] با توجه به شرایط ذکرشده، نگرانی اصلی، رفتار برشی ستون‌های بتنی مسلح است که باعث ایجاد پاسخ غیرشکل‌پذیر در سازه می‌شود. مطالعات نشان می‌دهد که بسیاری از ساختمان‌های موجود که مقادیر کم آرما تور عرضی دارند، در برابر شکست برشی در هنگام زلزله آسیب‌پذیرند. شکست برشی می‌تواند باعث کاهش مقاومت باربری جانبی و تغییر در مکانیزم تغییرشکل غیرارجاعی ستون شود. پیشرفت فرایند انهدام برشی و کاهش مقاومت هسته‌ی بتنی ممکن است منجر به از دست رفتن ظرفیت باربری محوری ستون شود. به محض کم شدن ظرفیت باربری ستون، بارهای ثقلی حمل‌شده به‌وسیله‌ی ستون باید به اعضای مجاور منتقل شوند. کاهش سریع ظرفیت باربری باعث بازتوزیع تلاش‌های داخلی در قاب‌های یک سازه و درنهایت، به فرو ریختن سازه منجر می‌شود. بنابراین با آگاهی از خطرهای مذکور، مهندسان در ارزیابی سازه‌های موجود و با طراحی

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۵/۸/۱۰، اصلاحیه ۱۳۹۵/۱۰/۸، پذیرش ۱۳۹۵/۱۲/۳.

DOI:10.24200/J30.2019.1429

ساختمان‌های جدید مقاوم در برابر زلزله باید از انهدام برشی به شدت جلوگیری کنند.^[۲]

در سال ۱۹۹۹ با در نظر گرفتن بیش از ۳۵° داده‌ی آزمایشگاهی به پیش‌بینی مقاومت برشی اعضای بتنی مسلح بدون خاموت پرداخته شده است.^[۳] همچنین در سال ۲۰۰۴ ثابت شده است که ستون‌هایی با آرما تورهای عرضی ناکافی، در معرض گسیختگی برشی قرار دارند و تغییرشکل‌های بزرگی در آن‌ها ایجاد می‌شود و برای پیش‌بینی نوع شکست ستون، مواردی همانند نسبت آرما تورهای عرضی و نسبت مقاومت برشی پلاستیک مورد نیاز به مقاومت برشی مقطع می‌باید در نظر گرفته شود.^[۴] در سال ۲۰۰۴ نیز با استفاده از نتایج ۸۹ داده‌ی آزمایشگاهی و با در نظر گرفتن نسبت دهانه‌ی برش به عمق مقطع، میزان بار فشاری و شکل‌پذیری به‌عنوان پارامترهای مؤثر در مقاومت برشی، مدلی برای مقاومت برشی ستون‌های مسلح ارائه شده است و به دلیل وارد کردن برخی پارامترهای مؤثر در مدل‌سازی نسبت به مطالعات مشابه، نتایج دقت بهتری داشته‌اند.^[۵] همچنین در سال ۲۰۰۷،^[۶] ۸ ستون بتنی مسلح تحت بار محوری و جابه‌جایی افقی آزمایش شدند و نتایج نشان دادند که با نسبت دهانه‌ی برشی کمتر از ۲/۵، به هنگام جابه‌جایی چرخه‌ی، نمونه‌ها رفتار ترد داشته و در معرض شکست برشی قرار و در محدوده‌ی ستون کوتاه قرار گرفته‌اند.

از آنجا که طراحی ستون‌ها تحت برش حاصل از زلزله و نیروهای حاصل از فرایند تحلیل ارتجاعی انجام می‌یابد، برش‌های مذکور به نسبت سختی اولیه‌ی

جدول ۱. خلاصه‌ی روابط آیین‌نامه‌یی.

مدل ارائه شده جهت مقاومت برشی ستون‌های مسلح بتنی با مقطع مستطیلی	آیین‌نامه
$V = V_c + V_s = \left(1 + \frac{N_u}{17.8 A_g}\right) \frac{\sqrt{f'_c}}{f} b_w d + \frac{A_v f_y h d}{s}$	ACI
$V = V_c + V_s = \left[0.12(1 + \sqrt{\frac{f_{c0}}{d}}) \sqrt{(100 \rho_l f'_c)} + 0.15 \left(\frac{N_u}{A_g}\right)\right] b_w d \frac{A_v f_y h z}{s} \cot \theta$	EC2

برنامه‌سازی ژنتیک، به‌ویژه برنامه‌سازی بیان ژن یا درختی (GEP) برای برقراری روابط پیچیده بین داده‌های آزمایشگاهی استفاده کرده‌اند.^[۱۶-۱۳] همچنین در سال ۲۰۱۱،^[۱۷] برای پیش‌بینی مقاومت برشی تیرهای بتنی FRP بدون خاموت از برنامه‌سازی درختی ژنتیک (GEP) استفاده شده است. در سال ۲۰۱۳،^[۱۸] نیز از GEP در جهت مدل‌سازی ظرفیت خمشی اعضاء فروسیمانی استفاده شده است.

همچنین در سال ۲۰۱۴،^[۱۹] برآورد مقاومت برشی تیرهای بتنی مسلح بدون خاموت از طریق برنامه‌سازی خطی ژنتیک پرداخته شده است. در سال ۲۰۱۶،^[۲۰] نیز به ارزیابی حد نهایی ستون‌های بتنی مسلح به FRP، به کمک GEP پرداخته شده است. همچنین برخی پژوهشگران در سال ۲۰۱۶،^[۲۱] مدلی جهت پیش‌بینی مقاومت اعضاء مصالح بنایی تقویت‌شده با FRP ارائه کرده‌اند. مقایسه‌ی نتایج به‌دست آمده از تمامی پژوهش‌های ذکرشده و نتایج آزمایشگاهی، دقت بالای شاخه‌های مختلف برنامه‌سازی ژنتیک در ارائه‌ی مدل‌های پیش‌بینی در زمینه‌های مختلف را نشان می‌دهد. بررسی کلیه‌ی مطالعات منتشرشده از کاربرد GP^۲ در مهندسی عمران مبین آن است که تا کنون از این روش برای برآورد مقاومت برشی ستون‌های کوتاه استفاده نشده است.

در نوشتار حاضر، به جهت در نظر گرفتن دامنه‌ی وسیع تغییر پارامترهای اثرگذار در مقاومت ستون کوتاه، کلیه‌ی نتایج آزمایشگاهی گردآوری شده است. به علت محدود بودن تعداد نمونه‌های در دسترس که بالغ بر ۳۶ نمونه است و لذا تکمیل آن‌ها، نمونه‌های اضافی مدل‌سازی شد. در ابتدا، مدل‌سازی اجزاء محدود در نرم‌افزار آباکوس^۴ توسط داده‌های آزمایشگاهی اعتبارسنجی شد و پس از اطمینان از صحت مدل‌سازی تعداد ۵۳ ستون مورد نیاز مدل و داده‌های مورد نظر جمع‌آوری شد. در ادامه، به کمک برنامه‌سازی درختی ژنتیک (GEP)، به برآورد مقاومت برشی ستون‌های کوتاه اقدام شد و رابطه‌ی جهت برآورد مقاومت برشی المان‌های مذکور ارائه شده است. جهت برآورد دقت مدل، نتایج به‌دست‌آمده با آیین‌نامه‌های مرتبط مقایسه شده است.

۲. مدل‌سازی ستون‌ها

تعداد داده‌های آزمایشگاهی که در محدوده‌ی ستون کوتاه قرار گرفته و شکست آن‌ها از نوع شکست برشی هستند، محدود است. همچنین داده‌های آزمایشگاهی موجود نیز در بازه‌های مناسبی جهت مدل‌سازی غیرخطی و برنامه‌سازی ژنتیک نیستند. بنابراین از مدل‌سازی مناسب عددی جهت به‌دست‌آوردن تعداد داده‌های لازم و بازه‌ی مناسب آن‌ها استفاده شده است. از داده‌های آزمایشگاهی نیز در جهت اعتبارسنجی مدل‌سازی‌ها استفاده شد. همچنین از تأثیر نیروی محوری (P)، مقدار آرماتورهای عرضی (ρ_w)، مقاومت بتن (f'_c)، آرماتور طولی (ρ_l)، تأثیر نسبت دهانه‌ی برش به ارتفاع مقطع (a/d) به‌عنوان پارامترهای مؤثر در مقاومت برشی استفاده شده است. این تذکر لازم است که مطالعات پیشین نشان داده است که با افزایش مقدار آرماتور عرضی، مقاومت برشی ستون

