

# خوشه‌بندی کاتالوگ لرزه‌ی و مدل‌سازی پس‌لرزه‌ها با استفاده از مدل ETAS

نادر داوودی (دانشجوی دکتری)

حمیدرضا توکلی\* (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

عبدالله جلیلیان (استادیار)

دانشکده‌ی آمار، دانشگاه رازی، کرمانشاه

مهدی زارع (استاد)

دانشکده‌ی زلزله‌شناسی مهندسی، پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله

مهندسی عمران شریف، زمستان ۱۳۹۷ (۳۳-۳۵)  
دوری ۲ - ۳۴، شماره‌ی ۴/۲، ص. ۳۳-۳۵

خوشه‌بندی یا مجزا کردن یک کاتالوگ لرزه‌ی به پیش‌لرزه، زلزله و پس‌لرزه به دفعات در تحلیل خطر زلزله استفاده شده است. به دلیل سهولت و دسترس بودن کدهای رایانه‌ی، در اغلب موارد بدون بررسی‌های پارامتری، بدین منظور تاکنون بیشتر از الگوریتم‌های گاردنر-نوپوف و ریزنبرگ استفاده شده است. در مطالعه‌ی حاضر، برای خوشه‌بندی زلزله‌ها علاوه بر روش‌های سنتی از مدل فضایی - زمانی توالی همه‌گیر پس‌لرزه‌ها (ETAS) استفاده شده است که توضیح می‌دهد چگونه یک رخداد، زیرشاخه‌های خود را منشعب می‌کند. نتایج نشان دادند که به دلیل ماهیت احتمالاتی و توانایی بالای مدل توالی همه‌گیر پس‌لرزه‌ها در تطبیق یک رابطه‌ی ریاضی بر رفتار پس‌لرزه‌ها، استفاده از آن برای قضاوت مهندسی آگاهانه‌تر به منظور حذف زلزله‌های وابسته از یک کاتالوگ لرزه‌ی بسیار مناسب است.

واژگان کلیدی: کاتالوگ زلزله، خوشه‌بندی، مدل پنجره‌ی، مدل توالی همه‌گیر پس‌لرزه‌ها، رابطه‌ی آموری.

n.davoodi@stu.nit.ac.ir  
tavakoli@nit.ac.ir  
jalilian@razi.ac.ir  
mzare@iiees.ac.ir

## ۱. مقدمه

زلزله‌ها را می‌توان در دو گروه تقسیم‌بندی کرد: ۱. زلزله‌های مستقل؛ ۲. زلزله‌های وابسته به زلزله‌ی دیگر. زلزله‌های مستقل را با عناوینی همچون زلزله‌ی پیشینه<sup>۱</sup> یا زلزله‌ی اصلی<sup>۲</sup> نام می‌برند. در حالی که زلزله‌های وابسته را پس‌لرزه<sup>۳</sup>، پیش‌لرزه<sup>۴</sup>، زلزله‌های خوشه‌شده<sup>۵</sup> یا منشعب‌شده<sup>۶</sup> می‌نامند. بنابراین هدف نهایی از خوشه‌بندی زلزله‌های یک کاتالوگ، طبقه‌بندی زلزله‌های مذکور به دسته‌های ذکر شده است. گاردنر - نوپوف در سال ۱۹۷۴<sup>[۱]</sup> با استفاده از تعیین فواصل زمانی و مکانی وابسته به بزرگای زلزله‌ها، روش پنجره‌ی زمانی - مکانی را ابداع کردند. الگوریتم پر کاربرد ریزنبرگ<sup>[۱]</sup> این اجازه را می‌دهد تا انشعاب‌های پس‌لرزه‌ها در یک خوشه‌ی لرزه‌ی را به یکدیگر اتصال داد. در زمان تعریف یک خوشه، در نهایت فقط بزرگ‌ترین زلزله به عنوان زلزله‌ی اصلی آن خوشه در نظر گرفته می‌شود. توسعه‌ی بسیار مهم روش مذکور، استفاده از فواصل زمانی - مکانی بر مبنای قانون آموری<sup>۷</sup> است که بیان می‌کند «با سپری شدن زمان نسبت به زمان وقوع زلزله‌ی اصلی، تعداد پس‌لرزه‌ها رو به زوال می‌گذارد.» الگوریتم‌های گاردنر - نوپوف و ریزنبرگ تعیین هستند و در آن‌ها دسته‌بندی زلزله‌ها به زلزله‌ی اصلی و پس‌لرزه بدون در نظر گرفتن هیچ

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۵/۷/۲۵، اصلاحیه ۱۳۹۶/۲/۶، پذیرش ۱۳۹۶/۲/۲۳

DOI:10.24200/J30.2019.1451

انجام می‌شود. برخی پژوهشگران (۲۰۰۲)<sup>[۲]</sup> برای خوشه‌بندی زلزله‌ها از مدل‌های آماری استفاده کردند. در روش مذکور با برازش یک مدل توالی همه‌گیر پس‌لرزه‌ها (ETAS)<sup>۸</sup> به داده‌های زلزله‌ها، احتمال آنکه هر زلزله یک زلزله‌ی اصلی یا پس‌لرزه‌ی دیگری باشد، به دست می‌آید. این مدل بر مبنای مدل فرایند شاخه‌ی فضایی - زمانی توسعه می‌یابد و توضیح می‌دهد که چگونه یک رخداد، زیرشاخه‌های خود را منشعب می‌کند (برای مطالعه‌ی بیشتر می‌توانید به پژوهش‌های انجام شده، مراجعه کنید)<sup>[۳-۱۲]</sup>

در خصوص خوشه‌بندی کاتالوگ لرزه‌ی ایران تاکنون مطالعات چندانی صورت نگرفته است. در پژوهشی در سال ۲۰۱۴<sup>[۱۳]</sup> روش‌های خوشه‌بندی زلزله‌ی ریزنبرگ و گرونتال برای شمال فلات ایران (شامل ناحیه‌ی لرزه‌ی زمین‌ساخت کوه‌ی داغ و البرز - آذربایجان) با یکدیگر مقایسه شدند و در آن از نرم‌افزار ZMAP، استفاده شد.<sup>[۱۴]</sup> همچنین در سال ۲۰۱۵<sup>[۱۵]</sup> به استخراج کاتالوگ خوشه‌بندی شده برای ایران و نواحی مجاور آن یعنی محدوده‌ی جغرافیایی ۴۲-۶۶ درجه‌ی شرقی و ۲۲-۴۲ شمالی از قرن ۴ م. تا سال ۲۰۱۲ پرداخته شد. کاتالوگ متحداشکلی به دست آمده با استفاده از روشی ترکیبی و ابداعی از روش پنجره‌ی زمانی - مکانی گاردنر-نوپوف و روش هامر خوشه‌بندی شد و برای مقایسه، نتایج خوشه‌بندی حاصل با نتایج روش ریزنبرگ با استفاده از بسته‌ی نرم‌افزاری ZMAP مقایسه شدند. شاید تنها موردی که

