

# مدل سازی عددی پرسیوومتر و ارزیابی روش های تفسیر انبساط حفره در خاک ماسه بی

محمد مهدی احمدی \* (استاد)

احسان کشیروی (دانشجوی کارشناسی ارشد)

دانشکده هندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف

پرسیوومتری یکی از مهم ترین آزمایش های صحرایی در مهندسی ژوتکنیک است که برای تعیین ویژگی های مکانیکی خاک کاربرد دارد. مزیت اصلی دستگاه مذکور، اندازه گیری پیوسته می خنثی تنش کرنش خاک است که جهت تعیین پارامترهای خاک بر مبنای تحلیل های تئوری (تئوری انبساط حفره) قابل تفسیر است. در پژوهش حاضر، ابتدا آزمایش پرسیوومتر به صورت کرنش کنترل در نرم افزار FLAC مدل شده و جهت صحبت سنجی، نتایج مدل سازی عددی با نتایج آزمایش های صحرایی مقایسه و اثر قطر حفره (پرسیوومتر) در نمودار تنش کرنش پرسیوومتر بررسی شده است. تفاوت آنالیزهای تغییر شکل های کوچک و بزرگ در انبساط حفره بررسی و سپس، روش های تحلیلی انبساط حفره بیان و مقایسه بیان نتایج آنها با آنالیز عددی انجام شده است تا کارایی هر یک به خوبی مشخص شود. همچنین، روش های تحلیلی و تجربی تفسیر نتایج پرسیوومتر به منظور تعیین زاویه ای اصطکاک داخلی ارزیابی و روش بهینه بی پیشنهاد شده است.

**واژگان کلیدی:** مدل سازی عددی پرسیوومتر، ارزیابی روش های تفسیر انبساط حفره، تخمین زاویه ای اصطکاک داخلی.

## ۱. مقدمه

استفاده از آزمایش پرسیوومتر، زاویه های اصطکاک داخلی و اتساع خاک ماسه بی را تعیین کرد.<sup>[۱]</sup> سپس در سال ۱۹۸۶، یک راه حل بسته برای خاک های چسبنده دی اصطکاک ای ارائه شده است.<sup>[۲]</sup> رابطه دیگری نیز در همان سال جهت تفسیر مخنثی بار برداری پرسیوومتر و تعیین زاویه ای اصطکاک داخلی خاک ماسه بی ارائه شده است.<sup>[۳]</sup>

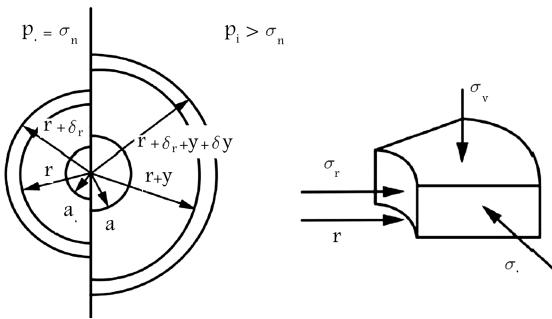
همچنین در سال ۲۰۰۱، آنالیز عددی ارائه شده است که علاوه بر مخنثی تنش کرنش، فشار حدی تئوری انبساط حفره (فساری که از آن به بعد با افزایش کرنش، تنش ثابت می ماند) تعیین شده است.<sup>[۴]</sup> در سال ۲۰۰۲ هم با فرض قانون جریان خمیری غیر مرتب، راه حلی برای انبساط حفره در محیط چسبنده اصطکاکی با خاصیت اتساعی ارائه شده است که بیشتر برای خاک های سخت و سنگ های نرم قابل استفاده است.<sup>[۵]</sup> روابطی نیز در سال ۲۰۰۷ برای تعیین فشار حدی پرسیوومتر (فسار متاظر با وقتی که تغییر حجم حفره برابر با حجم اولیه آن باشد) در خاک های ماسه بی ارائه و با آنالیز عددی تقاضل محدود، اثر پارامترهای همچون تنش بر جای قائم، مدول بر شی، زاویه ای اصطکاک و ضریب فشار جانبی خاک در حالت سکون بر روی فشار حدی پرسیوومتر بررسی شده است.<sup>[۶]</sup> همچنین با به کار گیری روش های استاتیکی و گینماتیکی تئوری تسلیم در همان سال، روابط دیگری برای تعیین فشار حدی در خاک های چسبنده و چسبنده اصطکاکی پیشنهاد شده است.<sup>[۷]</sup> در سال ۲۰۱۱ نیز آنالیز انبساط حفره در محیط همسان و همگن و با فرض آنکه معیار

نخستین بار، آزمایش پرسیوومتری در سال ۱۹۵۴ ابداع شده است. عموماً دستگاه پرسیوومتر متشکل از دو بخش سوند و واحد کنترل است. سوند شامل یک غشاء منعطف است، که با یک سری نوار فازی که به آنها اصطلاحاً فانوس چینی<sup>۱</sup> می گویند، حفاظت می شود. طول بخش منعطف سوند باید از ۶ برابر قطر آن بیشتر باشد، تا بتوان از کرنش قائم در حین انبساط صرف نظر و نتایج پرسیوومتر را تئوری انبساط حفره استوانه بی تفسیر کرد. واحد کنترل، متشکل از تجهیزاتی است که فشار سیال را به سوند اعمال می کنند و کرنش و تنش جداره را اندازه می گیرند.<sup>[۸]</sup>

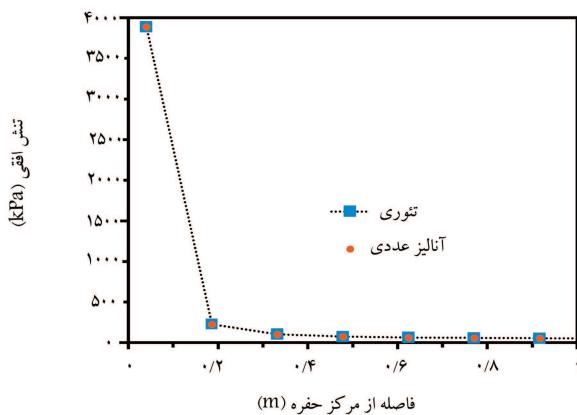
اولین راه حل بسته برای مسئله ای انبساط حفره در محیط کشسان خطی و با فرض تغییر شکل های کوچک در سال ۱۸۵۲ ارائه شده است.<sup>[۹]</sup> که با استفاده از آن فقط می توان مدول بر شی کشسان را با استفاده از تفسیر شیب اولیه نمودار تنش کرنش و یا سیکل بارگذاری-بار برداری به دست آورد. آزمایش پرسیوومتری را می توان در حالت ایده آل به صورت انبساط یک حفره استوانه بی در محیط کشسان خمیری مدل کرد. براین اساس در سال ۱۹۶۱، روشی جهت تعیین زاویه ای اصطکاک داخلی خاک در حالت کرنش مسطح توسط پرسیوومتر ارائه شده است که فرض اساسی آن رخ دادن بر ش در حجم ثابت بوده است.<sup>[۱۰]</sup> در سال ۱۹۷۲ نیز روشی ارائه شده است تا اثر تغییر حجم خاک در تحلیل در نظر گرفته شود.<sup>[۱۱]</sup> همچنین در سال ۱۹۷۷ روش دیگری پیشنهاد شده است که توسط آن می توان با

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۲۸/۱۱/۱۳۹۳، اصلاحیه ۱۳/۱۰/۱۳۹۴، پذیرش ۲۶/۱۰/۱۳۹۴



شکل ۱. انبساط حفره.



شکل ۲. توزیع تنش افقی اطراف حفره در محیط کشسان.