آن‌ها در بین ستون‌ها تقسیم می‌شوند. در نظر نگرفتن سختی اجزاء غیرسازه‌یی چون جداگرها در تحلیل‌های مذکور، عملاً سبب ایجاد ستون کوتاه در ستون‌های مجاور این اجزا در اثر کاهش طول آن‌ها به سبب ایجاد طول گیرداری می‌شود. لذا ستون‌ها عملاً تحت برش‌هایی به مراتب بالاتر از مقدار پیش‌بینی شده به هنگام طراحی کشسان قرار می‌گیرند و سبب خرابی آن‌ها می‌شوند. مضافاً مکانیزم انتقال نیرو در ستون‌های کوتاه که به شکل ایجاد اعضاء فشاری و کششی است، با مکانیزم فرض‌شده در ستون‌های معمولی که به شکل خمشی - محوری است، کاملاً متفاوت است.^[۷] جهت برآورد مقاومت برشی ستون‌های بتن‌آرمه، آیین‌نامه‌های مختلفی در سراسر جهان نظیر،^[۸] ACI و EC2،^[۹] مدل‌هایی جهت برآورد مقاومت برشی ارائه شده است، که خلاصه‌ی آن‌ها در جدول ۱ ارائه شده است. که در آن V_c ، V_s ، N_u ، A_g ، d ، b_w ، f'_c ، A_g ، ρ_l ، s ، f_y ، h ، d ، θ به ترتیب: مقاومت برشی تأمین‌شده توسط بتن، مقاومت برشی تأمین‌شده توسط آرماتور، نیروی فشاری، سطح مقطع کل عضو، مقاومت فشاری بتن، عرض جان، ارتفاع مؤثر مقطع، سطح آرماتور برشی، تنش تسلیم، فاصله‌ی آرماتورهای برشی، نسبت آرماتور طولی و بازوی لنگر خمشی یا فاصله‌ی برآیند نیروهای کششی - فشاری ناشی از خمش و زاویه‌ی ترک‌خوردگی مقطع نسبت به امتداد ستون در واحد SI هستند.

ضعف مشترک موجود در تمامی معادلات مطرح‌شده در مورد مقاومت برشی ستون‌ها، چه در آیین‌نامه‌ها و چه در دیگر مدل‌سازی‌ها، در نظر نگرفتن پیشینه‌ی پارامترها و میزان اثر بخشی نسبی آن‌ها در مقاومت برشی است، که سبب بروز خطای زیاد در محاسبات مقاومت برشی ستون‌ها علی‌الخصوص ستون‌های کوتاه می‌شود. بنابراین برآورد نادرست مقاومت برشی ستون‌های کوتاه، یکی از دلایل اصلی شکست آن‌ها تحت زلزله‌های مخرب است. همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود در روابط ارائه‌شده توسط ACI و EC2، پارامتر مؤثر و مهمی همچون نسبت دهانه‌ی برشی به طول مؤثر استفاده نشده است. جهت رفع اشکال ذکرشده، ارائه‌ی مدلی با دقت مناسب براساس نتایج آزمایشگاهی و عددی از مقاومت برشی المان‌های مذکور، اهمیت بسیاری دارد.

با پیشرفت برنامه‌های رایانه‌یی و الگوریتم‌های فراابتکاری و به‌کارگیری آن‌ها در ارائه‌ی مدل‌هایی با دقت مناسب، جایگزین مناسبی برای بسط نتایج آزمایشگاهی در زمینه‌ی مهندسی عمران مهیا شده است. یکی از روش‌های ذکرشده، الگوریتم ژنتیک است که روشی بسیار قوی در بهینه‌سازی براساس اصل‌های ژنتیک و انتخاب طبیعی است. برنامه‌سازی ژنتیک، یکی از شاخه‌های الگوریتم ژنتیک است، که برنامه‌های رایانه‌یی را با استفاده از اصل انتخاب طبیعی دارویی برای حل مسائل مختلف ایجاد می‌کند. برنامه‌سازی ژنتیک در سال ۱۹۹۲،^[۱۰] به‌عنوان شاخه‌یی از الگوریتم ژنتیک معرفی و در پژوهشی در سال ۲۰۰۱،^[۱۱] گسترش یافته و به شاخه‌های مختلف تقسیم‌بندی شده است. برخی پژوهشگران طی پژوهشی در سال ۲۰۰۳،^[۱۲] به بررسی شاخه‌های مختلف برنامه‌سازی ژنتیک، نظیر برنامه‌سازی خطی (LGP)^۱ و برنامه‌سازی بیان ژن یا درختی (GEP)^۲ و مقایسه‌ی نقاط ضعف و قوت آن‌ها پرداخته‌اند. در سال‌های اخیر، بسیاری از پژوهشگران از شاخه‌های مختلف

مدل‌های رفتاری ساده و دقیق است. در مطالعه‌ی حاضر، از المان خرابایی $TCDY$ با مدل دو خطی و شیب سخت‌شوندگی به میزان ۱٪ سختی بخش ارتجاعی جهت مدل آرماتورهای فولادی استفاده شده است. [۲۳، ۲۴]

۳.۲. نرمالیزه کردن پارامترهای مؤثر در مقاومت برشی

نرمالیزه کردن پارامترهای مرتبط به متغیر مورد جست‌وجو که در اینجا مقاومت برشی است، اهمیت زیادی در یک فرمول‌سازی به روش درون‌یابی یا استفاده از الگوریتم‌های تکاملی دارد. معنادار شدن نسبت‌های مذکور بعد از نرمالیزه شدن و عدم وابستگی به واحد مورد استفاده در متغیرها از مزایای شیوه‌ی مذکور است. متأسفانه از ایرادهای وارد بر فرمول‌سازی با استفاده از الگوریتم‌های تکاملی در مطالعات پیشین، امکان رعایت نکردن موضوع ذکرشده در روند بهبود دقت مدل است. روابط ارائه‌شده اساساً فاقد معناست و کاربرد ملزم به استفاده از واحدهای معرفی شده است و یا در مواردی امکان تبدیل واحد در آن‌ها به سادگی میسر نیست. با توجه به معرفی پارامترهای مؤثر در مقاومت برشی، رابطه‌ی ۱ را می‌توان به این منظور معرفی کرد: [۷]

$$V_n = f(\rho_l, \rho_w, f'_c, p, a/d) \quad (1)$$

با نرمالیزه کردن پارامترهای مرتبط، رابطه‌ی فوق به صورت رابطه‌ی ۲ معرفی می‌شود:

$$\frac{V_n}{bd\sqrt{f'_c}} = f\left(\rho_l, \frac{\rho_w f_y}{\sqrt{f'_c}}, \frac{P}{Agf'_c}, \frac{a}{d}\right) \quad (2)$$

که در آن، $V_n(N)$ نیروی برش نهایی، $P(N)$ نیروی محوری، b عرض ستون، $f'_c(MPa)$ مقاومت فشاری ۲۸ روزهی بتن، a/d نسبت دهانه‌ی برشی به عمق مؤثر ستون، $(\rho_l = A/bd)$ درصد آرماتورهای طولی، Ag مساحت آرماتورهای طولی، $(\rho_w = (A_w/bd))$ درصد آرماتورهای عرضی و $f_y(MPa)$ تنش تسلیم آرماتور عرضی است.

۴.۲. اعتبارسنجی و تولید داده‌های موردنیاز

داده‌های لازم برای مدل‌سازی رابطه‌ی مناسب جهت برآورد مقاومت برشی، از نتایج آزمایشگاهی در دسترس جمع‌آوری شده و بانک اطلاعاتی شامل ۳۶ نمونه بوده است که در پیوست ارائه شده است. ۶ نمونه از آن جهت اعتبارسنجی استفاده شده است، که مشخصات آن‌ها در جدول‌های ۲ الی ۴ و اعتبارسنجی مدل‌سازی در شکل ۲ ارائه شده است. [۲۹، ۲۸] مقایسه‌ی نتایج حاصل از اعتبارسنجی در شکل یک، نشان‌دهنده‌ی دقت مناسب شبیه‌سازی مذکور در برآورد مقاومت برشی ستون‌های انتخابی است. به علت محدودیت تعداد داده‌ها و نبود نتایج آزمایشگاهی در محدوده‌ی تغییرات بعضی از پارامترها، کاربرد مدل اجزاء محدود قابل اطمینان برای بسط داده‌های موردنیاز امری ضروری به نظر می‌رسد. اعتبار مدل و صحت نتایج شبیه‌سازی عددی، یکی از مهم‌ترین و ضروری‌ترین قدم‌ها جهت نیل به نتایج قابل اعتماد است. بدین منظور مدل اجزاء محدود توسط تعدادی نمونه‌ی آزمایشی کالیبره و سپس از آن برای بسط داده‌ها استفاده شده است. در ادامه، با توجه نتایج اعتبارسنجی، ۵۳ ستون کوتاه مستطیلی جهت پیش‌بینی مقاومت برشی مدل‌سازی شده‌اند که خلاصه‌ی داده‌های مدل‌سازی شده و نتایج به دست آمده در پیوست نوشتار حاضر قابل ملاحظه است.

