مجله‌ی علمی و پژوهشی شریف
اسفند ۱۳۸۸، شماره‌ی پنجاه و دوم، ص. ۳-۱۰

مطالعه و بررسی تطبیقی ساختارهای جبران‌ساز برای سیستم‌های ADSL

محمدرضا پاکروان (استادیار)
دانشکده‌ی مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف

موضوع این پژوهش مطالعه، تحلیل و بررسی ساختارهای مودم‌های ADSL، مدل‌سازی و تحلیل رفتاری آنها و خصوصاً ساختار جبران‌ساز آنها است. برای جبران‌سازی روش‌های متفاوتی ارائه شده است که مبانی آنها مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته‌اند. در این نوشتار ضمن بررسی مبانی نظری برخی از مهم‌ترین این روش‌ها، نتایج عملکرد آنها را روی یک خط آزمایشی نمونه شبیه‌سازی می‌کنیم. روش‌های به‌کار گرفته شده در این بررسی عبارت‌اند از: روش بیشینه‌کردن نسبت سیگنال به نویز کوتاه‌شده، روش جبران‌سازی DC بر پایه‌ی حذف و کمینه‌کردن، روش طراحی جبران‌ساز بر پایه‌ی بیشینه‌کردن نسبت سیگنال به نویز هندسی، و روش طراحی بر پایه‌ی مقادیر ویژه. نتایج شبیه‌سازی‌های انجام شده که برای یکی از شرایط تعریف شده در استاندارد انجام شده‌اند نشان می‌دهد که روش جبران‌سازی بر پایه مقادیر ویژه می‌تواند به ظرفیت گذردهی بیشتری در پیاده‌سازی ساختار مورد نظر دست یابد. در عین حال، این روش پیچیدگی کمتری از روش‌های مبتنی بر بیشینه کردن نسبت سیگنال به نویز هندسی دارد.

واژگان کلیدی: جبران‌ساز، DMT، ADSL، مدل‌سازی، دست‌یابی پرسرعت سیمی.

pakravan@sharif.edu

مقدمه

یکی از بخش‌های مهم شبکه‌ی مخابرات قسمت مربوط به دست‌یابی مشترکین به شبکه (Access)است که شاهد تحولات وسیعی بوده است. یکی از تکنولوژی‌هایی که در چند سال اخیر در این بخش مورد توجه قرار گرفته و شاهد گسترش وسیعی بوده، و نیز نسل جدیدی از ساختارهای فنی و تجهیزات مخابراتی را با خود به همراه دارد، مودم‌های با سرعت بالا برای استفاده روی خطوط تلفن با استفاده از فن «مدولاسیون چندحاملی گسسته [۱] (DMT)» است که مشخصاً در سیستم‌های ADSL مورد استفاده قرار می‌گیرد. در تحلیل نظری ساختار این مودم‌ها و نیز شبیه‌سازی و پیاده‌سازی آن‌ها، یکی از مهم‌ترین و در عین حال پیچیده‌ترین بخش‌ها ساختار جبران‌ساز آنهاست که موضوع مهمی برای کنترل رفتار و نیز بهینه‌سازی عملکرد این مودم‌ها است. موضوع این پژوهش مطالعه، تحلیل و بررسی ساختارهای جبران‌ساز این مودم‌ها است.

تحقیقات به‌منظور بهبود کارایی سیستم‌های DMT درکاربردها و استانداردهای حال و آینده ادامه دارد.در طراحی روش‌های جبران‌سازی‌در حوزه‌ی زمان (TEQ) [۲] یا فرکانس (FEQ) [۳]، هدف اصلی اتخاذ تدابیر مناسب برای دست‌یابی به نرخ بیت بالاتر در این سیستم‌ها است. روش‌های طراحی متفاوتی برای TEQ وجود دارد. از بین این طرح‌ها، طرح‌های مبتنی برکمینه‌کردن میانگین مجذور خطا (MMSE) متداول‌ترین نوع در مودم‌های ADSL تجاری‌اند. هرچند روش‌های MMSE از نظر بیشینه‌کردن ظرفیت کانال بهینه نیستند اما به‌دلیل سرعت زیاد و قابلیت پیاده‌سازیِ آسان مورد توجه و استفاده‌ی فراوان قرارگرفته‌اند. مبانی نظری این روش در تحقیقات گذشته مورد بررسی و تحلیل قرار گرفت.

برخی از روش‌های دیگری که می‌توانند برای این منظور استفاده شوند در این نوشتار مورد بررسی قرار می‌گیرند.

روش طراحی TEQ مبتنی برکمینه‌کردنِ نسبت سیگنال به نویز کوتاه‌شده (MSSNR) [۵]

در یکی از پژوهش‌های ابتدایی، به‌جای روش جبران‌سازی مسئله‌ی طرح TEQ از منظر کوتاه‌کردن کانال بررسی، و شیوه‌ی جدیدی ارائه شد.[۱] هدف در این روش یافتن یک شیوه‌ی جبران‌سازی در حوزه‌ی‌زمان (TEQ) است که بتواند ضمن ثابت نگه‌داشتن انرژی داخل پنجره هدف، انرژی‌های پاسخ ضربه‌ی کوتاه‌شده (SIR) [۶] خارج از پنجره‌ی هدف را کمینه کند. در این روش مانند روش‌های متداول دیگر فرض بر این است که پاسخ ضربه‌ی کانال مشخص است. مسئله‌ی تخمین مناسب کانال دارای ابعاد قابل توجهی است که در این مختصر به جزئیات آن نمی‌پردازیم، اما ایده‌ی کلی این است که فرستنده به ارسال نماد مشخصی می‌پردازد که گیرنده مقدار آن را برای هر زیرکانال می‌داند، وگیرنده با مقایسه‌ی اطلاعات دریافتی، اطلاعات

تاریخ: دریافت ۱۳۸۵/۵/۱۰، داوری ۱۳۸۵/۱۱/۴، پذیرش ۱۳۸۶/۹/۵.

ارسالیِ مشخصات کانال را تخمین می‌زند و پاسخ ضربه‌ی کانال $h(n)$ را به دست می‌آورد. با این فرض نمونه‌های پاسخ ضربه‌ی کوتاه‌شده درون پنجره‌ی هدف و بیرون این پنجره چنین نوشته می‌شود:

$$h_{win} = \begin{bmatrix} h_{\Delta+1} & h_{\Delta} & \cdots & h_{\Delta-N_w+2} \\ h_{\Delta+2} & h_{\Delta+1} & \cdots & h_{\Delta-N_w+3} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_{\Delta+\nu+1} & h_{\Delta+\nu} & \cdots & h_{\Delta-N_w+\nu+2} \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ \vdots \\ w_{N_w-1} \end{bmatrix} = H_{win}\ w \qquad (1)$$

$$h_{wall} = \begin{bmatrix} h_0 & 0 & \cdots & 0 \\ h_1 & h_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{\Delta} & h_{\Delta-1} & \cdots & h_{\Delta-N_w+1} \\ h_{\Delta+\nu+2} & h_{\Delta+\nu+1} & \cdots & h_{\Delta-N_w+\nu+3} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{L-1} & h_{L-2} & \cdots & h_{L-N_w+1} \\ 0 & h_{L-1} & \cdots & h_{L-N_w+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & h_{L-1} \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ \vdots \\ w_{N_w-1} \end{bmatrix} = H_{wall}\ w \qquad (2)$$

