

تعیین ظرفیت بهینه‌ی مخزن سد با اعمال کنترل روی اعتمادپذیری تأمین نیاز با استفاده از روش ترکیبی برنامه‌ریزی خطی - الگوریتم ژنتیک

علی عطرزاده (کارشناس ارشد)

سیدجمشید موسوی (دانشیار)

احمد طاهرشمسی (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

در این نوشتار مسئله‌ی تعیین ظرفیت بهینه‌ی مخزن سد با کنترل اعتمادپذیری تأمین نیازهای آبی با استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی بررسی شده است. اعمال کنترل بر اعتمادپذیری، نیازمند استفاده از متغیرهای دومقداره و توسعه‌ی یک مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط با اعداد صحیح (MILP) است؛ لذا مدل ترکیبی الگوریتم ژنتیک - برنامه‌ریزی خطی (GA-LP) برای حل مدل‌های MILP توسعه یافته است که در آن متغیرهای دومقداره با GA تولید و تکامل می‌یابد و مدل خطی باقیمانده در هر بار ارزیابی تابع هدف در GA حل می‌شود. این مدل به همراه روش شاخه و حد و روش الگوریتم ژنتیک در بهینه‌سازی ظرفیت مخزن سد چراغ ویس، شامل تعداد 42° تا 84° متغیر صفر و یک، به‌منزله‌ی مطالعه‌ی موردی به‌کار رفته و مقایسه شده‌اند. نتایج بیانگر قابلیت مطابقت و لیکن نسبی الگوریتم پیشنهادی، از نظر سرعت محاسباتی و کیفیت جواب‌ها در مقایسه با روش شاخه و حد و الگوریتم ژنتیک در حل مدل‌های تحت بررسی است. علی‌رغم آن تولید تصادفی متغیرهای صفر و یک در GA در مسائل بزرگ‌مقیاس، مستلزم تلاش‌های محاسباتی قابل ملاحظه برای هدایت الگوریتم پیشنهادی به سمت جواب‌های مناسب است.

واژگان کلیدی: مخازن سطحی، بهینه‌سازی ظرفیت، برنامه‌ریزی خطی، الگوریتم ژنتیک.

مقدمه

که در این صورت بخش عمده‌ی از هزینه و ظرفیت سد برای تأمین نیازها در بخش کوچکی از عمر مفید سد، ظرفیت‌سازی خواهد شد. این رویکرد خصوصاً اگر منابع دیگر نظیر آب‌های زیرزمینی در تأمین نیازها موجود باشد، ممکن است اقتصادی نباشد. بنابراین ضروری است در روش و مدل پیشنهادی این امکان که در درصد مشخصی از دوره‌ها - که توسط مدل‌ساز از قبل تعیین خواهد شد - تأمین‌نشدن بخشی از نیازها لحاظ شود. چنانچه این ضرورت ظاهراً ساده بخواهد در قالب رابطه‌ها و محدودیت‌های یک مدل بهینه‌سازی ترجمه شود، به معنی استفاده از نوعی محدودیت‌های احتمالاتی^۱ در مدل است که در برخی موارد قابلیت نقض را دارند. راه‌حل‌های مرسوم برای حل این‌گونه مدل‌ها، استفاده از مدل‌های احتمالاتی صریح و یا برنامه‌ریزی خطی آمیخته با اعداد صحیح (MILP) است، چرا که احتساب این‌گونه محدودیت‌ها در مدل بهینه‌سازی معین^۲ نیازمند افزودن متغیرهای دومقداره^۳ در ساختار مدل است. نتیجتاً مدل حاصل در شرایط اعمال کنترل بر قید اعتمادپذیری تأمین نیازهای آبی، به یک مدل MILP تبدیل می‌شود. از طرفی زمان حل روش‌های کلاسیک در مدل‌های با تعداد متغیرهای عدد صحیح زیاد می‌تواند

استفاده از مدل‌های ریاضی برای بهینه‌سازی طراحی و بهره‌برداری از مخازن سدها، به‌منزله‌ی عناصر کنترل و ذخیره‌ی جریان آب رودخانه‌ها، سال‌هاست که مورد توجه پژوهشگران بوده است. از طرفی فرمول‌بندی و حل مدل‌های مذکور در صورت احتساب حتی بخشی از شرایط واقعی مسئله با پیچیدگی‌های مختلفی از جمله غیرخطی‌بودن روابط و غیرپیوسته و تصادفی‌بودن متغیرها همراه است.

در مدل‌های بهینه‌سازی طراحی مخازن سدها با هدف کمیته‌سازی ظرفیت مخزن و یا بیشینه‌سازی سود خالص حاصل از طراحی و بهره‌برداری، تمایل به استفاده از مدل‌های خطی به دلیل سرعت و کارایی الگوریتم‌های حل مشهود است. علی‌رغم آن، گرچه در اغلب مطالعات کاربردی هدف تأمین نیازهای مختلف آبی از طریق ظرفیت ذخیره‌ی سد پیگیری می‌شود، با این حال تأمین تمامی نیازها در تمامی دوره‌ها (حتی دوره‌های خشک) مستلزم طراحی سدی با ارتفاع زیاد است

تاریخ: دریافت ۱۳۸۶/۱۱/۱۵، داوری ۱۳۸۷/۹/۱۷، پذیرش ۱۳۸۸/۸/۲۶

- از لحاظ سازه‌یی از نوع سنگریزه‌یی با هسته‌ی رسی قائم است. همچنین کمیته‌ی دبی زیست محیطی طرح در بازه‌های پایین دست محل سد ۱۲۱/۰ مترمکعب در ثانیه برآورد شده است.^[۸] هدف تعیین کمیته‌ی حجم نرمال سد (کمیته‌ی حجم و بیشینه‌ی بهره‌برداری) با توجه به قیود و فرضیات ذکر شده است:^[۸]
۱. نیاز آب شرب دو شهر سقز و بانه در تمام ماه‌ها کاملاً تأمین شود؛
 ۲. نیاز آب کشاورزی در کمیته‌ی ۸۰٪ از ماه‌ها کاملاً تأمین شود؛
 ۳. در ماه‌هایی که نیاز آب کشاورزی کاملاً تأمین نمی‌شود (بیشینه‌ی ۲۰٪ ماه‌ها)، کمیته‌ی ۲۵٪ از آب مورد نیاز کشاورزی تأمین شود؛
 ۴. نسبت کل کمبود آب کشاورزی به آب مورد نیاز بیشینه‌ی ۵٪ باشد؛
 ۵. کمیته‌ی دبی زیست محیطی در پایین دست حفظ شود؛
 ۶. از آب مازاد بر نیازهای شرب و کشاورزی فقط می‌توان برای نیازهای زیست محیطی استفاده کرد؛
 ۷. کمیته‌ی حجم سد (حجم مرده) بر اساس تخمین رسوبات وارده ۲۳ میلیون مترمکعب برآورد شده است؛
 ۸. میزان اعتمادپذیری و نسبت کل کمبود (بندهای ۲ و ۴) در مراحل مختلف حل مسئله قابل تغییر در نظر گرفته شده‌اند.
- فرمول‌بندی مدل بهینه‌سازی مسئله شامل تابع هدف و قیود را می‌توان در مجموعه رابطه‌های ۱ بیان کرد:

Minimize (Cap)

St :

$$S_{t+1} = S_t + I_t - E_t - C_t - RK_t - RS_t \quad \forall t = 1, 2, \dots, T$$

$$C_t = C_{1t} + C_{2t}$$

$$\forall S_{\min} \leq S_t \leq Cap \quad t = 1, 2, \dots, T$$

$$RS_t \geq Re \quad \forall t = 1, 2, \dots, T$$

$$RK_t \geq Z_t \times demk_t \quad \forall t = 1, 2, \dots, T$$

$$RK_t \leq demk_t \quad \forall t = 1, 2, \dots, T$$

$$RK_t \geq 0.725 \times demk_t \quad \forall t = 1, 2, \dots, T$$

$$Area_t = 0.7 \times 228 + 0.7 \times 495 \times S_t \quad \forall t = 1, 2, \dots, T$$

$$E_t = he_t \times (Area_t + Area_{t+1}) / 2 \quad \forall t = 1, 2, \dots, T$$

$$Rel = \sum_{t=1}^T Z_t / \sum_{t=1}^T t \geq \alpha$$

$$\sum_{t=1}^T (demk_t - RK_t) / \sum_{t=1}^T demk_t \leq \beta \quad (1)$$

در رابطه‌های ۱، Cap حجم بیشینه‌ی مخزن (میلیون مترمکعب)؛ C_{1t} نیاز آبی شهر ۱ در ماه t (میلیون مترمکعب)؛ C_{2t} نیاز آبی شهر ۲ در ماه t (میلیون مترمکعب)؛ S_{\min} کمیته‌ی حجم مجاز مخزن (میلیون مترمکعب)؛ S_t حجم مخزن در ابتدای ماه t (میلیون مترمکعب)؛ I_t آورد رودخانه در طول ماه t (میلیون مترمکعب)؛ E_t حجم تبخیر در ماه t (میلیون مترمکعب)؛ $demk_t$ نیاز کشاورزی در ماه t (میلیون مترمکعب)؛ RK_t آب تخصیص داده‌شده به نیاز کشاورزی در ماه t (میلیون مترمکعب)؛

بسیار طولانی شود و یا در مواردی احتمال عدم توانایی آن‌ها در هم‌گرایی به جواب موجود است.

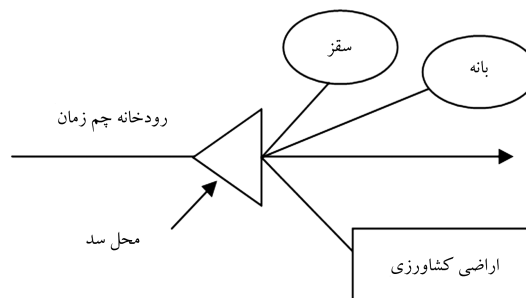
استفاده از روش‌های جایگزین خصوصاً روش‌های فراکوشی و جستجوی تکاملی به دلیل خصوصیات جستجوی هوشمند تصادفی و عدم نیاز به اطلاعات مشتق توابع در حل چنین مسائلی که در آن‌ها ماهیت ترکیباتی^۴ مطرح است، امیدوارکننده بوده است.^[۱] الگوریتم‌های ژنتیک در سال ۱۹۷۵ با رویکرد به تکامل تدریجی موجودات زنده توسعه یافت،^[۲] و در زمینه‌های مختلف مهندسی آب از جمله بهینه‌سازی شبکه‌ی توزیع آب،^[۳] مدیریت منابع آب زیرزمینی^[۴] و استخراج قوانین بهره‌برداری از مخازن به‌کار گرفته شد.^[۵] علی‌رغم قابلیت روش‌های فراکوشی و فراکوشی، این روش‌ها در هدایت فرایند جستجو به سمت درون یا نزدیکی مرزهای فضای موجه در فضای بسیار بزرگ و چند بُعدی خصوصاً در شرایطی که مقادیر متغیرهای مسئله از طریق قیود مختلف به هم وابسته هستند، بسیار دشوار است. همچنین تنظیم ضرایب جریمه برای ارضاء قیود نیازمند تجربه‌ی کافی و زمان بر است. سرعت بالای روش‌های برنامه‌ریزی خطی در مقایسه با روش‌های برنامه‌ریزی غیرخطی^۵ و الگوریتم‌های تکاملی و کاشی از یک طرف و قابلیت روش‌های کاشی در اداره‌ی خصوصیات غیرخطی و ترکیباتی مسئله از طرف دیگر، سبب مطرح شدن ایده‌ی استفاده از الگوریتم‌های ترکیبی^۶ شده است. در این رویکرد هم از مزایای سرعت روش‌های برنامه‌ریزی خطی و هم از مزایای جستجوی هوشمند الگوریتم‌های تکاملی بهره‌گیری می‌شود. در این رابطه می‌توان به مدل‌های GA-LP^[۶] و مدل PSO-NFP^[۷] اشاره کرد.

در مطالعه‌ی حاضر مسئله‌ی تعیین ظرفیت بهینه‌ی مخزن (ارتفاع) سد چراغ ویس، با اعمال کنترل و تنظیم سطح اعتمادپذیری در تأمین انواع نیازهای آبی شرب و کشاورزی در قالب یک مدل MILP فرمول‌بندی و سپس الگوریتم‌های GA-LP به عنوان یک الگوریتم ترکیبی با روش‌های GA و شاخه و حد^۷ مقایسه شده است.

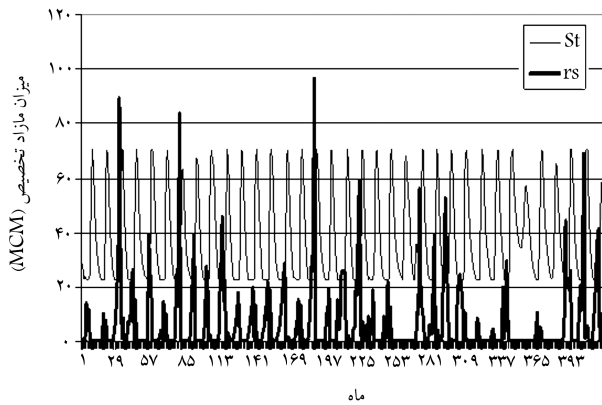
مطالعه‌ی موردی و فرمول‌بندی مدل بهینه‌سازی

سد مخزنی چراغ ویس در استان کردستان حد فاصل شهرهای سقز و بانه در مختصات جغرافیایی ۶، ۴۶°، طول شرقی ۱۱، ۳۶° عرض شمالی و در فاصله‌ی تقریبی ۱۷ کیلومتری شهر سقز با قطع جاده‌ی ارتباطی سقز و بانه بر روی رودخانه چم‌خان از سر شاخه‌های چم سقز احداث می‌شود.