افزایش یافته و همچنین شکل‌پذیری ستون بیشتر شده است. با افزایش مقاومت بتن، نیز مقاومت برشی افزایش و همچنین نمودار بعد از بیشینه‌ی آن با شیب بیشتری کاهش یافته است. به عبارت دیگر، با افزایش مقاومت بتن، شکل‌پذیری ستون کاهش می‌یابد و رفتار آن ترد می‌شود. همچنین با افزایش مقدار آرماتور طولی، مقاومت ستون افزایش قابل توجهی نمی‌کند و با کاهش نسبت (a/d) مقاومت برشی افزایش می‌یابد و رفتار ستون ترد و ستون به صورت برشی گسیخته می‌شود. [۷]

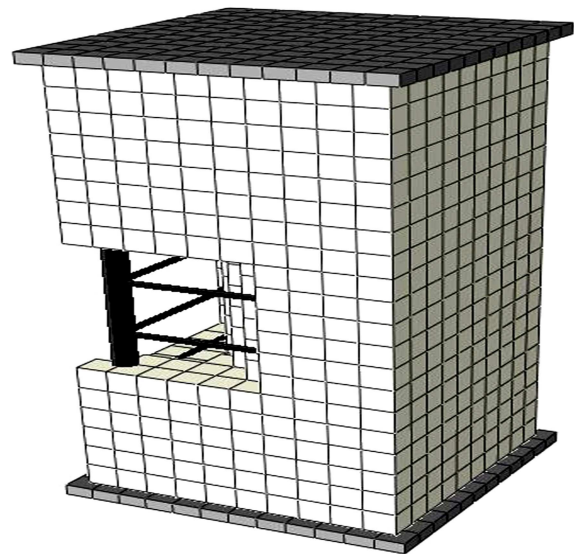
۱.۲. مدل‌سازی بتن در نرم‌افزار آباکوس

برای مدل‌سازی بتن از المان سه بُعدی ۸ گره‌ی $C3D8$ استفاده شده است. [۲۳، ۲۴] با کنترل شبکه‌بندی هندسی سعی شده است از المان‌های ۶ وجهی به جهت حصول به جواب‌های دقیق‌تر، سختی کمتر، و هم‌گرایی عددی بهتر در مقایسه با المان‌های ۴ وجهی استفاده شود. [۲۴] در شکل ۱، نمایی از ستون مدل‌شده در نرم‌افزار آباکوس نشان داده شده است.

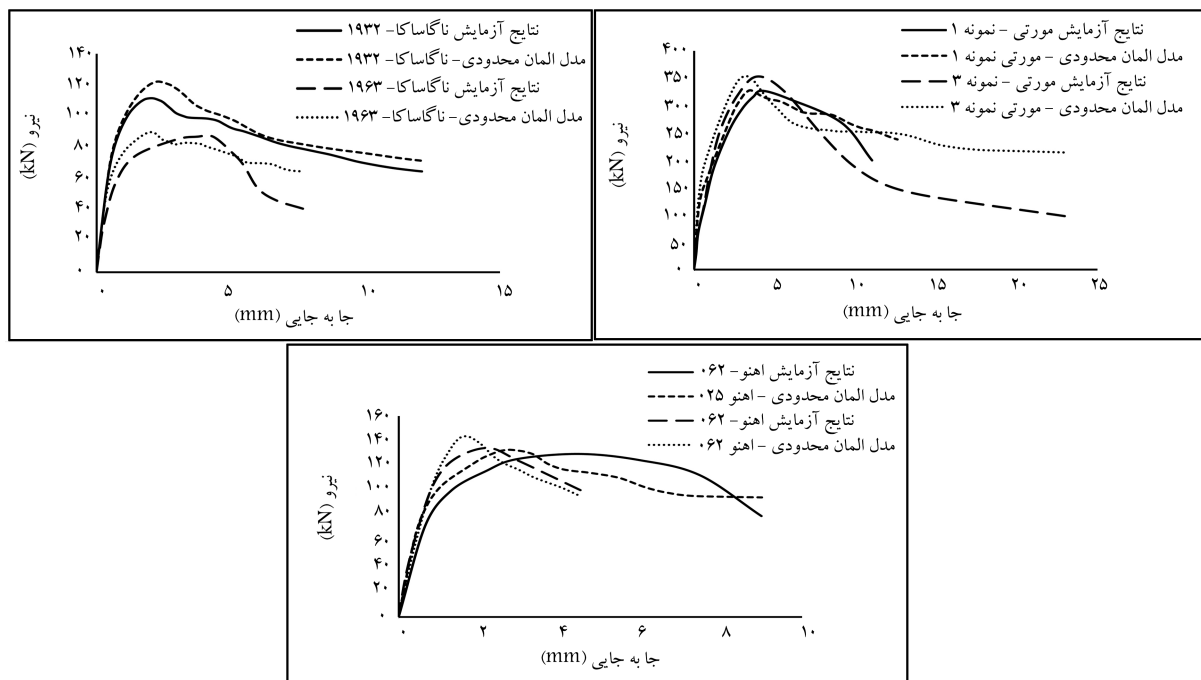
برای خصوصیات رفتار بتن از مدل خمیری آسیب‌دیده بر پایه‌ی فرضیات آسیب‌دیدگی هسمان و برای حالت‌هایی که بتن تحت بارگذاری‌های دلخواه و از جمله چرخه‌ی قرار می‌گیرد، استفاده شده است. در مدل مذکور، اثر کاهش سختی کشسان در نتیجه‌ی کرنش‌های خمیری، هم در کشش و هم در فشار در نظر گرفته شده است. همچنین در مدل مذکور، تأثیر بازیابی سختی به هنگام بارهای چرخه‌ی لحاظ و خصوصیات بتن در کشش و در فشار به طور جداگانه تعریف شده است. [۲۴] لازم به ذکر است که معیار خرابایی مدل رفتاری ذکرشده، معیار دراگر - پراگر، [۲۵] و تابع تسلیم آن، تابع لوبلینر، است. [۲۶]

۲.۲. مدل‌سازی فولاد در نرم‌افزار آباکوس

تاکنون مدل‌های زیادی برای شبیه‌سازی رفتار میلگرد در اجزاء بتن‌آرمه ارائه شده است که برخی از آن‌ها جهت محاسبات سازه‌ی و برخی دیگر برای مدل‌سازی عددی مناسب هستند. مدل‌سازی سازه‌های حجیم و پیچیده، نیازمند استفاده از



شکل ۱. نمونه ستون مدل‌شده در نرم‌افزار آباکوس.



شکل ۲. اعتبارسنجی نمونه‌های آزمایشگاهی. [۳۰، ۳۱]

جدول ۲. مشخصات هندسی نمونه‌های آزمایشگاهی.

شماره	نام نمونه	Fc (MPa)	B (mm)	H (mm)	L (mm)	P (kN)
۱	Moretti C۱	۳۶	۲۵۰	۲۵۰	۵۰۰	۶۷۵
۲	Moretti C۳	۳۹	۲۵۰	۲۵۰	۵۰۰	۷۳۱
۳	Nagasaka ۱۹۸۲, HPRC ۱۰-۶۳	۲۱٫۶	۲۰۰	۲۰۰	۱۵۰	۱۴۷
۴	Nagasaka ۱۹۸۲, HPRC ۱۹-۳۲	۲۱	۲۰۰	۲۰۰	۱۵۰	۲۹۴
۵	Ono et al. ۱۹۸۹, CA ۰ ۲۵C	۲۵٫۸	۲۰۰	۲۰۰	۱۵۰	۲۶۵
۶	Ono et al. ۱۹۸۹, CA ۰ ۶۰C	۲۵٫۸	۲۰۰	۲۰۰	۱۵۰	۶۳۶

جدول ۳. مشخصات آرماتورهای عرضی نمونه‌های آزمایشگاهی.

نام نمونه	φ (mm)	ρ_s	Fy (MPa)	Fu (MPa)
Moretti C۱	۸	۰٫۰۱۲	۳۰۰	۴۵۰
Moretti C۳	۸	۰٫۰۱۲	۳۰۰	۴۵۰
Nagasaka ۱۹۸۲, HPRC ۱۰-۶۳	۶	۰٫۰۰۸۱	۳۴۴	۴۳۴
Nagasaka ۱۹۸۲, HPRC ۱۹-۳۲	۶	۰٫۰۱۳۹	۳۴۴	۴۳۴
Ono et al. ۱۹۸۹, CA ۰ ۲۵C	۶	۰٫۰۰۹۱	۴۲۶	۵۹۵
Ono et al. ۱۹۸۹, CA ۰ ۶۰C	۶	۰٫۰۰۹۱	۴۲۶	۵۹۵

جدول ۴. مشخصات آرماتورهای طولی نمونه‌های آزمایشگاهی.

