

آشکارسازی چند کاربره برای سیستم‌های DS/CDMA در

محیط محوشونده چند مسیره

ماهرخ غنی شایسته (استادیار)

گروه برق - دانشکده فنی، دانشگاه ارومیه

معصومه نصیری کناری (دانشیار)

رسول بخش دامنی (کارشناس ارشد)

دانشکده‌ی مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف

در این نوشتار روشی برای آشکارسازی چند کاربره‌ی سیستم‌های DS/CDMA^۱ در محیط‌های محوشونده چند مسیره ارائه می‌شود. در مراجع ۱ و ۲ روشی برای آشکارسازی چند کاربره ارائه شده است که با حذف تداخل بین سیگنال‌های کاربران مختلف، عملکرد گیرنده‌های متداول را بهبود می‌بخشد. اما در این آشکارساز از روش‌های بسیار مفید مخابراتی نظیر دایورسیتی استفاده نشده است. در حالی که یکی از مزایای عمده‌ی سیستم‌های CDMA نسبت به سیستم‌های رایج فعلی، بهره‌گیری از دایورسیتی چند مسیره است. روش پیشنهادی در این نوشتار، با استفاده از دایورسیتی چند مسیره عملکرد سیستم ارائه شده در مراجع ۱ و ۲ را به‌طور قابل ملاحظه‌ی بهبود می‌بخشد. در این روش سطوح آستانه^۲ نیز به‌صورت^۳ محاسبه می‌شوند. نتایج به دست آمده که در این نوشتار ارائه می‌شود نشان‌دهنده‌ی بهبود عملکرد و افزایش قابل ملاحظه‌ی ظرفیت سیستم اصلاح شده نسبت به سیستم ذکر شده در مراجع مذکور است.

مقدمه

در سال‌های اخیر استفاده از سیستم‌های DS/CDMA در مخابرات سلولی و سیار توجه بسیاری از محققان و متخصصان مربوطه را به خود معطوف داشته است. در این سیستم به هر کاربر کد گسترده‌ی اختصاص می‌یابد و کاربران به‌طور هم‌زمان، با استفاده از یک باند فرکانسی سیگنال خود را ارسال می‌کنند.^[۱] سیستم‌های CDMA نسبت به سیستم‌های رایج فعلی مانند TDMA و FDMA مزایای فراوانی دارند^[۲] که از آن جمله می‌توان به افزایش ظرفیت، تخصیص آسان کانال و مقابله با اثرات محوشدگی اشاره کرد.

آشکارساز متداول برای سیستم‌های DS/CDMA در کانال‌های محوشونده چندمسیره گیرنده‌ی Rake است که برای سیستم تک‌کاربره بهینه است^[۳]، ولی در سیستمی که کاربران دیگری نیز وجود دارند در صورت استفاده از این گیرنده دو اشکال عمده پیش می‌آید. اولین مسئله، اثر تداخل کاربران دیگر برگیرنده‌ی مورد نظر است و دومین اشکال اثر دور - نزدیک است که ناشی از توان بالای کاربران تداخلی نسبت به کاربر مورد نظر است. این دو ایراد بر بازده کلی سیستم اثرات مخربی دارد و باعث کاهش ظرفیت سیستم می‌شود. گیرنده‌ی تک‌کاربره‌ی Rake اثر دیگر کاربران را به‌صورت اغتشاش سفید در نظر می‌گیرد لذا از گیرنده‌ی چندکاربره استفاده

می‌شود که در آن اطلاعات دیگر کاربران در آشکارسازی به کار می‌رود. گیرنده‌ی چندکاربره‌ی بهینه^[۴] در مقابل اثر دور - نزدیک مقاوم بوده و عملکرد بهینه‌ی دارد ولی پیچیدگی آن به‌طور نامایی با تعداد کاربران افزایش می‌یابد و همین امر استفاده از آن را در سیستم‌های عملی غیر ممکن می‌سازد. بدین جهت آشکارسازهای زیر بهینه^۴ پیشنهاد شده‌اند که عملکرد مناسب و پیچیدگی کم دارند اگر چه هرکدام از این گیرنده‌ها نیز مشکلات خاص خود را دارند.^[۱، ۲، ۳، ۴]

در این نوشتار یک آشکارساز چند کاربره برای سیستم‌های DS/CDMA در کانال‌های محوشونده رایلی (Rayleigh) پیشنهاد می‌شود. در این آشکارساز حذف تداخل مسئله‌ی اصلی است. در مرجع ۲ تداخل فقط در یک مسیر در نظر گرفته شده و در چند مرحله تخمین زده شده و حذف می‌گردد. همچنین از تصمیم‌گیری سخت برای تخمین تداخل استفاده می‌شود در حالی که در مرجع ۱ تصمیم‌گیری نرم در تمام مراحل به جز مرحله‌ی آخر به کار می‌رود و عملکرد نسبت به روش قبل بهبود می‌یابد. در روش پیشنهادی، ابتدا تداخل بین کاربران در تمام مسیرها حذف می‌شود سپس با ترکیب سیگنال‌های مسیرهای مختلف و حذف تداخل در چند مرحله، داده‌های ارسالی آشکار خواهند شد. همچنین روش^۵ و فقی

دو طرفه $N_c/2$ است، $P_k = \frac{E_b k}{T}$ توان سیگنال کاربر k ام، ω_c فرکانس حامل و $\varphi_l^k = \gamma_l^k - \omega_c(\tau_l^k + T_k)$ فاز سیگنال کاربر k ام در مسیر l ام است. T_k میزان تأخیر ارسال کاربر k ام نسبت به کاربر اول است ($T_1 = 0$). به دلیل فرکانس بالا، تغییرات کوچک در کانالها باعث تغییرات زیادی در فاز سیگنالها می شود، لذا می توان φ_l^k ها را متغیرهای تصادفی یکنواخت در بازه $[0, 2\pi]$ در نظر گرفت. تأخیر کلی $t_l^k = \tau_l^k + T_k$ به صورت متغیر تصادفی یکنواخت در بازه $[0, T]$ فرض می شود.