در این معادلات، w_i مجموعه ضرایب جبران‌ساز، h_i نمونه‌های پاسخ ضربه‌ی کانال، Δ محل نسبی پنجره نسبت به ابتدای پاسخ ضربه، N_w طول جبران‌ساز مورد نظر، L طول اولیه‌ی پاسخ ضربه‌ی کانال و ν طول پنجره‌ی مورد نظر هستند. درنتیجه انرژی داخل و خارج پنجره‌ی هدف و معادله‌ی بهینه‌سازی حاصله عبارت‌اند از:

$$h_{win}^T h_{win} = w^T H_{win}^T H_{win}\ w = w^T B w$$
$$h_{wall}^T h_{wall} = w^T H_{wall}^T H_{wall}\ w = w^T A w \qquad (3)$$
$$\min_w w^T A w \quad s.t. \quad w^T B w = 1 \qquad (4)$$

حل کردن این مسئله، مانند بیشینه‌کردن SSNR تعریف‌شده با این معادله است: $SSNR = \frac{w^T B w}{w^T A w}$.

جواب این مسئله عبارت است از $w_{opt} = \left(\sqrt{B}\right)^{-1} p_{min}$ که در آن $\sqrt{B}$ تجزیه‌ی Cholesky ماتریس B و p_{min} بردار ویژه‌ی متناظر با مقدار ویژه‌ی کمینه‌ی ماتریس مرکب $\left(\sqrt{B}\right)^{-1} A \left(\sqrt{B^T}\right)^{-1}$ است. ماتریس B برای آن‌که تجزیه‌ی Cholesky داشته باشد باید معین مثبت[7] باشد. همچنین فرض شده است که ماتریس B معکوس‌پذیر است؛ این فرض در صورتی درست است که $N_w < \nu$ باشد. راه حل فوق، درصورتی که B تکین[8] باشد، پیچیده‌تر است. محققین در بررسی‌های خود رابطه‌ی $w^T A^{-1} w$ را با شرط $w^T B w = 1$ بیشینه کردند.[2] در این حالت، A باید معین مثبت و معکوس‌پذیر باشد که برای اغلب کانال‌های فیزیکی درست است.

روش MSSNR بخشی از SIR را که مولد تداخل میان‌سمبولی ISI است کمینه می‌کند. اگر انرژی خارجی پنجره‌ی هدف صفر در نظر گرفته می‌شد، کانال به‌طورکامل کوتاه و ISI به‌طورکامل حذف می‌شد. راهی که انرژی صفر خارج پنجره‌ی هدف را نتیجه می‌دهد برای بیشینه‌کردن نرخ انتقال بسیار مناسب است، زیرا در این حالت ISI به‌طورکامل حذف شده است. اما عملاً این نتیجه به دست نمی‌آید و راه حل MSSNR تضمینی برای بیشینه‌شدن ظرفیت کانال ایجاد نمی‌کند. دلیل این امر مشابه روش MMSE است، یعنی توان ISI باقی‌مانده نمی‌تواند در نواحی با نویز بالا در ناحیه‌ی فرکانسی قرارگیرد. این روش فقط انرژی خارجی پنجره‌ی هدف را کمینه می‌کند و کاری به مکان ISI باقی‌مانده در حوزه‌ی فرکانس ندارد؛ به‌عبارت دیگر این روش توزیع ISI را کنترل نمی‌کند.

در بررسی‌های بعدی، نه‌تنها انرژی خارجی پنجره‌ی هدف کمینه شد،[3] بلکه گزینه‌ی دیگری برای کمینه‌کردن نیز اضافه شد. این گزینه نماینده‌ی انرژی وزنه‌دار فرکانسی جبران‌ساز است. با استفاده از تابع وزنه می‌توان پاسخ فرکانس کانال را ایجاد کرد. این عمل از بهره‌های بزرگ جبران‌ساز، در زیرکانال‌های بدون استفاده جلوگیری می‌کند، اگرچه این روش ISI باقی‌مانده را کمینه نمی‌کند. مشکل دوم روش MSSNR پیچیدگی محاسباتی به‌دلیل تجزیه‌ی Choleskyو مقادیر ویژه است. برای حل این مشکل، محققین یک روش توان معکوس ارائه کردند.[4] این روش از وارون‌کردن ماتریس یا تجزیه‌ی Cholosky بی‌نیاز است، و مستقیماً بین دو ماتریس رابطه‌ی بازگشتی ایجاد می‌کند تا بتواند TEQ بهینه را در حالت MSSNR به دست آورد.

برای پیاده‌سازی سریع‌تر روش MSSNR الگوریتمی به‌نام (DC) [9] پیشنهاد شده است.[5] ایده‌ی اصلی در این روش تقسیم مسئله‌ی طرح جبران‌ساز به مسائل کوچک‌تر و راحت‌تر برای حل و نهایتاً ترکیب نتایج با هم است. فیلتری با طول محدود N به‌صورت همگردی[10] $N-1$ فیلتر با طول ۲ بیان می‌شود. در مسئله‌ی TEQ، جبران‌ساز به تعدادی جبران‌ساز با طول ۲ تقسیم می‌شود. هر جبران‌ساز با طول ۲ فقط یک اتصال میانی[11] نامشخص دارد، زیرا اولین اتصال معادل ۱ قرار داده می‌شود. این موضوع شبیه شرط اتصال واحدی است که در روش MMSE استفاده شد. طراحی فیلتری با طول N_w نیاز به طرح N_w-1 فیلتر با طول ۲ دارد. برای iامین فیلتر با طول ۲، این روش فیلتر با طول ۲ موجب بهینه‌شدن w_i می‌شود و این فیلتر بهینه‌شده را با پاسخ ضربه‌ی کانال همگرا می‌کند، تا پاسخ ضربه جدید کانال را در مرحله‌ی $i+1$ به دست آورد. وقتی N_w-1 فیلتر با طول ۲ محاسبه شده همگرا می‌شوند، یک جبران‌ساز با طول N_w به دست می‌آید.

دو روش متفاوت طرح DC وجود دارد: ۱. جبران‌ساز DC مبتنی برکمینه‌کردن؛ ۲. جبران‌ساز DC مبتنی بر حذف‌کردن. در ادامه به بررسی این دو روش می‌پردازیم.

الف) جبران‌ساز DC مبتنی برکمینه‌کردن

در این‌روش، جبران‌ساز در هر مرحله رابطه‌ی SSNR تعریف‌شده در معادله‌ی ۱ را با یک فیلتر با طول ۲ تعریف‌شده با $w_i = [1, g_i]^T$ بیشینه می‌کند، یا به‌طور معادل، معکوس آن رابطه را کمینه می‌کند.