نام نمونه	φ (mm)	ρ_l	Fy (MPa)	Fu (MPa)
Moretti C۱	۱۴	۰٫۰۲	۴۸۰	۵۵۰
Moretti C۳	۲۰	۰٫۰۴	۴۸۰	۵۰۰
Nagasaka ۱۹۸۲, HPRC ۱۰-۶۳	۱۲٫۷	۰٫۰۱۲۷	۳۷۱	۵۴۱
Nagasaka ۱۹۸۲, HPRC ۱۹-۳۲	۱۲٫۷	۰٫۰۱۲۷	۳۷۱	۵۴۱
Ono et al. ۱۹۸۹, CA ۰ ۲۵C	۹٫۵	۰٫۰۲۱۳	۳۶۱	۵۳۳
Ono et al. ۱۹۸۹, CA ۰ ۶۰C	۹٫۵	۰٫۰۲۱۳	۳۶۱	۵۳۳

۳. مدل سازی ژنتیک

۱.۳ برنامه سازی ژنتیک

در سال های اخیر، پژوهشگران از برنامه سازی ژنتیک در مسائل مختلف مهندسی عمران استفاده کرده اند. از جمله آن ها می توان به بهینه سازی پیکربندی سازه ها و ورق های کامپوزیت، بهینه سازی زمان و هزینه در مدیریت ساخت، قابلیت اعتماد سازه ها و پیش بینی مقاومت المان های مختلف سازه ای اشاره کرد. نتایج آن ها، نشان دهنده عملکرد موفق ژنتیک در حل مسائل مختلف است. [۱۹، ۲۱، ۲۲ و ۲۳]

بسیاری از اپراتورهای ژنتیکی مورد استفاده در الگوریتم ژنتیک را می توان با تغییرات جزئی در برنامه سازی ژنتیک نیز اجرا کرد. برنامه سازی ژنتیک با اجرای این سه مرحله و به کمک تابع برازندگی، برنامه های رایانه ای ایجاد می کند تا مسائل مطرح شده را حل کند:

۱. ایجاد یک جمعیت اولیه (جواب های اولیه) از ترکیب های تصادفی توابع مسائل؛
۲. انجام مکرر این مراحل تا وقتی که شرایط خاتمه ی برنامه سازی از قبیل هم گرایی جواب ها و ... حاصل شود؛

الف) اختصاص دادن یک مقدار برازندگی با استفاده از تابع برازندگی به هر یک از افراد جمعیت (جواب ها)،

ب) ایجاد جمعیت جدیدی از برنامه های رایانه ای (جواب های جدید) با استفاده از انجام این عملگرهای ژنتیکی: تولید مجدد: کپی کردن یک برنامه ی موجود به جمعیت جدید، ادغام: ایجاد برنامه های تولید مثل برای جمعیت جدید با انتخاب ترکیبی تصادفی بخش های انتخاب شده از دو برنامه ی موجود، چنان که در شکل ۳ مشاهده می شود، جهش: ایجاد برنامه ی تولید مثل جدید برای جمعیت جدید، با جهش دادن تصادفی یک بخش که به طور تصادفی از برنامه ی موجود انتخاب شده باشد (شکل ۴).

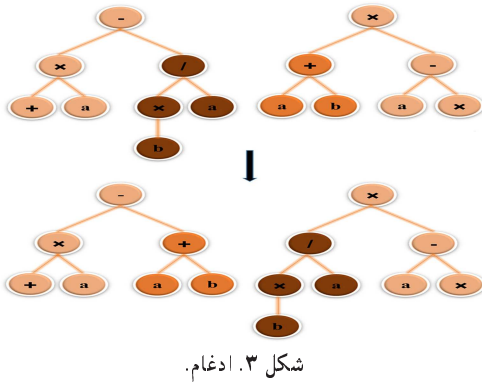
ج) انتخاب برنامه هایی (جواب هایی) که برازندگی مناسب تری جهت حل مسئله برای حضور در نسل بعد و حذف برنامه های ناکارآمد دارند.

۳. در نهایت، برنامه یی (جوابی) که خطای کمتر و برازندگی بهتری دارد، به عنوان نتیجه ی سیستم برنامه ریزی ژنتیک و بهترین راه حل ممکن برای حل مسئله انتخاب می شوند. [۱۳، ۱۴ و ۱۷]

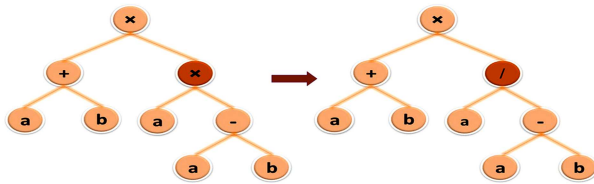
در واقع با استفاده از عملگرهای ژنتیک بر روی جمعیت اولیه (جواب های اولیه)، نسل های مختلفی از جمعیت (جواب ها) تولید می شود تا در نهایت بهترین جواب به عنوان پاسخ مسئله ارائه شود. از مزایای برنامه سازی ژنتیک نسبت به سایر برنامه های مشابه می توان به سادگی، خطی بودن و نسبتاً کوچک بودن کروموزوم ها اشاره کرد که در نهایت منجر به مدیریت و کنترل ساده ی مدل سازی می شود. [۲۱]

۲.۳ روش برنامه سازی بیان ژن (GEP)

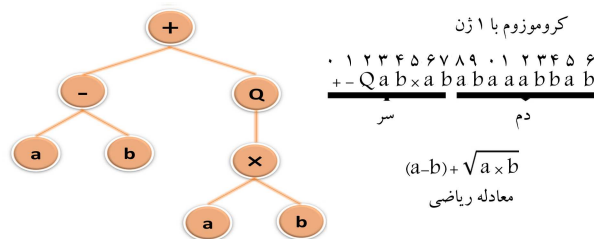
GEP دو عنصر اصلی از قبیل کروموزوم ها و درخت بیان ژن دارد که کروموزوم ها خود شامل یک یا تعداد بیشتری ژن هستند. ژن ها در روش GEP، همان طور که در شکل ۵ مشاهده می شود، از دو قسمت سر و دم تشکیل شده اند که شامل روابط ریاضی، متغیرها و ثابت ها می شود. درخت بیان و معادله ی ریاضی مربوط به آن نیز در شکل ۵ نشان داده شده است. تبدیل درخت بیان به زبان کاروا با خواندن از چپ به راست و از بالا به پایین، در خط بالایی درخت انجام می شود. [۱۵ و ۱۷]



شکل ۳. ادغام.



شکل ۴. جهش.



شکل ۵. کروموزوم با یک ژن و درخت بیان و معادلات ریاضی مرتبط با آن. [۱۷]

۳.۳ ارزیابی عملکرد

از روابط ۳ الی ۵، برای ارزیابی مدل سازی ژنتیک استفاده می شود:

$$RMSE = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (h_i^i - t_i^i)}}{n} \quad (3)$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |h_i - t_i|}{n} \quad (4)$$

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n (h_i - \bar{h}_i)(t_i - \bar{t}_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (h_i - \bar{h}_i)^2 \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t}_i)^2}} \quad (5)$$

که در آن ها h_i و t_i به ترتیب مقدار نمونه ی آزمایشگاهی h_i و خروجی به دست آمده از مدل سازی عددی t_i و میانگین مقادیر آزمایشگاهی و خروجی به دست آمده از مدل سازی عددی و n تعداد نمونه ها است. واضح است که R به تنهایی نماینده ی خوبی برای پیش بینی دقت مدل نیست، به این علت که با جابه جایی مساوی مقادیر خروجی، مقدار R تغییر نمی کند. تابع هدف ساخته شده، تغییرات MAE ، $RMSE$ و R را به طور هم زمان در نظر می گیرد. ضریب همبستگی، رابطه ی بین دو پارامتر را نشان می دهد و عددی بین ۰ و ۱ است که هر چه ارتباط بین دو پارامتر بیشتر باشد، ضریب همبستگی به ۱ نزدیک تر می شود و هر چه میانگین خطای دقیق در مجذور میانگین مربع خطا پایین تر و ضریب همبستگی بیشتر باشد، مدل سازی دقیق تر می شود. به علاوه، توابع مذکور، آثار اختلاف داده های مختلف را برای آموزش (تعلیم) و ارزیابی داده ها در نظر می گیرد. [۱۸]

۴.۳. تنظیمات

۱.۴.۳. داده‌ها

از داده‌های به دست آمده در جدول ۲، ۷۰٪ داده‌ها برای آموزش و ۳۰٪ آن‌ها جهت اعتبارسنجی مدل‌سازی GEP استفاده شده‌اند. همچنین از ۳۶ داده‌ی آزمایشگاهی جهت اعتبارسنجی مدل‌سازی GEP انجام شده، استفاده شده است.