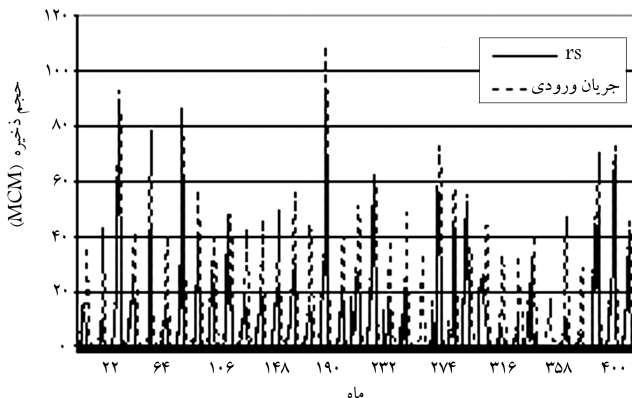
این سد ضمن تأمین نیاز شرب شهرهای سقز به میزان ۳۲ میلیون مترمکعب (افق ۱۴۳۰) و بانه به میزان ۱۰/۱۴ میلیون مترمکعب (افق ۱۴۰۰) قادر به تأمین سالانه حدود ۴۳ میلیون مترمکعب آب برای مصارف کشاورزی است و حدود ۵۰۰۰ هکتار از اراضی پایاب سد را تحت پوشش خود قرار می‌دهد (شکل ۱). این سد



شکل ۱. شماتیک سیستم منابع آب مطالعه‌ی موردی.



شکل ۲. نمودار میزان مازاد تخصیص (RS_t) در مقابل حجم مخزن (S_t) در روش شاخه و حد.



شکل ۳. نمودار میزان حجم مخزن (S_t) در مقابل جریان ورودی مخزن در روش شاخه و حد.

میلیون مترمکعب نتیجه شد. شکل ۲ تغییرات حجم آب مازاد در برابر تغییرات حجم ذخیره‌ی مخزن و شکل ۳ تغییرات جریان ورودی به مخزن و حجم ذخیره‌ی مخزن را که از روش شاخه و حد به دست آمده است، نشان می‌دهد.

حل مدل با استفاده از الگوریتم GA

در این بخش مدل MILP مذکور با استفاده از GA حل شده است. متغیرهای تصمیم مدل GA میزان آب تخصیص یافته به نیاز کشاورزی (RK_t) و جریان مازاد بر تخصیص به نیازهای کشاورزی و شرب (RS_t) در هر ماه در نظر گرفته شده‌اند. این تذکر لازم است که با معلوم بودن جریان خروجی کل و کسر کمینه‌ی جریان زیست محیطی و نیازهای شرب از آن، مقدار باقیمانده لزوماً برابر آب تخصیص یافته به نیاز کشاورزی (RK_t) نیست. این مقدار شامل بخشی از متغیر جریان مازاد (RS_t) نیز می‌تواند باشد که مقادیر آن در مقدار ظرفیت مخزن سد مؤثر است. بنابراین بایستی سهم تخصیص به نیاز کشاورزی (RK_t) و مازاد آن (RS_t) در جریان خروجی کل به شکل جدا و تفکیک شده در مدل GA لحاظ شود. با معلوم بودن این متغیرها، متغیرهای دیگر مسئله نظیر مقادیر متغیرهای S_t و Z_t قابل محاسبه خواهند بود. بررسی‌های انجام شده نشان داد که انتخاب ۲ نوع متغیر فوق در مقایسه با انتخاب مثلاً متغیرهای S_t و RS_t ارجحیت دارد. علت این امر امکان استفاده از خصوصیات مسئله در انتخاب محدوددهی تغییرات مناسب و حتی الامکان کوچک تر

مترمکعب)؛ RS_t آب خروجی مازاد بر تخصیص نیازهای شرب و کشاورزی در ماه t (میلیون مترمکعب)؛ Rel اعتمادپذیری تأمین نیاز کشاورزی؛ Z_t متغیر صفر و یک:

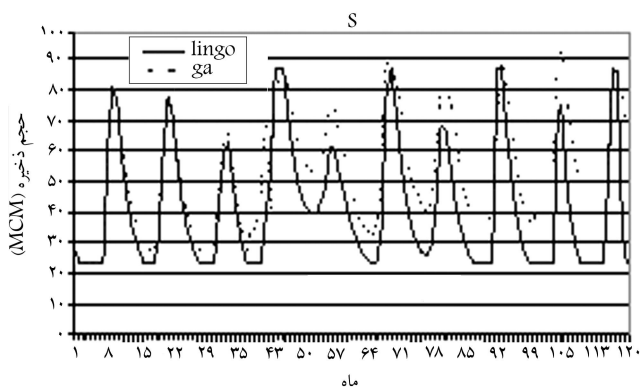
$$Z_t = \begin{cases} 1 & \text{اگر نیاز کشاورزی در ماه } t \text{ به طور کامل تأمین شود} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$$

t شمارنده‌ی ماه؛ α سطح مطلوب اعتمادپذیری تأمین نیاز کشاورزی؛ T تعداد کل ماه‌ها؛ β بیشینه‌ی متوسط کمبود مجاز در تأمین نیاز کشاورزی؛ ارتفاع تبخیر از دریاچه‌ی سد در طول ماه t ؛ $Area_t$ مساحت دریاچه‌ی مخزن در ابتدای ماه t ؛ Re کمینه‌ی جریان زیست محیطی برابر با $(MCM) = 0.319 = 30 \times 24 \times 60 \times 60 \times \frac{1}{1000} \times 0.121$ که در تمام ماه‌ها باید تأمین شود؛ در مدل مذکور تبخیر در هر ماه براساس میانگین سطح دریاچه‌ی مخزن و استفاده از رابطه‌ی میان حجم و سطح مخزن برآورد می‌شود. این تذکر لازم است که قید آخر نقش محدودکننده در فضای شدنی مسئله را دارد. در واقع با تغییر نسبت کل کمبود می‌توان اندازه‌ی فضای جواب را تغییر داد. این قید در طراحی واقعی سیستم آب‌رسانی، به نوعی کنترل‌کننده‌ی میزان کل آب تخصیصی در مواقع کمبود است. با حذف این قید، مدل مذکور برای کم کردن حجم بهینه‌ی سد در مواقع کمبود فقط به کمینه‌ی تخصیص یعنی مقدار صفر اکتفا خواهد کرد، در حالی که این موضوع هدف اصلی در طراحی نیست.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، مدل حاصل یک مدل MILP است. با توجه به ۳۵ سال آمار تاریخی موجود از آب‌دهی ماهانه ($T = 420$) مدل مذکور شامل ۴۲۱ مجهول S_t ، $1260 = 3 \times 420 = 3 \times 420$ متغیرهای E_t ، RK_t ، RS_t و ۱ متغیر Cap مجموعاً ۱۶۸۲ متغیر عدد حقیقی، ۴۲۰ متغیر دو مقداری Z_t ، ۴۲۰ معادله و $2522 = 2 + 420 \times 6$ نامعادله به غیر از قیود مثبت بودن متغیرهاست. این مسئله با تعداد فوق از مقادیر متغیرهای حقیقی، متغیرهای عدد صحیح و معادلات و نامعادلات یک مسئله‌ی متوسط مقیاس و تا حدی بزرگ مقیاس خصوصاً از نظر تعداد متغیرهای دو مقداره است. در صورت عدم وجود متغیرهای دو مقداره‌ی Z_t ، حل مسئله‌ی خطی مذکور با روش سیمپلکس به راحتی و بسیار سریع ممکن است. لیکن زمان حل مسئله با وجود همین تعداد از متغیرهای صفر و یک، با استفاده از روش‌های کلاسیک نظیر شاخه و حد قابل توجه است. بنابراین مدل فوق می‌تواند مثالی معقول برای ارزیابی روش‌های مورد استفاده در این تحقیق باشد.