از آنجا که w_i دارای طول ۲ است، ماتریس‌های A_i و B_i ماتریس‌های Toeplitz ۲ * ۲ هستند. برای iامین فیلتر، معادله‌ی SSNR چنین خواهد شد:

$$\frac{w_i^T A_i w}{w_i^T B_i w} = \frac{\begin{bmatrix}1 & g_i\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_{1,i} & a_{2,i}\\ a_{2,i} & a_{3,i}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ g_i\end{bmatrix}}{\begin{bmatrix}1 & g_i\end{bmatrix}\begin{bmatrix}b_{1,i} & b_{2,i}\\ b_{2,i} & b_{3,i}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ g_i\end{bmatrix}} = \frac{a_{1,i}+2a_{2,i}g_i+a_{3,i}g_i^2}{b_{1,i}+2b_{2,i}g_i+b_{3,i}g_i^2} \quad (5)$$

ماتریس‌های A_i و B_i دارای اندیس i هستند، زیرا در هر مرحله پاسخ ضربه‌ی جدید کانال که به تغییر A_i و B_i می‌انجامد، محاسبه می‌شود. مخرج معادله‌ی ۵ به‌ازای هیچ g_i صفر نمی‌شود. g_i بهینه با مشتق‌گیری از معادله‌ی ۲ نسبت به g_i و معادل صفر قرار دادن آن به دست می‌آید. پاسخ عبارت است از:

$$g_i = \frac{-(a_{3,i}b_{1,i}-a_{1,i}b_{3,i}) \pm c_i}{2(a_{3,i}b_{2,i}-a_{2,i}b_{3,i})} \quad (6)$$

که در آن

$$c_i = \sqrt{(a_{3,i}b_{1,i}-a_{1,i}b_{3,i})^2 - 4(a_{3,i}b_{2,i}-a_{2,i}b_{3,i})(a_{2,i}b_{1,i}-a_{1,i}b_{2,i})}.$$

از این معادله بهترین جواب برای g_i انتخاب می‌شود وجواب همیشه مقداری حقیقی است.

ب) جبران‌ساز DC مبتنی بر حذف‌کردن

در روش جبران‌ساز DC مبتنی بر حذف‌کردن، از محاسبات فراوان A_i و B_i در هر مرحله اجتناب می‌شود. به‌جای بیشینه‌کردن تنها SSNR، انرژی خارجی پنجره‌ی هدف کمینه می‌شود. چون شرط اتصال میانی واحد برای هر فیلتر با طول ۲ برقرار است، شرط انرژی SIR درونی پنجره‌ی هدف لازم نیست.

فرض کنید h_i پاسخ ضربه‌ی جدید کانال و h_i^{wall}، h^{wall} جدید در هر مرحله‌ی i باشد. h_0 پاسخ ضربه‌ی کانال و h_i همگردی h_{i-1} و w_i است. ضمناً طول h_i با i به‌دلیل همگردی افزایش می‌یابد. در مرحله‌ی iام:

$$h_i^{wall} = \begin{bmatrix} h_{i-1}(1) & 0\\ h_{i-1}(2) & h_{i-1}(1)\\ \vdots & \vdots\\ h_{i-1}(\Delta) & h_{i-1}(\Delta-1)\\ h_{i-1}(\Delta+\nu+2) & h_{i-1}(\Delta+\nu+1)\\ \vdots & \vdots\\ h_{i-1}(L_{h_{i-1}}) & h_{i-1}(L_{h_{i-1}}-1)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ g_i\end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} h_{i-1}(1)+0\\ h_{i-1}(2)+h_{i-1}(1)g_i\\ \vdots\\ h_{i-1}(\Delta)+h_{i-1}(\Delta-1)g_i\\ h_{i-1}(\Delta+\nu+2)+h_{i-1}(\Delta+\nu+1)g_i\\ \vdots\\ h_{i-1}(L_{h_{i-1}})+h_{i-1}(L_{h_{i-1}})g_i\end{bmatrix} \quad (7)$$

که در آن $L_{h_{i-1}}$ طول h_{i-1} است. انرژی که باید کمینه شود عبارت است از:

$$h_i^{wall^T} h_i^{wall} = \sum_{k\in S}\left(h_{i-1}(k)+g_i h_{i-1}(k-1)\right)^2 \quad (8)$$

که در آن $S = \{1, 2, ..., \Delta, \Delta+\nu+2, ..., L_{h_{i-1}}\}$. کمینه‌ی معادله‌ی ۸ با مشتق‌گیری نسبت به g_i و معادل صفر قرار دادن آن به دست می‌آید. پاسخ عبارت است از:

$$g_i = \frac{\sum_{k\in S} h_{i-1}(k-1)\,h_{i-1}(k)}{\sum_{k\in S} h_{i-1}^2(k-1)} \quad (9)$$

طرح TEQ با همگرایی $N_w - 1$ فیلتر با طول ۲ به‌دست می‌آید. این روش DC از هیچ‌گونه تجزیه‌ی ماتریس یا معکوس‌کردن ماتریس استفاده نمی‌کند، و به‌همین دلیل برای پیاده‌سازی با سرعت بالا در سیستم‌های عملی مناسب است. این روش هرچند نسبت به روش‌های قبلی از نظر پیچیدگی محاسباتی بهتر است، اما تمامی مشکلات روش MSSNR را دارد.

روش طراحی TEQ مبتنی‌بر بیشینه‌کردن نسبت سیگنال به نویز هندسی[12] (MGSNR)

در هر سیستم مخابراتی، هدف نهایی رسیدن به ظرفیت کانال است. یادآور می‌شود که ایده‌یی برای طرح TEQ مبتنی بر ظرفیت کانال معرفی شده است.[6] در این بخش ابتدا ظرفیت کانال را برای کانال‌های چندحامله[13] معرفی می‌کنیم و سپس روش بیشینه‌کردن SNR هندسی را معرفی می‌کنیم.

ظرفیت کانال چندکاریره

اگر تعداد زیرکانال‌ها، $N/2+1$ (یعنی $N/2-1$ دوبعدی و دو زیرکانال یک‌بعدی) بزرگ باشد، معقول است که تصور کنیم طیف توان نویز در زیرکانال‌ها یکنواخت است. در این حالت، هر زیرکانال را می‌توان به‌صورت یک کانال AWGN مستقل مدل شود. ظرفیت قابل دسترس یک کانال چند کاریره به‌صورت جمع ظرفیت کانال‌های AWGN(با فرض استقلال کانال‌ها) نوشته می‌شود:

$$b_{DMT} = \sum_{i\in S}\log_2\left(1+\frac{SNR_i^{MFB}}{\Gamma}\right) \qquad bits/symbol \quad (10)$$

که در آن i اندیس زیرکانال، S مجموعه اندیس‌های N زیرکانال استفاده‌شده از $N/2+1$ زیرکانال، SNR_i^{MFB} نسبت سیگنال به نویز باند فیلترمنطبق (MFB)[14] درکانال iام مطابق با تعریف در معادله‌ی ۱۲، و Γ فاصله‌ی SNR برای رسیدن به ظرفیت کانال شانون است و فرض می‌شود که در همه‌ی زیرکانال‌ها ثابت است. فاصله‌ی SNR تابعی از چندین عامل ـ شامل روش مدولاسیون، احتمال خطای مجاز (P_e) بهره‌ی رمزگذاری (γ_{eff}) و حاشیه‌ی مطلوب سیستم ـ است. حاشیه‌ی سیستم برای مدل‌کردن خطا به حساب می‌آید و در سیستم‌های ADSL معمولاً ۶ dB است. اگر بخواهیم کانالی با نسبت سیگنال به نویز x dB، مقدار مشخصی بیت را با نرخ باند نظری عبور دهد، در عمل نسبت سیگنال به نویز $x+6$ dB واقعاً مصرف می‌شود. حاشیه‌ی سیستم ۶ dB مطمئن می‌سازد که با خطاهای ناخواسته