۲.۴.۳. تابع برازندگی

با توجه به صورت مسئله، بهترین تابع برای مشخص کردن برازندگی هر مدل، تابعی است که در آن خطای آماری نقش مهمی داشته باشد، که در مدل‌سازی‌های ژنتیک پرکاربردترین تابع برازندگی، تابع F است: [۱۹]

$$Fitness\ Func = \left(\frac{1}{1 + RMSE} \right) \times 1000 \quad (6)$$

۳.۴.۳. عملگرهای ژنتیک

نرخ عملگرهای ژنتیک به صورت تجربی و با توجه به شرایط، محدودیت‌ها و نوع مدل‌سازی تعیین می‌شود، که در این مدل‌سازی انتخاب نرخ‌های عملگرها به صورت تلفیقی از مدل‌سازی‌های مشابه که در مقالات و مجلات معتبر علمی به چاپ رسیده است، [۱۸] و همچنین روابط تجربی و سعی و خطا تعیین شده است که در جدول ۵ ارائه شده است.

۴.۴.۳. پارامترهای ژنتیک

تعداد کروموزم‌ها، تعداد ژن‌ها، طول کروموزوم‌ها و نحوه‌ی اتصال ژن‌ها به عنوان پارامترهای ژنتیکی شناخته می‌شوند که مقادیر آن‌ها در جدول ۶ ارائه شده است.

۵.۳. مدل‌سازی ژنتیک

با استفاده از مدل‌سازی عددی، داده‌های آزمایشگاهی و براساس پارامترهای مؤثر، بهترین مدل GEP برای پیش‌بینی مقاومت برشی ستون‌های کوتاه RC مستطیلی با استفاده از پارامترهای مؤثر معرفی شده و داده‌های آزمایشگاهی جمع‌آوری شده به صورت کدنویسی درختی مطابق شکل ۶ ارائه شده‌اند که برای سهولت در استفاده، کدهای حاصل به صورت نمایش قابل استفاده با جایگزینی پی در پی متغیرها تبدیل

جدول ۵. عملگرهای ژنتیک.

تنظیمات	عملگرهای ژنتیک
۰/۰۵	نرخ جهش
۰/۱	نرخ جابه‌جایی ژن
۰/۱۵	نرخ ادغام تک نقطه‌یی
۰/۱۵	نرخ ادغام دو نقطه‌یی
۰/۱	نرخ ادغام یکنواخت
۰/۱	نرخ ادغام ژن

جدول ۶. پارامترهای ژنتیک.

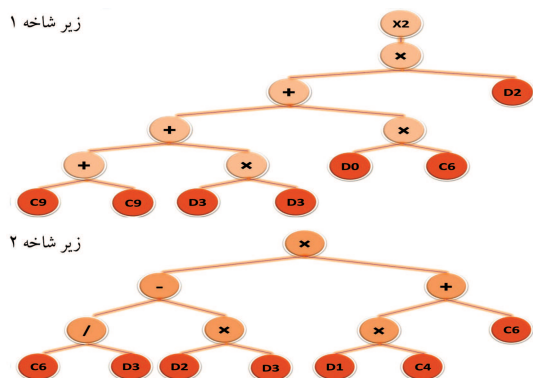
تنظیمات	پارامتر
۵۰-۱۰۰-۱۵۰	کروموزوم
۱-۲-۳-۴	ژن‌ها
۳-۵-۸-۱۰	سایز سر
۴-۶-۹-۱۱	سایز دم
Addition	اتصال توابع

شده است. فرمول‌بندی GEP بهینه برای مقاومت برشی ستون‌های کوتاه RC در روابط V ارائه شده است.

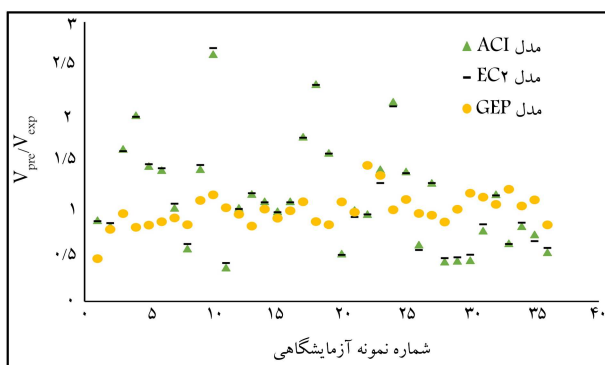
$$V_n = \left\{ \rho_l \times \left(13.24 + \left(\frac{a}{d} \right)^2 + 7.23 \frac{P}{A_g \times f_c} \right)^2 + \left(0.523 \frac{d}{a} - \rho_l \times \frac{a}{d} \right) \times \left(0.11 \frac{\rho_v \times f_y}{\sqrt{f_c}} + 0.523 \right) \right\} \times b \times d \times \sqrt{f_c} \quad (7)$$

۴. مقایسه‌ی مدل GEP با آیین‌نامه‌ی ACI و EC۲

مقایسه‌ی از مدل پیشنهادی GEP با مدل‌های آیین‌نامه‌های ACI و EC۲ توسط ۳۶ داده‌ی آزمایشی در جدول ۷ و شکل ۷ ارائه شده است. در جدول ۷، مجذور میانگین مربع خطا (RMSE)، میانگین خطای دقیق (MAE) و ضریب همبستگی (R) برای هر ۳ مدل ACI، EC۲ و GEP نشان داده شده است، که



شکل ۶. بهترین مدل GEP برای پیش‌بینی مقاومت برشی ستون‌های کوتاه RC مستطیلی.



شکل ۷. مقایسه‌ی از مدل پیشنهادی GEP با مدل‌های آیین‌نامه‌ی ACI و EC۲.

جدول ۷. مقایسه‌ی از مدل پیشنهادی GEP با مدل‌های آیین‌نامه‌ی ACI و EC۲.

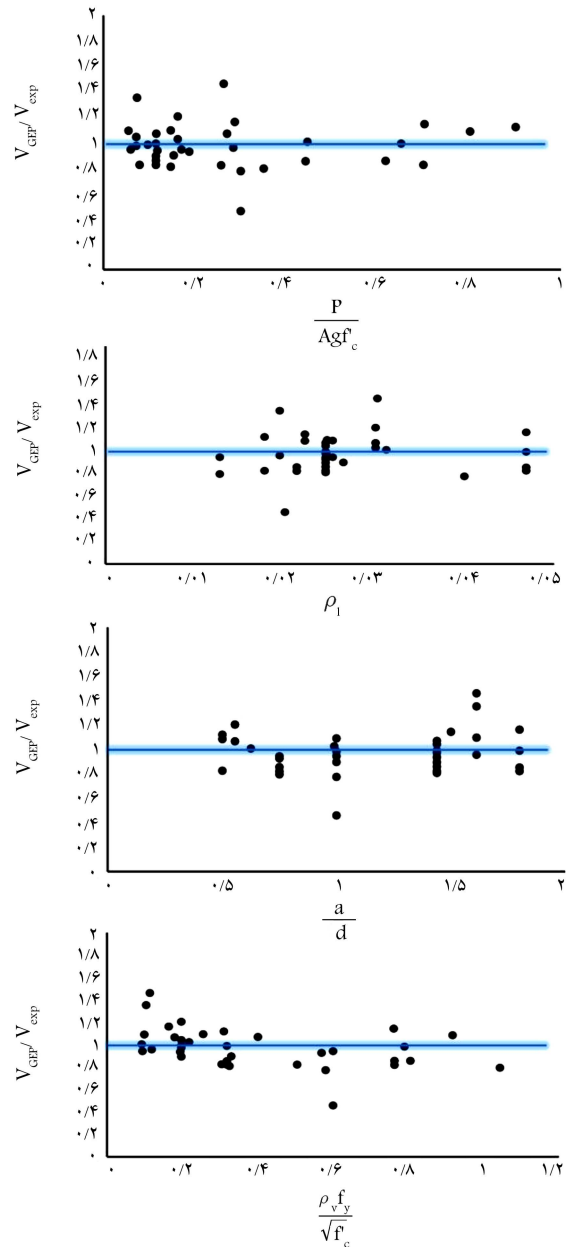
روش	%RMSE	%MAE	R
ACI	۱۱۱/۴۲	۸۰/۳۷۸	۰/۵۰۱۴
EC۲	۱۰۳/۱۲	۷۳/۲۹	۰/۵۳۵۹
GEP Model	۳۸/۳۷۷	۲۳/۳۹۸	۰/۹۱۹

که دقت مدل GEP بسیار بهتر از ۲ مدل دیگر است. همچنین ملاحظه می‌شود که نتایج دو آیین‌نامه‌ی ACI و EC۲ به هم نزدیک است. در شکل ۸، نسبت میزان مقاومت برشی مورد پیش‌بینی توسط مدل GEP با مقادیر آزمایشگاهی در ۴ پارامتر تأثیرگذار مورد استفاده در مدل‌سازی ارائه شده است. همچنین پراکندگی استاتیکی این نسبت در دامنه‌ی وسیعی از پارامترهای مؤثر قابل مشاهده است. همان‌طور که در شکل ۸ مشاهده می‌شود، روش GEP برای محدوده‌ی پارامترهای مدل‌سازی در بیشتر موارد مقاومت برشی را به میزان کم، تخمین برآورد می‌کند.