#### ۴.۱. تحلیل رابطه‌ی کشسان خمیری هوگه<sup>۳</sup> و همکاران

هوگه و همکاران (۱۹۷۷)، روشه ارائه کرده‌اند که طبق آن در حین انبساط حفره (اعمال نیروی برشی) تغییر حجم رخ می‌دهد که این تغییر حجم (اتساع) رابطه‌ی زنده‌یکی با زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک ماسه‌بی دارد.<sup>[۵]</sup> این روش از مفهوم اتساع تنش روا<sup>۴</sup> (۱۹۶۲) و مشاهدات رفتار ماسه در آزمایش برش ساده که استرود<sup>[۵][۶]</sup> (۱۹۷۱) انجام داده است، بهره می‌گیرد، تا اثر زاویه‌ی اتساع را در تحلیل انبساط حفره در نظر بگیرد.<sup>[۱۲][۱۳]</sup> طبق آزمایش‌های استرود، زاویه‌ی اتساع شبیه خطی است که مبدأ نمودار کرنش حجمی بر حسب کرنش برشی را به نقطه‌ی متناظر با کرنش برشی ۱۰٪ (کرنش جداره‌ی ۵٪) وصل کند. بر این اساس طبق شکل ۳، شیب خط AB بیان‌گر تنازن از اتساع است. هوگه و همکاران (۱۹۷۷) با استفاده از تعریف مزبور برای زاویه‌ی اتساع، رابطه‌ی ۵ را بین تنش و کرنش جداره‌ی حفره ارائه کرده‌اند:<sup>[۵]</sup>

$$\varepsilon = \varepsilon_R \left( \frac{p}{\sigma_R} \right)^{\frac{n+1}{1-N}} \quad (5)$$

که در آن،  $P$  و  $\varepsilon$  تنش و کرنش در جداره‌ی حفره،  $\sigma_R = (\sigma_h \cdot \sin \phi) / (1 + \sin \phi)$  و  $\varepsilon_R = (G \cdot \sin \phi) / (1 + \sin \phi)$  (که  $\Psi$  زاویه‌ی اتساع است)،  $n = (1 - \sin \Psi) / (1 + \sin \Psi)$ ،  $N = (1 - \sin \phi) / (1 + \sin \phi)$  (که این نکته باید توجه کرد که آنالیز هوگه و همکاران (۱۹۷۷)، براساس فرض کرنش کوچک است. آن‌ها بیان کرده‌اند که با گرفتن لگاریتم از طرفین رابطه‌ی ۵، می‌توان زاویه‌های اصطکاک داخلی و اتساع ماسه را تعیین کرد (رابطه‌ی ۶):<sup>[۵]</sup>

$$\log(p) = S(\log(\varepsilon_c)) + A \quad (6)$$

#### ۱.۱. تحلیل کشسان انبساط حفره

با فرض انبساط حفره در یک خاک کشسان خطی و ایزوتروپ و پیروی از قانون هوك، معادله‌ی تعادل برای یک المان در اطراف حفره مبسط شونده به صورت رابطه‌ی ۱ است:<sup>[۲]</sup>

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (1)$$

که در آن،  $\sigma_\theta$  و  $\sigma_r$  به ترتیب تنش شعاعی و تنش محیطی هستند.<sup>[۲]</sup>

از حل معادله‌ی دیفرانسیل اخیر و لحاظ کردن شرایط مرزی مسئله، رابطه‌ی ۲ را خواهیم داشت:<sup>[۲]</sup>

$$p - \sigma_h = (2G\varepsilon_c aa) / r^1 \quad (2)$$

که در آن،  $G$  مدول برشی،  $\sigma_h$  تنش افقی برجا و  $\varepsilon_c$  کرنش شعاعی جداره‌ی حفره،  $r$  فاصله‌ی شعاعی نقطه‌ی موردنظر تا مرکز حفره،  $a$  شعاع اولیه‌ی حفره و  $a$  شعاع پس از انبساط حفره است. اگر تنش در جداره حفره مدنظر باشد، آنگاه در رابطه‌ی  $r = a$ ،  $\sigma_r = \sigma_h$  می‌شود و با فرض  $a \approx a$  رابطه‌ی ۲ به صورت رابطه‌ی ۳ در می‌آید:<sup>[۲]</sup>

$$p - \sigma_h = 2G\varepsilon_c \quad (3)$$

که از آن نتیجه می‌شود نمودار تنش-کرنش جداره برای انبساط حفره در محیط کشسان خطی، به صورت خطی با شیب ثابت و ۲ برابر مدول برشی است.<sup>[۲]</sup> در شکل ۱، وضعیت انبساط حفره والمان خاک اطراف آن نشان داده است.

#### ۱.۲. توزیع تنش اطراف حفره در حالت کشسان

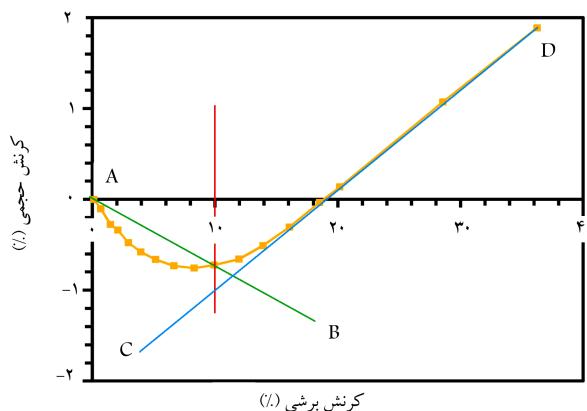
از رابطه‌ی ۲ می‌توان دریافت که توزیع تنش در اطراف حفره در مصالح کشسان با عکس مجدد فاصله‌ی شعاعی از مرکز حفره ( $\frac{1}{r}$ ) رابطه‌ی مستقیم دارد. بر همین اساس با انجام آنالیز عددی در حالت کشسان، توزیع تنش در اطراف حفره اندازه‌گیری و در شکل ۲ با رابطه‌ی ۲ مقایسه شده است و مشاهده می‌شود که مطابقت خوبی بین نتایج وجود دارد.

#### ۱.۳. تحلیل کشسان خمیری گیبسون و آندرسون<sup>۲</sup>

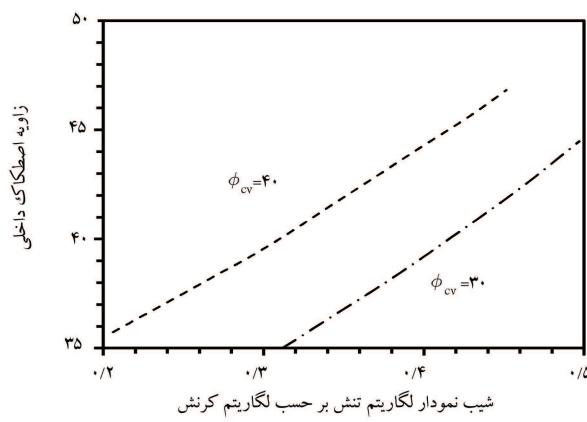
گیبسون و آندرسون (۱۹۶۱)، اولین راه حل را برای انبساط حفره در مصالح کشسان خمیری ارائه کرده‌اند.<sup>[۲]</sup> فرض رابطه‌ی آن‌ها این بوده است که قبل از رسیدن به حالت تسیلیم، خاک به صورت کشسان رفتار می‌کند و گسیختگی در حجم ثابت رخ می‌دهد (رابطه‌ی ۴):

$$p = \left( \frac{2\sigma_h}{1+N} \right) \left[ \left( \frac{E}{2\sigma_h(1+\mu)} \right) \left( \frac{1+N}{1-N} \right) \left( \frac{\Delta V}{V} \right) \right]^{(1-N)/2} \quad (4)$$

