

# روش جدیدی برای مدولاسیون فضای برداری در مولد هارمونیک سه فاز

عبدالرضا مالکی (دانشجوی کارشناسی ارشد)  
محمد رضا ذوالقدری (استادیار)  
سید جواد مهدوی (دانشیار)  
دانشکده‌ی مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف

استفاده از روش مدولاسیون فضای برداری<sup>۱</sup> (SVM) برای محاسبه و اعمال زمان‌های کلیدزنی در مبدل‌ها، به افزایش ۱۵ درصدی ظرفیت مبدل، نسبت به مدولاسیون پهنای پالس سینوسی<sup>۲</sup> (SPWM) می‌انجامد. در این مقاله ضمن بررسی روش SVM، به طریق سه‌بعدی، روش جدیدی برای محاسبه‌ی زمان‌های مربوط به بردارهای صفر پیشنهاد شده است که علاوه بر بهبود خواص هارمونیک ولتاژ فازها، تلفات کلیدزنی را تا ۳۳ درصد کاهش می‌دهد. روش پیشنهادی در یک مدار عملی مورد آزمایش قرار گرفته و نتایج عملی ارائه شده‌اند.

## مقدمه

در این نوشتار بعد از معرفی اصول SVM، روشی معرفی می‌شود که علاوه بر بهبود خواص هارمونیک ولتاژ فازها، تلفات کلیدزنی را نیز کاهش می‌دهد. در روش جدید برای زمان‌های کلیدزنی روابط جدیدی معرفی شده‌اند که کارایی SVM را افزایش می‌دهند. روش مذکور در یک سیستم عملی با SVM معمولی مقایسه شده است.

با گسترش روزافزون کاربرد مبدل‌های استاتیکی، روش‌های متنوعی برای کنترل ولتاژ آنها به وجود آمده است که اکثر آنها مبتنی بر مدولاسیون پهنای پالس<sup>۲</sup> (PWM) است. در این روش با اعمال کلیدزنی در زمان‌های مناسب، ولتاژ مورد نظر در خروجی ایجاد می‌شود. یکی از آخرین روش‌های PWM معرفی شده، روش مدولاسیون فضای برداری (SVM) است.<sup>[۱ و ۲]</sup> از مزیت‌های اصلی این روش افزایش ۱۵ درصدی دامنه‌ی هارمونیک اول ولتاژ خروجی مبدل نسبت به مدولاسیون پهنای پالس سینوسی (SPWM) است. اگر چه در روش‌های پیچیده‌تر SPWM سعی شده با تغییر شکل موج مرجع این تفاوت جبران شود<sup>[۳]</sup>، سایر مزایای روش SVM، نظیر کاهش فرکانس کلیدزنی، همگونی بیشتر با روش‌های کنترل برداری و... باعث شده که در کاربردهای جدید معمولاً این روش به سایر روش‌ها ترجیح داده شود.

## مدولاسیون فضای برداری

در سیستم سه‌فاز سه‌سیمه‌یی که مجموع ولتاژها و یا جریان خطوط آن در هر لحظه مساوی صفر است، دو درجه آزادی وجود دارد. لذا می‌توان مقادیر لحظه‌یی ولتاژ را با دو بردار متعامد  $V_\alpha$  و  $V_\beta$  نمایش داد. بدین منظور از تبدیل کلارک استفاده می‌شود:<sup>[۱]</sup>

$$\begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

در نهایت بردار ولتاژ سه‌فاز در نمایش دوبعدی به صورت زیر نوشته می‌شود:

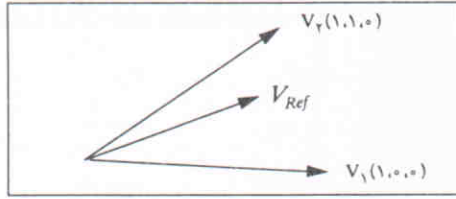
$$V = V_\alpha + j V_\beta \quad (2)$$

برای یک سیستم سه‌فاز سینوسی متعادل که دامنه‌ی ولتاژ سه‌فاز یکسان است، اندازه‌ی بردار  $V$  برابر دامنه‌ی ولتاژ فاز است و بردار با سرعت زاویه‌یی  $\omega$  که فرکانس زاویه‌یی ولتاژ سه‌فاز است، در جهت خلاف عقربه‌های ساعت گردش می‌کند. بدین ترتیب، مکان هندسی انتهای این بردار دایره‌یی به شعاع دامنه‌ی ولتاژ سینوسی است.

برای بهبود خواص SVM روش‌هایی پیشنهاد شده‌اند که روش‌های<sup>۴</sup> BCSVM و<sup>۵</sup> RSVM از آن جمله‌اند.<sup>[۴-۶]</sup>

استفاده از روش BCSVM باعث کاهش تلفات کلیدزنی و ساده‌تر شدن تحقق عملی روش SVM می‌شود ولی اعوجاج ولتاژ فازها را افزایش می‌دهد.<sup>[۴]</sup>

در روش RSVM تغییر فرکانس کلیدزنی به صورت تصادفی باعث کاهش اثر تداخل الکترومغناطیسی (EMI) حاصل از کلیدزنی می‌شود.<sup>[۷]</sup> این روش معمولاً برای کاهش نویز صوتی مبدل‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است.<sup>[۸ و ۹]</sup>



شکل ۳. بردار ولتاژ مرجع.