روش حذف تداخل

فرض می کنیم گیرنده قادر است سیگنالهای تمام مسیرها را به صورت هم فاز آشکار کند و تمام پارامترهای کانال به صورت وقتی تخمین زده شده و در دسترس باشند. همچنین بدون از دست دادن کلیت مسئله می توان فرض کرد که کاربر مورد نظر، کاربر i ام است. در زمان $t = nT + t_d^i$ خروجی فیلتر منطبق بر سیگنال مسیر i ام مربوط به کاربر k ام را می توان به صورت زیر نوشت:

$$X_{id} = \int_{(n-1)T+t_d^i}^{nT+t_d^i} r(t) a_i(t-t_d^i) \cos(\omega_c t + \varphi_d^i) dt$$

$$= \sqrt{\frac{P_i}{\gamma}} T \beta_d^i b_n^i + \sum_{l=1, l \neq d}^L \sqrt{\frac{P_l}{\gamma}} X_{ld}^i + \sum_{k=1, k \neq i}^K \sum_{l=1}^L \sqrt{\frac{P_k}{\gamma}} X_{ld}^k + \eta_{id}$$

$$(5)$$

$$\eta_{id} = \int_{(n-1)T+t_d^i}^{nT+t_d^i} r(t) a_i(t-t_d^i) \cos(\omega_c t + \varphi_d^i) dt$$

$$(6)$$

$$X_{ld}^k = \int_{(n-1)T+t_d^i}^{nT+t_d^i} \beta_l^k b_k(t-t_l^k) a_i(t-t_d^i) \cos(\omega_c t + \varphi_l^k) \cos(\omega_c t + \varphi_d^i) dt = \beta_l^k \cos(\varphi_l^k - \varphi_d^i) [b_{n-m-1}^{ki} (t_l^k - t_d^i - mT) + b_{n-m}^{ki} \hat{R}^{ki}(t_l^k - t_d^i - mT)]$$

$$(7)$$

در عبارت فوق

$$m = \left[(t_l^k - t_d^i) / T \right]$$

$$(8)$$

که $[X]$ بزرگترین عدد صحیح کوچکتر یا مساوی X است و

برای به دست آوردن سطوح آستانه ارائه خواهد شد. در این نوشتار ضمن بررسی ساختار سیستم DS/CDMA در کانال محوشونده، شیوهی حذف تداخل در روش پیشنهادی توضیح داده می شود. سپس عملکرد سیستم تحلیل می شود و سرانجام نتایج حاصل از شبیه سازی ارائه خواهد شد.

ساختار سیستم DS/CDMA

سیستم آسنکرون DS/CDMA را که از K کاربر فعال تشکیل می شود در نظر می گیریم. فرض می کنیم سیگنال داده های دودویی کاربر k ام عبارت است از:

$$b_k(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} b_j^k P_T(jT, (j+1)T)$$

$$(1)$$

که در آن b_j^k داده ی کاربر k ام در لحظه ی jT است که مقادیر ± 1 را با احتمال یکسان انتخاب می کند، T زمان یک بیت و $P_T(t_1, t_2)$ پالس مربعی واحد در بازه ی زمانی $[t_1, t_2]$ است. همچنین فرض می کنیم که:

$$a_k(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} a_j^k P_{T_c}(jT_c, (j+1)T_c)$$

$$(2)$$

سیگنال کد گسترده یی است که در آن $a_j^k \in \{-1, +1\}$ کد گسترده (با شرط $a_j^k = a_{j+N}^k$ به ازای هر z و k)، N طول کد و T_c زمان یک چیب از کد است به طوری که $N = \frac{T}{T_c}$.

پاسخ ضربه ی کانال در باند پایه به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$h_k(t) = \sum_{l=1}^L \beta_l^k e^{i\gamma_l^k} \delta(t - \tau_l^k)$$

$$(3)$$

که در آن L تعداد مسیرهای دریافت سیگنال است که می تواند مقداری معلوم یا تصادفی در نظر گرفته شود. β_l^k ، τ_l^k و γ_l^k به ترتیب بهره، تأخیر و فاز سیگنال کاربر k ام در مسیر l ام است و $\beta_l^k = \sqrt{-1}$ متغیر تصادفی با توزیع رابلی است، τ_l^k و γ_l^k دارای توزیع یکنواخت به ترتیب در بازه های $[0, 2\pi]$ و $[T_c, \Delta]$ هستند که Δ حداکثر تأخیر در مسیرهای مختلف دریافت سیگنال است. فرض می کنیم که Δ نسبت به زمان بیت (T) کوچک بوده و لذا می توان از پدیده ی تداخل بین نمادها (ISI) صرف نظر کرد. سیگنال دریافتی را به صورت زیر می توان بیان کرد:

$$r(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \sqrt{2P_k} \beta_l^k b_k(t - \tau_l^k) a_k(t - \tau_l^k) \cos(\omega_c t + \varphi_l^k) + n(t)$$

$$(4)$$

در عبارت فوق $n(t)$ اغتشاش سفید گوسی با چگالی طیف توان

شامل یک گیرنده‌ی Rake است که از روش دایورسیتی چندمسیره استفاده می‌کند. بیت‌های تخمین زده شده در این مرحله برای حذف تداخل و تخمین مجدد در مرحله‌ی بعد به کار می‌روند. این فرایند تا رسیدن به مرحله‌ی نهایی آشکارسازی ادامه می‌یابد. حال اگر در مرحله‌ی v بتوانیم C_{id} و S_{id} را به‌طور دقیق تخمین بزنیم، خروجی مسیر d بعد از حذف تداخل به‌صورت $D_{id} + \eta_{id}$ درمی‌آید و عملکرد آشکارساز بهبود اساسی می‌یابد. ولی اگر تخمین در این مرحله برای کاربری نظیر کاربر تداخلی k خطا داشته باشد، به جای حذف این کاربر آن را دو برابر کرده‌ایم. لذا لازم است برای پرهیز از این مسئله، از تصمیم‌گیری نرم استفاده کنیم. حال اگر $\hat{S}_{id}^i[v]$ و $\hat{C}_{id}^i[v]$ مقادیر محاسبه شده برای S_{id} و C_{id} در مرحله‌ی v ام باشد، آنگاه بعد از حذف این مقادیر از X_{id} ، متغیر تصمیم‌گیری جدید $\hat{X}_{id}^i[v]$ حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \hat{X}_{id}^i[v] &= X_{id}^i[v] - \hat{S}_{id}^i[v] - \hat{C}_{id}^i[v] \\ &= \sqrt{\frac{P_i}{\gamma}} T \beta_d^i b_{n-v}^i + \tilde{S}_{id}^i[v] + \tilde{C}_{id}^i[v] + \eta_{id} \end{aligned} \quad (11)$$

که متغیرهای جدید چنین تعریف می‌شوند:

$$\tilde{S}_{id}^i[v] = S_{id}^i[v] - \hat{S}_{id}^i[v], \quad \tilde{C}_{id}^i[v] = C_{id}^i[v] - \hat{C}_{id}^i[v] \quad (12)$$

عبارت ۱۱ را می‌توان چنین نوشت:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_{id}^i[v] &= \sqrt{\frac{P_i}{\gamma}} T \beta_d^i b_{n-v}^i + \sum_{l=1, l \neq d}^L \sqrt{\frac{P_l}{\gamma}} \beta_l^i \\ &\cos(\varphi_l^i - \varphi_d^i) [b_{n-m-v-1}^{i-1} R^{ii}(t_l^i - t_d^i - mT) \\ &+ b_{n-m-v-1}^{i-1} \hat{R}^{ii}(t_l^i - t_d^i - mT)] + \sum_{k=1, k \neq i, l=1}^K \sum_{l=1}^L \sqrt{\frac{P_k}{\gamma}} \beta_l^k \\ &\cos(\varphi_l^k - \varphi_d^i) [b_{n-m-v-1}^{k-1} R^{ki}(t_l^k - t_d^i - mT) \\ &+ b_{n-m-v-1}^{k-1} \hat{R}^{ki}(t_l^k - t_d^i - mT)] + \eta_{id} \end{aligned} \quad (13)$$

که در عبارت فوق $b_j^k[v-1] = b_j^k - \hat{b}_j^k[v-1]$ است.

بعد از حذف تداخل از مسیرهای مختلف کاربران، برای تصمیم‌گیری بهتر و بهبود عملکرد سیستم، با استفاده از روش دایورسیتی سیگنال‌های مسیرهای مختلف را با هم ترکیب می‌کنیم. به همین منظور از روش MRC^۷ برای ترکیب سیگنال‌ها استفاده می‌شود. در این صورت برای کاربر i ام در مرحله v ام متغیر جدید تصمیم‌گیری چنین خواهد شد:

$$\begin{aligned} R^{ki}(\tau) &= \int_0^\tau a_k(t-\tau) a_i(t) dt, \\ \hat{R}^{ki}(\tau) &= \int_\tau^T a_k(t-\tau) a_i(t) dt \quad 0 \leq \tau \leq T \end{aligned} \quad (9)$$