حل مسئله با روش الگوریتم شاخه و حد (Branch & Bound)

برای حل مدل MILP مذکور، از یک نرم‌افزار شناخته شده در زمینه حل مسائل بهینه‌سازی (LINGO ۹٫۷) استفاده شده است. این نرم‌افزار برای حل یک مدل MILP، از روش شاخه و حد استفاده می‌کند. زمانی که تعداد متغیرهای صحیح زیاد باشد، زمان حل با این الگوریتم به میزان قابل ملاحظه‌ی افزایش می‌یابد. برای نمونه در حالت اعتمادپذیری ۹۰٪ و با نسبت کمبودهای ۵٪ و ۱۰٪ بنابر اجراهای رایانه‌ی اخذ شده با استفاده از یک رایانه Pentium ۴ و CPU ۲٫۴، زمان حل با وجود راه یافتن سریع الگوریتم به داخل فضای شدنی، بسیار زیاد بوده است. در این شرایط جواب‌های LINGO ۹٫۷ نیز کنترل شد. ظرفیت بهینه‌ی مخزن با اجرای مدل MILP برای اعتمادپذیری ۸۰٪ و میزان کمبود ۵٪ پس از ۷۷۰ تکرار برابر ۷۶٫۹ میلیون مترمکعب و برای میزان کمبود ۱۰٪ پس از ۱۳۴۳ تکرار برابر ۷۰٫۵۸



شکل ۴. مقایسه‌ی میزان حجم ذخیره‌ی ماهانه‌ی سیستم در روش GA و روش شاخه و حد در دوره‌ی ۱۰ ساله.

اصولاً در مسائل با تعداد متغیرهای زیاد و در نتیجه طول رشته‌های طولانی و خصوصاً متغیرهای به‌هم‌مرتبط که سبب می‌شود فضای موجه مسئله، بخش بسیار کوچکی از فضای بسیار بزرگ آن را شامل شود، تولید جواب‌های اولیه که در آن کمینه‌ی تعدادی جواب موجه وجود داشته باشد، یک مشکل شناخته‌شده در مدل‌های GA است. در این‌گونه مسائل تولید یک مجموعه رشته‌ی اولیه شامل تعدادی جواب‌های موجه نیازمند تمهیدات خاصی است. همچنین تنظیم پارامترهای مدل GA و خصوصاً ضرایب جریمه در این نوع مدل‌ها با توجه به تعداد زیاد محدودیت‌ها بسیار مهم است و می‌تواند مستلزم استفاده از ظرافت‌های وابسته به هر مسئله‌ی خاص باشد.

مدل GA-LP

برای حل یک مدل MILP می‌توان قسمت اعداد صحیح را از برنامه‌ریزی خطی جدا کرد و با یک الگوریتم تکاملی مانند الگوریتم ژنتیک سعی در تولید متغیرهای عدد صحیح و تکامل آن داشته باشیم. باقیمانده‌ی مدل یک مسئله‌ی برنامه‌ریزی خطی است که به راحتی و با سرعت قابل قبول با الگوریتم‌های حل LP نظیر سیمپلکس^۸ یا روش نقاط داخلی^۹ حل شدنی است. بنابراین در مدل GA-LP پیشنهادی، مقادیر متغیرهای Z_t در جمعیت اولیه به صورت تصادفی تولید می‌شوند. ضمناً با توجه به دومقداره‌بودن این متغیرها روش کدگذاری مستقیماً و بدون نیاز به کدگشایی^{۱۰} قابل استفاده است. به بیان دیگر هر کروموزوم یا رشته^{۱۱} در مدل GA یک رشته‌ی ۴۲۰ بیتی خواهد بود که هر بیت نماینده‌ی یکی از متغیرهای Z_t است که مقدار آن برابر صفر یا یک خواهد بود. البته واضح است که کنترل قید اعتمادپذیری در مدل GA بایستی از طریق راهکار اعمال جریمه همراه با استفاده از ضریب جریمه‌ی مناسب به مدل و در تکرارهای مختلف برآورده شود.

برنامه‌نویسی این مدل در محیط نرم‌افزار Matlab انجام و مدل GA-LP پس از توسعه، در شرایط مختلف آزمایش و نتایج آن ارائه شده است.

جمعیت اولیه‌ی کاملاً تصادفی و ضریب جریمه‌ی متحرک

در شرایطی که جمعیت اولیه‌ی متشکل از صفر و یک‌های تصادفی و بدون هیچ‌گونه آرایش خاصی برای مدل GA در نظر گرفته می‌شود، با وجود یک ضریب جریمه‌ی

برای متغیرهای GA است. متغیر S_1 نیز با اضافه‌کردن یک ژن به کروموزوم مربوطه جستجو می‌شود. بدین ترتیب هر کروموزوم دارای ۸۴۱ ژن خواهد بود که ۴۲۰ ژن اول شامل میزان آب ماهانه‌ی تخصیصی به نیاز کشاورزی در طول دوره‌ی ۳۵ ساله (RS_t) و ۴۲۰ ژن دوم شامل مقدار آب مازاد بر نیازهای مصرفی در هر ماه (RS_t) و یک ژن باقیمانده شامل حجم اولیه‌ی مخزن است. قیود مسئله به غیر از کران‌های بالا و پایین متغیرها شامل معادله‌ی پیوستگی، قید اعتمادپذیری و قید بیشینه‌ی کمبود است. قیود بیشینه‌ی کمبود و اعتمادپذیری مدل GA با اعمال مکانیسم جریمه در تابع هدف ارضاء می‌شوند. بنابراین یکی از مسائل مهم در این مدل تعیین ضرایب جریمه‌ی مناسب است. مسئله با یک جمعیت اولیه متشکل از کروموزوم‌هایی که فقط ژن‌های RS_t و RK_t در فاصله‌ی مجاز خود به شکل رابطه‌های ۲ و ۳ انتخاب شده‌اند، حل شد:

$$0.25 \times demk_t \leq RK_t \leq demk_t \quad (2)$$

$$0.319 \leq RS_t \leq 120 \quad (3)$$

لازم به ذکر است که مقدار کمینه‌ی ۰٫۳۱۹، همان کمینه‌ی جریان زیست‌محیطی است که بایستی در تمام ماه‌ها تأمین شود. مقدار اولیه‌ی S_1 نیز حجم کمینه‌ی مخزن اختیار شد.