نظر گرفته می‌شوند. در مورد پیش‌لرزه‌ها نیز به همین طریق عمل می‌شود، یعنی اگر بزرگ‌ترین زلزله بعداً در توالی رخ دهد، پیش‌لرزه‌ی مذکور شبیه یک پس‌لرزه خواهد بود و متعاقباً پنجره‌ی زمانی مطابق با بزرگای بزرگ‌ترین زلزله در توالی بازتعریف می‌شود. این الگوریتم میان پس‌لرزه‌های مستقیم و غیرمستقیم تمایز قابل‌نمی‌شود (یعنی میان اولین نسل پس‌لرزه‌ها با پس‌لرزه‌های پس‌لرزه‌ها). لذا پنجره‌های تشخیصی مذکور برای پس‌لرزه‌ها می‌توانند برای مطالعه‌های مختلف متفاوت باشند و معمولاً نمی‌توان با روش‌های بهینه‌یابی آن‌ها را به دست آورد. در جدول ۱، طول و بازه‌ی زمانی پنجره‌های ذکر شده مطابق با رابطه‌ی گاردنر - نوپوف، ارائه شده است.<sup>[۱]</sup> تقریبی از اندازه‌ی پنجره‌ها مطابق با رابطه‌ی گاردنر - نوپوف، در رابطه‌ی ۱ ارائه شده است.<sup>[۱]</sup> علاوه بر این، در معادله‌های ۲ و ۳، پارامترهای جایگزین ارائه شده برای پنجره‌ها توسط گرونتال و هامر، ارائه شده است.<sup>[۲۲]</sup>

$$l = 10^{0.1228 * M + 0.4983} [km]$$

$$t [days] = \begin{cases} 10^{0.7022 * M + 2.7389} M > 6.5 \\ 10^{0.5049 * M - 0.527} M \leq 6.5 \end{cases} \quad (1)$$

$$l = e^{1.777 + (0.7022 * M + 1.02 * M)^2} [km]$$

$$t [days] = \begin{cases} \left| e^{-2.95 + (0.62 + 1.732 * M)^2} \right| M > 6.5 \\ 10^{2.18 + 0.7022 * M} M \leq 6.5 \end{cases} \quad (2)$$

$$l = 10^{0.8024 * M - 1.0222} [km]$$

$$t = e^{1.235 * M - 2.187} [days] \quad (3)$$

### ۲.۳. روش خوشه‌بندی<sup>۱۰</sup> ریزنبرگ

ریزنبرگ با استفاده از پیوند<sup>۱۱</sup> زلزله‌ها به خوشه‌هایی براساس نواحی اندرکنشی فضایی حول رخدادها، روش جدیدی را برای خوشه‌بندی زلزله‌ها ابداع کرد. در روش مذکور،

جدول ۱. ابعاد پنجره‌ها در روش گاردنر - نوپوف.<sup>[۱]</sup>

(M)	L(km)	T(days)
(بزرگای)	(طول به کیلومتر)	(زمان بر حسب روز)
۲.۵	۱۹.۵	۶
۳.۰	۲۲.۵	۱۱.۵
۳.۵	۲۶	۲۲
۴.۰	۳۰	۴۲
۴.۵	۳۵	۸۳
۵.۰	۴۰	۱۵۵
۵.۵	۴۷	۲۹۰
۶.۰	۵۴	۵۱۰
۶.۵	۶۱	۷۹۰
۷.۰	۷۰	۹۱۵
۷.۵	۸۱	۹۶۰
۸.۰	۹۴	۹۸۵

در آن از مدل توالی همه‌گیر پس‌لرزه‌ها برای خوشه‌بندی زلزله‌های ایران استفاده شده است، پژوهشی در سال ۲۰۱۶،<sup>[۱۶]</sup> باشد که در آن با بررسی کاتالوگ زلزله‌های ایران در حد فاصل سال‌های ۲۰۰۲ الی ۲۰۱۳، ۱۵ زلزله انتخاب و کاتالوگ پس‌لرزه‌ها برای زلزله‌های مذکور با استفاده از ۳ روش خوشه‌بندی متفاوت: ۱. روش پنجره‌ی گاردنر - نوپوف، ۲. روش اصلاح‌شده‌ی پنجره‌ی فضایی ولز و کوپر اسمیت،<sup>[۱۷]</sup> و ۳. روش بورخارد و گرونتال،<sup>[۱۸]</sup> به دست آورده و آثار انتخاب پنجره‌های زمانی موقت مختلف در روش گاردنر - نوپوف با انتخاب دوره‌های زمانی متفاوت بررسی شدند.

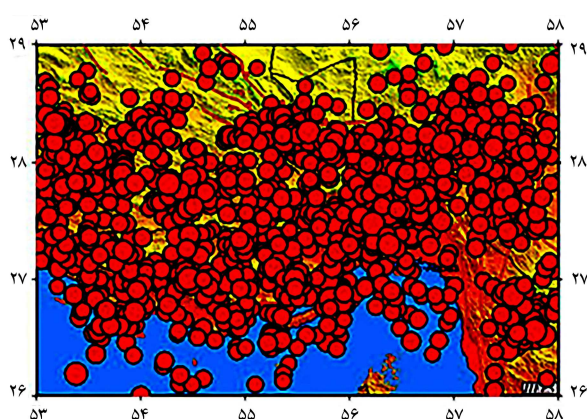
## ۲. ناحیه‌ی مورد مطالعه

جایگاه جغرافیایی استان هرمزگان در جنوب ایران و قرارگیری آن در فصل مشترک سه پهنه‌ی ساختاری رسوبی زاگرس، مکران و ایران مرکزی سبب شده است تا استان هرمزگان، جایگاه زمین‌شناسی و لرزه‌ی زمین‌ساختی ویژه‌ی داشته باشد.<sup>[۱۹]</sup> وقوع زمین‌لرزه‌های متعدد در مناطق نزدیک به هم در استان هرمزگان، نشان‌دهنده‌ی ارتباط زمین‌لرزه‌های مختلف در این منطقه بوده و در بسیاری مواقع، تفکیک پس‌لرزه‌های یک زمین‌لرزه و پیش‌لرزه‌های زمین‌لرزه‌ی بعدی بسیار دشوار است. در پژوهش حاضر، تمامی زلزله‌های بزرگ‌تر از ۴ ریشتر رخ داده در ناحیه‌ی عرض جغرافیایی ۲۶-۲۹ درجه‌ی شمالی و طول ۵۳-۵۹ درجه‌ی شرقی که محدوده‌ی استان هرمزگان را کاملاً پوشش می‌دهند، در بازه‌ی زمانی ۱۹۶۴ تا ۱۳۰۱۶ (زلزله‌های دستگاهی دقیق) بررسی شده‌اند (شکل ۱). مجموعه‌ی مذکور شامل ۱۵۰۴ زلزله است که بزرگ‌ترین آن‌ها، زلزله‌هایی با بزرگای ۶.۵ ریشتر در تاریخ‌های ۱۹۹۰/۰۶/۱۱ و ۱۹۹۰/۰۴/۰۳ بوده‌اند.<sup>[۲۰]</sup>