۵. نتیجه‌گیری

در نوشتار حاضر، ابتدا مدل اجزاء محدود غیرخطی در جهت مدل‌سازی ستون‌های کوتاه اعتبارسنجی شده و سپس مدل‌سازی ۵۳ ستون کوتاه مستطیلی در نرم‌افزار آباکوس انجام شده است. با به دست آمدن داده‌های موردنظر در بازه‌ی مناسب، برآورد مقاومت برشی توسط الگوریتم ژنتیک انجام شده است. مدل ژنتیک ارائه‌شده با ۳۶ داده‌ی آزمایشگاهی اعتبارسنجی شده است که در نهایت این نتایج حاصل شد: با توجه به هزینه‌های بالای آزمایشگاهی، استفاده از الگوریتم‌های فرارابتکاری به همراه مدل‌سازی‌های عددی، می‌تواند گزینه‌ی مناسبی برای جایگزینی روش‌های آزمایشگاهی باشد. لذا با داشتن تعداد داده‌های مناسب آزمایشگاهی در بازه‌ی مناسب عددی، استفاده از الگوریتم ژنتیک دقت مدل‌سازی را افزایش می‌دهد و نتایج قابل قبولی ارائه می‌کند.

مدل‌های پیشنهادی با استفاده از مدل المان محدود غیرخطی و مدل‌سازی ژنتیک، رابطه‌ی مناسبی جهت برآورد مقاومت برشی برای ستون‌های کوتاه مستطیلی با گسیختگی برشی ارائه می‌دهند. میانگین خطاهای آماری مدل‌های پیشنهادی برای ستون‌های مستطیلی در مقایسه با مدل‌های ACI و EC۲ بسیار کمتر است. از دلایل این کاهش خطا می‌توان به استفاده از الگوریتم ژنتیک در مدل‌سازی عددی و قدرت روش مذکور در مدل‌سازی، به‌کارگیری پارامترهای مؤثر بیشتر، وزن نسبی آن‌ها در برآورد مقاومت برشی و همچنین بازه و تعداد مناسب داده‌ها اشاره کرد. میانگین درصد خطای نسبی برای مدل‌سازی ژنتیک ۱۵٪، برای مدل ACI، ۴۵٪ و برای مدل EC۲، ۴۳٪ بوده است. مدل پیشنهادی برای ستون‌های مستطیلی در محدوده‌ی این مشخصات، دقت مناسبی دارد: نسبت ابعاد ستون $(\frac{a}{d} \leq 2.5)$ ، مقاومت فشاری بتن $(45 \leq f'_c \leq 70)$ ، نسبت آرماتور طولی $(0.1 \leq \rho_l \leq 0.45)$ ، نیروی محوری $(1800 \leq P \leq 11000 \text{ (kN)})$ و نسبت آرماتور عرضی $(0.1 \leq \rho_v \leq 0.175)$. با توجه به مقایسه‌ی مدل پیشنهادی در برآورد مقاومت برشی در ستون‌های کوتاه مستطیلی با مدل‌سازی‌های مختلف نظیر آیین‌نامه‌های ACI و EC۲ و قابل قبول بودن نتایج و کاهش محسوس خطاها، استفاده از برنامه‌سازی ژنتیک در بهبود پیش‌بینی مدل‌سازی‌های مناسب است.



شکل ۸. نسبت مقاومت برشی پیش‌بینی شده به مقاومت نتایج آزمایشگاهی در تغییر پارامترهای تأثیرگذار.

در آن مدل خطای کمتر، ضریب همبستگی بیشتر و در نتیجه دقت بهتری دارد. همچنین در شکل ۷، نمودار نسبت مقادیر مقاومت برشی به دست آمده از ۳ مدل ACI، EC۲ و GEP با مقادیر آزمایشگاهی رسم شده است. ملاحظه می‌شود

پانویس‌ها

1. linear genetic programming
2. gene expression programming
3. genetic programming
4. Abaqus

منابع (References)

1. Costa, J.L.D. "Reinforced concrete under large seismic action", Report BYG.DTU R-076 (2003).
2. Priestly, M.J.N., Verma, R. and Xiao, Y. "Seismic shear strength of reinforced concrete columns", *J. Struct. Eng.*,

- 120(8), pp. 2310-2329 (1994).
3. Rebeiz, K.S. "Shear strength prediction for concrete members", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **125**(3), pp. 301-308 (1999).
 4. Sezen, H. and Moehle, J.P. "Shear strength model for lightly reinforced concrete columns", *Journal of Structural Engineering*, **130**(11), pp. 1692-1703 (2004).
 5. Sasani, M. "Shear strength and deformation capacity models for RC columns", *Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering* (2004).
 6. Moretti, M. and Tassios, T.P. "Behaviour of short columns subjected to cyclic shear displacement: Experimental data", Department of Civil Engineering, University of Thessaly, Volos, Greece (2006).
 7. Abdollahi, H. "An assessment on failure mechanism and adequacy of proposed relationships for estimating the shear strength of reinforced concrete short columns through non-linear finite element modeling", M.Sc.Thesis, Department of Civil Engineering, K.N. Toosi University of technology, Iran (2014).
 8. ACI Committee 318, "Building code requirements for structural concrete and commentary", American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan (2005).
 9. European Committee for Standardization, "Eurocode 2: Design of concrete structures: Part 1-1: General rules and rules for buildings. British Standards Institution", (2004).
 10. Koza, J.R. "Genetic programming: On the programming of computers by means of natural selection", MIT Press, Cambridge, MA. (1992).
 11. Ferreira, C. "Gene expression programming: A new adaptive algorithm for solving problems", *Complex Syst.*, **13**(2), pp. 87-129 (2001).
 12. Oltean, M. and Grosan, C. "A comparison of several linear genetic programming techniques", *Complex Systems*, **14**(4), 285-314 (2003).
 13. Koza, J.R., Bennett, F.H., Andre, D. and et al. "Four problems for which a computer program evolved by genetic programming is competitive with human performance. in evolutionary computation", *Proceedings of IEEE International Conference*, pp. 1-10, IEEE (May, 1996).
 14. Ashour, A.F., Alvarez, L.F. and Toropov, V.V. "Empirical modelling of shear strength of RC deep beams by genetic programming", *Computers & Structures*, **81**(5), pp. 331-338 (2003).
 15. Kose, M.M. and Kayadelen, C. "Modeling of transfer length of prestressing strands using genetic programming and neuro-fuzzy", *Advances in Engineering Software*, **41**(2), pp. 315-322 (2010).
 16. Güneysi, E.M., D'Aniello, M., Landolfo, R. and et al. "A novel formulation of the flexural overstrength factor for steel beams", *Journal of Constructional Steel Research*, **90**, pp. 60-71 (2013).
 17. Kara, I.F. "Prediction of shear strength of FRP-reinforced concrete beams without stirrups based on genetic programming", *Advances in Engineering Software*, **42**(6), pp. 295-304 (2011).
 18. Gandomi, A.H., Babanajad, S.K., Alavi, A.H. and et al. "Novel approach to strength modeling of concrete under triaxial compression", *Journal of Materials in Civil Engineering*, **24**(9), pp. 1132-1143 (2012).
 19. Gandomi, A.h., Mohammadzadeh, D., Perez-Ordenez, J.L. and et al. "Linear genetic programming for shear strength prediction of reinforced concrete beams without stirrups", *Applied Soft. Computing*, **19**, pp. 112-120 (2014).
 20. Lim, J.C., Karakus, M. and Ozbakkaloglu, T. "Evaluation of ultimate conditions of FRP-confined concrete columns using genetic programming", *Computers & Structures*, **162**, pp. 28-37 (2016).
 21. Hu, J.W. and Kisi, O. "Novel predictive model, Mansouri, I. of the debonding strength for masonry members retrofitted with FRP", *Applied Sciences*, **6**(11), p. 337 (2016).
 22. Hou, D., Pan, J., Fan, X. and et al. "Evaluation of seismic behaviors of partially deteriorated reinforced concrete circular columns retrofitted with CFRP", *Mathematical Problems in Engineering*, 14 p. (2014).
 23. Demir, A., Ozturk, H. and Dok. G. "3D numerical modeling of RC deep beam behavior by nonlinear finite element analysis", *Disaster Science and Engineering*, **2**(1), pp. 13-18 (2016).
 24. Simulia, D. "ABAQUS 6.13-1 analysis user's manual", ABAQUS 6.13-1 Documentation (2013).
 25. Drucker D.C. and Prager, W. "Soil mechanics and plastic analysis or limit design", *Quarterly of Applied Mathematics*, **10**(2), pp. 157-165 (2013).
 26. Lubliner, D.c., Oliver, J. and Oller, S. and et al. "A plastic-damage model for concrete", *International Journal of Solids and Structures*, **25**(3), pp. 299-326 (1989).
 27. Bruneau, M., Uang, C.-M. and Whittaker, A. "Ductile design of steel structures", McGraw Hill Professional (1998).
 28. National Science Foundation Pacific Earthquake Engineering Research Center (PEER), from the University of Washington on the World Wide Web (<http://www.ce.washington.edu/~peera1/>).
 29. Ketabdari, H. "Shear strength prediction of short columns by genetic algorithm", M.Sc.Thesis, Department of Civil Engineering, K.N.Toosi University of Technology, Iran (2016).
 30. Nagasaka, T. "Effectiveness of steel fiber as web reinforcement in reinforced concrete columns", *Transactions of the Japan Concrete Institute*, **4**, PP. 493-500 (1982).
 31. Ohno, T. and Nishioka, T. "An experimental study on energy absorption capacity of columns in reinforced concrete structures", *Proceedings of the JSCE, Structural Engineering/Earthquake Engineering*, **1**(2), pp. 137-147 (1984).
 32. Adeli, H. and Cheng, N.T. "Integrated genetic algorithm for optimization of space structures", *Journal of Aerospace Engineering*, **6**(4), pp. 315-328 (1993).
 33. Cevik, A. "Genetic programming based formulation of rotation capacity of wide flange beams", *Journal of Constructional Steel Research*, **63**(7), pp. 884-893 (2007).
 34. Nooshin, H., Kuroiwa, Y. and Disney, P. "A Genetic method for regularisation of structural configurations", In Proceedings of the IASS Congress on Shells and Spatial Structures, Edited by R. Astudillo and AJ Madrid, Madrid, Spain (Sep., 1999).
 35. Tavakolan, M. and Zahraei, B. "Application of genetic algorithms for optimization of time-cost in construction management", Civil Engineering Congress, University of Tehran (2008).