ولتاژ موجود در یک ناحیه، از ترکیب بردارهای مجاور آن ناحیه استفاده می‌شود. مثلاً، در شکل ۳ بهترین حالت کلیدزنی برای ایجاد بردار  $V_{Ref}$ ، حالت‌های ۱ و ۲ (۱۰۰ و ۱۱۰) به همراه بردارهای صفر است. در صورتی‌که وضعیت خروجی مبدل از یک حالت به حالت دیگر فقط با کلیدزنی در یک شاخه‌ی مبدل انجام شود، حداقل تغییر کلیدزنی یا MST رخ داده است.<sup>[۵]</sup>

با تقسیم مناسب پریود PWM به زمان اعمال بردارهای مختلف در یک پریود، می‌توان بردار مرجع مورد نظر را به دست آورد. بنابراین:

$$V_{Ref} T_s = V_1 T_1 + V_2 T_2 \quad (3)$$

که در آن:

$$T_1 + T_2 < T_s \quad (4)$$

$T_1$  زمان اعمال بردار  $V_1$ ،  $T_2$  زمان اعمال بردار  $V_2$ ، و  $T_s$  پریود PWM است. در SVM معمولی بقیه پریود بردارهای صفر به‌طور مساوی اعمال می‌شوند.

### نمایش تبدیل SVM در فضای سه‌بعدی

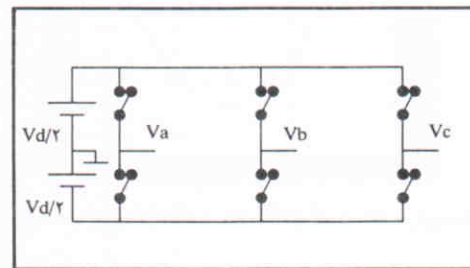
در روش SVM بردار  $(V_a, V_b, V_c)$  یا دو بردار  $(V_\alpha, V_\beta)$  نمایش داده می‌شود. در نگاه اول از فضایی با سه درجه آزادی به فضایی با دو درجه آزادی وارد شده‌ایم، بنابراین پس از محاسبه‌ی زمان‌های کلیدزنی در فضای  $(V_\alpha, V_\beta)$  و برگشت به فضای  $(V_a, V_b, V_c)$  جواب یکتایی نخواهیم داشت. راه حل مشکل در روش SVM، در نظر گرفتن این روش برای سیستم متعادل است. بنابراین ما یک معادله‌ی اضافی به‌صورت  $V_a + V_b + V_c = 0$  نیز خواهیم داشت که همراه با دو معادله‌ی مربوط به  $V_\alpha, V_\beta$  یکتا بودن پاسخ را تضمین می‌کند.

در روش SVM در مورد ولتاژ خطوط شرط  $V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} = 0$  به‌ازای همه‌ی حالات کلیدها برقرار است. بنابراین با اعمال زمان‌های کلید زنی، ولتاژ خطوط به صورت یکتا با دامنه‌ی  $|\sqrt{3} V_{Ref}|$  به دست می‌آید. ولی در مورد ولتاژ فازها نسبت به مرکز dc ورودی، شرط  $V_a + V_b + V_c = 0$  به دلیل وضعیت کلیدها در قسمت قدرت برقرار نمی‌باشد. اگر اندازه‌ی  $V_a + V_b + V_c$

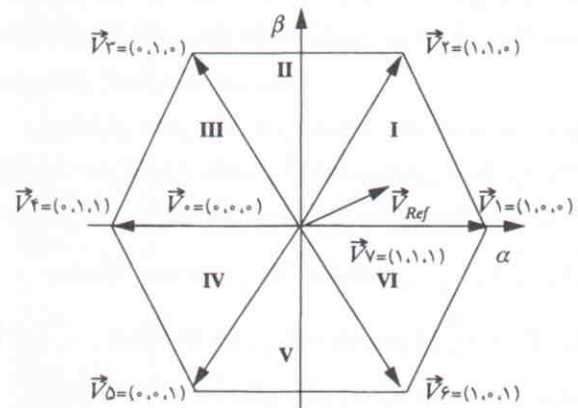
نمایش برداری معرفی شده را می‌توان به خروجی یک مبدل سه‌فاز نیز تعمیم داد. شمای ساده‌ی یک مبدل سه‌فاز در شکل ۱ نشان داده شده است. با در نظر گرفتن شش کلید و این شرط که دو کلید موجود در یک شاخه نمی‌توانند همزمان روشن باشند، جمعاً هشت حالت برای وضعیت‌های مختلف کلیدها به وجود می‌آید. متناظر با این هشت حالت، هشت بردار ولتاژ توسط مبدل ایجاد می‌شود. با اعمال تبدیل رابطه‌ی ۱ به ولتاژ خروجی مبدل در وضعیت‌های مختلف کلیدها، شکل ۲ به دست می‌آید.

چنان‌که مشاهده می‌شود هشت وضعیت کلیدزنی موجب ایجاد شش بردار غیر صفر و دو بردار صفر متناظر با حالت‌های ۱۱۱ و ۰۰۰ می‌شود. فاصله‌ی بین دو بردار مجاور را «ناحیه» می‌نامیم. دو بردار مجاور تنها در وضعیت کلیدهای یک بازو با یکدیگر متفاوت‌اند و این بدان معنی است که برای ایجاد بردار مجاور یک بردار، تنها یک بازوی مبدل تغییر وضعیت خواهد داد.