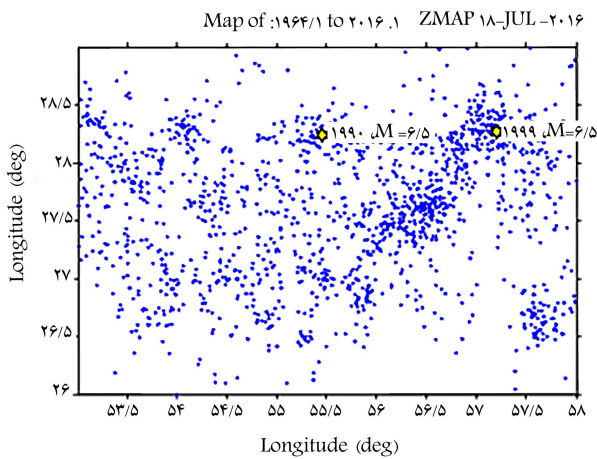
## ۳. الگوریتم‌های سنتی خوشه‌بندی زلزله‌ها

### ۳.۱. روش پنجره‌ی<sup>۹</sup>

روش پنجره‌ی، یک روش ساده برای تمایز زلزله‌های اصلی و پس‌لرزه‌ها از یکدیگر است. برای هر زلزله با بزرگای  $m$  در کاتالوگ، زلزله‌هایی که در بازه‌ی زمانی مشخص  $\tau(m)$  و بازه‌ی مکانی  $l(m)$  رخ دهند، به عنوان پس‌لرزه‌های آن در



شکل ۱. رومرکز زمین‌لرزه‌های با بزرگای بزرگ‌تر از ۴ ریشتر در گستره‌ی مورد مطالعه در بازه‌ی زمانی ۱۹۶۴ الی ۲۰۱۶ (پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله<sup>[۲۱]</sup>).



شکل ۲. رو مرکز زمین لرزه‌های موجود در کاتالوگ مورد استفاده (خروجی بسته‌ی نرم‌افزاری ZMAP).

جدول ۳. نتایج حاصل از روش‌های پنجره‌ی (خروجی بسته‌ی نرم‌افزاری ZMAP).

روش مورد استفاده	تعداد خوشه‌ها	مجموع زلزله‌های	
		موجود در خوشه‌ها	تعداد زلزله‌های مستقل
گاردنر - نوپف	۲۱۷	۱۰۳۷	۴۶۷
گرونتال	۱۹۱	۱۲۰۰	۳۰۴
هامر	۱۹۱	۶۳۶	۸۶۸
ریزنبرگ	۱۰۵	۴۰۶	۱۲۰۳

روش‌های خوشه‌بندی پنجره‌ی در قالب بسته‌ی نرم‌افزاری ZMAP<sup>[۱۴]</sup> و به زبان متلب در دسترس پژوهشگران قرار گرفته است. در شکل ۲، رومرکز زمین لرزه‌های موجود در کاتالوگ لرزه‌ی با استفاده از ZMAP ترسیم شده است. نتایج خوشه‌بندی (شامل: تعداد خوشه‌ها، تعداد زلزله‌ها و تعداد رخداد‌های وابسته) کاتالوگ لرزه‌ی موجود، با استفاده از روش‌های سنتی مبتنی بر پنجره‌های زمانی - مکانی، شامل: روش‌های گاردنر - نوپف، گرونتال، هامر و همچنین روش پیوندی ریزنبرگ در جدول ۳ ارائه شده است.

#### ۴. روش خوشه‌بندی<sup>۱۶</sup> توالی همه‌گیر پس لرزه‌ها

روش پنجره‌ی و روش خوشه‌بندی پیوندی که تا کنون در مورد آن‌ها بحث شده است، شامل انتخاب پارامترهایی برای اندازه‌ی پنجره‌ها یا فاصله‌ی اتصال است. انتخاب مقادیر متفاوت برای پارامترهای مذکور منجر به کاتالوگ‌های خوشه‌بندی شده‌ی متفاوت و تخمین‌های متفاوت لرزه‌خیزی پیشینه می‌شود. انتخاب پارامترهای ذکر شده معمولاً براساس قضاوت مهندسی و یا سعی و خطا صورت می‌گیرد. راه‌حل دیگر و متفاوت از روش‌های تعیینی ذکر شده، استفاده از روش‌های احتمالاتی برای به دست آوردن نرخ لرزه‌خیزی پیشینه و مؤلفه‌های خوشه‌زایی است. در سال ۲۰۰۲<sup>[۱۳]</sup> روش خوشه‌بندی آماری برای پیدا کردن چنین پارامترهای احتمالاتی با استفاده از مدلی نظیر مدل توالی همه‌گیر پس لرزه‌ها پیشنهاد شد. پس از برازش مدل می‌توان احتمال اینکه هر رخداد، یک رخداد پیشینه یا یک رخداد منشعب شده باشد، را محاسبه کرد. روش مذکور، شیوه‌های سابق را به دو طریق بهبود داده است: ۱. انتخاب فاصله‌ی زمانی - مکانی بهینه‌شده براساس مدل توالی همه‌گیر برازش شده به دست می‌آید و بنابراین دیگر نیازی به در نظر گرفتن مقادیر اختیاری برای پارامترها نیست. البته محاسبات

جدول ۲. مقادیر پارامترهای استاندارد در روش ریزنبرگ<sup>[۲]</sup>.

پارامتر	مقدار استاندارد	کمینه	بیشینه
روز $\tau_{min}$	۱	۰/۵	۲/۵
روز $\tau_{max}$	۱۰	۳	۱۵
$p_1$	۰/۹۵	۰/۹	۰/۹۹
$x_k$	۰/۵	۰	۱
$x_{mreef}$	۱/۵	۱/۶	۱/۸
$r_{fact}$	۱۰	۵	۲۰

اندازه‌ی خوشه‌های زلزله با بیشتر شدن تعداد زلزله‌ها بزرگ‌تر خواهد شد. توسعه‌ی فضایی ناحیه‌ی اندرکنشی براساس توزیع تنش در نزدیک زلزله‌ی اصلی انتخاب شده است. ریزنبرگ<sup>[۲]</sup> رابطه‌ی اندرکنش فضایی را با استفاده از آستانه‌ی لگاریتمی مطابق رابطه‌ی ۴ تعریف کرده است:

$$\log d (km) = 0.4M_0 - 1.943 + k \quad (4)$$

که در آن،  $k$  برای فاصله نسبت به بزرگ‌ترین زلزله برابر ۱ و برای آخرین آن‌ها برابر ۰ است و  $M_0$  بزرگای زلزله‌ی موردنظر است که ناحیه‌ی اندرکنشی برای آن محاسبه می‌شود.