جدول پ - ۱. نمونه‌های آزمایشگاهی.

شماره نمونه	نام نمونه	$\frac{P}{A_g F'_c}$	$\frac{\rho_v f_y}{\sqrt{f'_c}}$	ρ_l	$\frac{a}{d}$	$\frac{V}{bd\sqrt{f'_c}}$
۱	Moretti C۱	۰٫۳	۰٫۰۶	۰٫۰۲۰	۱	۰٫۸۸
۲	Moretti C۳	۰٫۳	۰٫۰۵۸	۰٫۰۴۰	۱	۰٫۹۲
۳	Nagasaka ۱۹۸۲, HPRC ۱۰-۶۳	۰٫۱۷	۰٫۰۶۰	۰٫۰۱۳	۰٫۷۵	۰٫۴۷
۴	Nagasaka ۱۹۸۲, HPRC ۱۹-۳۲	۰٫۳۵	۱٫۰۴	۰٫۰۱۳	۰٫۷۵	۰٫۶۱
۵	Ono et al. ۱۹۸۹, CA ۰۲۵C	۰٫۲۶	۰٫۰۷۶	۰٫۰۲۱	۰٫۷۵	۰٫۶۴
۶	Ono et al. ۱۹۸۹, CA ۰۶۰C	۰٫۶۲	۰٫۰۷۶	۰٫۰۲۱	۰٫۷۵	۰٫۶۶
۷	Ohue et al. ۱۹۸۵, ۴D۱۳RS	۰٫۱۵	۰٫۳۳	۰٫۰۲۷	۱	۰٫۴۹
۸	Zhou et al. ۱۹۸۵, No. ۱۰۰۷	۰٫۷۰	۰٫۳۰	۰٫۰۱۸	۰٫۵	۰٫۸۳
۹	Zhou et al. ۱۹۸۷, No. ۱۱۴-۰۸	۰٫۸۰	۰٫۰۹۲	۰٫۰۲۲	۰٫۵	۰٫۷۶
۱۰	Zhou et al. ۱۹۸۷, No. ۳۰۲-۰۷	۰٫۷۰	۰٫۰۷۶	۰٫۰۲۲	۱٫۵	۰٫۳۵
۱۱	Arakawa et al. ۱۹۸۹, OA۵	۰٫۴۵	۰٫۰۹	۰٫۰۳۱	۰٫۶۳	۰٫۷۱
۱۲	Wight and Sozen ۱۹۷۳, No. ۴۰٫۰۳۳a(West)	۰٫۱۲	۰٫۱۹	۰٫۰۲۵	۱٫۴۴	۰٫۳۶
۱۳	Wight and Sozen ۱۹۷۳, No. ۴۰٫۰۴۸(East)	۰٫۱۵	۰٫۳۲	۰٫۰۲۵	۱٫۴۴	۰٫۴۳
۱۴	Wight and Sozen ۱۹۷۳, No. ۴۰٫۰۳۳(East)	۰٫۱۱	۰٫۲۰	۰٫۰۲۵	۱٫۴۴	۰٫۳۴
۱۵	Wight and Sozen ۱۹۷۳, No. ۴۰٫۰۳۳(West)	۰٫۱۱	۰٫۲۰	۰٫۰۲۵	۱٫۴۴	۰٫۳۸
۱۶	Wight and Sozen ۱۹۷۳, No. ۲۵٫۰۳۳(West)	۰٫۰۷	۰٫۲۰	۰٫۰۲۵	۱٫۴۴	۰٫۳۴
۱۷	Wight and Sozen ۱۹۷۳, No. ۴۰٫۰۶۷(East)	۰٫۱۱	۰٫۴۰	۰٫۰۲۵	۱٫۴۴	۰٫۳۲
۱۸	Wight and Sozen ۱۹۷۳, No. ۴۰٫۱۴۷(East)	۰٫۱۱	۰٫۸۱	۰٫۰۲۵	۱٫۴۴	۰٫۴۲
۱۹	Wight and Sozen ۱۹۷۳, No. ۴۰٫۰۹۲(West)	۰٫۱۱	۰٫۵۰	۰٫۰۲۵	۱٫۴۴	۰٫۴۲
۲۰	Umehara and Jirsa ۱۹۸۲, ۲CUS	۰٫۲۷	۰٫۱۸	۰٫۰۳۰	۰٫۵۵	۰٫۶۷
۲۱	Lynn et al. ۱۹۹۸, ۲CMH۱۸	۰٫۲۸	۰٫۱۲	۰٫۰۱۹	۱٫۶۱	۰٫۲۹
۲۲	Lynn et al. ۱۹۹۸, ۳CMH۱۸	۰٫۲۶	۰٫۱۱	۰٫۰۳۰	۱٫۶۱	۰٫۳۰
۲۳	Lynn et al. ۱۹۹۶, ۲SLH۱۸	۰٫۰۷	۰٫۱۰	۰٫۰۱۹	۱٫۶۱	۰٫۱۹
۲۴	Xiao and Martirosyan ۱۹۹۸, HC۴-AL۱۶-T۶ ۰٫۱p	۰٫۱۰	۰٫۰۷۹	۰٫۰۲۵	۱	۰٫۴۵
۲۵	Sezen and Moehle No.۴	۰٫۱۵	۰٫۲۵	۰٫۰۲۵	۱٫۶۱	۰٫۳۰
۲۶	Xiao et al, ۱۹۹۴, R۳A	۰٫۰۶	۰٫۰۹	۰٫۰۲۵	۱٫۰۰	۰٫۴۳
۲۷	Ramirez & Jirsa, ۱۹۸۰, ۱۲۰C-U	۰٫۱۹	۰٫۰۵۷	۰٫۰۲۵	۰٫۷۵	۰٫۵۸
۲۸	Mattock & Wang, ۱۹۸۴, C۲۱۰-S۲	۰٫۴۴	۰٫۳۲	۰٫۰۴۷	۱٫۸۰	۱٫۱۳
۲۹	Mattock & Wang, ۱۹۸۴, C۲۱۰-S۶	۰٫۶۵	۰٫۳۲	۰٫۰۴۷	۱٫۸۰	۱٫۱۱
۳۰	Mattock & Wang, ۱۹۸۴, C۲۰۵-S۳	۰٫۲۹	۰٫۱۶	۰٫۰۴۷	۱٫۸۰	۰٫۷۵
۳۱	Zhou et al. ۱۹۸۵, No. ۱۳۰۹	۰٫۹۰	۰٫۳۱	۰٫۰۱۸	۰٫۵۰	۰٫۶۳
۳۲	Wight and Sozen ۱۹۷۳, No. ۲۵٫۰۳۳(East)	۰٫۰۷	۰٫۲۰	۰٫۰۲۵	۱٫۴۴	۰٫۳۲
۳۳	Umehara and Jirsa ۱۹۸۲, CUS	۰٫۱۶	۰٫۲۰	۰٫۰۳۰	۰٫۵۵	۰٫۵۸
۳۴	Umehara and Jirsa ۱۹۸۲, CUW	۰٫۱۶	۰٫۲۲	۰٫۰۳۰	۰٫۹۹	۰٫۴۸
۳۵	Xiao et al, ۱۹۹۴, R۱A	۰٫۰۵	۰٫۱۰	۰٫۰۲۵	۱	۰٫۳۷
۳۶	Mattock & Wang, ۱۹۸۴, C۲۱۰-S۱	۰٫۰۸	۰٫۳۲	۰٫۰۴۷	۱٫۸	۰٫۹۲