قیود مسئله شامل: (۱) رابطه‌ی پیوستگی؛ (۲) قید کمینه‌ی اعتمادپذیری و (۳) قید بیشینه‌ی کمبود متوسط به ترتیب از طریق شبیه‌سازی رابطه‌ی پیوستگی و اعمال جریمه به شکل زیر در تابع هدف منظور شده‌اند:

۱. برای ارضاء معادله‌ی پیوستگی با تولید متغیر ذخیره‌ی اولیه (S_1) و نیز متغیرهای RS_t و RK_t در GA مقدار حجم ذخیره‌ی مخزن در انتهای هر ماه در درون مدل به شکل رابطه‌ی ۴ قابل محاسبه است:

$$S_{t+1} = S_t + I_t - C_t - RK_t - RS_t - E_t \quad (4)$$

متغیرهای رابطه‌ی ۴ قبلاً تعریف شده‌اند. در معادله‌ی ۴ با جای‌گذاری رابطه‌ی خطی عبارت تبخیر (E_t) بر حسب S_t و S_{t+1} ، فقط متغیر مجهول معادله یعنی S_{t+1} قابل محاسبه خواهد بود. در رابطه‌ی ۴ در صورت قرارنگرفتن حجم ذخیره‌ی مخزن در محدوده‌ی مجاز، مقدار حجم مخزن در انتهای ماه و متناسب با جریان تخصیص یافته به نیاز کشاورزی اصلاح می‌شود:

۲. جریمه‌ی قید کمینه‌ی اعتمادپذیری به صورت رابطه‌ی ۵ اعمال شد:

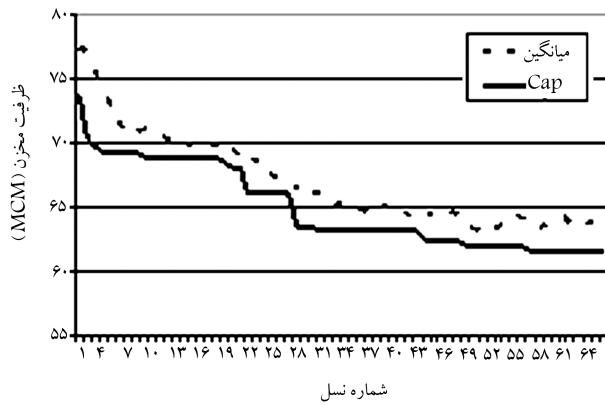
$$Rel \ Penalty = \alpha \times T - \sum_{t=1}^t Z_t \quad if \ Rel < \alpha \quad (5)$$

۳. جریمه‌ی مربوط به بیشینه‌ی کمبود مجاز نیز در صورت مثبت بودن مقدار جریمه به صورت رابطه‌ی ۶ اعمال شده است:

$$Lack \ Penalty = \frac{\sum demk_t - \sum RK_t}{\sum demk_t} - \beta \quad (6)$$

با در نظر گرفتن ۷۵٪ کروموزوم‌ها برای اعمال عمل‌گر تبادل به صورت تک‌نقطه‌یی و ۲۵٪ برای اعمال عمل‌گر جهش با گذشتن بیش از ۱۰۰۰ نسل که هر نسل شامل ۸۰ کروموزوم بود، موفقیت چندانی حاصل نشد و الگوریتم قادر نبود بیش از چند درصد، میزان تابع هدف مسئله را بهبود دهد.

شایان ذکر است که این مدل با طول کروموزوم‌های کوتاه‌تر برای دوره‌های ۳، ۵ و ۱۰ ساله با سرعت مطلوبی به جواب می‌رسد (شکل ۴) و در برخی موارد جواب‌هایی کمی بهتر از روش شاخه و حد ارائه می‌کند.

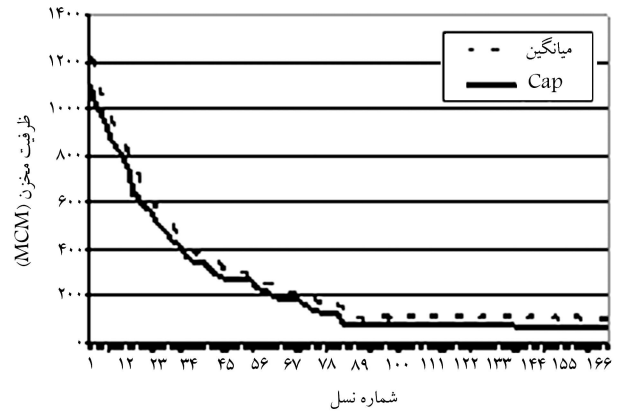


شکل ۶. هم‌گرایی با جمعیت اولیه حاوی جواب‌های شدنی در مدل GA-LP.

۶۵/۸ و بعد از حدود ۷۰۰۰ تکرار به عدد ۶۴/۸ هم‌گرا می‌شود، ولی در نهایت پس از شش میلیون تکرار (در حدود ۷ ساعت زمان اجرا) به جواب بهینه‌ی سراسری ۱۲ دست نمی‌یابد، GA-LP مجدداً عملکرد بهتری را نشان می‌دهد. با استفاده از یک جمعیت اولیه‌ی انتخابی شامل ۵۰ کروموزوم، همان‌طور که در شکل ۶ مشخص است، پس از گذشت ۴۹ نسل (۲۴۵۰ ارزیابی تابع هدف) GA-LP به جواب ظرفیت مخزن برابر با ۶۳/۴۷ میلیون مترمکعب هم‌گرا شد. با این تذکر که شرایط حل مسئله‌ی فوق از نظر پارامترهایی چون تعداد تبادله و جهش مانند قبل است، اینکه آیا جواب حاصل یک جواب شدنی و موجه است کنترل شد. گرچه استفاده از ضریب جریمه برای تأمین اعتمادپذیری ضروری بوده است، الگوریتم GA-LP هم در شرایط استفاده از ضریب جریمه‌ی ثابت و هم متغیر به جواب‌های بسیار نزدیک به هم منتهی شد.