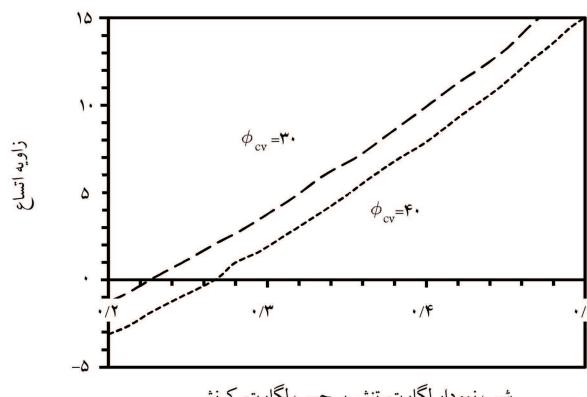
که در آن،  $E$  مدول یانگ مصالح،  $\sigma_h$  تنش افقی برجا؛  $N = (1 - \sin \phi) / (1 + \sin \phi)$  نسبت تنش اصلی کمینه به تنش اصلی بیشینه،  $\mu$  ضریب پواسون،  $\Delta V$  تغییر حجم حفره،  $V$  حجم اولیه و  $p$  تنش در جداره حفره است. اشکال اصلی رابطه‌ی ۴ این است که به هنگام گسیختگی، حجم مصالح را ثابت در نظر می‌گیرد، در حالی که در ماسه‌ها در حین گسیختگی، افزایش حجم (در ماسه‌ی متراکم) یا کاهش حجم (در ماسه‌ی شل)، رخ می‌دهد؛ به عبارت دیگر رابطه‌ی ۴ اثر زاویه‌ی اتساع را در نظر نمی‌گیرد.



شکل ۳. نمودار کرنش حجمی بر حسب کرنش برشی.



شکل ۴. زاویه اصطکاک بر حسب S.



شکل ۵. زاویه اتساع بر حسب S.

اصلی رابطه‌ی  $10^\circ$  این است که تعیین پارامترهای خاک همچون زاویه‌های اصطکاک داخلی و اتساع از روی منحنی تنش-کرنش با استفاده از رابطه‌ی مذکور بسیار دشوار است.

**۷.۱** تحلیل حالت باربرداری هولسیبی<sup>۸</sup> و همکاران<sup>۹</sup> هولسیبی و همکاران (۱۹۸۶) با استفاده از فرضیاتی مشابه با هوگه و همکاران (۱۹۷۷)، آنالیز کرنش کوچک را بر روی ناحیه‌ی باربرداری نمودار تنش-کرنش

که در آن،  $A$  یک عدد ثابت است. سپس رابطه‌ی  $7$  را برای تعیین  $S$  (شیب نمودار تنش بر حسب کرنش جداره در مقیاس لگاریتمی) ارائه کردند:<sup>[۵]</sup>

$$S = \frac{(1 + \sin \psi) \sin \phi}{1 + \sin \phi} \quad (7)$$

همچنین ذکر کردند که با استفاده از قانون اتساع تنش روا (۱۹۶۲)، می‌توان زاویه‌های اتساع و اصطکاک را از روی  $S$  تعیین کرد (روابط ۸ و ۹):<sup>[۵]</sup>

$$\sin \phi = \frac{S}{1 + (S - 1) \sin \phi_{cv}} \quad (8)$$

$$\sin \psi = S + (S - 1) \sin \phi_{cv} \quad (9)$$

که در آن‌ها،  $\phi_{cv}$  زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک در حالت بحرانی با در حجم ثابت است، که در آزمایشگاه و با انجام آزمایش برش مستقیم در حجم ثابت و یا ادامه‌ی آزمایش برش مستقیم یا سه‌محوری تا رسیدن به حالت حجم ثابت یا بحرانی تعیین می‌شود. مزیت این روش در تعیین زاویه‌ی اصطکاک داخلی این است که می‌توان با تفسیر نتایج منحنی تنش-کرنش پرسیومتر و تخمین و یا اندازه‌گیری  $\phi_{cv}$ ، مقدار  $\phi$  را تعیین کرد. توجه شود که در خاک‌های ماسه‌یی به ویژه خاک‌های ماسه‌یی شل، نمونه‌گیری دست‌خورده جهت تعیین مقدار  $\phi$ ، دشوار یا غیرعملی است. اما  $\phi_{cv}$  را می‌توان از روی نمونه‌ی دست‌خورده نیز تعیین کرد.

#### ۵.۱. اصلاح روش هوگه توسط روبرتسون<sup>۶</sup>

روبرتسون (۱۹۸۲) ذکر کرده است که استفاده از روش هوگه و همکاران (۱۹۷۷) در خاک‌های ماسه‌یی شل، مقدار زاویه‌ی اصطکاک داخلی را کمتر از واقعیت پیش‌بینی می‌کند و دلیل آن این است که فرض هوگه و همکاران (۱۹۷۷) در به دست آوردن روابط این بوده است که زاویه‌ی اتساع از شیب خط AB در شکل ۳ قابل استخراج است، در حالی که در خاک‌های ماسه‌یی شل این شیب بسیار کم است و زاویه‌ی اتساع را کمتر از واقعیت به دست می‌دهد. پیشنهاد روبرتسون (۱۹۸۲) این بوده است که برای رفع مشکل مذکور، شیب خط CD (بدون آنکه علامت زاویه تغییر کند) جهت استخراج زاویه‌ی اتساع انتخاب شود. بر همین اساس وی شکل‌های ۴ و ۵ را برای تعیین زاویه‌های اصطکاک و اتساع از روی مقدار شیب  $S$  ارائه کرده است.<sup>[۱۵]</sup>

#### ۶.۱. تحلیل کشسان خمیری کارترا<sup>۷</sup> و همکاران

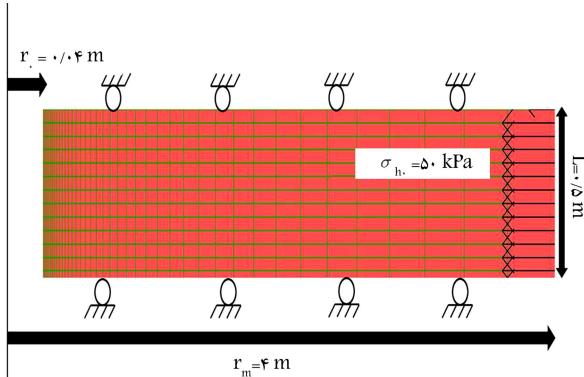
کارترا و همکاران (۱۹۸۶)، راه حل بسته‌ی کامپی برای انبساط حفره در خاک‌های چسبنده‌ی اصطکاکی و نیز برای خاک‌های فقط اصطکاکی ارائه کردند، که برای هر دو حالت کرنش کوچک و کرنش بزرگ قابل استفاده است.<sup>[۶]</sup> مزیت اصلی آنالیز کارترا و همکاران (۱۹۸۶) بر آنالیز هوگه و همکاران (۱۹۷۷) این است که کرنش‌های کشسان را نیز در ناحیه‌ی خمیری اطراف حفره در نظر گرفته است که تأثیر آن قابل چشم‌پوشی نیست. برای آنالیز کرنش کوچک دارایم (رابطه‌ی  $10$ ):

$$\epsilon = \epsilon_R [A(\frac{p}{\sigma_R})^\gamma + B \frac{p}{\sigma_R} + C] \quad (10)$$

که در آن  $A$ ،  $B$  و  $C$  ضرایب ثابتی هستند که تابعی از زاویه‌های اصطکاک و اتساع ماسه هستند و مقادیر  $\epsilon_R$  و  $\sigma_R$  نیز همان‌طور که قبلاً معرفی شده‌اند، تابعی از مدول برشی، تنش افقی برجا و زاویه‌ی اصطکاک هستند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، تفاوت رابطه‌های  $5$  و  $10$ ، دو جمله‌ی  $B$  و  $C$  است. اشکال

جدول ۱. پارامترهای مورد استفاده جهت مقایسه مدل متقارن محوری و کرنش مسطح.

