

بررسی رفتار تیرهای بتنی حاوی الیاف فولادی فاقد خاموت

محمد کریمی مهرآبادی (دانشجوی کارشناسی ارشد)

سید حمید هاشمی* (استادیار)

گروه مهندسی عمران، دانشگاه اراک

مهندسی عمران شریف، پاییز ۱۳۹۶ (۱۳۹۶)
دردی ۲ - ۳۳، شماره ۳/۲، ص. ۸۵-۹۴

بتن در صنعت ساخت‌وساز بسیار پرکاربرد است. اما نقاط ضعفی از جمله مقاومت کششی کم و تردی زیاد دارد، که می‌تواند کاربرد آن را در برخی از موارد به چالش بکشد. استفاده از الیاف، راهکاری مناسب برای غلبه بر نقاط ضعف ذکرشده است. در نوشتار حاضر، تأثیر الیاف فولادی قلاب‌دار در رفتار برشی تیرهای بتنی بررسی شده است. ۱۲ تیر در ۳ ارتفاع مختلف (۳۵۰، ۶۷۵ و ۹۱۵ میلی‌متر) با بتن حاوی ۰، ۰/۵، ۰/۷۵ و ۱ درصد الیاف فولادی با استفاده از روش اجزاء محدود تحلیل شده‌اند. نتایج حاکی از آن است که الیاف فولادی باعث افزایش قابل توجه مقاومت برشی (تا ۱۳۱/۵٪) تیر شده و در عین حال شکست تیرهای الیافی نیز نرم‌تر بوده است. همچنین مشخص شده است که وجود الیاف در تیرهایی با ارتفاع بیشتر مؤثرتر است، در نتیجه می‌توان گفت الیاف فولادی اثر اندازه در مقاومت برشی را تخفیف می‌دهد.

mehrabadimk@gmail.com
hamidhashemi55@yahoo.com

واژگان کلیدی: بتن الیافی، مقاومت برشی، اثر اندازه، روش اجزاء محدود.

۱. مقدمه

شده‌اند، در نظر گرفت.^[۵] مطالعات نشان داده است که الیاف می‌توانند دست‌کم به عنوان بخشی از آرماتورهای عرضی به‌کار روند. از این رو برخی از پژوهشگران بر کاربرد صنعتی الیاف تأکید دارند.^[۶]

بررسی‌ها حاکی از افزایش قابل توجه ظرفیت برشی تیرهای بتنی حاوی الیاف فولادی است. در سال ۲۰۱۶، اثر افزودن الیاف فولادی قلاب‌دار در ظرفیت برشی تیرهای ساخته‌شده از بتن پر مقاومت بررسی شده و نتایج آزمایش نشان داده است که تأثیر قابل توجه الیاف در ظرفیت باربری برشی تیرها به صورتی بوده است که استفاده‌ی ۳ درصدی الیاف تا ۸۸٪ ظرفیت تیرها را افزایش داده است.^[۷] همچنین مشخص شده است که تیرهای حاوی الیاف در صورت استفاده به میزان کافی (بیش از ۱٪)، می‌توانند مقاومتی بیش از تیرهای حاوی خاموت‌ها ($\rho_w = 0.056$) را تأمین کنند. شکل‌پذیری تیرهای حاوی بتن الیافی نیز به طور قابل ملاحظه‌ی بهبود پیدا کرده‌اند. همچنین در سال ۲۰۰۸، میزان افزایش ظرفیت برشی تیرهای حاوی بتن الیافی نسبت به تیرکنترل به ازاء ۱٪ الیاف، ۱۲۸٪ و افزایش ظرفیت جذب انرژی تا ۶ برابر عنوان شده است.^[۸] در مطالعه‌ی در سال ۲۰۰۸ نیز به بررسی عددی تأثیر الیاف فولادی در رفتار لرزه‌ی اتصالات تیر به ستون با استفاده از نرم‌افزار تحلیل اجزاء محدود ABAQUS پرداخته و با اصلاح شاخه‌ی نرم‌شدگی بتن در کشش، تأثیر الیاف لحاظ شده و در مطالعه‌ی پارامتریک بر روی مدل صحت‌سنجی شده نشان داده شده است که افزودن الیاف موجب افزایش ظرفیت باربری و کنترل گسترش ترک‌ها می‌شود، اما در مورد شکل‌پذیری یک میزان بهینه از الیاف مقدار بیشینه را تأمین می‌کند و استفاده‌ی بیشتر موجب کاهش شکل‌پذیری می‌شود. به صورت خلاصه، در پژوهش مذکور نتیجه‌گیری شده است که استفاده از الیاف به