توسعه‌ی ناحیه‌ی اندرکنشی براساس قانون آموری است. تمامی رخداد‌های متصل شده، یک خوشه را تعریف می‌کنند که در آن بزرگ‌ترین زلزله، زلزله‌ی اصلی و زلزله‌های کوچک‌تر به پیش لرزه‌ها و پس لرزه‌ها تقسیم می‌شوند. مقادیر پارامترهای استاندارد روش خوشه‌بندی ریزنبرگ و همچنین دامنه‌ی پارامترهایی که در مرکز مدل‌های تخمین زلزله‌ی کالیفرنیا (RLEM)<sup>[۱۲]</sup> استفاده شده‌اند، در جدول ۲ ارائه شده است. با وجود این، انتخاب پارامترهای مذکور اختیاری به نظر می‌رسد (با تغییر پارامترها در دامنه‌ی تعریف شده، نتایج حاصل شده تغییر چندانی نمی‌کنند). در روش مذکور از رابطه‌ی ۵ برای تعیین بازه‌ی زمانی استفاده می‌شود:

$$\tau = -\ln(1 - p_1) t / 10^{0.2(\Delta M - 1)/2} \quad (5)$$

که در آن  $\tau_{min}$  و  $\tau_{max}$  به ترتیب کمینه و بیشینه‌ی زمان مشاهده‌ی پیش رو برای زلزله‌ی بعدی با میزان احتمال مشخص  $p_1$  است توان در نرخ زوال رابطه‌ی آموری برابر ۱ و  $\Delta M = M_{max} - x_{mreef}$  است.

در طی خوشه‌ها، بزرگای آستانه‌ی مؤثر  $x_{mreef}$  در هر گام به مقدار  $x_k$  تا رسیدن به بزرگای بزرگ‌ترین رخداد در خوشه افزایش می‌یابد ( $x_k, M_{mainshock}$ ). همچنین در رابطه‌ی ۵:  $\tau_{min}$ : کمینه‌ی زمان جست‌وجو برای ساخت یک خوشه، در حالی که رخداد اول خوشه نشده باشد،  $\tau_{max}$ : مقدار بیشینه‌ی زمان جست‌وجو برای ساخت خوشه‌ها،  $p_1$ : احتمال پیدا شدن رخداد خوشه‌ی بعدی به منظور محاسبه‌ی زمان مشاهده‌ی  $\tau, x_k$ : افزایش آستانه‌ی پایین بزرگای در خوشه‌ها،  $M$ : بزرگای بزرگ‌ترین رخداد در خوشه،  $x_{mreef}$ : کران پایین مؤثر کاتالوگ هستند. پارامتر  $r_{fact}$  تعداد تقسیم‌های شعاعی<sup>۱۳</sup> حول هر زلزله در طی رخداد جدیدی است که به عنوان قسمتی از خوشه در نظر گرفته می‌شود.

بر مبنای الگوریتم خوشه‌بندی ذکر شده، کدهای نرم‌افزاری متعددی توسعه یافته است و همچنان پژوهشگران از آن‌ها استفاده می‌کنند. آخرین ویرایش الگوریتم خوشه‌بندی، در قالب بسته‌ی نرم‌افزاری CLUSTER<sup>۲۰۰۰</sup> به زبان متلب<sup>۱۴</sup> و به صورت کد باز از پایگاه USGS (مؤسسه‌ی اطلاعات جغرافیایی آمریکا)<sup>۱۵</sup> قابل دریافت است. همچنین نسخه‌ی معروف دیگر الگوریتم خوشه‌بندی به همراه دیگر

مدل بیان‌شده، فرم عمومی مدل فضا - زمان است که عبارت از حاصل ضرب فرایند شاخه‌یی شدن و فرایند نقطه‌یی شدن است. حال برای کاربردی‌تر شدن روابط از توابع خاص مطابق رابطه‌های ۹ استفاده می‌شود:

$$u(x, y) = \mu u_0(x, y)$$

$$k(M) = A e^{\alpha(M - M_0)}$$

$$g(t) = \begin{cases} (P - 1)C^{P-1}(t + c)^{-P} t > 0 \\ 0 \end{cases}$$

$$f(x, y|M) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} de^{\gamma(M - M_0)}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{x^2 + y^2}{de^{\gamma(M - M_0)}} \right\} \quad (9)$$

که در آن‌ها، برای یک تابع شدت تخمین‌زده شده، اگر  $u_0(x, y)$  تابع همواری روی ناحیه‌ی مورد مطالعه باشد،  $\mu$  یک پارامتر مجهول و مثبت است و معمولاً به‌عنوان نرخ لرزه‌خیزی پیشینه در نظر گرفته می‌شود. همچنین  $k(M_i)$  با پارامترهای مجهول  $A, \alpha > 0$  را می‌توان تعداد موردانتظار رخدادهای منشعب‌شده (پس‌لرزه‌ها) از رخدادی با بزرگای  $M_i$  در نظر گرفت که با استفاده از تابع چگالی احتمال بزرگای یک رخداد (یا همان تابع چگالی احتمال گوتنبرگ - ریشتر) و با فرض آنکه این تابع چگالی احتمال برای زلزله‌ها و پس‌لرزه‌ها یکسان است، از رابطه‌ی ۱۰ به‌دست می‌آید:

$$k_{A,\alpha}(M_i) = A \exp[\alpha(M - M_0)] \quad (10)$$

همچنین  $g(t)$  تابع چگالی احتمال زمان یک رخداد منشعب‌شده از رخدادی با بزرگای  $M_i$  در زمان  $t_i$  است که با استفاده از قانون آموری و مطابق رابطه‌ی ۱۱ به‌دست می‌آید و در آن  $C > 0$  و  $P > 1$  مجهول‌اند:

$$g_{c,p}(t - t_i) = \begin{cases} \left(\frac{P-1}{C}\right) \left(1 + \frac{t-t_i}{C}\right)^{-P} \rightarrow t - t_i > 0 \\ 0 \rightarrow t - t_i \leq 0 \end{cases} \quad (11)$$

پارامتر  $f(x, y|M)$  نیز تابع چگالی احتمال مکان یک رخداد منشعب‌شده از رخدادی با بزرگای  $M_i$  در مکان  $(x_i, y_i)$  است و با استفاده از پارامترهای مجهول  $D, \gamma > 0$  و  $q > 1$  می‌توان آن را به‌صورت رابطه‌ی ۱۲ بازنویسی کرد:

$$f_{D,\gamma,q}(x - x_i, y - y_i|M_i) = \frac{q - 1}{\pi D \exp[\gamma(M_i - M_0)]} \left(1 + \frac{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}{D \exp[\gamma(M_i - M_0)]}\right)^{-q} \quad (12)$$

در مدل توالی هم‌گیر پس‌لرزه‌ها، هر زلزله یک رخداد پیشینه یا رخدادی منشعب‌شده در نظر گرفته می‌شود. رخدادهای پیشینه با استفاده از مدل پواسون با شدت  $u(x, y)$  که در زمان ثابت است، تولید می‌شوند و رخدادهای قبلی چه پیشینه و چه منشعب‌شده باشند، با استفاده از فرایند پواسون نامانا با شدت عنوان‌شده در سمت راست معادله‌ی ۸ تولید می‌شوند.<sup>[۱۱]</sup> اگر  $p_j$  احتمال آنکه زامین زلزله، یک چشمه‌ی منشعب‌شده در این فرایند باشد، از قسمت دوم معادله‌ی ۸، مطابق معادله‌ی ۱۳ به‌دست می‌آید:<sup>[۱۲]</sup>

$$p_{i,j} = p_{i,j} = \begin{cases} \frac{k(M_i)g(t_j - t_i)f(x_j - x_i, y_j - y_i|M_i)}{\lambda(t_j, x_j, y_j|\mathcal{H}_{t_j})} \rightarrow t_j > t_i \\ 0 \rightarrow t_j \leq t_i \end{cases} \quad (13)$$