D(m)	$\sigma_{h_0}$ (kPa)	$\sigma_{v_0}$ (kPa)	$\mu$	$\phi_{cv}$	$\phi$	$\Psi$	G(MPa)
۵/۵	۵۰	۱۰۰	۰/۳	۳۳°	۳۵°	۲/۵°	۱۵

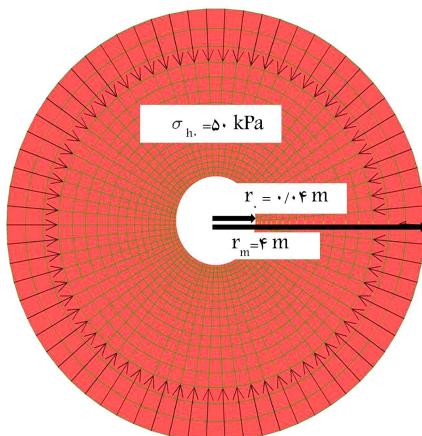


شکل ۶. مدل متقارن محوری (مدل ۱).

پرسیوومتر انجام داده‌اند،<sup>[۷]</sup> و توجیه‌شان این بوده است که ناحیه‌ی باربرداری نمودار تشکیل کرنش، حساسیت‌کمتری به دست خوردگی ناشی از حفاری دارد. بر همین اساس رابطه‌ی ۱۱ برای تعیین زاویه‌ی اصطکاک خاک به دست آمده است:<sup>[۱۱]</sup>

$$\sin \phi = \left( \sin \phi_{cv} + \frac{1 + \sin \phi_{cv}}{S_d} \right) - \sqrt{\left( \sin \phi_{cv} + \frac{1 + \sin \phi_{cv}}{S_d} \right)^2 - 1} \quad (11)$$

که در آن،  $s_d$  شبیه نمودار ( $p = -\ln(\epsilon/\epsilon_{max})$ ) بر حسب  $\ln(\epsilon/\epsilon_{max})$  در ناحیه‌ی باربرداری است که  $\epsilon_{max}$  بیشینه‌ی کرنش قبل از اعمال باربرداری است.



شکل ۷. مدل کرنش مسطح (مدل ۲).

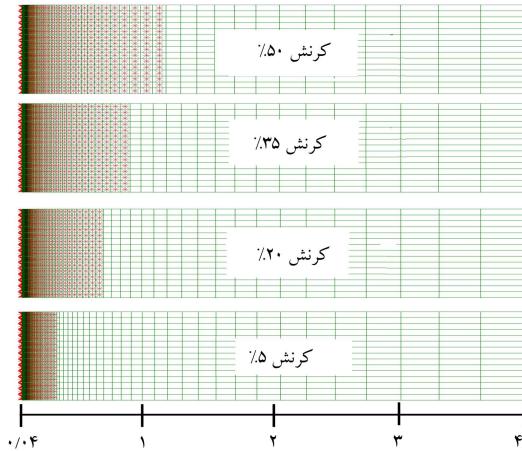
## ۲. مدل‌سازی عددی

همان‌طورکه اشاره شده است، هر یک از آنالیزهای ذکر شده، محدودیت‌ها و فرض‌های متفاوتی دارند. بنابراین لازم است تا مقایسه‌ی بین این آنالیزها انجام شود، تا محدوده‌ی کاربرد هر یک به خوبی مشخص شود. جهت ارزیابی هر کدام از روش‌ها، از مدل‌سازی عددی پرسیوومتر در نرم‌افزار تجاري FLAC استفاده شده است. مستله‌ی انبساط حفره‌ی استوانه‌ی در محیط خمیری، به دلیل آنکه تفسیر نتایج آزمایش‌های برجا و تاخیم پارامترهای خاک، اهمیت ویژه‌ی دارد، مورد توجه پژوهشگران بسیاری بوده است.

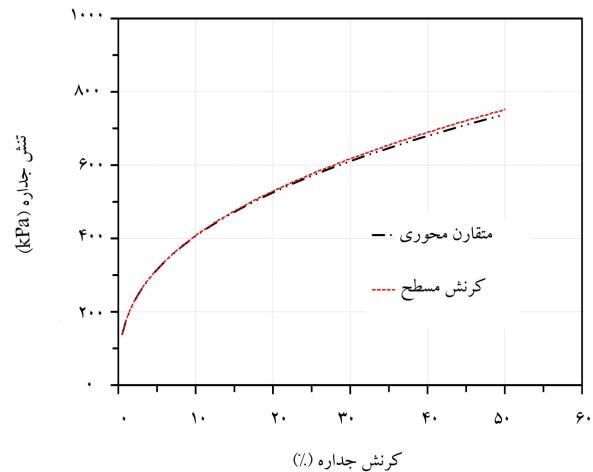
در پژوهش حاضر، انبساط حفره به دو صورت متقارن محوری (مدل ۱) و کرنش مسطح (مدل ۲) مدل شده و مدل رفتاری موهر-کولمب جهت مدل‌سازی انتخاب شده است. آزمایش‌ها به صورت کرنش-کتربول مدل شده‌اند. برای مدل‌سازی، ارتفاع و قطر پرسیوومتر به ترتیب ۵۰ و ۸۰ میلی‌متر انتخاب شده است که به اندازه‌ی ابعاد پرسیوومتر خود حفار کم بریج است. باهار<sup>[۹]</sup> (۱۹۹۲) بیان کرده است که جهت مدل‌سازی شرایط بی‌نهایت، لازم است در خاک‌های نرم رسی نسبت شعاع ناحیه‌ی اطراف به شعاع پرسیوومتر ۳۵ باشد، اما نسبت مذکور برای رسی‌های سخت و ماسه‌ها باید بیشتر باشد.<sup>[۱۶]</sup> در پژوهش حاضر، جهت اطمینان از تأثیر ناچیز شرایط مرزی در نتایج، در هر دو مدل ۱ و ۲، نسبت شعاع ناحیه‌ی اطراف به شعاع پرسیوومتر، ۱۰۰ لحاظ شده است. هر دو مدل در راستای قائم محدود شده‌اند و در فواصل دور تشن افقی برگای خاک ( $\sigma_{h_0}$ ) در راستای افقی به آن اعمال شده است. در شکل ۶، مدل ۱ و در شکل ۷، مدل ۲ نشان داده شده است. در جدول ۱، پارامترهای خاک ماسه‌ی نیمه‌متراکم جهت مقایسه مدل‌های ۱ و ۲ ارائه شده است. با انجام آنالیز حساسیت مشخص شده است که ضریب پواسون تأثیر کمی در منحنی تنش-کرنش پرسیوومتر دارد. مقدار ضریب پواسون  $0.3$  فرض شده است که مقداری متداول برای خاک‌های ماسه‌ی است. جهت تعیین زاویه‌ی اتساع فرض شده است که زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک در حجم ثابت (در حالت بحرانی  $33^\circ$ ) درجه باشد. سپس از رابطه‌ی ۱۲، که توسط بولتون<sup>[۱۶]</sup> (۱۹۸۶) ارائه شده و زاویه‌ی اصطکاک داخلی در حالت کرنش مسطح را با زاویه‌ی اتساع مرتبط می‌سازد، جهت تعیین زاویه‌ی

$$\text{اتساع} = \phi' - \phi'_{cv} \quad (12)$$

بنابراین برای این خاک ماسه‌ی با زاویه‌ی اصطکاک  $35^\circ$ ، زاویه‌ی اتساع برابر  $5^\circ$  به دست آمده است. فرض شده است که آزمایش پرسیوومتر در عمق ۵/۵ متری در یک خاک ماسه‌ی خشک با وزن مخصوص ۱۸ کیلونیونت پر مترمکعب انجام شده باشد؛ بنابراین تنش قائم برابر  $10^\circ$  کیلوپاسکال و با فرض آنکه ضریب فشار جانبی در حالت سکون برابر  $5^\circ$  باشد، تنش افقی برجا،  $5^\circ$  کیلوپاسکال خواهد بود. در شکل ۸، مقایسه‌ی بین نتایج حاصل از مدل‌های ۱ و ۲ مشاهده می‌شود. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مطابقت خوبی بین نتایج حاصل از دو مدل وجود دارد، البته این مطابقت برای خاک‌های با مشخصات دیگر نیز مشاهده شده است. وود و مایر<sup>[۱۱]</sup> (۱۹۸۷) بیان کرده‌اند که شرط آنکه در حین انبساط حفره بتوان از کرنش‌های قائم صرف نظر کرد، این است که نسبت طول به قطر پرسیوومتر از  $6$  بیشتر باشد.<sup>[۱۸]</sup> چون فرض کرنش قائم صفر در همه‌ی شرایط صادق نیست، مدل متقارن محوری نسبت به مدل کرنش مسطح که همواره کرنش قائم را صفر در نظر می‌گیرد، کارایی و انعطاف پیشتری دارد (می‌توان به جای مقید کردن مدل در راستای قائم، تنش ثابت قائم در