نرخ بیت مطلوب هنوز پشتیبانی می‌شود. فاصله‌ی SNR در حالتی که مدولاسیون QAM [15] باشد با معادله‌ی ۱۱ مدل می‌شود.

$$\Gamma \approx \frac{\gamma_m}{3\gamma_{eff}} \left(Q^{-1}\left(\frac{P_e}{2}\right)\right)^2 \qquad (11)$$

با فرض آن که سیگنال ورودی و نویز ایستا به‌مفهوم وسیع باشند، SNR در iامین زیرکانال با معادله‌ی ۱۲ تعریف می‌شود.

$$SNR_i^{MFB} = \frac{S_{x,i}\,|H_i|^2}{S_{n,i}} \qquad (12)$$

که در آن $S_{x,i}$ توان سیگنال انتقال داده‌شده، $S_{n,i}$ توان نویز کانال، و H_i بهره‌ی طیف کانال در زیرکانال iام است. در اینجا فرض شده است که زیرکانال‌ها به‌اندازه‌ی کافی باریک باشند تا پاسخ فرکانسی کانال و طیف توان سیگنال ارسالی در هر زیرکانال ثابت باشد. تعریف معادله‌ی ۱۲ اثر ISI [16] و جبران‌ساز را شامل نمی‌شود. این بیشترین SNR قابل دریافت یا MFB است. اگر کانال ISI داشته باشد یا جبران‌ساز استفاده شده باشد، تعریف باید اصلاح شود.

روش طراحی TEQ مبتنی بر بیشینه‌کردن SNR هندسی

روش بیشینه‌کردن SNR هندسی، تابع هزینه‌ی [17] ظرفیت کانال را که مبتنی بر SNR هندسیِ تعریف‌شده در معادله‌ی ۱۳ است، بیشینه می‌کند.

$$GSNR = \Gamma \left(\left[\prod_{i\in S} \left(1 + \frac{SVR_i^{EQ}}{\Gamma} \right) \right]^{1/\overline{N}} - 1 \right) \qquad (13)$$

SNR هندسی با جایگذاری معادله‌ی ۱۰ در ۱۳ طبق معادله‌ی ۱۴ به ظرفیت کانال مربوط می‌شود:

$$b_{DMT} = \overline{N} \log_2 \left(1 + \frac{GSNR}{\Gamma} \right) \qquad bits/symbol \qquad (14)$$

به این ترتیب همه‌ی زیرکانال‌ها با هم عمل می‌کنند، مانند آن که Nکانال با نویزگوسی جمع شونده باشند و در هرکانال نسبت توان سیگنال به توان نویز برابر مقدار GSNR مطابق معادله ۱۳ باشد. بنابراین بیشینه‌کردن GSNRمعادل بیشینه‌کردن ظرفیت کانال است. در معادله‌ی ۱۳، SNR زیرکانال در معادله‌ی ۱۲ اصلاح می‌شود تا اثر جبران‌ساز را نیز شامل شود:[6]

$$SNR_i^{EQ} = \frac{S_{x,i}\,|B_i|^2}{S_{n,i}\,[W_i]^2} \qquad (15)$$

که در آن $S_{x,i}$ توان سیگنال، $S_{n,i}$ توان نویز، و B_i و w_i بهره‌ی b و w در زیرکانال iام هستند. محاسبات با تعریف زیر از GSNR ادامه پیدا می‌کند،[6] که با صرف‌نظر کردن از جملات +۱ و -۱ در معادله‌ی ۱۳ به‌دست می‌آید.

$$GSNR \approx \left[\prod_{i\in S} SNR_i^{EQ} \right]^{1/\overline{N}} \qquad (16)$$

این تقریب وقتی SNR در هر زیرکانال بزرگ‌تر از ۱ باشد درست است و "۱"ها می‌توانند حذف شوند. این فرض زمانی معقول است که بهینه‌سازی پهنای باند به‌کار رفته باشد، یعنی کانال‌های بدون SNR لازم برای حمل بیت استفاده نشوند.[7] در این حالت، مسئله‌ی بیشینه‌کردن معادله‌ی ۱۶ تبدیل به بیشینه‌کردن عبارت معادله‌ی ۱۷ می‌شود.

$$L(b) = \frac{1}{\overline{N}} \sum_{i\in S} \ln |B_i|^2 \qquad (17)$$

معادله‌ی ۱۷ با جایگزینی معادله‌ی ۱۵ در معادله‌ی ۱۶ و گرفتن لگاریتم از آن با فرض عدم وابستگی b و w به‌دست آمده است. B_i، iامین ضریب FFT از b طبق معادله‌ی ۱۸ تعریف می‌شود.

$$B_i = \sum_{k=0}^{N-1} b_k e^{-j\frac{2\pi}{N}ki} \qquad (18)$$

البته فرض عدم وابستگی b و w درست نیست، زیرا وقتی b_{opt} با بیشینه‌کردن معادله‌ی ۱۷ محاسبه شد، TIR بهینه w_{opt} (در حالت MMSE) با استفاده از معادله‌ی ۱۹ به‌دست می‌آید:

$$w_{opt}^T = b_{opt}^T R_{xy} R_{yy}^{-1} \qquad (19)$$

که در آن R_{xy} ماتریس‌های همبستگی متقابل [18] بین ورودی و خروجی کانال، و R_{yy} ماتریس خودهمبستگی [19] خروجی کانال است. با این انتخاب TEQ می‌توان مطمئن بود که MSE برای TIR بهینه کمینه شده است.[6] هنگامی که معادله‌ی ۱۷ بیشینه می‌شود، شرط انرژی واحد روی b قرار می‌گیرد تا از بهره‌ی بی‌نهایت در TEQ جلوگیری شود. این شرط تابع هزینه را به‌ازای $|B_i|^2 = 1,\ \forall i$ بهینه می‌کند، که این یک جبران‌سازی صفرکننده [20] را برای کانال بیان می‌کند.