مربوط به برآزش مدل توالی هم‌گیر به داده‌ها عملاً می‌تواند بسیار زمان‌بر و دشوار باشد ۲. به جای آنکه یک زلزله فقط یک پس‌لرزه‌ی رابط داشته باشد، در روش خوشه‌بندی آماری، برای هر زلزله، احتمال خاصی وجود دارد که خودش پس‌لرزه یا زلزله‌ی مسبب یک رخداد دیگر باشد.<sup>[۱۳]</sup>

در نظر بگیرید که برای یک کاتالوگ لرزه‌یی مفروض با  $N$  زمین‌لرزه ( $i = 1, \dots, N$ )؛ پارامترهای:  $x_i, t_i, y_i, M_i$  به ترتیب نشان‌دهنده‌ی زمان، طول و عرض جغرافیایی رومرکز و بزرگای زمین‌لرزه در آن کاتالوگ باشند. کاتالوگ مذکور را می‌توان به‌عنوان چنین الگوی نقطه‌یی  $\{(t_i, x_i, y_i, M_i) : i = 1, \dots, N\}$  در پنجره‌ی مشاهده‌ی  $[0, t] \times s \times [M_0, \infty]$  در نظر گرفت. ایجاد چنین الگویی نیاز به استفاده از یک فرایند نقطه‌یی دارد، که بتواند رخداد زمین‌لرزه‌ها را در مکان و زمان به پنجره‌ی مشاهده‌ی ذکرشده منتقل کند. فرایندهای نقطه‌یی فضایی - زمانی<sup>۱۷</sup> متعددی برای توضیح پدیده‌ی خوشه‌یی شدن فعالیت لرزه‌یی توسعه داده شده است که ویژگی‌های عمده‌ی آن‌ها را می‌توان در غالب این عبارات خلاصه کرد:<sup>[۱۴]</sup>

الف) در فرایند شاخه‌یی شدن<sup>۱۸</sup> رخداد زلزله‌ها، پیشینه‌ی رخدادها به‌عنوان رخدادهای منفرد غیروابسته<sup>۱۹</sup> در نظر گرفته می‌شود که نرخ رخداد آن‌ها تابعی از مکان فضایی و بزرگاست و به زمان وابسته نیست.

ب) هر رخداد سرشاخه<sup>۲۰</sup> برای خود مستقلاً چشمه‌هایی تولید می‌کند. تعداد مورد انتظار چشمه‌های مستقیماً منشعب‌شده از یک سرشاخه‌ی مشخص وابسته به بزرگای سرشاخه است.

ج) توزیع احتمال زمان تا ظهور یک چشمه‌ی منشعب‌شده‌ی جدید، تابع لگاریتمی از زمان نسبت به سرشاخه‌ی آن بوده و از بزرگا مستقل است.

د) توزیع احتمالاتی مکان  $(x, y)$  و بزرگای  $M$  یک چشمه‌ی منشعب‌شده، وابسته به بزرگای  $M^*$  و مکان  $\zeta, \eta$  سرشاخه‌ی مستقیم آن است.

در مجموع، این حالت از فرایند شاخه‌یی شدن نقطه‌یی برای رخداد زلزله‌ها را می‌توان کاملاً با استفاده از یک تابع شدت شرطی<sup>۲۱</sup> مطابق رابطه‌ی ۶ بیان کرد:

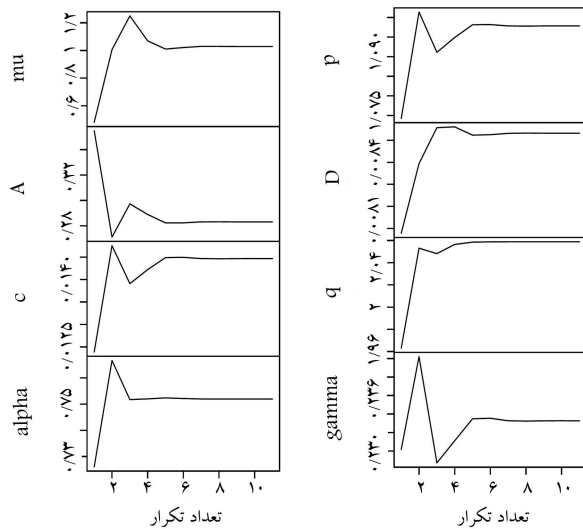
$$\lambda(t, x, y, M|\mathcal{H}_t) dt dx dy dM = Pr \lambda(t, x, y, M|\mathcal{H}_t) dt dx dy dM = Pr \{X \cap (t, t + dt) \times (x, x + dx) \times (y, y + dy) \times (M, M + dM) | \mathcal{H}_t\} \quad (6)$$

که در آن،  $\mathcal{H}_t$  مبین بزرگای فضا - زمان تاریخچه‌ی رخداد زلزله‌ها تا زمان  $t$  است. توجه شود که  $\mathcal{H}_t$  تاریخچه‌ی زلزله‌های ثبت‌شده‌یی است که در بازه‌ی زمانی مورد مطالعه و قبل از آن ثبت شده‌اند. بر پایه‌ی فرضیات بیان‌شده، تابع شدت شرطی برای مدل فضایی - زمانی را می‌توان به‌صورت رابطه‌ی ۷ نوشت:

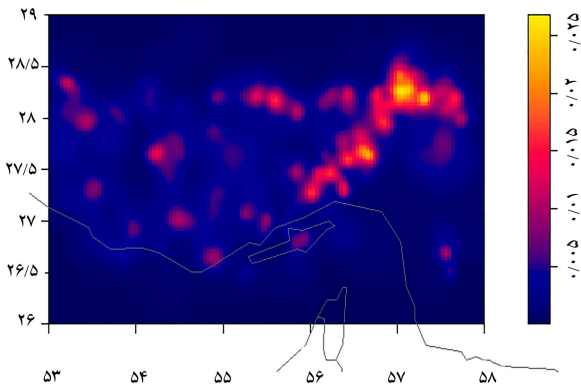
$$\lambda(t, x, y, M|\mathcal{H}_t) = v_\beta(M) \lambda_\theta(t, x, y, M|\mathcal{H}_t) \quad (7)$$

که در آن،  $v_\beta(M) = \beta \exp[-\beta(M - M_0)]$ ،  $\beta > 0$ ، احتمال بزرگای رخدادها (رابطه‌ی گوتنبرگ - ریشتر) است و  $\lambda_\theta(t, x, y, M|\mathcal{H}_t)$  از رابطه‌ی ۸ به دست می‌آید، که تابع شدت شرطی فضایی - زمانی وقوع زلزله‌هاست و از جمع دو مؤلفه‌ی شدت پیشینه برای زلزله‌های مستقل و شدت خوشه‌یی برای پس‌لرزه‌ها به‌دست می‌آید:

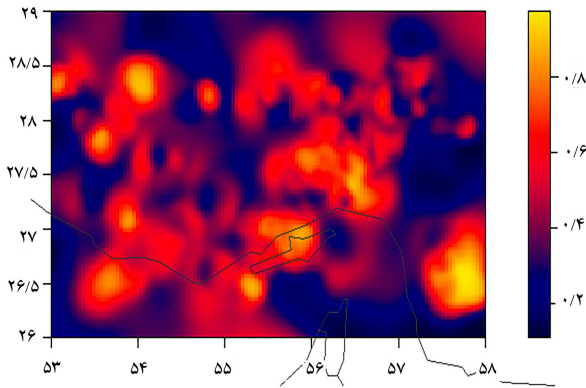
$$\lambda_\theta(t, x, y, M|\mathcal{H}_t) = u(x, y) + \sum_{\{i:t_i < t\}} k_{A,\alpha}(M_i) g_{c,p}(t - t_i) f_{D,\gamma,q}(x - x_i, y - y_i|M_i) \quad (8)$$



شکل ۴. تعداد گام‌های مورد نیاز همگرایی برای تخمین پارامترهای مدل ETAS.



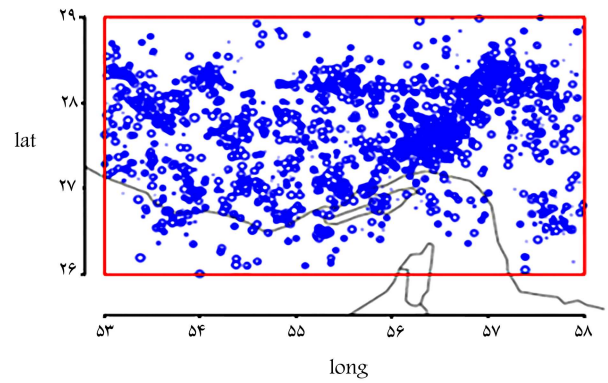
شکل ۵. نرخ لرزه‌خیزی پیش‌بینی برای ناحیه‌ی مورد نظر با استفاده از مدل ETAS.



شکل ۶. ضریب خوشه‌زایی برای ناحیه‌ی مورد نظر با استفاده از مدل ETAS.

آکائیکه برای هر تکرار محاسبه شد. مدل با کمترین مقدار  $AIC$ ، به‌عنوان مدل توصیف‌کننده‌ی توالی پس‌لرزه‌ها انتخاب شد.

در شکل‌های ۵ و ۶، نرخ لرزه‌خیزی پیش‌بینی و ضریب خوشه‌زایی برای نقاط مختلف ناحیه‌ی مورد نظر با استفاده از مدل توالی همگیر پس‌لرزه‌ها ترسیم شده است. با تخمین تابع شدت شرطی و پارامترهای مجهول موجود در مدل توالی همگیر پس‌لرزه‌ها، می‌توان با استفاده از روابط ۱۴ و ۱۵ احتمال آنکه هر رخداد یک زلزله‌ی



شکل ۳. رومرکز زمین‌لرزه‌های موجود در کاتالوگ مورد استفاده (خروجی بسته‌ی نرم‌افزاری R)، دایره‌ی بزرگ‌تر نشان‌دهنده‌ی زلزله‌های با بزرگای بزرگ‌تر هستند.

بنابراین احتمال آنکه رخداد  $j$ ام، رخدادی منشعب‌شده از رخداد  $i$ ام باشد، از رابطه‌ی ۱۴ به‌دست می‌آید:

$$p_j = \sum_{i: t_i < t_j} p_{ij} \quad (14)$$

که همواره  $p_j \leq 1$  است، بنابراین احتمال آنکه  $i$ امین رخداد به پیشینه‌ی تعلق داشته باشد، از رابطه‌ی ۱۵ به‌دست می‌آید:

$$1 - p_j = \frac{u(x_j, y_j | \mathcal{H}_{t_j})}{\lambda(t_j, x_j, y_j | \mathcal{H}_{t_j})} \quad (15)$$

در مطالعه‌ی حاضر، از بسته‌ی نرم‌افزاری ETAS به زبان برنامه‌نویسی R استفاده شده است که یک بسته‌ی ویرایشی به زبان R است که از کد پایه‌ی تهیه‌شده‌ی ژوانگ و همکاران<sup>[۲۱]</sup> به‌دست آمده است.<sup>[۲۲]</sup> کد موجود در سال ۲۰۱۶،<sup>[۲۳]</sup> تهیه و در آرشیو جامع اینترنتی زبان (CRAN) در <http://CRAN.R-project.org/package=ETAS> موجود بوده و تحت مجوز ۲ GPL قابل استفاده برای عموم است.

در شکل ۳، رومرکز زمین‌لرزه‌های موجود در کاتالوگ لرزه‌ی، با استفاده از بسته‌ی نرم‌افزاری ETAS به زبان R ترسیم شده است. در جدول ۳، نیز مقادیر پارامترهای تخمین‌زده شده با استفاده از تخمین پیشینه‌ی احتمال درست‌نمایی در مدل توالی همگیر پس‌لرزه‌ها برای ناحیه‌ی مورد نظر ارائه شده است که با استفاده از روش بهینه‌یابی دایویدون - فلچر - پاول<sup>[۲۴]</sup> و تخمین پیشینه‌ی احتمال درست‌نمایی<sup>[۲۵]</sup> به‌دست آمده‌اند و برای حصول آن‌ها، تکرارهای متفاوتی انجام شده است تا مقادیر پارامترها همگرا شود. تعداد تکرارهای لازم برای همگرایی برنامه در شکل ۴ نشان داده شده است.

در مدل توالی همگیر استفاده‌شده در پژوهش حاضر برای سنجش نیکویی برازش از معیار اطلاعاتی آکائیکه ( $AIC$ )<sup>[۲۶]</sup> استفاده شده است. با کمک معیار مذکور می‌توان کیفیت نسبی مدل آماری استخراج شده برای مجموعه‌ی داده‌ها را ارزیابی کرد. معیار آکائیکه به‌صورت رابطه‌ی ۱۶ تعریف می‌شود:

$$AIC = 2k - 2 \ln(L) \quad (16)$$

که در آن،  $k$  تعداد پارامترهای مدل آماری و  $L$  مقدار پیشینه‌ی تابع درست‌نمایی است. طبق تعریف، مدل مذکور با کمترین  $AIC$ ، بهترین مدل است.<sup>[۲۵]</sup> در پژوهش حاضر، پس از بهینه‌یابی پارامترها و تخمین پیشینه‌ی احتمال درست‌نمایی، شاخص

جدول ۴. مقادیر پارامترهای تخمین زده‌شده با استفاده از تخمین بیشینه‌ی احتمال درست‌نمایی در مدل ETAS برای ناحیه‌ی موردنظر.