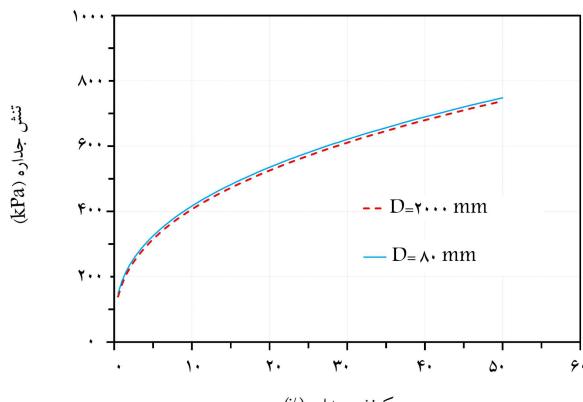


شکل ۹. ناحیه‌ی خمیری اطراف حفره به ازاء کرنش‌های جداره‌های مختلف.



شکل ۸. مقایسه‌ی نتایج مدل‌های ۱ و ۲.

عمق مورد نظر را اعمال کرد). به همین دلیل و اینکه در مدل متقارن محوری به ازاء تعداد المان کمتر، تأثیر مشبندی در نتایج قابل صرف نظر می‌شود و تیجنتاً سرعت آنالیز بیشتر است، به نظر می‌رسد که این مدل جهت انجام آنالیزها مناسب‌تر است. بنابراین آنالیزهای عددی در مطالعه‌ی حاضر بر مبنای مدل متقارن محوری انجام شده است.



شکل ۱۰. تأثیر قطر حفره در نمودار تنشن-کرنش.

**۵. آنالیز با فرض تغییرشکل‌های کوچک و بزرگ**  
در مدل‌سازی عددی در حالت تغییرشکل کوچک، مختصات گره‌های المان‌ها تغییری نمی‌کند. در واقع، در این حالت اثر رفتار غیرخطی هندسی مشاهده نمی‌شود. در فرایند انبساط پرسیومتر در شرایط صحرایی معمولاً خاک تحت کرنش‌های جداره‌ی بین ۵ تا ۱۰ درصد (کرنش برشی بین ۱۰ تا ۲۰ درصد) قرار می‌گیرد. بنابراین باید بررسی شود که فرض تغییر شکل کوچک تا چه حد با واقعیت مطابقت دارد. در شکل ۱۱، نتایج آنالیز تغییر شکل‌های کوچک و بزرگ برای دو خاک ماسه‌ی بیکی با مشخصات جدول ۱ و دیگری با مشخصات جدول ۲ ارائه شده است. مشاهده می‌شود که برای هر دو خاک در کرنش ۱۰٪، اختلاف دو آنالیز تغییر شکل‌های کوچک و بزرگ، تقریباً ۵٪ است؛ اما با افزایش کرنش جداره به ۵۰٪، این اختلاف به حدود ۲۰٪ رسیده است. کارتر<sup>۱۲</sup> و همکاران (۱۹۸۶) بیان کرده‌اند که در محدوده‌ی کرنش‌های کمتر از ۱۰٪، خطای آنالیز تغییر شکل‌های کوچک قابل صرف نظر است.<sup>۱۳</sup> همان‌طور که از آنالیز عددی نیز مشاهده می‌شود، اختلاف آنالیز تغییر شکل‌های کوچک و بزرگ در محدوده‌ی کرنش آزمایش پرسیومتر در شرایط صحرایی ناچیز است. بنابراین روش‌های تحلیلی مبتنی بر تغییر شکل کوچک می‌توانند آزمایش پرسیومتر را تفسیر کنند و انجام آنالیز تغییر شکل بزرگ ضرورت ندارد.

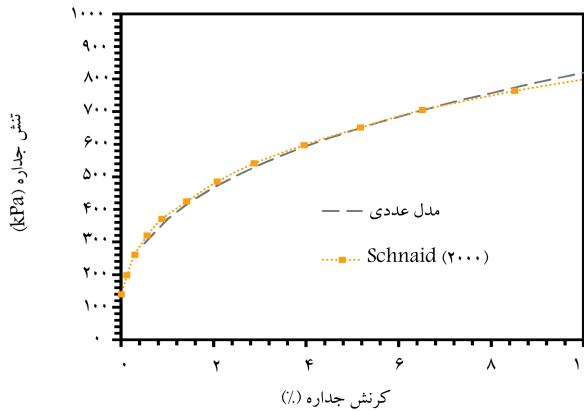
### ۳. شکل‌گیری نقاط خمیری در اطراف حفره

در شکل ۹، جهت درک بهتر شکل‌گیری نقاط خمیری در خاک حین انبساط حفره، ناحیه‌ی خمیری اطراف حفره به ازاء کرنش‌های ۵، ۲۰ و ۳۵٪ درصد برای خاکی با مشخصات جدول ۱ نمایش داده شده است. مطابق شکل مذکور، تا کرنش ۳۵٪، طول ناحیه‌ی خمیری کمتر از ۱ متر است. همچنین در کرنش ۵۰٪، طول ناحیه‌ی خمیری در حدود ۱/۲ متر است. البته باید توجه داشت که پرسیومتر خودحفار تا کرنش‌های بیشینه‌ی ۱۵٪ منبسط می‌شود. توزیع ناحیه‌ی خمیری نشان می‌دهد که مرز سمت راست ( محل اعمال تنش افقی بر جا) به حالت خمیری در نیامده است. بنابراین انتخاب نسبت شعاع ناحیه‌ی اطراف به شعاع پرسیومتر برابر ۱۰۰، تأثیر شرایط مرزی در نتایج را به میزان کمینه می‌رساند.

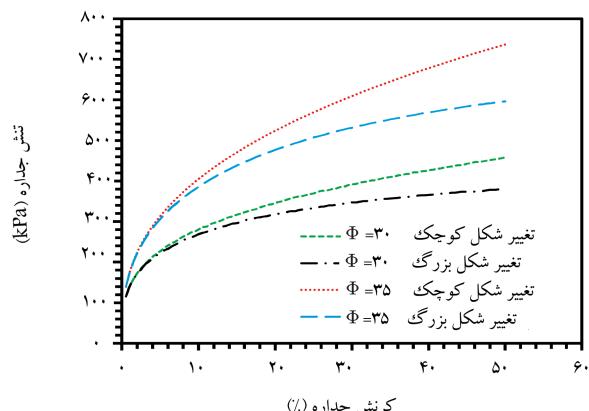
**۴. تأثیر قطر حفره در نتایج**  
پرسیومتر انواع مختلفی دارد که هر یک قطر مشخصی دارد. جهت مقایسه‌ی نتایج مدل عددی با نتایج صحرایی لازم است که از عدم تأثیر قطر حفره در نمودار تنشن-کرنش اطمینان حاصل کرد. در شکل ۱۰، مقایسه‌ی بین نتایج حاصل از انبساط حفره به قطر ۸۰ میلی‌متر و قطر ۲۰۰۰ میلی‌متر برای خاکی با مشخصات جدول ۱ ارائه شده است. مطابق شکل مذکور، به ازاء کرنش‌های یکسان، نمودارها تقریباً بر هم منطبق هستند، هر چند که مدل با قطر کمتر، به میزان کمی تنش‌های بیشتری دارد. البته باید به این نکته توجه داشت، که جابه‌جایی‌های لازم برای ایجاد کرنش‌های یکسان در دو مدل، کاملاً متفاوت هستند. این موضوع با روابط تحلیلی ۴، ۵ و ۱۰ سازگار است، زیرا در روابط مذکور، قطر حفره در تنشن جداره تأثیرگذار نیست.