جمعیت اولیه‌ی هدایت‌شده و ضریب جریمه‌ی متحرک

در این روش جمعیت اولیه براساس یک منطق برگرفته‌شده از شرایط واقعی مسئله و نه به‌صورت کاملاً تصادفی تولید می‌شود. براساس شناخت طبیعت مسئله منطقی است فرض شود که مدل در ماه‌هایی که نیاز آبی کمتر از میانگین سالانه باشد، نیاز را کاملاً تأمین کند، یعنی به ژن مربوط به آن ماه ارزش ۱ داده شود و در ماه‌هایی که نیاز بیشتر از میانگین سالانه است، فقط کمیته‌ی موردقبول مدل تأمین شود (ژن مربوط به آن ماه ارزش صفر اختیار کند). بر این اساس جمعیت اولیه ایجاد و سپس با تغییر مقدار چند ژن به‌صورت تصادفی برای رسیدن به میزان اعتمادپذیری موردنظر، الگوریتم اجرا می‌شود. این بدان معنی است که جمعیت اولیه یک اطمینان‌پذیری اولیه را به سیستم القا می‌کند. همچنین با انتخاب ضریب جریمه از تأمین شرط اعتمادپذیری اطمینان حاصل می‌شود. این تذکر لازم است که پارامترهای مدل GA-LP نیز در این شرایط همان پارامترهای قبلی انتخاب شدند. نتایج حاصل نشان می‌دهد که در این شرایط الگوریتم با سرعت زیادی به سمت جواب بهینه حرکت می‌کند و حتی در بعضی مواقع در همان نسل اول به جواب ۶۷/۵۰۱۵۳ میلیون مترمکعب می‌رسد. دلیل این امر آن است که با انتخاب جمعیت اولیه به‌صورت فوق‌الذکر، احتمال وجود جواب اصلی در آن و یا جوابی نزدیک به جواب اصلی بسیار زیاد است. بنابراین اگر دسته‌ی کروموزوم انتخابی شامل جواب اصلی باشد که مسئله حل شده است، در غیر این صورت به دلیل تعدد جواب‌های نزدیک به جواب اصلی، هم‌گرایی به سرعت و در زمان بسیار اندکی انجام می‌شود (شکل ۷).



شکل ۵. هم‌گرایی با جمعیت اولیه‌ی تصادفی در مدل GA-LP و ضریب جریمه‌ی متحرک.

متحرک برای رسیدن به کمیته‌ی اعتمادپذیری مطابق رابطه‌ی ۷، پیشروی الگوریتم به سمت جواب بهینه به‌کندی صورت می‌گیرد و الگوریتم به‌آرامی راه خود را به داخل فضای جواب پیدا می‌کند (شکل ۵).

$$Penalty = Alfa \times \left| \sum Z_t - Rel \times T \right| \quad (7)$$

در رابطه‌ی ۷، ضریب $Alfa$ به شکل دینامیک در تکرارهای مختلف تنظیم شده است. پارامترهای ماجول GA شامل تعداد جمعیت برابر ۵۰، تعداد کروموزوم‌های نخبه برابر ۵، احتمال تبادل ۷۵٪، نرخ جهش متغیر با توجه به نسبت نسل حاضر به پیشینه‌ی تعداد نسل بوده است. الگوریتم در حالت اعتمادپذیری ۸۰٪ و کمبود ۱۰٪ پس از گذشت ۱۶۶ نسل معادل ۸۳۰۰ ارزیابی تابع هدف به عدد ۷۰/۵۹۲۱ برای حجم بهینه‌ی مخزن هم‌گرا شد. بنابراین مدل توانسته است با ارضاء قید اعتمادپذیری مدل، ظرفیت بهینه‌ی مخزن را در حد قابل‌قبولی محاسبه کند که این مقدار در برابر تعداد تلاش‌های LINGO در همین حالت (۱۳۴۳ تکرار)، بسیار بیشتر است.

جمعیت اولیه‌ی تصادفی حاوی جواب شدنی با ضریب

جریمه‌ی متحرک و ثابت

در این حالت جمعیت اولیه شامل صفر و یک‌های تصادفی به شکلی تولید می‌شود که دست‌کم یک یا چند جواب شدنی در جمعیت موجود باشد. برای تولید این جمعیت ابتدا ۴۲۰ صفر و یک به‌صورت تصادفی برای هر کروموزوم تولید و سپس کنترل می‌شود که تعداد ژن‌های هر کروموزوم که عدد ۱ به آن‌ها منصوب می‌شود، قید اعتمادپذیری مدل را -صرف‌نظر از اینکه کدام ژن صفر یا یک باشد- ارضاء کند. مثلاً در حالتی که اعتمادپذیری مدل ۸۰٪ باشد، ۸۰٪ ژن‌های هر کروموزوم در جمعیت اولیه و یا تعدادی نزدیک به آن (۷۵٪ تا ۸۵٪) به‌صورت تصادفی عدد ۱ اختیار کنند و بقیه صفر باشند.

در حالت فوق و برای اعتمادپذیری ۸۰٪ و میزان کمبود ۱۰٪ الگوریتم با سرعت مطلوب و بعد از ۱۴ نسل (۷۰۰ ارزیابی تابع هدف) به عدد ۷۰/۵۸ دست یافت. همان‌طور که پیشتر ذکر شد روش شاخه و حد در LINGO برای این سطوح اعتمادپذیری و کمبود، پس از ۱۳۴۳ تکرار به جواب ۷۰/۵۸ رسیده بود در نتیجه روش GA-LP عملکرد مطلوب‌تری داشته است.

با تغییر سطح اعتمادپذیری از ۸۰٪ به ۹۰٪ و میزان کمبود از ۱۰٪ به ۵۰٪ یعنی همان حالتی که LINGO در این شرایط پس از حدود ۵۰۰۰ تکرار به جواب

$$RK_t \leq demk_t$$

$$RK_t \geq 0.25 \times demk_t$$

$$RC_t \geq C_t \times ZZ_t$$

$$RC_t \leq C_t$$

$$RC_t \geq \alpha \times C_t$$

$$\sum_{t=1}^T Z_t / \sum_{t=1}^T t \geq \alpha$$

$$\sum_{t=1}^T (demk_t - RK_t) / \sum_{t=1}^T demk_t \leq \beta$$

$$\sum_{t=1}^T ZZ_t / \sum_{t=1}^T t \geq \alpha' \quad (\text{اعتماد پذیری نیاز شهری})$$

$$\sum (C_t - RC_t) / \sum C_t \leq \beta' \quad (\text{کمبود نیاز شهری})$$

در روابط بالا، C_t نیاز کل شهری در ماه t ؛ RC_t حجم آب تخصیص یافته به نیاز شرب در ماه t ؛ α' سطح اعتمادپذیری مطلوب برای تأمین شهری؛ β' بیشینه‌ی متوسط کمبود نیاز شهری؛ ZZ_t متغیرهای صفر و یک مربوط به تأمین یا عدم تأمین نیاز شهری.

روابط اضافه‌شده به مدل اولیه این امکان را به وجود می‌آورد تا نیاز شهری با اعتمادپذیری α' برآورده شود. در این مسئله بیشینه‌ی کمبود را برای هر دو نیاز کشاورزی و شرب برابر با 0.5% و سطح اعتمادپذیری مطلوب نیاز شهری 0.9% و برای نیاز کشاورزی 0.8% در نظر گرفته شد. در این آزمایش علی‌رغم ۲ برابر شدن متغیرهای صفر و یک، LINGO قادر به حل مسئله بوده است و ظرفیت بهینه‌ی مخزن برابر با $73/97$ میلیون مترمکعب در تکرار 588 به دست آمد. البته روش شاخه و حد در مثال‌های قبل نیز برای اطمینان‌پذیری 0.8% از نیاز کشاورزی به جواب رسیده بوده است.