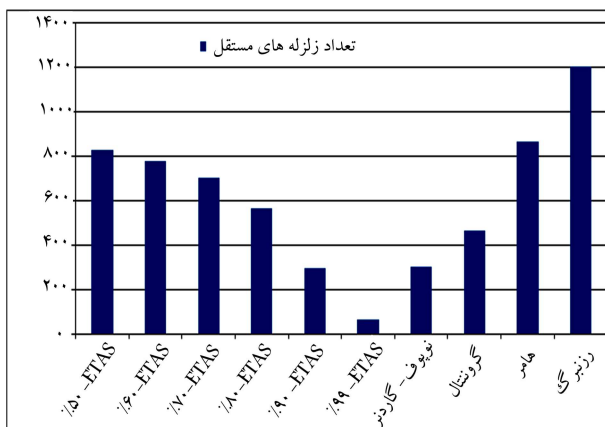
پارامتر	$\mu$	$A$	$c$	$\alpha$	$P$	$D$	$q$	$\gamma$
مقدار	۱٫۰۲۸۱۶۷۴۰	۰٫۲۸۳۱۰۰۷۲	۰٫۱۴۴۶۴۵۲	۰٫۷۵۱۹۴۰۴۶	۱٫۰۹۷۸۴۳۱۶	۰٫۰۰۸۵۳۱۷۱	۲٫۰۵۸۹۲۶۶۱	۰٫۲۳۳۲۶۴۸۹

جدول ۵. نتایج خوشه‌بندی حاصل از مدل ETAS.

درصد احتمال که به ازاء مقادیر بیشتر از آن، رخداد به عنوان یک زلزله‌ی مستقل در نظر گرفته شده است	تعداد رخدادهای وابسته	تعداد رخدادهای مستقل
۵۰٪	۶۷۵	۸۲۹
۶۰٪	۷۲۴	۷۸۰
۷۰٪	۸۰۰	۷۰۴
۸۰٪	۹۴۱	۵۶۳
۹۰٪	۱۲۰۶	۲۹۸
۹۹٪	۱۴۴۰	۶۴

جدول ۶. پارامترهای لرزه‌خیزی برای کاتالوگ‌های خوشه‌بندی مختلف.

درصد احتمال که به ازاء مقادیر بیشتر از آن، رخداد به عنوان یک زلزله‌ی مستقل در نظر گرفته شده است	$\beta$	$\lambda$
۵۰٪	۰٫۷۴	۱۵٫۹
۶۰٪	۰٫۷۳	۱۵٫۰
۷۰٪	۰٫۷۵	۱۳٫۵
۸۰٪	۰٫۷۴	۱۰٫۸
۹۰٪	۰٫۷۴	۵٫۷۳
۹۹٪	۰٫۶۹	۱٫۰۶



شکل ۷. نمودار مقایسه‌ی نتایج حاصل از روش‌های مختلف خوشه‌بندی کاتالوگ لرزه‌ی.

ماهیت احتمالاتی مدل توالی همه‌گیر پس‌لرزه‌ها در مقایسه با روش‌های تعیینی ذکرشده در مطالعه‌ی حاضر، این امکان را فراهم می‌کند که مشخص شود هر زلزله‌ی موجود در یک کاتالوگ لرزه‌ی با چه احتمالی یک زلزله‌ی مستقل یا یک زلزله‌ی وابسته (پس‌لرزه یا پیش‌لرزه) است که این کار قضاوت مهندسی بهتر را آسان خواهد ساخت. بنابراین به راحتی و با فرض درصدهای احتمال مختلف می‌توان به کاتالوگ‌های خوشه‌بندی‌شده‌ی متفاوتی دست یافت، که این کار تاکنون و به خصوص برای کاتالوگ لرزه‌ی ایران انجام نشده است. با توجه به نتایج نشان داده‌شده در شکل ۷ و جدول ۴، مدل توالی همه‌گیر پس‌لرزه‌ها در مقایسه با روش ریزنبرگ و روش هامر، تعداد زلزله‌های مستقل را کمتر برآورد می‌کند. تعداد زلزله‌های مستقل باقیمانده در کاتالوگ لرزه‌ی بعد از حذف زلزله‌های وابسته، با در نظر گرفتن احتمال ۰٫۵ برای رخداد‌های مستقل با تقریب مناسبی به روش پنجره‌ی هامر نزدیک است. به ازاء احتمال ۰٫۸، تعداد زلزله‌های مستقل در مدل مذکور به نتایج حاصل از مدل پنجره‌ی گروئنثال و به ازاء احتمال ۰٫۹، تعداد زلزله‌های مستقل در مدل مذکور به نتایج حاصل از مدل نیوف - گاردنر نزدیک است. همان‌طور که انتظار می‌رود، به ازاء احتمال بسیار نزدیک به ۱، تعداد زلزله‌های مستقل در مدل بسیار کم می‌شود.

مستقل و یا یک زلزله‌ی وابسته باشد را محاسبه کرد. با استفاده از الگوریتم مدل توالی همه‌گیر ذکرشده در روابط اخیر، این احتمال برای تمامی زلزله‌های کاتالوگ موجود به دست آمدند. حال می‌توان با در نظر گرفتن مقادیر مختلف احتمال که به ازاء مقادیر کمتر یا بیشتر از آن یک زلزله در کاتالوگ به عنوان زلزله‌ی مستقل یا پس‌لرزه در نظر گرفته شود، کاتالوگ لرزه‌ی موردنظر را خوشه‌بندی کرد. در جدول ۴، تعداد زلزله‌های اصلی و رخداد‌های وابسته با در نظر گرفتن مقادیر مختلف این احتمال برای ناحیه‌ی مذکور ارائه شده است. در جدول ۵، برای کاتالوگ‌های خوشه‌بندی‌شده‌ی مختلف، پارامترهای لرزه‌خیزی شامل  $\beta$  و  $\lambda$  با استفاده از روش کیجکو محاسبه شده‌اند.<sup>[۲۶]</sup> همان‌طور که مشاهده می‌شود (و قابل انتظار است)، برای کاتالوگ‌های مختلف استخراج شده، ضریب لرزه‌خیزی  $\beta$  تغییر چندانی نکرده است. ولی ضریب  $\lambda$  که معرف تعداد زلزله‌های با بزرگای مشخص در آن منطقه در یک سال است، با کوچک‌تر شدن کاتالوگ کاهش یافته است. در جدول ۶، مقادیر این ضریب به ازاء زلزله با بزرگای ۴ (مقدار کمیته) ارائه شده است.

## ۵. نتیجه‌گیری

به دلیل یکسان نبودن ماهیت لرزه‌خیزی و همچنین عدم قطعیت‌های ذاتی بسیار موجود در فرایند لرزه‌خیزی، نمی‌توان قضاوت مطلقی در مورد کیفیت روش‌های موجود داشت. به گفته‌ی پژوهشگران بسیاری، این تفاوت‌ها به حدی است که می‌توان گفت ماهیت دقیق پدیده‌های مذکور و توالی‌ها هرگز قابل دسترسی نیستند.<sup>[۲۷]</sup> اما

و بزرگی آستانه‌ی انتخاب شده، خود را بیشتر نشان دهد و نتایج لرزه‌خیزی پیشینه تغییر کند. با وجود این، اثر مذکور تاکنون به صورت سیستماتیک بررسی نشده است.