جبران‌سازی کامل کانال هدف نیست، زیرا در حقیقت یکی از دلایل کاربرد مدولاسیون چندکاریره اجتناب از جبران‌سازی کامل ـ به‌علت آن که در جبران‌سازی کامل جبران‌ساز با درجه بالا مورد نیاز خواهد بود ـ است. به‌علاوه، جبران‌سازی کامل با یک جبران‌ساز با طول کوتاه، همان‌گونه که برای TEQ ها متداول است، باعث ایجاد MSE بزرگ می‌شود. بنابراین شرط اضافی دیگری لازم است تا MSE زیر سطح آستانه MSE_{max} باقی بماند. این سطح آستانه با تغییر توان سیگنال، سطح نویز و یا کانال باید عوض شود. تنظیم سطح آستانه به عدد صحیحی برای یک کانال داده شده، برای کارایی خوب اهمیت فراوانی دارد. باتوجه به شرط‌های یادشده محققین TIR بهینه را مطابق معادله‌ی ۲۰ بیان کردند.

$$\max_b \sum_{i\in S} \ln |B_i|^2 s.t.\ \|\ b\ \|^2 = 1\ and\ b^T R_\Delta b \le MSE_{\max}$$

$$R_\Delta = \left[0_{(\nu+1)\times\Delta} \quad I_{\nu+1} \quad 0_{(\nu+1)\times P} \right]$$

$$\left(\frac{1}{S_x} I_{N_w+L-1} + H^T R_{nn}^{-1} H \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0_{\Delta\times(\nu+1)} \\ I_{\nu+1} \\ 0_{P\times(\nu+1)} \end{bmatrix} \qquad (20)$$

در اینجا $P = N_w + L - \Delta - \nu - 2$، $0_{m\times n}$ ماتریس صفر $m \times n$، I_m ماتریس همانی $m \times m$، S_x انرژی متوسط سمبل‌های ورودی، R_{nn} ماتریس همبستگی نویز $N_w \times N_w$ و H ماتریس همگردی $N_w \times (N_w + L - 1)$ است. این یک مسئله‌ی بهینه‌سازی غیرخطی شرطی است که برای فرم بسته جوابی ندارد، اما ممکن است با روش‌های عددی حل شود. روش طراحی TEQ

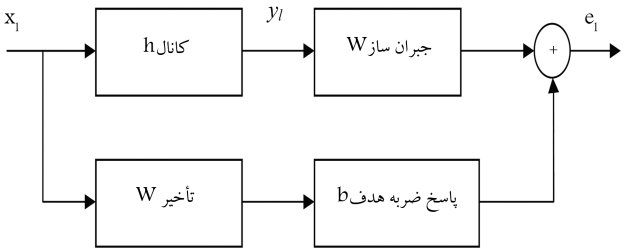
برپایه‌ی MGSNR بر بیشینه‌کردن تقریب GSNR استوار است. این روش به‌دلیل تقریب‌های نادرست، از نظر بیشینه‌کردن نرخ قابل دست‌یابی انتقال بهینه نیست. مهم‌ترین تقریب، تعریف SNR زیرکانال (SNR_i^{EQ}) در معادله‌ی ۱۵ است. این تعریف اثر جبران‌ساز را شامل می‌شود، اما فاقد اثر ISI است، اگرچه هدف TEQ کمینه‌کردن ISI است. می‌توان معادله ۱۵ را با اصلاحی که در آن اثر ISI دیده شود به فرم زیر نوشت.

$$SNR_i^{ISI} = \frac{S_{x,i}\,|B_i|^2}{S_{x,i}\,|B_i - W_i H_i|^2 + S_{n,i}\,|W_i|^2} \qquad (۲۱)$$

هرچند این تعریف اصلاح‌شده تنها برای بررسی کارایی روش MGSNR استفاده شده، این روش همچنان مبتنی بر تعریف داده شده در معادله‌ی ۱۵ است. جمله‌یی که در معادله‌ی ۲۱ بیانگر ISI در زیرکانال iام و به‌عنوان اصلاحیه آمده است عبارت است از: $S_{x,i}|B_i - H_i W_i|^2$. فرض کنید SIR به‌طورکامل در پنجره‌ی هدف بگنجد و انرژی خارج پنجره صفر باشد. در این شرایط با وجود اینکه سیستم دارای ISI نیست اما این تعریف اختلاف بین TIR و SIR را به عنوان ISI در نظر می‌گیرد. فرض کنید SIR به‌طور کامل در پنجره هدف بگنجد و انرژیِ خارج پنجره صفر باشد. در این شرایط، با وجود اینکه سیستم دارای ISI نیست، این تعریف اختلاف بین TIR و SIR را به عنوان ISI در نظر می گیرد. بنابراین تعریف زمانی درست است که اختلاف بین TIR و SIR کوچک باشد به‌گونه‌یی که تعبیر آن به ISI قابل صرف‌نظر باشد. به‌علاوه، هر دو تعریف SNR در زیرکانال، بدون جمله‌ی ISI در معادله‌ی ۱۵ (SNR_i^{EQ})، و با جمله‌ی ISI در معادله‌ی ۲۱ (SNR_i^{ISI}) زمانی کاربرد دارند که ساختار شکل ۱ به کارگرفته شود. در حالت کلی، TIRوجود ندارد، لذا این تعاریف مناسب نیست و تعریفی جدید لازم است.

به‌طور خلاصه معایب روش MGSNR عبارت‌اند از: ۱. محاسبات برپایه‌ی SNR زیرکانال تعریف‌شده با SNR_i^{EQ} است که شامل اثر ISI نیست؛ ۲. وابسته به پارامتر $MSE_{\max}$ است که برای کانال‌های متفاوت باید تنظیم شود؛ ۳. تابع هدف در معادله‌ی ۲۱ فرض می‌کند که b و wمستقل‌اند؛ ۴. این روش، یک روش بهینه‌سازی شرطی غیرخطی[۲۱] است؛ ۵. فرض می‌کند SNR در هر زیرکانال بزرگ‌تر از ۱ است.

سعی فراوانی برای غلبه بر مشکل شماره ۴ شده است. در بررسی‌های پیشین، محققین روشی مبتنی بر تصویر[۲۲] روی مجموعه‌های محدب[۲۳] به‌طور بازگشتی، برای حل مسئله‌ی بهینه‌سازی غیرخطی شرطی با پیچیدگی محاسباتی کمتر ارائه دادند.[۸] همچنین روش شبیه‌سازی ژنتیک را که از پیچیدگی بسیار برخوردار بود برای حل مسئله‌ی بهینه‌سازی غیرخطی ارائه دادند.[۹] پس از آن یک روش نیمه‌بهینه برپایه‌ی



شکل ۱. نمودار جبران‌ساز MMSE در این شکل مشاهده می‌گردد. جبران‌ساز یک فیلتر با پاسخ ضربه محدود w است. مسیر پائینی به طور فیزیکی وجود ندارد، اما استفاده از آن بخشی از روش طراحی است.

مقادیر ویژه ارائه شد،[۱۰] تا برپیچیدگی محاسباتیِ بهینه‌سازی غیرخطی شرطی فائق آیند. این روش متضمن کارایی مشابه با پیچیدگی محاسباتی کم‌تر است. برای بعضی کانال‌ها، این روش غیربهینه کارایی بهتری می‌دهد.