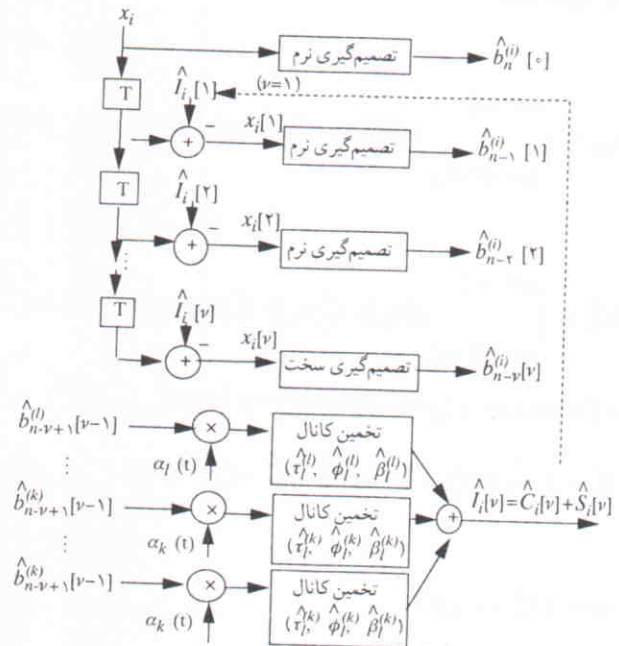
توابع همبستگی تکه‌بندی بین کدهای کاربران i و k هستند.

با توجه به رابطه‌ی ۵ مشاهده می‌شود که خروجی فیلتر علاوه بر اغتشاش شامل سه جمله‌ی دیگر است که می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} D_{id} &= \sqrt{\frac{P_i}{\gamma}} T \beta_d^i b_n^i, \\ S_{id} &= \sqrt{\frac{P_i}{\gamma}} \sum_{l=1, l \neq d}^L X_{ld}^i, \\ C_{id} &= \sum_{k=1, k \neq i}^K \sum_{l=1}^L \sqrt{\frac{P_k}{\gamma}} X_{ld}^k \end{aligned} \quad (10)$$

در رابطه‌ی فوق D_{id} مقدار مفید سیگنال، S_{id} تداخل مسیرهای مختلف کاربر i ام بر مسیر d ام و C_{id} تداخل سایر کاربران بر مسیر d ام کاربر i ام است. مقدار کل تداخل (CI) برابر با مجموع S_{id} و C_{id} است که باعث پایین آمدن عملکرد سیستم می‌شود. لذا باید برای بهبود عملکرد سیستم این مقدار را کمینه کنیم.

ایده‌ی اصلی برای کاهش تداخل، محاسبه‌ی S_{id} و C_{id} و کم کردن آنها از X_{id} است که این فرایند در چندین مرحله انجام می‌گیرد. شکل ۱ نمودار آشکارساز پیشنهادی را نشان می‌دهد. مرحله‌ی صفر



شکل ۱. بلوک دیاگرام آشکارساز.

معلوم بودن ضرایب $\{\beta_d^i, d=1, \dots, L\}$ به راحتی می توان عبارات زیر را به دست آورد:

$$\text{var}(\eta_{id}) = N_s \frac{T}{\gamma} \quad (20)$$

$$\text{var}(S_{id}) = \frac{P_i}{\gamma(\Delta - T_c)} \sum_{l=1, l \neq d}^L (\beta_l^i)^2 \int_{T_c}^{\Delta} ((R^{ii}(\tau))^2 + (\hat{R}^{ii}(\tau))^2) d\tau \quad (21)$$

$$\text{var}(C_{id}) = \sum_{k=1, k \neq i}^K \frac{P_k T^2}{\gamma N^2} \sum_{l=1}^L E((\beta_l^k)^2) r_{ki} \quad (22)$$

$$r_{ki} = \sum_{j=1}^{N-1} \left[(C^{ki}(j-N))^2 + (C^{ki}(j-N))^2 + (C^{ki}(j-N+1))^2 + (C^{ki}(j-N+1))^2 + (C^{ki}(j))^2 + (C^{ki}(j))^2 + (C^{ki}(j+1))^2 + (C^{ki}(j+1))^2 \right] \quad (23)$$

$$C^{ki}(e) = \begin{cases} \sum_{j=0}^{N-e-1} a_{j+e}^i, & 0 \leq e \leq N-1 \\ \sum_{j=0}^{N-1+e} a_{j-e}^k a_j^i, & 1-N \leq e \leq 0 \\ 0, & |e| \geq N \end{cases} \quad (24)$$

همچنین برای متغیرهایی که در روابط (۱۶-۱۸) تعریف شده اند روابط زیر به دست می آیند:

$$\text{var}(\eta_i) = \frac{N_s T}{\gamma} \sum_{d=1}^L (\beta_d^i)^2 \quad (25)$$

$$\text{var}(S_i) = \frac{P_i}{\gamma(\Delta - T_c)} \sum_{d=1}^L \sum_{l=1, l \neq d}^L (\beta_d^i)^2 (\beta_l^i)^2 \left\{ \int_{T_c}^{\Delta} ((R^{ii}(\tau))^2 + (\hat{R}^{ii}(\tau))^2) d\tau + \int_{T_c}^{\Delta} R^{ii}(T-\tau) \hat{R}^{ii}(\tau) d\tau \right\} \quad (26)$$

که:

$$\text{var}(C_i) = \sum_{k=1, k \neq i}^K \sum_{l=1}^L \sum_{d=1}^L \frac{P_k T^2}{\gamma N^2} E((\beta_l^k)^2) (\beta_d^i)^2 r_{ki} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \tilde{X}_i[v] &= \sum_{d=1}^L \beta_d^i \tilde{X}_{id}[v] = \sqrt{\frac{P_i}{\gamma}} T \sum_{d=1}^L (\beta_d^i)^2 b_{n-v}^i \\ &+ \sum_{d=1}^L \beta_d^i \tilde{S}_{id}[v] + \sum_{d=1}^L \beta_d^i \tilde{C}_{id}[v] + \sum_{d=1}^L \beta_d^i \eta_{id} \\ &= D_i[v] + \tilde{S}_i[v] + \tilde{C}_i[v] + \eta_i[v] \end{aligned} \quad (14)$$