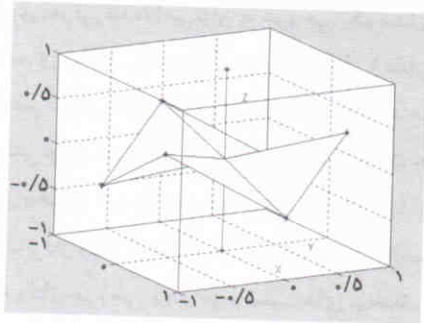
بدین ترتیب می‌توان گفت که بردار لحظه‌ی خروجی مبدل یکی از هشت بردار مذکور است که به‌عنوان بردارهای ولتاژ پایه در نظر می‌گیریم. برای ایجاد بردار ولتاژ دلخواه از ترکیب بردارهای پایه استفاده می‌شود. بردارهای پایه به گونه‌ی انتخاب می‌شوند که متوسط زمانی آنها برابر بردار مورد نظر باشد. بدین منظور برای ایجاد



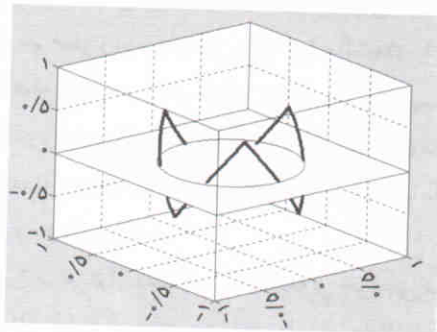
شکل ۱. شمای ساده‌ی یک مبدل سه‌فاز.



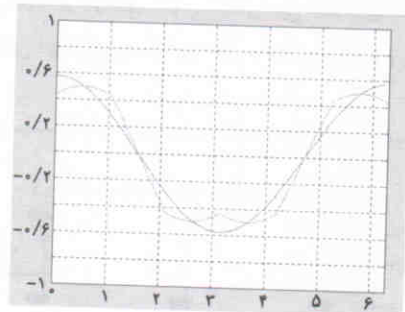
شکل ۲. نمایش برداری ولتاژ خروجی مبدل سه‌فاز در صفحه  $(\alpha, \beta)$ .



شکل ۴. نمایش فضایی بردارهای ولتاژ فاز خروجی مبدل سه فاز.



شکل ۵. مکان (Vα, Vβ, Vγ) برای یک سیستم متعادل.



شکل ۶. شکل موج ولتاژ فاز و محل تقاطع آن با ولتاژ مرجع سینوسی.

$V_\gamma = 0$  شود، یعنی منحنی بر صفحه  $xoy$  منطبق شود. در شکل ۵ مکان رسم شده، صفحه  $xoy$  را فقط در چند نقطه قطع می کند. این نقاط همان نقاط تلاقی ولتاژ SVM با منحنی  $|V_{Ref}| \cos \omega t$  است که در شکل ۶ نشان داده شده است.

برای انطباق منحنی شکل ۵ بر صفحه  $xoy$ ، باید در هر پریود رابطه  $V_\gamma = 0$  برقرار باشد. از آنجا که وزن دهی توسط بردارهای  $V_0, V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7$  انجام می شود، مطابق شکل ۴ خواهیم داشت:

$$\frac{3}{4}T_V - \frac{3}{4}T_0 + \frac{1}{4}T_k \cos k\pi + \frac{1}{4}T_{k+1} \cos(k+1)\pi = 0$$

$$T_V - T_0 = -\frac{2}{3}(T_k \cos k\pi + T_{k+1} \cos(k+1)\pi) \quad (6)$$

رابطه ۶ یک شرط اضافی برای زمان های کلیدزنی ایجاد می کند، که در صورت تحقق آن، صفر بودن مجموع ولتاژها تضمین

را برای هشت بردار ممکن به دست آوریم، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} V_a + V_b + V_c &= -\frac{3}{4}V_d & V_0 \\ &= -\frac{1}{4}V_d & V_1 \\ &= +\frac{1}{4}V_d & V_2 \\ &= -\frac{1}{4}V_d & V_3 \\ &= +\frac{1}{4}V_d & V_4 \\ &= -\frac{1}{4}V_d & V_5 \\ &= +\frac{1}{4}V_d & V_6 \\ &= +\frac{3}{4}V_d & V_7 \end{aligned}$$

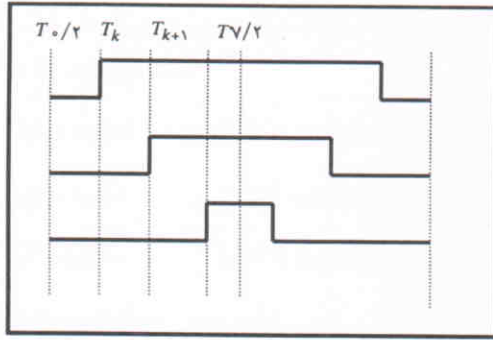
اگر به تبدیل کلارک، معادله  $V_\gamma = \frac{3}{4}(V_a + V_b + V_c)$  را اضافه کنیم، خواهیم داشت:

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \\ V_\gamma \end{bmatrix} = \frac{3}{4} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (5)$$

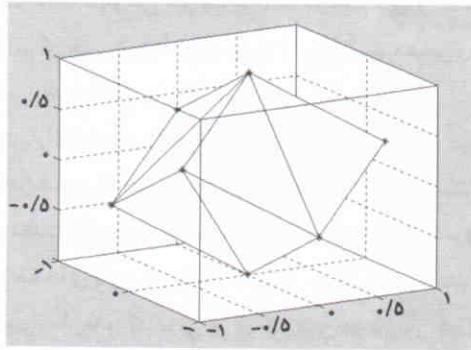
حال اگر تبدیل فوق را برای هشت حالت مجاز در شکل ۲، در فضای سه بعدی  $(V_\alpha, V_\beta, V_\gamma)$  رسم کنیم، شکل ۴ به دست خواهد آمد. محور حقیقی  $(\alpha)$ ، محور موهومی  $(\beta)$  و  $z$  محور  $\gamma$  است.