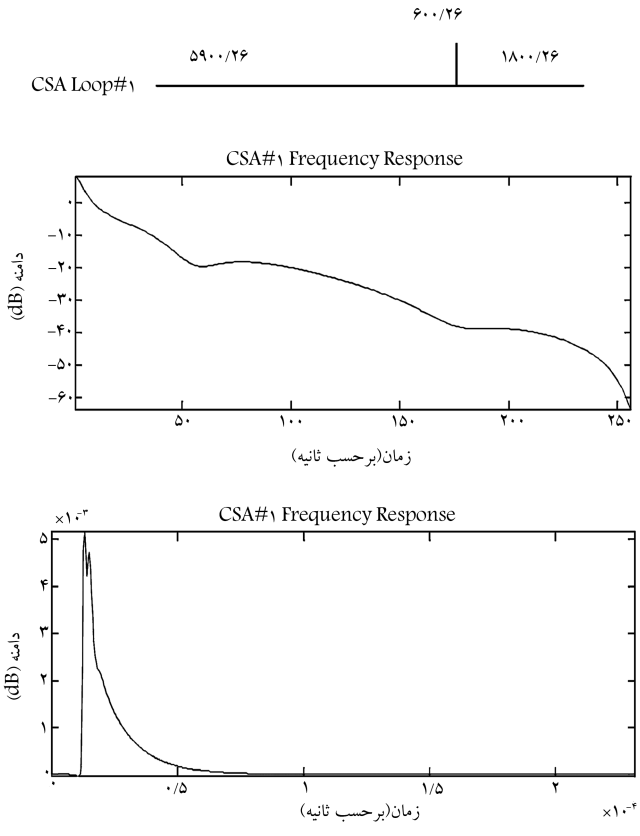
روش طراحی TEQ مبتنی بر مقدار ویژه (Eig-App)[۲۴]

در این بخش روش طراحی TEQ ارائه می‌شود، که مبتنی‌برمقادیر ویژه و بردارهای ویژه‌ی ماتریس R_Δ است. پیچیدگی محاسباتی این روش نسبت به روش MGSNR بسیارکم‌تر شده است، اما نرخ اطلاعاتی تقریباً یکسانی دارند. برای معرفی این روش محاسبات انجام شده را ارائه‌می‌دهیم.[۱۱]

فرض می‌شود بردارهای ستونی $p_0, p_1, ..., p_\nu$ و مقادیر $\lambda_0, \lambda_1, ..., \lambda_\nu$ به‌ترتیب بردارهای ویژه با اندازه واحد و مقادیر ویژه‌ی متناظر آنها در ماتریس R_Δ هستند. باتوجه به تبدیل تشابه واحد[۲۵]، ماتریس R_Δ به فرم معادله درمی‌آید.

$$R_\Delta = P \wedge P^T \qquad (۲۲)$$

که در آن $P = \begin{bmatrix} p_0 & p_1 & \dots & p_\nu \end{bmatrix}$ و $\wedge$ یک ماتریس قطری شامل $\lambda_0, \lambda_1, ..., \lambda_\nu$ است. توجه کنید که بردارهای ویژه‌ی $p_0, p_1, ..., p_\nu$ یک مجموعه بردارهای متعامدند و می‌توان آن‌ها را به‌عنوان یک مجموعه بردارهای پایه در نظر



شکل ۲. توپولوژی خط CSA Loop #۱ و پاسخ ضربه و پاسخ فرکانسی آن در این شکل مشاهده می‌شوند.

گرفت. بردار b را می‌توان بر پایه‌ی این بردارها، طبق معادله‌ی ۲۳ بسط داد:

$$b = \sum_{i=0}^{\nu} \alpha_i p_i = P\alpha \qquad (۲۳)$$

که در آن $\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & \dots & \alpha_\nu \end{bmatrix}^T$ و $\alpha_i = p_i^T b$. α_iها را می‌توان به‌گونه‌یی انتخاب کرد که b شرایط لازم برای TEQ را داشته‌باشد و MSE ناشی از این α_iها بزرگ نشود. با جایگذاری معادله‌ی ۲۳ در معادله‌ی MSE خواهیم داشت:

$$MSE = \sum_{i=0}^{\nu} \alpha_i^2 \lambda_i \qquad (۲۴)$$

همچنین شرط انرژی واحد روی b به‌صورت $\sum_{i=0}^{\nu} \alpha_i^2 = 1$ بیان می‌شود. طبق این معادله MSE برای TEQ، با میانگین وزنی ویژه R_Δ بیان می‌شود. وزنه‌ها مقادیر α_i^2 هستند. برای آن که MSE کوچک نگه داشته شود، می‌توان α_iها را متناسب با یک توان منفی از λ_iها در نظرگرفت. یعنی:

$$\alpha_i = k\lambda_i^{-m} \qquad i = 0, 1, \dots, \nu \qquad (۲۵)$$

k به‌گونه‌یی انتخاب می‌شود که $\sum_{i=0}^{\nu} \alpha_i^2 = 1$ و مقدار مناسب برای m به طریق تجربی به دست می‌آید.

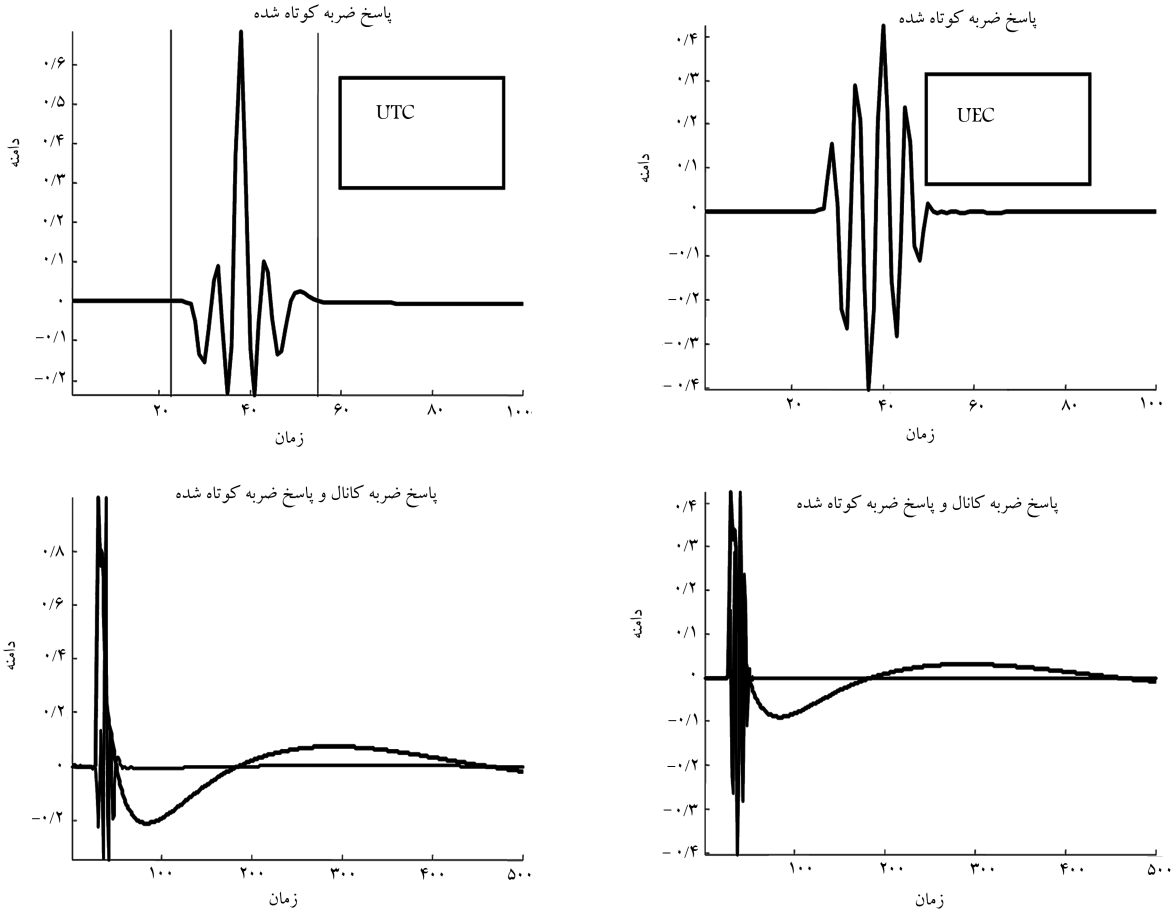
شبیه‌سازی روش‌ها و نتایج آن

اینک به شبیه‌سازی سیستم فرستنده وگیرنده به‌همراه جبران‌سازهای متفاوت و بررسی کارایی این جبران‌سازها می‌پردازیم. ساختار شبیه‌سازی این سیستم در محیط نرم‌افزار MATLAB پیاده‌سازی شده و با درنظرگرفتن محدودیت‌ها و شرایط عملی سیستم، نتایج واقع گرایانه‌یی را ارائه می‌نماید.