که متغیرهای جدید مطابق روابط ۱۵ تا ۱۸ حاصل می شوند:

$$D_i[v] = \sum_{d=1}^L \sqrt{\frac{P_i}{\gamma}} T (\beta_d^i)^2 b_{n-v}^i \quad (15)$$

$$\tilde{S}_i[v] = \sum_{d=1}^L \beta_d^i \tilde{S}_{id}[v] \quad (16)$$

$$\tilde{C}_i[v] = \sum_{d=1}^L \beta_d^i \tilde{C}_{id}[v] \quad (17)$$

$$\eta_i[v] = \sum_{d=1}^L \beta_d^i \eta_{id}[v] \quad (18)$$

در صورتی که $v \neq 7$ باشد، تصمیم گیری نرم مطابق رابطه ی ۱۹ انجام می گیرد:

$$\hat{b}_{n-v}^i = \begin{cases} -1 & X_i[v] \leq -T_v^i \\ 0 & |X_i[v]| \leq T_v^i \\ +1 & \text{else} \end{cases} \quad (19)$$

که در آن T_v^i نشان دهنده ی سطح آستانه در مرحله ی v برای کاربر نام است. در مرحله ی $v=7$ برای به دست آوردن داده های نهایی تخمین زده شده، از روش تصمیم گیری سخت^۸ استفاده می شود که در آن $T_v^i = 0$ است.

تحلیل عملکرد سیستم

در این بخش سعی بر آن است تا با یافتن نسبت سیگنال به اغتشاش و تداخل (SNR) در مراحل مختلف آشکارسازی، روابط مربوط به احتمال خطا بر بیت (BER) را محاسبه کنیم. به همین منظور مراحل مختلف آشکارسازی را بررسی می کنیم.

مرحله ی نخست آشکارسازی

در این مرحله که حذف تداخل صورت نمی گیرد، یک گیرنده ی Rake به کار می رود که از داپورسیتی چندمسیره استفاده می کند. با فرض

مراحل بعدی (مانند مرحله ν ام) نیز قابل استفاده است، با این تفاوت که در این مراحل به علت حذف تداخل، تغییراتی در واریانس تداخل حاصل می‌شود. عبارت‌های ۳۴ و ۳۵ بیانگر نحوه تغییر واریانس تداخل هستند:

$$\text{var}(\tilde{S}_i[\nu]) = E((\tilde{b}_n^i[\nu-1])^2) \text{var}(S_i) \quad (34)$$

$$\text{var}(\tilde{C}_i[\nu]) = \sum_{k=1, k \neq i}^K \text{var}(C_i^{ki}) E((\tilde{b}_n^k[\nu-1])^2) \quad (35)$$

که در آن‌ها:

$$\text{var}(C_i^{ki}) = \frac{P_k T^2}{12 N^3} \sum_{l=1}^L \sum_{d=1}^L E((\beta_d^k)^2) (\beta_d^i)^2 r_{ki} \quad (36)$$

همچنین می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} E((\tilde{b}_n^k[\nu-1])^2) &= E((b_n^k)^2) + E((\hat{b}_n^k[\nu-1])^2) \\ &- 2 E((b_n^k \hat{b}_n^k[\nu-1])) = 1 + P \left\{ |X_k[\nu-1]| > T_{\nu-1}^k \right\} \\ &- 2(P_c^k[\nu-1] - P_e^k[\nu-1]) \end{aligned} \quad (37)$$

که در آن $P_c^k[\nu-1]$ و $P_e^k[\nu-1]$ به ترتیب بیان‌کننده احتمال آشکارسازی درست و غلط در مرحله $\nu-1$ است. همچنین عبارت $b_n^k \hat{b}_n^k[\nu-1]$ برابر با $+1$ و -1 یا صفر است که به ترتیب متناظر با تخمین صحیح، خطا و یا عدم تصمیم‌گیری درباره بیت b_n^k در مرحله $\nu-1$ است. به سادگی می‌توان نشان داد که رابطه‌ی ۳۷ را می‌توان چنین نوشت:

$$\begin{aligned} E((\tilde{b}_n^k[\nu-1])^2) &= 2 - P_{nd}^k[\nu-1] - 2(1 - P_{nd}^k[\nu-1]) \\ &- 2P_c^k[\nu-1] = P_{nd}^k[\nu-1] + 4P_e^k[\nu-1] \end{aligned} \quad (38)$$

که در آن $P_{nd}^k[\nu-1]$ احتمال عدم تصمیم‌گیری است. حال با تعریف دو رابطه‌ی ۳۹ و ۴۰:

$$\text{SNR}_i[\nu] = \frac{\frac{P_i}{2} T^2}{\text{var}(S_i[\nu]) + \text{var}(C_i[\nu]) + \text{var}(\eta_i)} \quad (39)$$

$$\xi_{\nu}^i = \frac{T_{\nu}^i}{\sqrt{\text{var}(S_i[\nu]) + \text{var}(C_i[\nu]) + \text{var}(\eta_i)}} \quad (40)$$