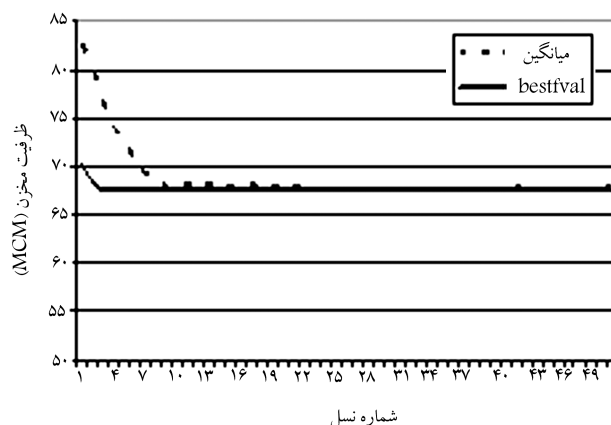
در ادامه، همین مسئله با استفاده از مدل GA-LP حل شد. طول هر رشته در مدل GA-LP به $84^0 \times 2 = 42^0$ ژن افزایش یافته است. مدل در شرایطی که جمعیت اولیه تصادفی شامل یک یا چند جواب شدنی باشد، اجرا و الگوریتم پس از 47 نسل به جوابی نزدیک به جواب LINGO یعنی عدد $74/23$ هم‌گرا شد. در شرایطی که جمعیت اولیه به صورت هوشمند و به شکل ذکرشده در مسئله‌ی قبل انتخاب شود (0.8% متغیرهای مربوط به تخصیص کشاورزی و 0.9% متغیرهای مربوط به تخصیص شهری ۱ باشند)، الگوریتم GA-LP با سرعت بسیار بیشتر و در کمتر از 8 نسل (با اندازه‌ی جمعیت 5^0) یعنی با حل $45^0 \times 8 = 45^0$ مدل LP، به جواب $74/54$ هم‌گرا شد (که البته جواب LINGO کمی بهتر بوده است). همان‌طور که ملاحظه می‌شود جواب به دست آمده با روش GA-LP با استفاده از جمعیت اولیه‌ی مذکور در بدترین شرایط حدود 23 برابر سریع‌تر از LINGO است. ضرایب جریمه‌ی به کار رفته در این روش برای حصول از رسیدن به کمینه‌ی اطمینان‌پذیری‌ها، در روابط زیر، نشان داده شده است:

$$Penalty_1 = Alpha \times |Rel_c \times T - \sum ZZ_t| \quad (8)$$

$$Penalty_2 = Beta \times |Rel_k \times T - \sum Z_t| \quad (9)$$

$$Penalty = Penalty_1 + Penalty_2 \quad (10)$$

مجدداً حل این مسئله با در نظر گرفتن نسبت کمبود 0.5% و اعتمادپذیری 0.8% برای تأمین نیاز کشاورزی و نسبت کمبود 0.5% و اعتمادپذیری 0.9% برای تأمین مصرف



شکل ۷. مقایسه‌ی هم‌گرایی متوسط نسل و هم‌گرایی بهترین جواب نسل با جمعیت اولیه‌ی هدایت‌شده در مدل GA-LP.

نکته‌ی قابل توجه اینکه در حالت اعتمادپذیری 0.9% و کمبود 0.15% نرم‌افزار LINGO در این مسئله قادر به ارائه‌ی جواب نبوده است. در ادامه با قراردادن جواب مدل به منزله‌ی جواب اولیه در LINGO جواب $67/32$ میلیون مترمکعب نتیجه شد. علی‌رغم آن مقایسه‌ی سرعت الگوریتم‌های شاخه و حد در GA-LP در حالتی که هر دو الگوریتم به جواب رسیده‌اند (اطمینان‌پذیری 0.8% و کمبود 0.15%) از طریق مقایسه‌ی تعداد ارزیابی‌های تابع هدف (تعداد LP‌های حل‌شده) نشان می‌دهد که GA-LP بسیار سریع‌تر از روش کلاسیک شاخه و حد به جواب رسیده است.

تحلیل مسئله در شرایط اعمال کنترل بر اعتمادپذیری

تأمین نیاز شرب علاوه بر نیازهای کشاورزی

یکی از عوامل مهم و اساسی در افزایش تلاش‌های محاسباتی یک مدل MILP تعداد متغیرهای گسسته و یا دومقدار در مدل است. در این راستا و با هدف آزمایش روش‌های پیشنهادی در شرایطی که در مدل MILP تعداد متغیرهای دومقدار بیشتر شده است و در نتیجه بر پیچیدگی آن افزوده می‌شود، اعمال کنترل بر اعتمادپذیری قید تأمین نیازهای شرب نیز در دستور کار قرار گرفت. در مدل قبلی تأمین نیازهای شرب با اعتمادپذیری 0.1^0 مدنظر بود و بنابراین در قیود مربوط نیازی به استفاده از متغیرهای دومقدار نبوده است. در مدل جدید برای اعمال کنترل بر میزان اعتمادپذیری تأمین نیازهای شرب، تعداد متغیرهای دومقدار ۲ برابر خواهد شد و در نتیجه حل آن نیز دشوارتر می‌شود. لذا فرمول‌بندی مدل در شرایط جدید و در قالب روابط زیر، تغییر می‌کند:

$$\text{Minimize}(Cap)$$

$$S.t.$$

$$S_{t+1} = S_t + f_t - E_t - RC_t - RK_t - RS_t$$

$$C_t = C_{1t} + C_{2t}$$

$$S_{min} \leq S_t < C_{1t}$$

$$RS_t \geq Re$$

$$RK_t \geq Z_t \times demk_t$$

توجه به فرآیند موردنیاز و لزوم تحلیل حساسیت ضرایب همراه با تغییر شرایط مسئله، این کار دشوار و وقت‌گیر است؛

۳. برای هدایت الگوریتم‌های GA و GA-LP به داخل فضای شدنی، از راهکارهای ترمیم و جریمه به صورت جداگانه استفاده شد. راهکار ترمیم علاوه بر راهکار جریمه برای GA-LP قابل استفاده تشخیص داده شد، در حالی که برای الگوریتم GA با مشکل مواجه بوده است و استفاده از جریمه و ترمیم به صورت هم‌زمان با یکدیگر، بهتر از دو حالت قبل ارزیابی می‌شود. در هر صورت برای هر دو الگوریتم استفاده از راهکار جریمه برای هدایت آن در فضای شدنی مناسب است؛

۴. ضریب جریمه‌ی ثابت برای اعمال قید اعتمادپذیری در مدل GA-LP عملکردی به‌خوبی توابع جریمه‌ی خودتطبیقی دارد. دلیل آن را می‌توان این‌گونه توصیف کرد که ژن‌ها در کروموزوم جواب به صورت دومقداره (صفر و یک) هستند و قابلیت تغییری به جز این دو مقدار را ندارند. همچنین علاوه بر مقدار مجموع متناظر اعداد ژن‌های یک کروموزوم (که نشان‌دهنده‌ی عدد اعتمادپذیری است) ترتیب قرارگیری آن‌ها نیز در کروموزوم مربوط، مهم است. بر این اساس ارزش‌گذاری جواب‌های یک نسل با توجه به نزدیکی صرف به میزان اعتمادپذیری مدل، ایده‌ی خوبی نیست و ترجیح بر این است که تمام کروموزوم‌های خارج از فضای شدنی مسئله به یک مقدار ارزش‌گذاری شوند؛