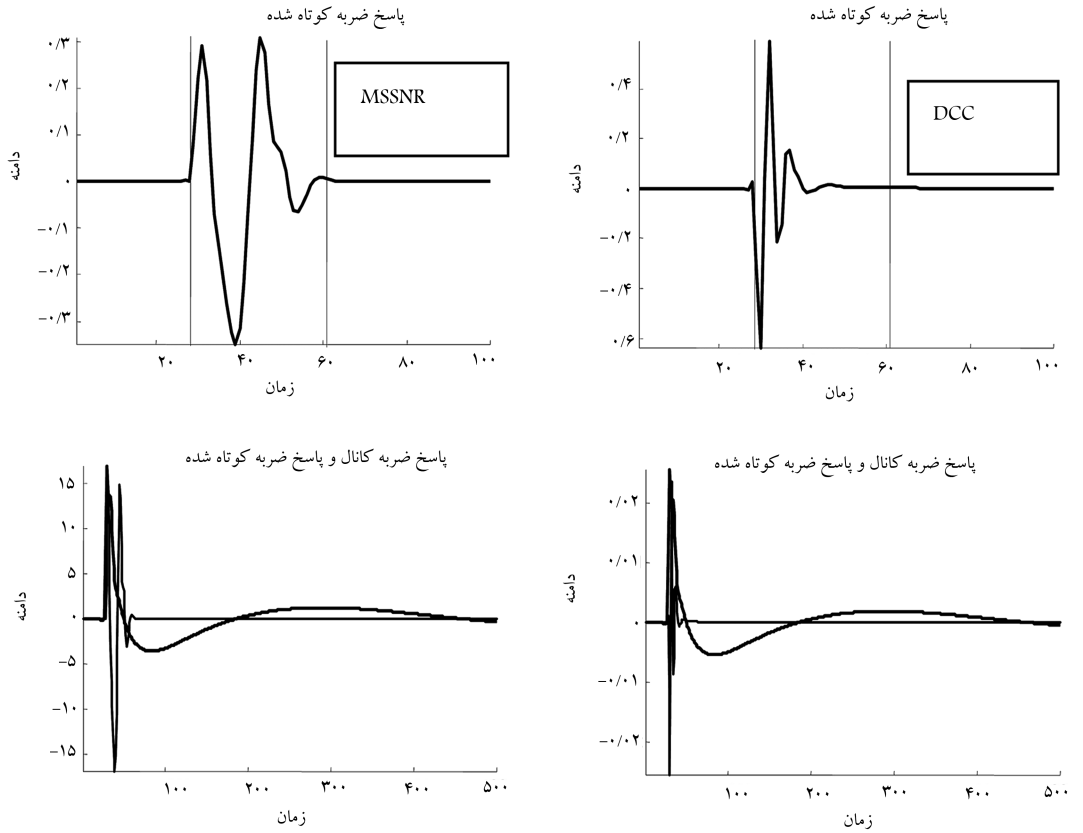
برای ارائه‌ی نتایج شبیه‌سازی یکی از حالاتی را که درآزمون و بررسی سیستم‌های ADSL مورد استفاده قرار می‌گیرد را انتخاب، و نتایج پیاده‌سازی‌های فوق را برای این خط نمونه ارائه می‌دهیم. این خط نمونه که به‌نام CSA Loop #۱ شناخته می‌شود دارای طولی معادل ۷۷۰۰ft و ضخامت ۲۶ AWG است و مسیر انشعابی به‌طول ۶۰۰ft در فاصله‌ی ۵۹۰۰ft از یک طرف دارد. پاسخ ضربه و دامنه‌ی پاسخ فرکانسی آن در شکل ۲ مشاهده می‌شوند.

در این قسمت با در نظرگرفتن مسیر بازگشت برای سیستم ADSL، خط

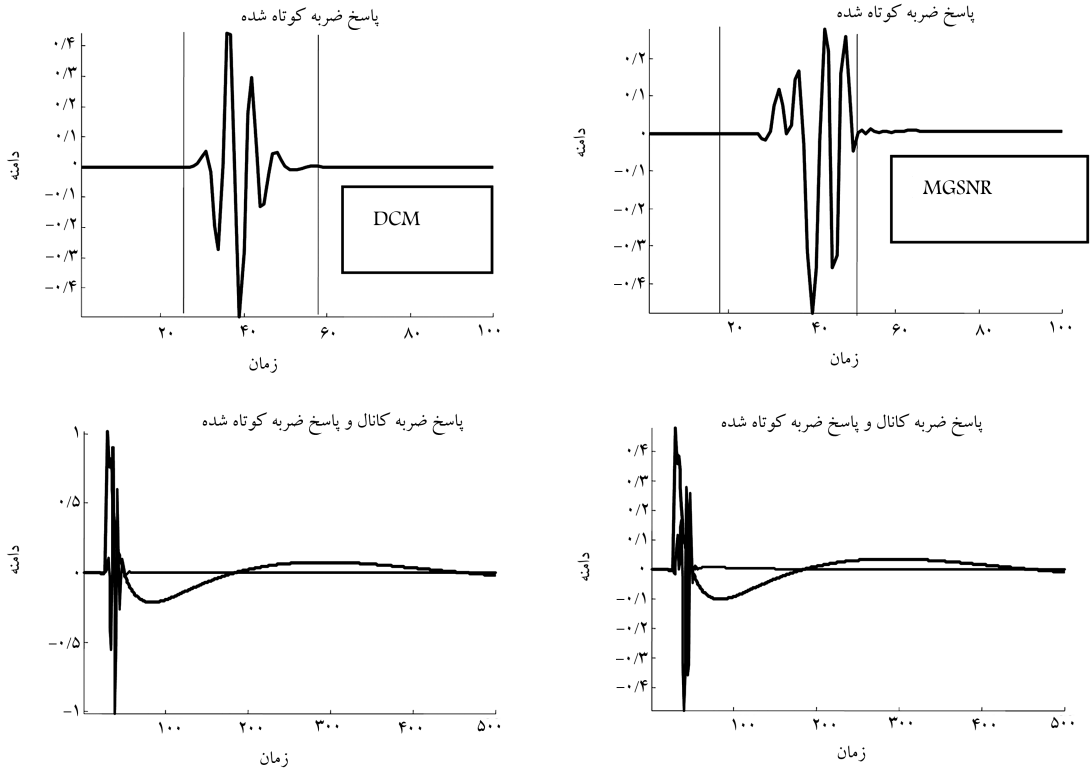
EIG-APP	MGSNR	DCM	DCC	MSSNR	MMSE (UTC)	MMSE (UEC)	
۵۴۶۴	۵۲۳۶	۵۰۴۰	۴۱۳۲	۴۲۷۲	۵۲۹۴	۵۲۹۶	ظرفیت (kbps)



شکل ۳. در نمودارهای این شکل، پاسخ ضربه کانال برای شرایط حلقه CSA #۱ (نمودارهای پایین) و نمودار پاسخ ضربه کوتاه شده (نمودارهای بالا) با استفاده از روش جبران‌سازی UTC(سمت راست) و روش جبران‌سازی UEC (سمت چپ) مشاهده می‌شوند.