و جایگزینی همه‌ی مقادیر جدید در روابط ۳۲ و ۳۳، احتمال خطا و

به دلیل متغیرهای تصادفی زیادی که در ساختن اجزاء تداخل دخیل‌اند و با اعمال قضیه‌ی حد مرکزی، می‌توان اجزاء سازنده‌ی تداخل راگوسی در نظر گرفت. حال با تعریف روابط ۲۸ و ۲۹:

$$\text{SNR}_i = \frac{\frac{P_i}{2} T^2}{\text{var}(S_i) + \text{var}(C_i) + \text{var}(\eta_i)} \quad (28)$$

$$\xi_{\nu}^i = \frac{T_{\nu}^i}{\sqrt{\text{var}(S_i) + \text{var}(C_i) + \text{var}(\eta_i)}} \quad (29)$$

و با فرض معلوم بودن مجموعه‌ی $\{\beta_d^i, d=1, \dots, L\}$ احتمال خطای شرطی به راحتی به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} P_e^i(\{\beta_d^i\}) &= Q\left\{ \xi_{\nu}^i + \sum_{d=1}^L (\beta_d^i)^2 \sqrt{\text{SNR}_i} \right\} \\ Q(u) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_u^{\infty} \exp(-x^2/2) dx \end{aligned} \quad (30)$$

از آنجا که β_d^i ها متغیرها تصادفی مستقل رابلی، با تابع چگالی احتمال $f(\beta) = \frac{\beta}{\sigma^2} \exp(-\beta^2/2\sigma^2)$ هستند، لذا:

$$f_{\beta_1^i, \dots, \beta_L^i}(\beta_1^i, \dots, \beta_L^i) = \frac{\beta_1^i \dots \beta_L^i}{\sigma^{2L}} \exp(-(\beta_1^i + \dots + \beta_L^i)/2\sigma^2) \quad (31)$$

آنگاه احتمال خطا برای کاربر i ام چنین بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} P_e^i &= \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} f_{\beta_1^i, \dots, \beta_L^i}(\beta_1^i, \dots, \beta_L^i) \\ &Q\left\{ \xi_{\nu}^i + \sum_{d=1}^L (\beta_d^i)^2 \sqrt{\text{SNR}_i} \right\} d\beta_1^i \dots d\beta_L^i \end{aligned} \quad (32)$$

همچنین احتمال عدم تصمیم‌گیری در این مرحله از آشکارساز به صورت رابطه‌ی ۳۳ قابل بیان است:

$$\begin{aligned} P_{nd}^k &= P\{|X_i| < T_{\nu}^i\} = P\{|X_i| < T_{\nu}^i | b_n = -1\} \\ &= \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} f_{\beta_1^i, \dots, \beta_L^i}(\beta_1^i, \dots, \beta_L^i) \\ &\left\{ Q\left[-\xi_{\nu}^i + \sum_{d=1}^L (\beta_d^i)^2 \sqrt{\text{SNR}_i} \right] - \right. \\ &\left. Q\left[\xi_{\nu}^i + \sum_{d=1}^L (\beta_d^i)^2 \sqrt{\text{SNR}_i} \right] \right\} d\beta_1^i \dots d\beta_L^i \end{aligned} \quad (33)$$

احتمال خطا در طبقات متوالی حذف تداخل عباراتی که برای محاسبه‌ی خطا در مرحله نخست حاصل شد، برای

$$P_{ndc}^i[v-1] = P \left\{ |\tilde{X}_i[v-1]| < T_{v-1}^i | b_{n-v+1}^i = -1, \{\beta_d^i\} \right\}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi \text{var}(\tilde{X}_i[v-1])}}$$

$$\int_{-T_{v-1}^i}^{T_{v-1}^i} \exp \left\{ -\left(t + \sum_{d=1}^L (\beta_d^i)^2 \sqrt{\frac{P_i}{\gamma}} T \right)^2 / 2 \text{var}(\tilde{X}_i[v-1]) \right\} dt \quad (43)$$

که در آن‌ها داریم:

$$\tilde{X}_i[v-1] |_{b_{n-v+1}^i = -1} =$$

$$- \sum_{d=1}^L (\beta_d^i)^2 \sqrt{\frac{P_i}{\gamma}} T + \tilde{S}_i[v-1] + \tilde{C}_i[v-1] + \eta_i \quad (44)$$

$$\text{var}(\tilde{X}_i[v-1]) = \text{var}(\tilde{S}_i[v-1]) + \text{var}(\tilde{C}_i[v-1]) + \text{var}(\eta_i) \quad (45)$$

حال لازم است رابطه‌ی ۴۱ را برحسب مقادیر سطوح آستانه مینیم کنیم:

$$\frac{\partial E((b_n^i[v-1])^2)}{\partial T_{v-1}^i} = 0 \Rightarrow$$

$$T_{v-1}^i = \frac{\text{Ln}(3) [\text{var}(\tilde{S}_i[v-1]) + \text{var}(\tilde{C}_i[v-1]) + \text{var}(\eta_i)]}{2 \sum_{d=1}^L (\beta_d^i)^2 \sqrt{\frac{P_i}{\gamma}} T} \quad (46)$$

رابطه‌ی فوق به‌وضوح نشان می‌دهد که مقدار سطح آستانه در صورت کاهش سطح سیگنال مفید و همچنین افزایش تداخل، افزایش می‌یابد و این پدیده‌ی قابل انتظار است.