جدول ۲. پارامترهای مورد استفاده جهت مقایسهٔ مدل‌های تغییرشکل‌های کوچک و بزرگ.

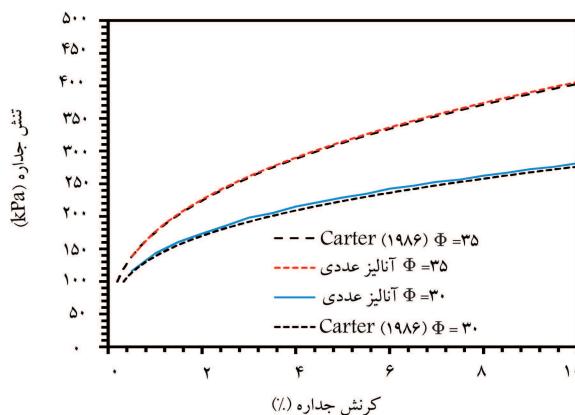
D(m)	$\sigma_{h_0}$ (kPa)	$\sigma_{v_0}$ (kPa)	$\mu$	$\phi'_{cv}$	$\phi$	$\Psi$	G(MPa)
۵/۵	۵۰	۱۰۰	۰/۳	۳۲°	۳۰°	۳/۷۵°	۱۰



شکل ۱۲. مقایسهٔ مدل عددی با مدل [اشنید (۲۰۰۰)].



شکل ۱۱. مقایسهٔ آنالیزهای تغییرشکل‌های کوچک و بزرگ.



شکل ۱۳. مقایسهٔ آنالیز عددی و روش کارت (۱۹۸۶).

### ۲.۷. مقایسهٔ با روش هوگه و همکاران (۱۹۷۷)

دو نمونه خاک ماسه‌بی با مشخصات مندرج در جدول‌های ۱ و ۲ آنالیز شده‌اند، که نتایج مقایسهٔ آنالیز عددی و آنالیز هوگه و همکاران (۱۹۷۷) در شکل ۱۴ درآمده شده است. مطابق شکل مذکور، برای خاک با زاویهٔ اصطکاک کمتر، اختلاف آنالیز عددی و تئوری تقریباً ۴٪ است، در حالی که برای نمونه با زاویهٔ اصطکاک بیشتر، این اختلاف در حدود ۱۳٪ بوده است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که هر چه خاک ماسه‌بی متراکم‌تر باشد، نتایج هوگه و همکاران (۱۹۷۷) اختلاف بیشتری با نتایج عددی دارد و در واقع آنالیز هوگه و همکاران (۱۹۷۷) در خاک‌های متراکم رابطه‌ی بین تنش و کرنش را به خوبی مدل نمی‌کند.

### ۳.۷. مقایسهٔ با روش گیبسون و آندرسن (۱۹۶۱)

همان‌طور که ذکر شده است، روش آنالیز عددی اثر اتساع حین اعمال برش را لحاظ نمی‌کند. برای ارزیابی روش مذکور، دو نوع خاک ماسه‌بی با زاویهٔ اصطکاک ۳۳ درجه، مدول برشی ۱۵ مگاپاسکال، وزن مخصوص ۱۸ کیلونیوتون بر مترمکعب، در

جدول ۳. پارامترهای مدل آشنيد جهت برآورد منحنی.

$\sigma_{h_0}$ (kPa)	G(kPa)	$\phi'$	$\phi'_{cv}$
۱۰۳	۴۰۰۰۰	۳۳°	۳۱°

## ۶. صحبت‌سنگی با نتایج صحرابی

اشنید (۲۰۰۰) مدلی را پیشنهاد کرده است که برای برآورد منحنی بر داده‌های پرسیومتر خودخوار انجام‌شده در منطقهٔ کلون پینیسولا<sup>۱۳</sup> واقع در هنگ‌کنگ استفاده شده است.<sup>[۱۹]</sup> پارامترهای استفاده شده در مدل مذکور در جدول ۳ آرایه شده است، جهت صحبت‌سنگی مدل ذکر شده، همین پارامترها در مدل عددی استفاده شده و نتایج آن با اشنید (۲۰۰۰) در شکل ۱۲ مقایسه شده است. مطابق شکل ۱۲، انتظام خوبی بین نتایج وجود دارد، البته دلیل وجود اختلاف در بخش‌های ابتدایی این است که مدل اشنید (۲۰۰۰) بر مبنای داده‌های صحرابی پرسیومتر است و نمودار پرسیومتر حاصل از داده‌های صحرابی در کرنش‌های کم به دلیل دست‌خوردن خاک چندان قابل اطمینان نیست.

### ۷. مقایسهٔ آنالیز عددی و روش‌های تحلیلی

#### ۷.۱. مقایسهٔ با روش کارت و همکاران (۱۹۸۶)

مقایسهٔ بین آنالیز عددی و روش کارت و همکاران (۱۹۸۶) برای دو نمونه خاک ماسه‌بی با مشخصات مندرج در جدول‌های ۱ و ۲ در شکل ۱۳ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج عددی با تحلیل کارت و همکاران (۱۹۸۶) به ازاء کرنش‌های مختلف، مطابقت خوبی دارند که دلیل اصلی آن را می‌توان به این موضوع سبب داد که مدل مذکور، کرنش‌های کشسان را نیز در ناحیهٔ خمیری در نظر می‌گیرد. البته باید توجه داشت که این تئوری برای تغییرشکل‌های کوچک معتبر است.

به طور مشابه یو (۱۹۹۶) بیان کرده است که شیب نمودار ( $p - \ln(\varepsilon_{max})$ ) در حین باربرداری ( $S_d$ )، مرتبط با پارامترهای خاک است.<sup>[۲۱]</sup> بر این اساس، یو (۱۹۹۶) رابطه‌ی تجربی ۱۴ را برای تعیین زاویه‌ی اصطکاک داخلی ارائه داده است:<sup>[۲۱]</sup>