جدول پ - ۲. خلاصه‌ی نتایج به‌دست آمده از ستون‌های مدل‌سازی شده در آباکوس.

شماره نمونه	$\frac{P}{A_g F_c}$	$\frac{\rho_v f_y}{\sqrt{f_c}}$	ρ_l	$\frac{a}{d}$	$\frac{V}{bd\sqrt{f_c}}$
۱	۰٫۱۹	۰٫۶۰	۰٫۰۱	۱٫۵۰	۰٫۴۹
۲	۰٫۳۰	۱٫۰۴	۰٫۰۱	۱٫۵۰	۰٫۵۶
۳	۰٫۱۴	۰٫۳۲	۰٫۰۲	۲٫۰۰	۰٫۴۳
۴	۰٫۵۴	۰٫۳۱	۰٫۰۲	۱٫۰۰	۰٫۷۱
۵	۱٫۰۴	۰٫۳۱	۰٫۰۲	۱٫۰۰	۰٫۶۶
۶	۰٫۰۸	۰٫۲۳	۰٫۰۳	۱٫۶۵	۰٫۴۷
۷	۰٫۷۸	۰٫۹۲	۰٫۰۲	۱٫۰۰	۰٫۶۹
۸	۰٫۶۳	۲٫۲۰	۰٫۰۲	۱٫۰۰	۰٫۸۴
۹	۰٫۸۴	۰٫۸۹	۰٫۰۲	۲٫۰۰	۰٫۵۷
۱۰	۰٫۶۵	۲٫۱۳	۰٫۰۲	۲٫۰۰	۰٫۴۲
۱۱	۰٫۷۰	۰٫۷۶	۰٫۰۲	۲٫۵۰	۰٫۳۸
۱۲	۰٫۷۰	۱٫۸۲	۰٫۰۲	۲٫۵۰	۰٫۳۵
۱۳	۰٫۲۱	۰٫۰۹	۰٫۰۳	۱٫۲۵	۰٫۷۳
۱۴	۰٫۲۷	۰٫۷۶	۰٫۰۲	۱٫۵۰	۰٫۶۵
۱۵	۰٫۵۴	۰٫۷۶	۰٫۰۲	۱٫۵۰	۰٫۶۳
۱۶	۰٫۱۳	۰٫۵۴	۰٫۰۳	۱٫۱۸	۱٫۰۶
۱۷	۰٫۱۳	۰٫۱۹	۰٫۰۲	۲٫۵۰	۰٫۳۵
۱۸	۰٫۱۶	۰٫۳۲	۰٫۰۲	۲٫۵۰	۰٫۴۲
۱۹	۰٫۰۸	۰٫۲۰	۰٫۰۲	۲٫۵۰	۰٫۳۳
۲۰	۰٫۱۴	۰٫۴۰	۰٫۰۲	۲٫۴۶	۰٫۳۶
۲۱	۰٫۱۰	۰٫۸۱	۰٫۰۲	۲٫۵۰	۰٫۳۹
۲۲	۰٫۱۱	۰٫۵۰	۰٫۰۲	۲٫۵۰	۰٫۴۵
۲۳	۰٫۱۴	۰٫۲۰	۰٫۰۳	۱٫۱۳	۰٫۵۵
۲۴	۰٫۱۶	۰٫۲۲	۰٫۰۳	۱٫۸۰	۰٫۴۵
۲۵	۰٫۱۱	۰٫۲۰	۰٫۰۲	۱٫۵۰	۰٫۴۳
۲۶	۰٫۰۸	۰٫۱۱	۰٫۰۳	۲٫۴۰	۰٫۲۲
۲۷	۰٫۰۵	۰٫۱۰	۰٫۰۲	۲٫۴۰	۰٫۱۶
۲۸	۰٫۰۸	۰٫۲۹	۰٫۰۳	۲٫۴۰	۰٫۲۷
۲۹	۰٫۰۶	۰٫۱۱	۰٫۰۳	۲٫۴۰	۰٫۲۰
۳۰	۰٫۰۸	۰٫۳۰	۰٫۰۳	۲٫۴۰	۰٫۲۹
۳۱	۰٫۲۴	۰٫۷۹	۰٫۰۲	۲٫۰۰	۰٫۸۲
۳۲	۰٫۰۴	۰٫۳۶	۰٫۰۲	۲٫۴۰	۰٫۲۴
۳۳	۰٫۱۲	۰٫۲۶	۰٫۰۲	۲٫۰۰	۰٫۲۷
۳۴	۰٫۰۵	۰٫۱۰	۰٫۰۳	۱٫۶۷	۰٫۳۸
۳۵	۰٫۰۷	۰٫۱۰	۰٫۰۳	۱٫۵۰	۰٫۵۵
۳۶	۰٫۱۴	۰٫۲۰	۰٫۰۲	۲٫۳۳	۰٫۳۳
۳۷	۰٫۲۷	۰٫۳۳	۰٫۰۲	۲٫۳۳	۰٫۳۹
۳۸	۰٫۳۳	۰٫۳۳	۰٫۰۲	۲٫۱۷	۰٫۴۲
۳۹	۰٫۰۳	۰٫۰۶	۰٫۰۲	۲٫۰۰	۰٫۲۳
۴۰	۰٫۰۲	۰٫۲۷	۰٫۰۲	۲٫۲۰	۰٫۲۳
۴۱	۰٫۰۸	۰٫۳۲	۰٫۰۵	۱٫۷۱	۰٫۹۲
۴۲	۰٫۵۴	۰٫۳۲	۰٫۰۵	۱٫۷۱	۱٫۱۷
۴۳	۰٫۳۰	۰٫۱۶	۰٫۰۵	۱٫۰۰	۰٫۹۵
۴۴	۰٫۵۴	۰٫۱۶	۰٫۰۵	۱٫۱۴	۰٫۸۷
۴۵	۰٫۱۸	۰٫۱۶	۰٫۰۵	۱٫۷۷	۰٫۵۸
۴۶	۰٫۳۶	۰٫۱۶	۰٫۰۲	۲٫۰۰	۰٫۵۱
۴۷	۰٫۳۰	۰٫۶۰	۰٫۰۲	۱٫۰۰	۰٫۸۸
۴۸	۰٫۶۰	۰٫۵۲	۰٫۰۲	۱٫۰۰	۰٫۹۵
۴۹	۰٫۳۰	۰٫۵۸	۰٫۰۴	۱٫۰۰	۰٫۹۲
۵۰	۰٫۳۰	۰٫۹۷	۰٫۰۴	۱٫۰۰	۰٫۹۷
۵۱	۰٫۲۷	۰٫۶۱	۰٫۰۲	۱٫۰۰	۰٫۹۲
۵۲	۰٫۲۹	۰٫۵۸	۰٫۰۴	۱٫۰۰	۱٫۰۲
۵۳	۰٫۲۷	۰٫۵۹	۰٫۰۲	۲٫۰۰	۰٫۵۲