چنان که اشاره شد، در روش SVM معمولی، مدت زمان اعمال بردار  $V_k$  با مدت زمان اعمال بردار  $V_0$  برابر است، یعنی  $T_k = T_0$ . بنابراین زمان های مربوط به دو بردار  $(-\frac{3}{4}, 0, 0)$ ، متناظر با  $V_0$  و  $(\frac{3}{4}, 0, 0)$ ، متناظر با  $V_7$ ، در شکل ۴ همواره با هم برابرند. بدین ترتیب هنگام متوسط گیری در طول یک پریود، اثر دو بردار  $V_0$  و  $V_7$  روی  $V_\gamma$  حذف می شود. تصویر این مکان هندسی روی صفحه  $xy$  دایره ای است. که شعاع آن با شعاع دایره ای محاطی در شش ضلعی شکل ۲ یکسان است. این مکان برای یک سیستم سه فاز متعادل با شرط  $T_k = T_0$  به صورت نشان داده شده در شکل ۵ خواهد بود. شکل ۶ تغییرات ولتاژ فاز با زمان را برای ساخت یک ولتاژ مرجع سینوسی توسط روش SVM نشان می دهد. بررسی شکل موج ولتاژ فاز، وجود هارمونیک سوم به صورت شبه مثلثی را تأیید می کند. (شکل ۶)

**بهبود خواص SVM با کنترل زمان های صفر**  
برای داشتن شرط  $V_a + V_b + V_c = 0$  بایستی در تمامی نقاط



شکل ۷. الگوی کلیدزنی.



شکل ۸. محدوده مجاز  $V_{Ref}$  برای باقی ماندن در منطقه خطی.

اگر معادله ۱۱ را برای یک سیستم سدفاز متعادل حل کنیم، یعنی  $V_\gamma = 0$ ، در این صورت در ناحیه ۱ خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{|V_{Ref}|}{V_d} T_s \sin\left(\frac{\pi}{3} - \omega t\right) \\ T_2 &= \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{|V_{Ref}|}{V_d} T_s \sin(\omega t) \\ T_V - T_0 &= \frac{2}{3}(T_1 - T_2) \end{aligned} \quad (12)$$

مطابق شکل ۷ داریم:

$$\begin{aligned} V_{A_0}(\omega t) &= \frac{V_d}{2T_s} \left( \frac{T_0}{2} + T_1 + T_2 + \frac{T_V}{2} + \frac{T_V}{2} + T_2 + T_1 - \frac{T_0}{2} \right) \\ &= \frac{V_d}{2T_s} (2T_1 + 2T_2 + \frac{2}{3}T_1 - \frac{2}{3}T_2) = \frac{V_d}{T_s} \left( \frac{4}{3}T_1 + \frac{2}{3}T_2 \right) \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{V_d}{T_s} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{|V_{Ref}|}{V_d} (2 \sin\left(\frac{\pi}{3} - \omega t\right) + \sin \omega t) \\ &= \frac{|V_{Ref}|}{V_d} \times V_d \cos \omega t \end{aligned} \quad (13)$$

می‌شود. با اضافه کردن معادله ۶ به تبدیل کلارک، معادلات ماتریسی به معادله ۷ تبدیل خواهد شد.

$$V_{Ref} = \begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \\ V_\gamma \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (7)$$

با در نظر گرفتن این که میانگین بردارها در یک پریود باید مساوی با  $V_{Ref}$  شود، چنانچه الگوی کلیدزنی به صورت شکل ۷ انتخاب شود به معادله ۸ خواهیم رسید.

$$V_{Ref} \cdot \frac{T_s}{3} = V_k \cdot T_k + V_{k+1} \cdot T_{k+1} + V_0 \cdot \frac{T_0}{3} + V_V \cdot \frac{T_V}{3} \quad (8)$$

از طرفی داریم:

$$\frac{T_s}{3} = \frac{T_0}{3} + \frac{T_V}{3} + T_k + T_{k+1} \quad (9)$$

از دو رابطه ۸ و ۹ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} (V_{Ref} - V_V) \frac{T_s}{3} &= \\ (V_k - V_V) T_k + (V_{k+1} - V_V) T_{k+1} + (V_0 - V_V) \frac{T_0}{3} \end{aligned} \quad (10)$$

و بنابراین:

$$\begin{aligned} \frac{T_s}{3} \cdot \begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \\ V_\gamma - V_d \end{bmatrix} &= \\ \frac{2}{3} V_d \begin{bmatrix} \cos \frac{(k-1)\pi}{3} & \cos \frac{k\pi}{3} & 0 \\ \sin \frac{(k-1)\pi}{3} & \sin \frac{k\pi}{3} & 0 \\ \frac{1}{3} \cos k\pi - \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \cos (k+1)\pi - \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_k \\ T_{k+1} \\ T_0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

پس با استفاده از معادله ۱۱ برای هر  $V_a$  و  $V_b$  و  $V_c$  می‌توانیم زمان‌های کلیدزنی مناسب را محاسبه کرده، ولتاژهای مورد نظر را تولید کنیم. محدودیتی که وجود دارد در اندازه  $|V_{Ref}|$  است. در حقیقت رابطه ۱۱ تا زمانی معتبر است و برای زمان‌های کلیدزنی مقادیر مثبت می‌دهد، که مکان  $V_{Ref}$  در داخل چندوجهی مشخص شده توسط بردارهای  $V_0$  تا  $V_V$  باشد. این چندوجهی در شکل ۸ نشان داده شده است. تصویر این چندوجهی روی صفحه  $xy$  همان شش ضلعی نمایش داده شده در شکل ۲ خواهد بود.