$$\phi = 18/4S_d + 6.6 \quad (14)$$

## ۹. ارزیابی روش‌های مختلف در تعیین زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک ماسه‌یی

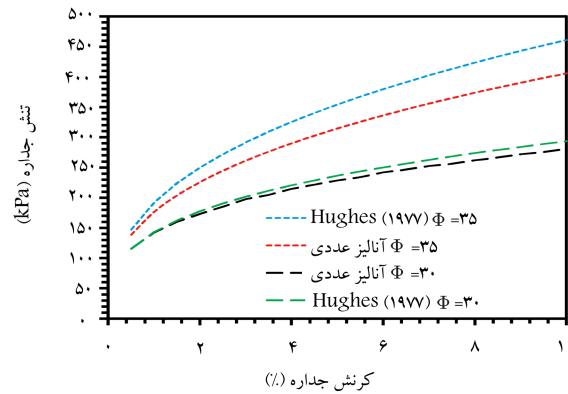
جهت ارزیابی روش‌های تجربی و تحلیلی مزبور در تعیین زاویه‌ی اصطکاک داخلی لازم است تا به هنگام انجام آزمایش پرسیومتر، نمونه‌گیری دست‌نخورده از ماسه انجام شود و تحت آزمایش سه‌محوری، زاویه‌ی اصطکاک داخلی تعیین و با تابیح حاصل از نسییر پرسیومتر مقایسه شود، اما این روش به سادگی مقدور نیست؛ زیرا معمولاً به هنگام انجام آزمایش پرسیومتر خودحفار از خاک نمونه‌گیری نمی‌شود. ضمن آن‌که به دست آوردن نمونه‌ی دست‌نخورده از ماسه (خصوصاً ماسه‌ی شل) دشوار است. بنابراین به منظور ارزیابی روش‌ها از آنالیز عددی استفاده شده است. نحوه ارزیابی به این صورت است که آنالیز عددی با یک مقدار اولیه‌ی مشخص زاویه‌ی اصطکاک داخلی تعیین می‌شود، تا نمودار تنش-کرنش پرسیومتر به دست آمده، زاویه‌ی اصطکاک از روش‌های مختلف، از روی نمودار تنش-کرنش به دست آمده، زاویه‌ی اصطکاک داخلی تعیین می‌شود و با مقدار اولیه‌ی استفاده شده در آنالیز عددی مقایسه می‌شود. برای این منظور، ۶ نوع خاک با مشخصات جدول ۴ آنالیز عددی شده‌اند. در جدول ۵، مقایسه‌ی مقادیر اولیه و مقادیر به دست آمده از هر یک از روش‌ها برای

جدول ۴. مشخصات ۶ نوع خاک ماسه‌یی.

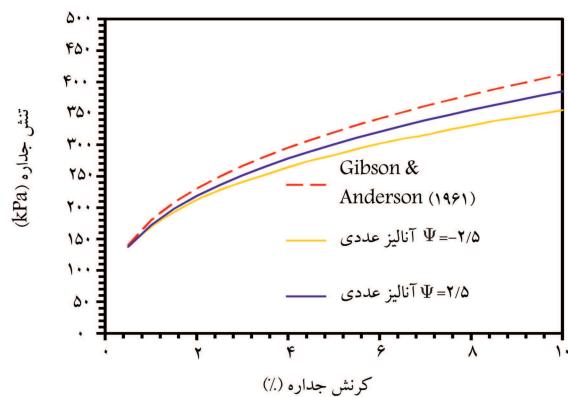
$D(m)$	$\sigma_v^0$ (kPa)	$\sigma_h^0$ (kPa)	$\mu$	G (MPa)	$\Psi$	$\phi_{cv}$	$\phi$
۵,۵	۱۰۰	۵۰	۰,۳	۱۰	-۳,۷۵	۳۳	۳۰
۵,۵	۱۰۰	۵۰	۰,۳	۱۲	۰	۳۳	۳۳
۵,۵	۱۰۰	۵۰	۰,۳	۱۶	۳,۷۵	۲۲	۳۶
۵,۵	۱۰۰	۵۰	۰,۳	۲۰	۷/۵	۳۲	۳۹
۵,۵	۱۰۰	۵۰	۰,۳	۲۵	۱۱,۲۵	۳۳	۴۲
۵,۵	۱۰۰	۵۰	۰,۳	۳۰	۱۵	۳۲	۴۵

جدول ۵. مقایسه‌ی روش‌های مختلف تعیین زاویه‌ی اصطکاک.

مقادیر اولیه	روش					
	هوگه	اصلاحی	روبتسون	هولسبی	یو (۱۹۹۴)	یو (۱۹۹۶)
۴۳,۷	۲۵,۵	۲۷,۶	۲۵,۲	۲۹,۴	۳۰	
۴۶,۸	۳۷,۶	۲۹,۹	۳۷	۳۲,۳	۳۳	
۴۹,۹	۴۱,۷	۳۲,۴	۳۸,۸	۳۵	۳۶	
۵۲,۸	۴۵,۷	۳۵	۴۰,۸	۳۷,۸	۳۹	
۵۵,۹	۴۹,۶	۳۸	۴۲,۵	۴۰,۳	۴۲	
۵۹,۲	۵۳,۳	۴۱,۷	۴۴,۵	۴۲,۷	۴۵	



شکل ۱۴. مقایسه‌ی آنالیز عددی و روش هوگه (۱۹۷۷).



شکل ۱۵. مقایسه‌ی آنالیز عددی و روش گیبسون و آندرسون (۱۹۶۱).

عمق ۵/۵ مترو تحت تنش‌های قائم و افقی بر جای ۵۰ و ۱۰۰ کیلوپاسکال فرض شده است. تفاوت این خاک‌ها فقط این است که زاویه‌ی اصطکاک آن‌ها در حالت بحرانی ۳۱ و ۳۵ درجه است. بنابراین با استفاده از رابطه‌ی ۱۲، مقادیر زاویه‌ی اتساع آن‌ها به ترتیب  $-2/5^\circ$  و  $2/5^\circ$  به دست آمده است. در شکل ۱۵، مقایسه‌ی بین نتایج عددی و آنالیز تحلیلی گیبسون و آندرسون (۱۹۶۱) ارائه شده است. مطابق شکل مذکور، با افزایش کرنش‌ها اختلاف نتایج بیشتر شده است. در کرنش ۱۰٪، نتیجۀ ۳۱ درجه‌ی حاصل از این تعریف، ۱۶٪ از نتایج عددی برای نمونه‌ی با زاویه‌ی اتساع  $-2/5^\circ$  به میزان ۷٪ از نتایج عددی برای نمونه‌ی با زاویه‌ی اتساع  $2/5^\circ$  بیشتر است. این اختلاف نتایج ناشی از این موضوع است که گیبسون و آندرسون (۱۹۶۱) فرض کرده‌اند که گسیختگی در حجم ثابت بخ می‌دهد و در واقع اثر رفتار اتساعی ماسه حین برش را در نظر نگرفته‌اند.

## ۸. روش‌های تجربی تعیین پارامترهای خاک از روی آزمایش پرسیومتر

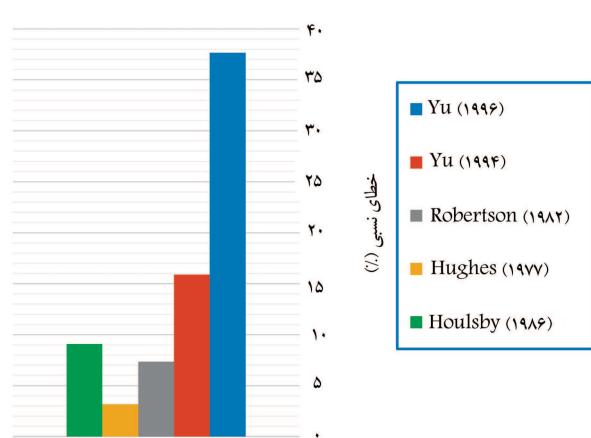
یو (۱۹۹۴) بیان کرده است که شیب نمودار لگاریتم تنش بر حسب لگاریتم کرنش جداره‌ی حفره در حین بارگذاری ( $S$ )، مرتبط با پارامترهای خاک است.<sup>[۱۰]</sup> بر این مبنای و با استفاده از نتایج آزمایشگاهی محفظه‌ی کالیبراسیون، یو (۱۹۹۴) رابطه‌ی تجربی ۱۳ را برای تعیین زاویه‌ی اصطکاک داخلی از روی شیب نمودار لگاریتم تنش بر حسب لگاریتم کرنش جداره ارائه کرده است:

$$\phi = ۰,۶ + ۱۰۷,۸^* S \quad (13)$$

زاویه‌ی اصطکاک بیش از ۴۰ درجه نتایج بهتری در قیاس با روش هوگه و همکاران (۱۹۷۷) به دست می‌دهد. بنابراین بهتر است که برای خاک‌های شل تا متراکم از همان روش هوگه و همکاران (۱۹۷۷) و برای خاک‌های بسیار متراکم از روش روبرتسون (۱۹۸۲) استفاده شود.