۵. اگرچه الگوریتم GA-LP در حل مسئله‌ی مذکور از الگوریتم GA کارآمدتر است، ولی بایستی خاطرنشان کرد که هر بار ارزیابی تابع برازش در الگوریتم GA-LP به علت حل یک مدل LP چندین برابر این زمان در الگوریتم GA است. علی‌رغم آن به دلیل آنکه تعداد ارزیابی‌های موردنیاز در مدل GA بسیار بیشتر از مدل GA-LP خواهد بود، نهایتاً مدل GA-LP کارایی بیشتری در حل مسئله‌ی تحت مطالعه دارد؛

۶. عملکرد نهایی و مناسب الگوریتم GA علاوه بر تعداد متغیرها، تحت تأثیر بازه‌ی مجاز تغییرات آن‌ها نیز است. در نتیجه تلاش GA برای یافتن جواب‌های مسئله، تابعی از محدوده‌ی مجاز تغییرات متغیرها و تعداد آن‌ها است؛ به طوری که کاهش هر یک از آن‌ها مزیت استفاده از این روش را تحت تأثیر قرار می‌دهد؛

۷. در خاتمه بایستی خاطرنشان کرد که بر اساس مسائل و مدل‌های محدوده‌ی بررسی‌شده در این مطالعه نمی‌توان حکم قطعی مبنی بر برتری راهکار مدل GA-LP بر الگوریتم‌های کلاسیک نظیر شاخه و حد داد. این موضوع نیازمند بررسی بیشتر و مطالعه‌ی جوانب دیگری است که بایستی در مطالعات آتی مدنظر قرار گیرد.

شهری بررسی شد. با شرایط جدید قیود مسئله آزادتر می‌شوند. ابتدا روش شاخه و حد با به‌کاربردن نرم‌افزار LINGO کنترل شد. در این آزمایش با حل بیش از ۹۰ میلیون مدل LP، فرآیند حل به اتمام نرسید و نرم‌افزار از ارائه‌ی جواب بهینه‌ی سراسری ناتوان بود. همچنین قراردادن جواب مدل در کمبود ۵٪، که می‌تواند یک جواب موجه برای این حالت نیز باشد، به منزله‌ی جواب اولیه‌ی LINGO تا تکرار ۱۰۰۰۰۰ بهبودی در جواب اولیه ایجاد نشد و فرآیند حل پس از آن متوقف شد.

الگوریتم GA-LP با جمعیت اولیه‌ی ۵۰ تایی از کروموزوم‌هایی که ۸۰٪ ژن‌های مربوط به تأمین نیاز کشاورزی و ۹۰٪ ژن‌های مربوط به تأمین نیاز شهری در آن به‌طور تصادفی دارای ارزش ۱ و بقیه ارزش صفر داشتند، حل شد و الگوریتم پس از گذشت ۲۵۳ نسل یعنی با حل بیشینه‌ی ۱۲۶۵۰ مدل LP ($253 \times 50 = 12650$) به جواب ۵۶/۴۳ میلیون مترمکعب یعنی ظرفیت بهینه‌ی مخزن رسید. ضمناً بررسی مجدد جواب‌ها نشان داد که تمامی قیود مسئله برآورده شده‌اند.

نتیجه‌گیری

۱. الگوریتم GA-LP برای حل مسائل بهینه‌سازی آمیخته با اعداد صحیح در اکثر موارد سرعتی بیشتر از روش‌های GA و روش شاخه و حد داشته است. توانایی این الگوریتم ترکیبی به گونه‌ی بی‌سابقه‌ای است که حتی در شرایط تعمیم مسئله برای احتساب ۲ نوع قید اعتمادپذیری و ۲ نوع ضریب کمبود برای تخصیص آب کشاورزی و شهری به تفکیک و دو برابر شدن تعداد متغیرهای دومقداره باز هم کارایی خود را حفظ می‌کند؛

۲. حل این مسئله با الگوریتم GA کمک چندانی به بهبود فرآیند حل نکرد و در اکثر موارد در رسیدن به جواب مسئله موفقیت ندارد. دلیل این امر طولانی‌بودن کروموزوم‌ها (۸۴۰ ژن) و بازه‌ی بزرگ اعداد مربوط به جریان‌های خروجی مازاد است که الگوریتم را دچار سردرگمی می‌کند و نتایج خوبی را به دست نمی‌دهد. علاوه بر آن، دشواری تعیین ضرایب جریمه‌ی مناسب برای الگوریتم و تولید جمعیت اولیه‌ی بی‌کیفیت که کمینه‌ی یک یا چند جواب شدنی در آن وجود داشته باشد نیز از کارایی این روش در این‌گونه مسائل می‌کاهد. البته پرواضح است که می‌توان با استفاده از روش‌های ابتکاری در تولید رشته‌های اولیه‌ی مطلوب و تعیین ضرایب جریمه‌ی خودتطبیقی، حل مسئله را با GA ممکن ساخت که با

پانوش

1. chance constraints
2. deterministic
3. binary
4. combinatorial
5. non-linear programming
6. hybrid
7. branch & bound
8. Simplex

9. interior points method
10. encoding
11. string
12. global optimum solution

منابع

1. Blum, C. and Roli, A. "Meta-heuristics in combinatorial optimization: overview and conceptual comparison.",

- ACM Computing Surveys*, **35**(3), pp. 268-308 (2003).
2. Holland, J.H. "Adaptation in natural and artificial systems", *IT Press*, Cambridge, Mass. (1975).
 3. Murphy, L.J.; Simpson, A.R. and Dandy G.C. "Design of a network using genetic algorithms", *Water*, **20**, pp. 40-42 (1993).
 4. Mckinney, D.C. and Lin, M.D. "Genetic algorithm solution of groundwater management models", *Water Resources Research*, **30**(6), p. 1897-1906 (1994).
 5. Oliveira, R. and Loucks, D.P. "Operating rules for multireservoir systems", *Water Resources Research*, **33**(4), pp. 839-852 (1997).
 6. Cai, X.; Mckinney, D. and Lasdon, L. "Solving nonlinear water management models using a combined genetic algorithm and linear programming approach", *Advances in Water Resources*, **24**(6), pp. 667-676 (2001).
 7. Shourian, M.; Mousavi, S.J.; Menhaj, M. and Jabbari, E. "Neural network-based simulation optimization model for optimal water allocation planning at basin scale", *J. of Hydroinformatics, IWA*, **10**(4), pp. 331-343 (2009).
 8. DEZAB Consulting Engineers, "Second-stage studies of Cheragh Veis dam reservoir and Saghez sanitary water conveyance" (2003).