نتیجه‌گیری

به‌منظور مقایسه‌ی سیستم پیشنهادی با سیستم مطرح‌شده‌ی قبلی^[۱]، با استفاده از روش مونت-کارلو آنها را شبیه‌سازی کرده‌ایم. نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های ۲ و ۳ رسم شده است. در این شبیه‌سازی از کدهای Gold به طول $N=31$ استفاده شده که متناظر با رشته‌های ۴۵ و ۱۷۵ اکتال هستند. حداکثر میزان تأخیر در مسیرهای مختلف کانال‌ها برابر $\Delta = 3 \mu s$ است و نرخ ارسال داده 9600 bit/s در نظر گرفته شده است. همچنین شرط $\sum_{l=1}^L \text{var}(\beta_l^k) = 1$ $k=1, 2, \dots, K$ اعمال شده است.

فرض می‌شود که همه کاربران دارای توان یکسانی هستند. شکل ۲ مقایسه‌ی بین سیستم پیشنهادی و سیستم مطرح‌شده‌ی قبلی^[۱] را نشان می‌دهد که در آن احتمال خطا برحسب سیگنال به اغتشاش بریت

همچنین احتمال عدم تصمیم‌گیری در مراحل مختلف v ($v=1, 2, \dots, V$) به‌دست می‌آید. به‌علت پیچیدگی روابط، یافتن عبارات ساده شده متناظر با احتمال خطا و عدم تصمیم‌گیری کاری است مشکل، اما با استفاده از شبیه‌سازی مونت-کارلو می‌توان نتایج عددی مناسبی به‌دست آورد.

بهینه‌سازی

در این مرحله سعی می‌شود مقادیر بهینه‌ی سطوح آستانه‌ی تصمیم‌گیری محاسبه شود تا متوسط احتمال خطای سیستم کاهش یابد. چون احتمال خطا به مقدار تداخل بستگی دارد، لازم است که تداخل مینیمم شود. با توجه به روابط ۳۴ و ۳۵، تداخل مرحله v ام به $E((b_n^k[v-1])^2)$ بستگی دارد که آن نیز با توجه به رابطه‌ی ۳۷ تابعی از سطح آستانه‌ی مرحله $v-1$ ام است. لذا باید عبارت مذکور را به ازای مقادیر مختلف v ($k=1, 2, \dots, K, v=1, 2, \dots, V$) مینیمم کرد. این فرآیند در آشکارساز پیشنهادی این نوشتار حجم محاسباتی زیادی را می‌طلبد. از طرف دیگر برای آشکارسازی بیت‌ها، تمامی پارامترهای کانال از جمله β_l^k در دسترس فرض شد، در حالی که در الگوریتم بهینه‌سازی مرجع ۱ بدون استفاده از مسئله‌ی معلوم بودن β_l^k ها، از این پارامترها به‌عنوان متغیر تصادفی استفاده شده است که استفاده از آن در حالی که همه‌ی مسیرها در نظر گرفته می‌شود، احتیاج به محاسبات سنگین انتگرالی روابط ۳۲ و ۳۳ دارد. در روش پیشنهادی این نوشتار، از β_l^k ها به‌عنوان پارامترهای معلوم استفاده می‌شود. لذا در محاسبات نیاز به محاسبات احتمالات شرطی داریم که خیلی راحت‌تر از محاسبه‌ی احتمالات غیرشرطی است. همچنین در این روش سطوح آستانه تابعی از پارامترهای کانال خواهند بود یعنی به‌صورت وقتی تغییر می‌کنند. با توجه به مطالب فوق داریم:

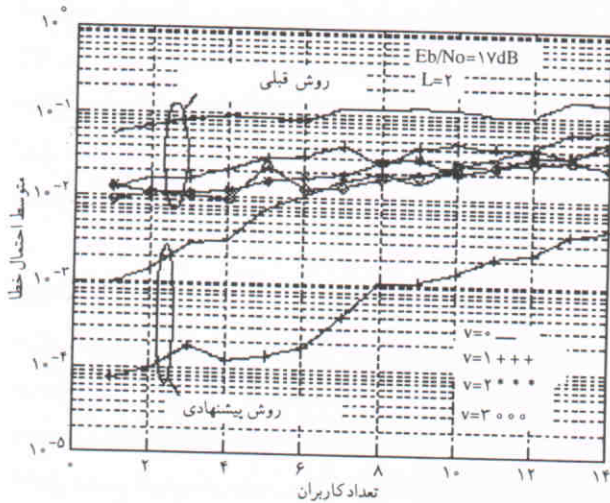
$$E((b_n^i[v-1])^2 | \{\beta_d^i\}) = P_{ndc}^i[v-1] + 4 P_{ec}^i[v-1] \quad (47)$$

در روابط فوق $P_{ndc}^i[v]$ و $P_{ec}^i[v]$ نشان دهنده‌ی احتمالات شرطی عدم تصمیم‌گیری و تصمیم‌گیری غلط‌اند که چنین به دست می‌آیند:

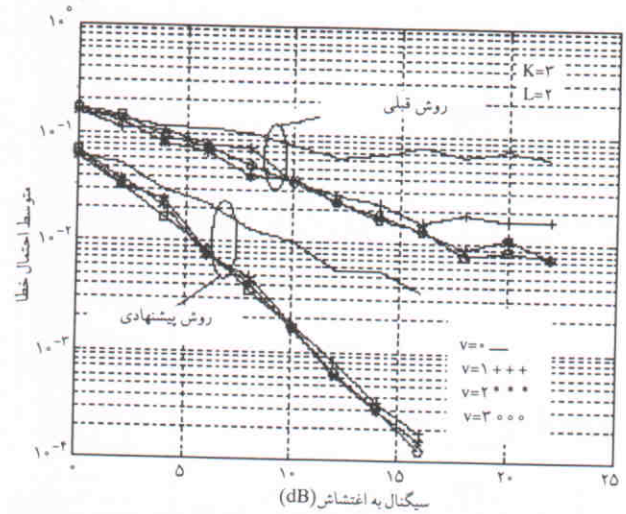
$$P_{ec}^i[v-1] = P \left\{ \tilde{X}_i[v-1] > T_{v-1}^i | b_{n-v+1}^i = -1, \{\beta_d^i\} \right\}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi \text{var}(\tilde{X}_i[v-1])}}$$

$$\int_0^\infty \exp \left\{ -\left(t + \sum_{d=1}^L (\beta_d^i)^2 \sqrt{\frac{P_i}{\gamma}} T \right)^2 / 2 \text{var}(\tilde{X}_i[v-1]) \right\} dt \quad (48)$$



شکل ۳. احتمال خطا بر حسب تعداد کاربران فعال.



شکل ۴. منحنی‌های احتمال خطا بر حسب سیگنال به اغتشاش (E_b/N_0).

شکل ۳ احتمال خطای آشکارسازی را بر حسب تعداد کاربران فعال شبکه نشان می‌دهد. در این سیستم $L=2$ و $\frac{E_b}{N_0} = 17\text{dB}$ فرض شده است. مشاهده می‌شود که به ازای تعداد مشخصی از کاربران فعال، عملکرد سیستم پیشنهادی این نوشتار حدوداً ۱۰۰ برابر بهتر از سیستم قبلی است. البته این نتایج کاملاً منطقی و در حد انتظار است. زیرا استفاده از روش دایورسیتی چندمسیره تا حد زیادی بر بی‌اثری که مهم‌ترین عامل کاهش کارایی سیستم‌های مخابراتی است غلبه می‌کند.

($\frac{E_b}{N_0}$) نشان داده شده است. تعداد کاربران فعال (K) و تعداد مسیرهای دریافت سیگنال (L) برای کاربران مختلف ۲ در نظر گرفته شده است. منحنی‌های رسم شده نشان می‌دهند که گیرنده با استفاده از روش دایورسیتی، عملکرد سیستم قبلی^[۱] را به مقدار قابل توجهی بهبود بخشیده است. علاوه بر آن در سیستم پیشنهادی بیشترین بهبود عملکرد در طبقه‌ی اول حذف تداخل ($v=1$) حاصل می‌شود و طبقات بعدی تأثیر چندانی ندارند. لذا می‌توان از تأثیر اندک طبقات بعدی به دلیل پردازش‌های سنگین آنها چشم پوشید.

پانویس

1. Direct sequence code division multiple access
2. threshold
3. adaptive
4. suboptimum
5. co-channel interference
6. soft decision
7. maximum ratio combining
8. hard decision

منابع

1. A. L. C. Hui, and K. Ben Letaief, "Successive interference cancellation for multiuser asynchronous DS/CDMA detectors in multipath fading links", IEEE Trans. Comm., **46**, (3), pp. 384-391, (Mar. 1998).
2. C. Y. Yoon, R. Kohno, and H. Imai, "A spread spectrum multiaccess system with co-channel interference cancellation for multipath fading channels", IEEE J. Select. Areas in Commun., **11**, (7), pp. 1067-1075, (Sept. 1993).
3. A. J. Viterbi, "CDMA: Principles of Spread-Spectrum Communications", Addison-Wesley, (1995).

4. K. S. Gilhousen, et al., "On the capacity of a cellular CDMA system", IEEE trans. Veh. Tech., **VT-40**, pp. 303-311, (May 1991).
5. W. C. Y. Lee, "Overview of cellular CDMA", IEEE Trans. Veh. Tech., **VT-40**, (2), pp. 291-302, (May 1991).
6. J. Proakis, "Digital Communications", New York: McGraw-Hill, (1995).
7. S. Verdú, "Minimum probability of error for asynchronous Gaussian multiple-access channels", IEEE Trans. Info. Theory, **IT-32**, pp. 85-96, (Jan 1986).
8. U. Fawer, and B. Aazhang, "A multiuser receiver for code division multiple access communications over multipath channels", IEEE Trans. Comm., **43**, (2/3/4), pp. 1556-1565, (Feb./Mar./Apr 1995).
9. Z. Zvonar, and D. Brady, "Linear multipath decorrelating receivers for CDMA frequency-selective fading channels", IEEE Trans. Comm., **44**, (6), pp. 650-653, (June 1996).
10. H. Liu, and K. Li, "A decorrelating Rake receiver for CDMA over frequency-selective fading channels", IEEE Trans. Comm., **47**, (7), (July 1999).