## ۱۱. نتیجه‌گیری

در ابتدا به نحوه‌ی مدل‌سازی پرسیومنتر به دو صورت کرنش مسطح و متقارن محوری پرداخته و این نتیجه حاصل شده است که از هر دو مدل، نمودارهای تنش-کرنش مشابهی به دست می‌آید. به دلیل آنکه در مدل متقارن محوری به ازاء تعداد المان کمتر، تأثیر مشبندی در نتایج قبل صرف نظر می‌شود، به نظر می‌رسد که این مدل جهت انجام آنالیز عددی مناسب تر است. از بررسی انبساط حفره با قطراهای مختلف نتیجه می‌شود که به ازاء کرنش‌های یکسان، تنش‌های به وجود آمده با هم برابرند. سپس روش‌های تحلیلی تئوری انبساط حفره بیان شده و مقایسه‌ی بین نتایج آنها با آنالیز عددی انجام شده است تا موارد کارایی هر یک به خوبی مشخص شود. روش‌های تحلیلی و تجربی نتایج پرسیومنتر به منظور تعیین زاویه‌ی اصطکاک داخلی مورد ارزیابی قرار گرفته است. با انجام آنالیز عددی بر روی ۶ نمونه ماسه با زاویه‌ی اصطکاک داخلی متفاوت، از ۵ روش مختلف مقادیر زاویه‌ی اصطکاک داخلی محاسبه و با مقادیر اولیه‌ی زاویه‌ی اصطکاک داخلی در آنالیز عددی مقابله شده و این نتیجه به دست آمده است که روش‌های تجربی ارزه شده‌ی یو (۱۹۹۴) و (۱۹۹۶)، خطای زیادی دارند و در تخمین زاویه‌ی اصطکاک داخلی چندان قابل اطمینان نیستند و روش هوگه و همکاران (۱۹۷۷)، کمترین خطای در تخمین زاویه‌ی اصطکاک داخلی دارد. و نهایتاً پیشنهاد می‌شود به منظور وجود کمترین خطای برای خاک‌های شل تا متراکم از همان روش هوگه و همکاران (۱۹۷۷) و برای خاک‌های بسیار متراکم از روش روبرتسون (۱۹۸۲) استفاده شود.



شکل ۱۶. خطای نسبی محاسبه‌ی زاویه‌ی اصطکاک از روش‌های مختلف.

۶ نمونه خاک ماسه‌ی ارائه شده است. مقادیر میانگین خطای هر کدام از روش‌ها در شکل ۱۶ نشان داده شده است. همان‌طور که در جدول ۴ مشاهده می‌شود، روش‌های یو (۱۹۹۶) و یو (۱۹۹۴)، مقدار زاویه‌ی اصطکاک داخلی را دست بالا به دست می‌دهند و خطای زیادی دارند. روش هویسی و همکاران (۱۹۸۶) و روش هوگه و همکاران (۱۹۷۷)، مقدار زاویه‌ی اصطکاک داخلی را دست پایین به دست می‌دهند، ولی خطای قابل قبولی دارند. اصلاح روبرتسون<sup>۱۷</sup> در خاک‌های شل، زاویه‌ی اصطکاک داخلی را دست بالا محاسبه می‌کند.

## ۱۰. روش پیشنهادی

اصلاح روبرتسون (۱۹۸۲) در خاک‌های ماسه‌ی شل باعث می‌شود که مقادیر زاویه‌ی اصطکاک دست بالا محاسبه شوند، ولی در خاک‌های ماسه‌ی متراکم با

## پانوشت‌ها

1. Chinese Lantern
2. Gibson & Anderson
3. Hughes
4. Row
5. Stroud
6. Robertson
7. Carter
8. Houlsby
9. Bahar
10. Bolton
11. Wood and Mair
12. Carter
13. Schnaid
14. Kowloon Peninsula
15. Gibson & Anderson
16. Yu
17. Robertson

## منابع (References)

1. Schnaid, F., *In Situ Testing in Geomechanics*, Taylor & Francis, 270 Madison Ave, New York, NY 10016 (2009).
2. Lame, G., *Lecons Sur La Theorie Mathematique De L'elasticite Des Corps Solides*, Paris, Bachelier (1852).
3. Gibson, R.E. and Anderson, W.F. "In situ measurement of soil properties with the pressuremeter", *Civ. Engng. Pub. Wks Rev.*, **56**(658), pp. 615-618 (May 1961).
4. Vesic, A.S. "Expansion of cavities in infinite soil mass", *J. Soil Mech. Fdns Div. Am. Soc. Civ. Engrs.*, **98**(3), pp. 265-290 (1972).
5. Hughes, J.M.O., Wroth, C.P. and Windle, D. "Pressuremeter test in sands", *Geotechnique*, **27**(4), pp. 455-477 (1977).

6. Carter, J.P., Booker, J.R. and Yeung, S.K. "Cavity expansion in cohesive frictional soils", *Geotechnique*, **36**(3), pp. 349-358 (1986).
7. Houlsby, G.T., Clarke, B.G. and Wroth, C.P. "Analysis of the unloading of a pressuremeter in sand", *Proceedings of Symposium on the Pressuremeter and Its Marine Applications*, STP950-EB, Philadelphia: American Society for Testing and Materials, pp. 245-262 (1986).
8. Salgado, R. and Randolph, M.F "Analysis of Cavity Expansion in Sand", *The International Journal of Geomechanics*, **1**(2), pp. 175-192 (2001).
9. Mantaras, F.M. and Schnaid, F. "Cylindrical cavity expansion in dilatant cohesive-frictional materials", *Geotechnique*, **52**(5), pp. 337-348 (June 2002).
10. Monnet, J. "Validation of an elastoplastic theory of the pressuremeter test in granular soil", *Studia Geotechnica et Mechanica*, **29**(3-4), pp. 69-80 (2007).
11. Bouassida, M. and Friksa, W. "Extreme pressure due to expanded cylindrical and spherical cavity in a limitless medium: Applications in soil mechanics", *Acta Geotechnica*, **2**, pp. 87-96 (2007).
12. Yang, X.L. and Zou J.F. "Cavity expansion analysis with non-linear failure criterion", *Proceedings of the ICE-Geotechnical Engineering*, **164**(1), pp. 41-49 (February 2011).
13. Rowe, P.W. "The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact", *Proc. Roy. Soc. A.*, **269**, pp. 500-527 (1962).
14. Stroud, M.A. "Sand at low stress levels in the simple shear apparatus", PhD Thesis, University of Cambridge (1971).
15. Robertson, P.K. "In-situ testing of soil with emphasis on its application to liquefaction assessment", PhD Thesis, University of British Columbia (1982).
16. Bahar, R. "Analyse numerique de l'essai pressiométrique: Application à l'identification des paramètres de comportement des sols", These de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, France (1992).
17. Bolton, F. "The strength and dilatancy of sands", *Geotechnique*, **36**(1), pp. 65-78 (2000).
18. Mair, R.J. and Wood, D.E., *Pressuremeter Testing: Methods and Interpretation*, Ciria Report, Butterworths, UK, 160 p. (1987).
19. Schnaid, M.D. "Analysis of self-boring pressuremeter (SBPM) and Marchetti dilatometer (DMT) tests in granite saprolites", *Can. Geotech. J.*, **37**(4), pp. 796-810 (2000).
20. Yu, H.S. "State parameter from self-boring pressuremeter tests in sand", *J. Geotech. Engng Am. Soc. Civ. Engrs.*, **120**(12), pp. 2118-2135 (1994).
21. Yu, H.S. "Interpretation of pressuremeter unloading tests in sands", *Geotechnique*, **46**(1), pp. 17-31 (1996).