که همان ظرفیت مربوط به PWM معمولی است. از معادله ۶ نیز می توان به این نتیجه رسید. در حقیقت اگر بخواهیم بردار  $OA$  راباسازیم، اندازه ی  $T_{k+1}$  صفر خواهد بود و اگر بخواهیم رابطه ی  $۶$  رانیز برآورده کنیم در این صورت مجموع زمان های  $T_۰$  و  $۲T_۱$  و  $۲T_۲$  و  $T_۳$  از  $T_s$  بیشتر خواهد شد که امکان پذیر نیست. این وضعیت تا رسیدن به بردار  $OC$  همچنان باقی می ماند. برای بردار  $OC$  داریم:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{3}{8} T_s \\ T_2 &= 0 \\ T_3 &= 0 \\ T_0 &= 0 \\ T_V &= \frac{1}{4} T_s \end{aligned} \quad (۱۶)$$

که شرط  $۶$  رانیز بر آورده می کند.

### کاهش اعوجاج ولتاژ فازها نسبت به مرکز dc بدون کاهش ظرفیت مبدل

اگر در روش فوق بخواهیم مزیت افزایش  $۱۵$  درصدی ظرفیت مبدل رانسبت به PWM معمولی داشته باشیم، باز هم می توانیم ولتاژ فازها را تا حد ممکن به سینوسی نزدیک کنیم. در شکل  $۱۰$  اگر  $OE$  را به اندازه ی  $(V_{Ref})_{MAX}$  در روش SVM معمولی یعنی  $\frac{1}{\sqrt{3}} Vd$  در نظر بگیریم، در این صورت می توان در امتداد خط  $AB$ ، تا نقطه ی  $D$  به محور  $x$  نزدیک شد. خط  $AB$  تصویر محدوده ی چندوجهی شکل  $۸$  روی صفحه ی  $xOz$  است. برای بردار  $OD$  باز هم ظرفیت مبدل همان  $۹۰/۱۶$  درصد است، ولی اندازه ی ولتاژ شبه مثلثی به اندازه ی قابل توجهی کم شده است.

در شکل  $۱۰$ ،  $OC$  اندازه ی بردار  $V_{Ref}$  برای داشتن حداکثر ظرفیت مبدل است. از روی شکل مشخص است که در این حالت دامنه ی ولتاژ شبه مثلثی متناسب با اندازه ی  $CE$  است و داریم:

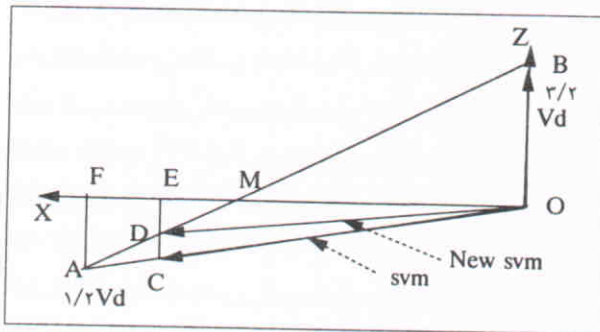
اگر محاسبات فوق را برای ناحیه های دیگر انجام دهیم به معادلات  $۱۴$  خواهیم رسید.

$$\begin{aligned} V_{A0} &= |V_{Ref}| \cos \omega t & 0 \leq \omega t < 2\pi \\ V_{B0} &= |V_{Ref}| \cos (\omega t - 120^\circ) & 0 \leq \omega t < 2\pi \\ V_{C0} &= |V_{Ref}| \cos (\omega t + 120^\circ) & 0 \leq \omega t < 2\pi \end{aligned} \quad (۱۴)$$

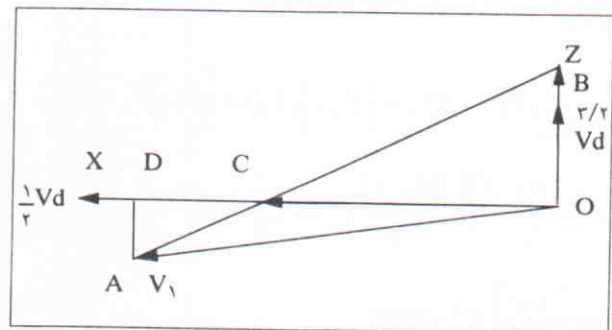
ولتاژ خطوط هم به صورت سینوسی کامل با اندازه ی  $\sqrt{3} |V_{Ref}|$  خواهد بود. بدین صورت، ولتاژ فاز نسبت به مرکز dc به صورت کاملاً سینوسی خواهد بود. اما در علم برق و الکترونیک آموخته ایم که تغییر شرایط برای بهبود یک پارامتر، همواره باعث بدتر شدن وضعیت یک پارامتر دیگر در سیستم می شود.

روش ارائه شده در بالا نیز از این قاعده مستثنی نیست. در اینجا از دست دادن قسمتی از افزایش ظرفیت ولتاژ مبدل، بهایی است که برای بهبود وضعیت هارمونیک ها پرداخته می شود. برای درک بهتر این موضوع صفحه ی  $xOz$  را در شکل  $۹$  در نظر می گیریم. مشاهده می کنیم که با تغییر زمان های کلیدزنی می توانیم بین دو بردار  $OA$  و  $OB$  حرکت کنیم. از طرفی چون مجموع زمان های مربوط به دو بردار نمی تواند از  $T_s$  تجاوز کند، لذا بردار حاصل از وزن دهی بردارهای  $OA$  و  $OB$  می تواند در داخل مثلث  $OAB$  واقع شود. پس اگر بخواهیم حداکثر اندازه ی بردار  $V_{Ref}$  را داشته باشیم و به محور  $OX$  نزدیک شویم (تا شرط  $V_V = 0$  برقرار شود) در این صورت حداکثر اندازه ی بردار  $V_{Ref}$  برابر با  $OC$  خواهد شد:

$$\begin{aligned} \frac{OC}{OD} &= \frac{OB}{OB + DA} \Rightarrow \frac{OC}{OD} = \frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \\ \Rightarrow (V_{Ref})_{MAX} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} Vd = \frac{2}{3} Vd \\ \Rightarrow m &= \frac{\frac{2}{3} Vd}{\frac{1}{\sqrt{3}} Vd} = 78/5 \end{aligned} \quad (۱۵)$$