## تقدیر و تشکر

این تحقیق تحت حمایت دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل با شماره پژوهانه ۱۱/۹۷/۳۸۸۰ BUT قرار گرفته است.

## پانویسها

1. background
2. mainshock
3. aftershock
4. foreshock
5. triggered earthquakes
6. offspring
7. Omori
8. epidemic type aftershock Sequence
9. windowing
10. Cluster method
11. link
12. regional project aims to produce and evaluate earthquake likelihood models (RELM) alternate models of earthquake potential (probability per unit volume, magnitude, and time) for California
13. crack radii
14. Matlab
15. United States geological survey
16. stochastic declustering
17. space-time point process models
18. branching
19. immigrant
20. ancestor
21. conditional function intensity
22. comprehensive R archive network
23. general public license
24. Davidon-Fletcher-Powell
25. maximum likelihood estimation
26. akaike information criteria

## منابع (References)

1. Gardner, J. and Knopoff, L. "Is the sequence of earthquakes in Southern California, with aftershock removed, poissonian?", *Bulletin of the Seismological Society of America*, **64**(5), pp. 1363-1367 (1974).
2. Reasenberg, P. "Second-order moment of central California seismicity", *J. Geophys. Res.*, **90**(B7), pp. 5479-5495 (1985).
3. Zhuang, J., Ogata, Y. and Vere-Jones, D. "Stochastic declustering of space-time earthquake occurrences", *Journal of the American Statistical Association*, **97**(458), pp. 369-380 (2002).
4. Ogata, Y. "Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes", *Journal of*

آنطور که مشخص است، بزرگی آستانه می‌تواند در نتایج تأثیر بگذارد و از طرفی هر چه کاتالوگ دقیق‌تری (عاری از داده‌های مصنوعی یا تحریکات خطا) در دسترس باشد، نتایج دقیق‌تر خواهند بود. همچنین ممکن است در دوره‌هایی، زلزله‌های بزرگ رخ ندهد و نرخ لرزه‌خیزی در یک سطح پایین ثابت بماند. برای روش‌های سنتی مانند: گاردنر-نوبوف و ریزنبرگ، چنین دوره‌هایی خالی از خوشه‌های زلزله بوده و نرخ لرزه‌خیزی، برابر نرخ پیشینه‌ی خوشه‌بندی شده تاکنون است. ولی برای روش ارائه‌شده‌ی ژوانگ در طی چنین دوره‌های آرامی نیز فرایند شاخه‌یی شدن در جریان است. این اثر ممکن است نسبت به کاتالوگ لرزه‌یی استفاده شده

*the American Statistical Association*, **83**(401), pp. 9-27 (1988).

5. Ogata, Y. "Seismicity analysis through point-process modeling: A review", *Pure and Applied Geophysics*, **155**(2-4), pp. 471-507 (1999).
6. Ogata, Y. "Significant improvements of the space-time ETAS model for forecasting of accurate baseline seismicity", *Earth Planets and Space*, **63**(3), pp. 217-229 (2011).
7. Kumazawa, T. and Ogata, Y. "Nonstationary ETAS models for nonstandard earthquakes", *The Annals of Applied Statistics*, **8**(3), pp. 1825-1852 (2014).
8. Stiphout, T.V., Zhuang, J. and Marsan, D. "Seismicity declustering", Community Online Resource for Statistical Seismicity Analysis (available at: <http://www.corssa.org>) (2012).
9. Console, R., Jackson, D.D. and Kagan, Y.Y. "Using the ETAS model for catalog declustering and seismic background assessment", *Pure and Applied Geophysics*, **167**(6-7), pp. 819-830 (2010).
10. Zhuang, J., Ogata, Y. and Vere-Jones, D. "Diagnostic analysis of space-time branching processes for earthquakes In case studies in spatial point process modeling", Springer, pp. 275-292 (2006).
11. Zhuang, J. "Next-day earthquake forecasts for the Japan region generated by the ETAS model", *Earth, Planets and Space*, **63**(3), pp. 207-216 (2011).
12. Zhuang, J. "Long-term earthquake forecasts based on the epidemic-type aftershock sequence (ETAS) model for short-term clustering", *Research in Geophysics*, **2**(1), 8 p. (2012).
13. Amini, H. "Comparing Reasenberg and Gruenthal declustering methods for north of Iran", *2ed European Conference on Earthquake Engineering and Seismology*, Istanbul (2014).
14. Wyss, M., Wiemer, S. and Zuniga, R. "ZMAP A tool for analyses of seismicity patterns", Version 6.0, ETH Zürich, available (at: [http://www.seismo.ethz.ch/prod/software/zmap/index\\_EN](http://www.seismo.ethz.ch/prod/software/zmap/index_EN)) (2001).
15. Mousavi-Bafrouei, S.-H., Mirzaei, N. and Shabani, E. "A declustered earthquake catalog for the Iranian plateau", *Annals of Geophysics*, **57**(6), pp. (2015).
16. Ommi, S., Zafarani, H. and Zare, M. "Aftershock decay rates in the Iranian plateau", *Pure and Applied Geophysics*, **173**(7), pp.2305-2324 (2016).

17. Wells, D.L. and Coppersmith, K.J. "New empirical relationships among magnitude, rupture length, rupture width, rupture area, and surface displacement", *Bulletin of the Seismological Society of America*, **84**(4), pp. 974-1002 (1994).
18. Burkhard, M. and Gruenthal, G. "Seismic source zone Characterization for the seismic hazard assessment project Pegasos by the expert group 2 (Eg1b)", *Swiss Journal of Geosciences*, **102**(1), pp. 149-188 (2009).
19. Hessami, K. and Jamali, F. "Explanatory notes to the map of major active faults of Iran", *Journal of Seismology and Earthquake Engineering*, **8**(1), pp. 1-11 (2006).
20. Zare, M., Amini, H., Yazdi, P. and et al. "Recent developments of the Middle East catalog", *J. Seismol.*, **18**(4), pp. 749-772 (2014).
21. <http://www.iiees.ac.ir/fa/eqcatalog/>.
22. Uhrhammer, R. "Characteristics of northern and central California seismicity", *Earthquake Notes*, **57**(1), 21 (1986).
23. <http://www.bemlar.ism.ac.jp/zhuang/software.html>.
24. Jalilian, A. and Zhuang, J. "ETAS: Modeling earthquake data using ETAS model", R package version 0.2 (<https://CRAN.R-project.org/package=ETAS>) (2016).
25. Burnham, K.P. and Anderson, D.R. "Multimodel inference understanding AIC and BIC in model selection", *Sociological Methods & Research*, **33**(2), pp. 261-304 (2004).
26. Kijko, A. "Seismic hazard assessment for selected area", Description of MATLAB code HA2, ver. 2.05, University of Pretoria, 12 pps (2010).