شکل ۴. در نمودارهای این شکل، پاسخ ضربه کانال برای شرایط حلقه CSA #۱ (نمودارهای پایین) و نمودار پاسخ ضربه کوتاه شده (نمودارهای بالا) با استفاده از روش جبران‌سازی DCC(سمت راست) و روش جبران‌سازی MSSNR (سمت چپ) مشاهده می‌شوند.



شکل ۵. در نمودارهای این شکل، پاسخ ضربه کانال برای شرایط حلقه CSA #۱ (نمودارهای پایین) و نمودار پاسخ ضربه کوتاه شده (نمودارهای بالا) با استفاده از روش جبران‌سازی MGSNR(سمت راست) و روش جبران‌سازی DCM (سمت چپ) مشاهده می‌شوند.

CSA#۱، توان سیگنال ورودی برابر dB ۲۰، فرکانس نمونه‌برداری برابر MHz ۲٫۲۰۸، طول پیشوند حلقوی[۲۶] برابر ۳۲، طول FFT برابر ۵۱۲، طول جبران‌ساز برابر ۲۰، فاصله SNR برابر dB ۹٫۸، حاشیه برابر dB ۶، بهره رمزگذاری برابر dB ۴٫۲، تأخیر در فاصله ۱۵ تا ۳۵، و نویز یکنواخت با توان dBm ۱۴۰- و نویز هم‌شنوایی نزدیک ADSL در جهت رفت با ۲۴ کاربر برای جبران‌سازهای متفاوت مقادیر ظرفیت متفاوتی به دست آمده است.

در شکل‌های ۳ تا ۵ نتایج شبیه‌سازی شامل پاسخ ضربه‌ی کانال بدون جبران‌ساز و کانال با جبران‌ساز در کنار یکدیگر آمده‌اند. برای امکان مقایسه‌ی نتایج با یکدیگر، طول فیلتر جبران‌ساز برای تمامی حالات زیر برابر ۲۰ در نظر گرفته شده است. در جدولِ شکل ۳، نرخ گذردهی به‌دست آمده برای این سیستم به ازای انواع مختلف جبران‌سازی‌های مورد نظر شبیه‌سازی و ارائه گردیده است.

نتیجه‌گیری

ساختارهای متعددی برای انجام دادن عملیات لازمه و پیاده سازی جبران ساز در گیرنده‌های سیستم های ADSL ارائه شده‌اند. در این ساختارها، عملیات لازم برای کاهش اثرات ناشی از اعوجاج و تداخل بین سمبل‌ها که در اثر عبور از کانال حاصل شده انجام می پذیرد.

در این نوشتار، مروری بر روش‌های مهم این حوزه صورت گرفت. این روش ها عبارتند از: روش بیشینه کردن نسبت سیگنال به نویز کوتاه شده، جبران‌ساز DC بر پایه‌ی حذف و کمینه کردن، بیشینه کردن نسبت سیگنال به نویز هندسی و طراحی بر پایه مقادیر ویژه. بررسی این روش‌ها نشان می‌دهد که روش طراحی بر پایه مقادیر ویژه دارای پیچیدگی محاسباتی کمتری نسبت به سایر روش‌ها است و می‌تواند نتایج بهتری را ارائه دهد.

پانوشت

1. discrete multi-tone (DMT)
2. time domain equalizen (TEQ)
3. frequancy domain equalizen (FEQ)
5. minimum shortened signal to noise ratio (MSSNR)
6. shortened impulse response (SIR)
7. positive definite
8. singular
9. Divide-and-Conquer
10. convolution
11. tap
12. maximum geometric SNR
13. multicarrier channel
14. matched filter bound(MFB)
15. quadratur amplitade modulation (QAM)
16. Inter symbol Interference (ISI)
17. cost function
18. cross correlation
19. autocorrelation
20. Forcing Zero
21. nonlinear constrained optimization method
22. projection
23. convex
24. eigen approach
25. unitary similarity transform
26. Cyclic Prefix

منابع

1. Melsa, P.; Rohrs, C. and Younce R. "Joint optimal impulse response shortening," *in Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, and Signal Processing,* **3**, (Atlanta, GA), pp. 1763-1766 (May 1996).
2. Yin, C. and Yue G. "Optimal impulse response shortening for discrete multitone transceivers," *IEE Electronics Letters,* **34**, pp. 35-36 (Jan. 1999).
3. Wang, B.; Adah, T.; Liu, Q. and Vlaynic, M. "Generalized channel impulse response shortening for discrete multitone transceivers," *in Proc. IEEE Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers,* **1**, (Pacific Grove, CA), pp. 276-280 (Nov. 1999).
4. Chiu, W.; Tsai, W. K.; Liau, T. C. and Troulis, M. "Time-domain channel equalizer design using the inverse power method," *in Proc. IEEE Int. Conf. Comm.,* **2**, (Vancouver, Canada), pp. 973-977 (June 1999).
5. Lu, B.; Clark, L. D.; Arslan, G. and Evans, B. L. "Divide-and-conquer and matrix pencil methods for discrete multitone equalization," *IEEE Transaction on Signal Processing,* submitted.
6. Al-Dhahir, N. and Cioffi, J. "Optimum finite-length equalization for multicarrier transceivers," *IEEE Trans. on Comm.,* **44**, pp. 56-63 (Jan. 1996).
7. Al-Dhahir, M. and Cioffi, J. "Bandwidth-optimized reduced-complexity equalized multicarrier transceiver," *IEEE J. on Selected Areas in Comm.,* **45**, pp. 948-956 (Aug. 1997).
8. Lashkarian, N. and Kiaei, S. "Optimum equalization of multicarrier systems via projection onto convex set," *in Proc. IEEE Int. Conf. Comm.,* **2**, (Vancouver, Canada), pp. 968-972 (June 1999).
9. Milisavljevic, M. and Verriest, E. I. "Fixed point algorithm for bit rate optimal equalization in multicarrier systems," *in Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, and Signal Processing,* **5**, (Phoenix, AZ), pp. 2515-2518 (Mar. 1999).
10. Farhang-Bouroujeny, B. and Ding, M. "Design methods for time-domain equalizers in DMT transceivers," *IEEE Trans. on Comm.,* **49**, pp. 554-562 (Mar. 2001).
11. Farhang-Bouroujeny, B. and Ding, M. "Design methods for time-domain equalizers in DMT transceivers," *IEEE Transaction on Communications,* **49**, pp. 554-562 (Mar. 2001).