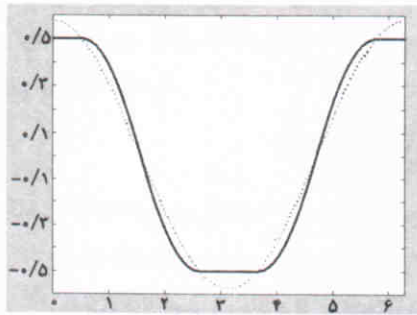
شکل  $۱۰$ . کاهش اندازه ی ولتاژ شبه مثلثی با تغییر زمان های  $T_۰$  و  $T_۳$ .



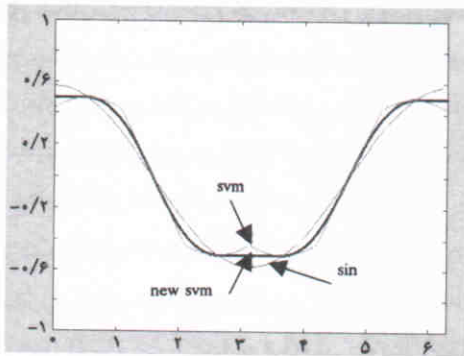
شکل  $۹$ . صفحه ی  $xOz$  در شکل  $۸$ .

در شکل ۱۲ شکل موج سینوسی کامل، شکل موج حاصل از SVM معمولی و شکل موج حاصل از روش SVM جدید، به تفکیک رسم شده‌اند و مشاهده می‌شود که در روش جدید به ولتاژ سینوسی نزدیک‌تر شده‌ایم.

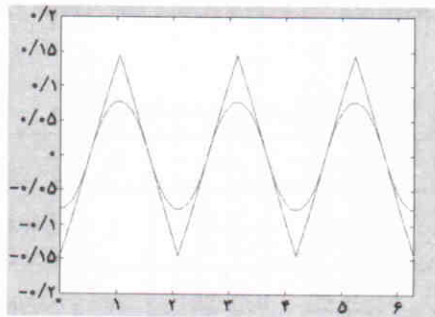
اگر اختلاف دو روش SVM و شکل موج سینوسی کامل را به دست آوریم، به شکل ۱۳ خواهیم رسید. یعنی به جای اضافه شدن ولتاژ مثلثی، به شکل موج سینوسی مرجع، یک شکل موج قطعه‌ی سینوسی هارمونی سوم به شکل موج سینوسی مرجع اضافه شده



شکل ۱۱. معادله‌ی فاز a با روش جدید SVM.



شکل ۱۲. مقایسه‌ی شکل موج‌های SVM با موج سینوسی.



شکل ۱۳. ولتاژ شبه‌مثلثی در دو روش SVM.

$$\frac{CE}{AF} = \frac{OE}{OF} \Rightarrow CE = \frac{OE}{OF} \times AF$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4\sqrt{3}} = 0.433 \quad (17)$$

در شکل ۱۰ ما می‌توانیم با تغییر مقادیر  $T_0$  و  $T_V$  به بردار  $\vec{OD}$  برسیم، بدون اینکه ظرفیت مبدل کم شود. در این صورت اندازه‌ی دامنه‌ی ولتاژ شبه‌مثلثی با اندازه‌ی  $ED$  متناسب است و داریم:

$$\frac{ED}{AF} = \frac{EM}{MF} \Rightarrow ED = AF \times \frac{OE - OM}{OF - OM}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}} = 0.232 \quad (18)$$

از رابطه‌ی ۱۷ و ۱۸، درصد کاهش دامنه‌ی ولتاژ شبه‌مثلثی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

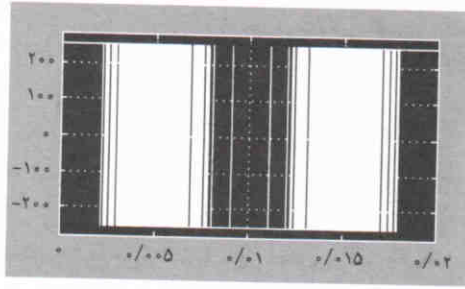
$$\frac{ED}{CE} = \frac{0.232}{0.433} = 53/57 \quad (19)$$

یعنی حدود ۴۶/۵ درصد دامنه‌ی هارمونیک‌های دیگر کاهش یافته است، بدون اینکه ظرفیت مبدل کم شود.

حال می‌پردازیم به روش محاسبه‌ی زمان‌های کلیدزنی برای داشتن حداقل هارمونیک‌ها و حداکثر ظرفیت. برای این منظور برای تقاطعی که در شکل ۵ در زیر صفحه‌ی  $xoy$  قرار دارند  $T_0$  را مساوی صفر و برای نقاط بالای صفحه  $T_V$  را مساوی صفر قرار می‌دهیم. در این صورت معادلات مربوط به ولتاژ  $V_{AO}$  به صورت زیر خواهد بود.

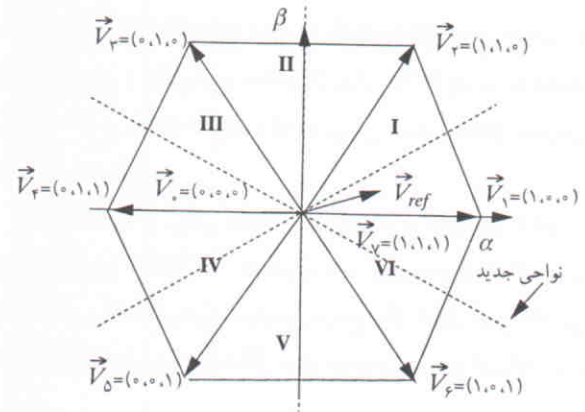
$$\begin{aligned} V_{AO} &= \frac{1}{2} \times |V_{Ref}| & 0 \leq \omega t < \frac{\pi}{6} \\ &= |V_{Ref}| \left( \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \omega t\right) - \frac{1}{2} \right) & \frac{\pi}{6} \leq \omega t < \frac{3\pi}{6} \\ &= |V_{Ref}| \left( \frac{1}{2} - \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right) \right) & \frac{3\pi}{6} \leq \omega t < \frac{5\pi}{6} \\ &= -\frac{1}{2} |V_{Ref}| & \frac{5\pi}{6} \leq \omega t < \frac{7\pi}{6} \\ &= |V_{Ref}| \left( \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \omega t\right) + \frac{1}{2} \right) & \frac{7\pi}{6} \leq \omega t < \frac{9\pi}{6} \\ &= |V_{Ref}| \left( \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) - \frac{1}{2} \right) & \frac{9\pi}{6} \leq \omega t < \frac{11\pi}{6} \\ &= \frac{1}{2} |V_{Ref}| & \frac{11\pi}{6} \leq \omega t < \frac{12\pi}{6} \end{aligned} \quad (20)$$

اگر معادلات ۲۰ را رسم کنیم، شکل موج فاز a به صورت شکل ۱۱ خواهد شد.



شکل ۱۵. کاهش تلفات کلیدزنی به میزان ۳۳ درصد در روش SVM جدید.

کلیدزنی است. عدم کلیدزنی با استفاده از نتایج شبیه سازی در شکل ۱۵ قابل مشاهده است.



شکل ۱۴. نواحی جدید برای اعمال بردار صفر.

است. بدین ترتیب از روی شکل، کاهش دامنه (دامنه‌ی ماکزیمم) به صورت زیر محاسبه می‌شود.

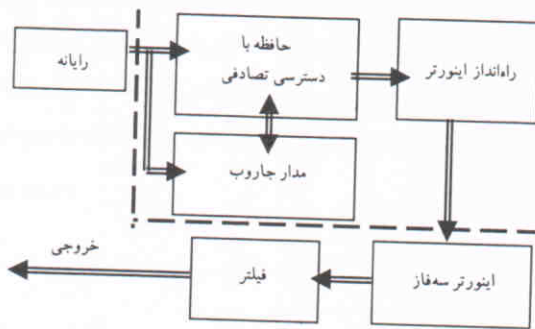
$$\frac{VA}{VB} = \frac{0/144}{0/144} = \frac{52}{5} \quad (21)$$

یعنی همان کاهش ۴۶/۵ درصدی که قبلاً به دست آوردیم.

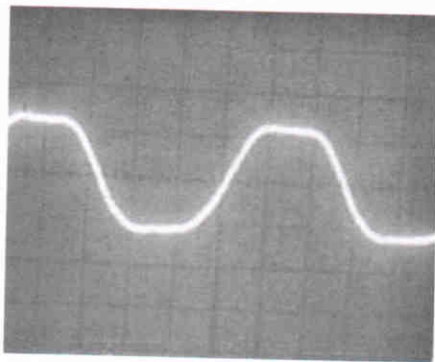
بنابراین لازم است با استفاده از موقعیت بردار مرجع در نواحی جدید شکل ۱۴، مدت زمان اعمال بردار صفر به مدت زمان اعمال بردار  $V_0$  یا  $V_7$  تبدیل شود.

### نتایج عملی

به منظور بررسی عملی نتایج به دست آمده، یک سیستم تجربی مطابق شکل ۱۶ طراحی و ساخته شد. نرم افزار تهیه شده که برای حالت کلی یک تولیدکننده‌ی هارمونیک طراحی شده، قابلیت ایجاد شکل موج هارمونیک انتخابی را دارد. به علاوه، امکان استفاده از SVM معمولی و یا SVM پیشنهادی نیز توسط نرم افزار ایجاد شده است. پس از محاسبه‌ی زمان‌های کلیدزنی توسط PC، اطلاعات شکل موج با دقت  $1 \mu sec$  روی یک حافظه‌ی جانبی ذخیره می‌شود.



شکل ۱۶. نمودار مدار عملی.



شکل ۱۷. ولتاژ فاز ایجاد شده توسط مدار عملی (فیلتر شده).

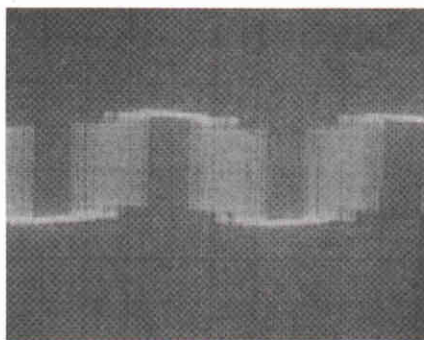
### مقایسه‌ی شکل موج فاز خروجی SVM و روش پیشنهادی

به منظور مقایسه‌ی روش پیشنهادی با روش SVM معمولی، محتویات هارمونیک و شکل موج لحظه‌ی ولتاژها در جدول ۱ با یکدیگر مقایسه شده‌اند. این ضرایب با انتگرال‌گیری از معادلات شکل موج‌های شکل ۱۲ محاسبه شده‌اند.

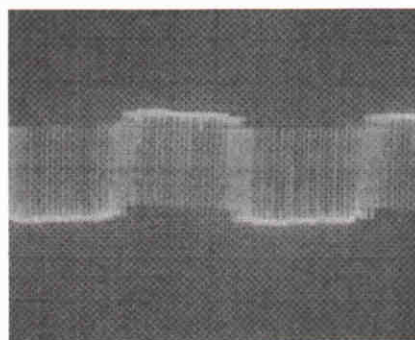
اگر به شکل ۱۲ دقت کنیم، خواهیم دید که در  $\frac{1}{3}$  هر پریود، کلیدزنی متوقف می‌شود و ولتاژ برابر با  $\frac{V_d}{2}$  یا  $-\frac{V_d}{2}$  است. در این مدت عمل کلیدزنی در آن شاخه انجام نمی‌شود. از آنجا که در روش SVM معمولی فرکانس نمونه برداری و کلیدزنی برابر است، می‌توان نتیجه گرفت که عدم کلیدزنی برای دو بازوی  $60^\circ$  درجه‌ی در هر چرخه‌ی مؤلفه‌ی اصلی معادل ۳۳ درصد کاهش فرکانس متوسط

جدول ۱. ضرایب سری فوریه برای شکل ۱۲.

A <sub>۱۵</sub>	A <sub>۹</sub>	A <sub>۳</sub>	A <sub>۱</sub>	
$-\frac{2\sqrt{3}}{244\pi}$	$-\frac{2\sqrt{3}}{80\pi}$	$-\frac{2\sqrt{3}}{8\pi}$	۱	SVM معمولی
$-\frac{1\sqrt{3}}{560\pi}$	$-\frac{2\sqrt{3}}{80\pi}$	$-\frac{2\sqrt{3}}{8\pi}$	۱	SVM جدید



ب) روش جدید؛



الف) روش معمول؛

شکل ۱۸. مقایسه‌ی کلیدزنی روش جدید SVM با روش معمولی.

باعث بالا رفتن ولتاژ فاز تا حد ۱/۱۵ برابر دامنه‌ی هارمونیک اول در روش SPWM می‌شود.

در مواردی که دامنه‌ی ولتاژ کم‌تر از ۱ است، با کنترل زمان اعمال بردارهای صفر و  $T_0$  و  $T_V$  می‌توان دامنه‌ی هارمونیک سوم را به شدت کاهش داد. در حالتی که بخواهیم از حداکثر ظرفیت مبدل استفاده کنیم، با کنترل زمان‌های  $T_0$  و  $T_V$  می‌توانیم دامنه‌ی ولتاژ شبه مثلثی را تا ۴۶/۵ درصد نسبت به SVM معمولی کم نماییم.

استفاده از روش ارائه شده باعث کم شدن تعداد کلیدزنی به میزان ۳۳ درصد نسبت به SVM معمولی می‌شود. این در حالی است که وضعیت هارمونیک‌ی شکل موج نیز به علت کاهش دامنه هارمونیک سوم بهتر می‌شود.

اطلاعات حافظه توسط یک شمارنده به ترتیب خارج و جهت قطع و وصل کلیدهای اینورتر توسط مدار راه‌انداز استفاده می‌شود و در نتیجه موجب قطع و وصل شدن کلیدهای مبدل می‌شود. در شکل ۱۷ ولتاژ فیلتر شده که توسط مدار عملی با استفاده از روش جدید SVM ایجاد شده، نشان داده شده است.

در شکل ۱۸ کلیدزنی روش جدید SVM با روش معمولی مقایسه شده است. عدم کلیدزنی در دو بازوی  $60^\circ$  درجه‌یی و در نتیجه کاهش فرکانس مؤثر کلیدزنی به میزان ۳۳ درصد مشهود است.

### نتیجه‌گیری

وجود مؤلفه‌ی هارمونیک سوم در شکل موج ولتاژ فاز ناشی از SVM

### پانوش

1. space vector modulation

2. Sinusoidal pulse Width Modulation (SPWM)

3. Pulse Width Modulation (PWM)

4. bus clamp space vector modulatio

5. Random SVM

6. minimum switching transition

### منابع

- Handely, P.G. and Boys, J.T. "Space vector modulation: an engineering reveiw" IEEE Transaction on Industrial application, LA-23, pp. 87-91.
- Stevanovic, V.R. and Vukosavic, S.N. "Space Vector PWM Voltage Control With Optimized Switching Strategy" IEEE -IAS 92 pp. 1025-33.
- Hooldsworth, J.A. and Grant, D.A. "The use of harmonic distortion to increase the output voltage of three phase PWM inverter" IEEE Trans. IA (5), pp. 1224-28, (Sep/Oct 1984).

- Jobing, R. and Vandermon, F.S. "Digital implementation of bus clamp SVM", IEEE Tran. On Energy Conversion, 92, pp 334-348 (1993).
- Ahmad, R.H., Karady, G.G., Blake, T.D. and Pinewski, P. "Comparison of space vector modulation techniques based on performance indexes and hardware implementation", IECON 97, 2, pp 682-687.
- Boys, J.T. and Andrews, M. "Random PWM inverter drive systems: theory and practice", IECON 93, 2, pp 695-700.
- Hui, S.Y.R., Sathiakumar, S. and Shrivastava, Y. "Noise characteristics of DC-AC random PWM inverters" Seventh International Conference on Power Electronics and Variable Speed Drives, pp 416-421 (1998).
- Bourgeois, J.M. "PWM technique for acoustic noise reduction in power application", APEC 93, pp 141-145.
- Covic, G.A. and Boys, J.T. "Noise quieting with random PWM AC drives", Electric Power Applications, IEE Proceedings, 145 Issue (1), pp 1-10 (Jan 1998).