بتن معمولی ماده‌ی ترد و با مقاومت کششی پایین است. برای غلبه بر نقاط ضعف ذکرشده، استفاده از بتن مسلح به الیاف از دهه‌ی ۶۰ میلادی رو به گسترش بوده است. بتن الیافی را می‌توان بتنی حاوی الیاف مجزا، غیرپیوسته، و نسبتاً کوتاه تعریف کرد.^[۱] الیاف در انواع گوناگون از جمله: الیاف فولادی، الیاف شیشه‌ی، الیاف مصنوعی در انواع مختلف، الیاف کربنی، و... وجود دارند. مطمئناً مهم‌ترین بخش در بتن سازه‌ی، الیاف فولادی هستند که با قلاب انتهایی و تغییرات انجام‌شده بر روی شکل آن‌ها، سبب افزایش چسبندگی بین الیاف و ملات و افزایش تأثیر الیاف می‌شوند.^[۲] مهم‌ترین تأثیر الیاف در بتن، افزایش انرژی شکست و شکل‌پذیری آن است. با افزودن الیاف، مکانیزم شکست از حالت ترد و ناگهانی به حالت شکل‌پذیر تغییر می‌یابد. دوزندگی الیاف، که پس از بار بیشینه شروع می‌شود، باعث شکل‌پذیری زیاد در نمونه‌های بتن الیافی می‌شود.^[۳] مناسب‌ترین درصد حجمی الیاف در ترکیب بتن حدود ۱ تا ۲/۵ است. از جمله آثار الیاف در رفتار بتن معمولی می‌توان به: افزایش مقاومت کششی، افزایش کرنش متناظر تنش نهایی در فشار، افزایش شکل‌پذیری و سختی، بهبود دوام، افزایش مقاومت در برابر ضربه، بهبود رفتار در برابر خستگی، بهبود مقاومت در برابر چرخه‌ی ذوب و یخ، بهبود رفتار در خزش و جمع‌شدگی و... اشاره کرد.^[۴]

الیاف را می‌توان به صورت آرماتورهایی که در سرتاسر المان‌های بتنی توزیع

* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۶/۳۱، اصلاحیه ۱۳۹۴/۱۰/۲۳، پذیرش ۱۳۹۴/۱۱/۱۱

با استفاده از روش اجزاء محدود بررسی شده است. اهداف اصلی بررسی حاضر تعیین تأثیر میزان ییاف در مقاومت برشی تیرها و همچنین بررسی رفتار برشی وابسته به ارتفاع تیرهای حاوی ییاف فولادی است. برای مدل‌سازی نمونه‌های تحلیلی از مدل آسیب - خمیری^۱ موجود در نرم‌افزار آباکوس^۲ استفاده شده است. در ادامه، نحوه‌ی مدل‌سازی تأثیر ییاف در رفتار بتن شرح داده شده است.

۲. مشخصات مصالح

۱.۲. رفتار کششی بتن

رفتار بتن معمولی در کشش تک‌محوره تا مقاومت کششی به صورت خطی است و پس از آن وارد ناحیه‌ی غیرخطی می‌شود. رفتار نرم‌شوندگی کششی^۳ بتن در ناحیه‌ی غیرخطی به صورت رابطه‌ی ۲ مدل شده است:^[۱۴]

$$\sigma(w) = f_t \cdot e^{-\frac{f_t}{G_f} w} \quad (2)$$

که در آن، f_t مقاومت کششی ماتریس، G_f انرژی شکست و w عرض ترک است. مقاومت کششی بتن ییافی به صورت روابط ۳ و ۴ قابل محاسبه است:^[۱۵]

$$\sigma = \eta_1 \eta_2 \sigma_{fu} V_f + f_t (1 - V_f), \quad \eta_2 = 0.7 \quad (3)$$

$$\eta_1 = \begin{cases} \frac{l_f}{l_c} & \text{if } l_f \leq l_c \\ 1 - \frac{l_f}{l_c} & \text{if } l_f > l_c \end{cases} \quad (4)$$

به منظور لحاظ قرارگیری اتفاقی ییاف در درون بتن و موقعیت آن در ترک، دو ضریب η_1 و η_2 در رابطه‌ی ۳ استفاده می‌شود (ضریب طول ییاف و ضریب جهت‌گیری ییاف). ضریب طول ییاف برای در نظر داشتن امکان ایجاد چسبندگی در طول ییاف و ضریب جهت‌گیری ییاف نیز برای در نظر داشتن میزان تأثیر ییاف با توجه به جهت‌گیری آن نسبت به جهت بارگذاری در رابطه وارد می‌شود. مقدار l_c از رابطه‌ی ۵ به دست می‌آید:^[۱۶]

$$l_c = \frac{d_f \sigma_{fu}}{2 \tau_b} \quad (5)$$

که در آن‌ها، σ_{fu} مقاومت کششی ییاف، V_f درصد حجمی ییاف، τ_b تنش برشی میانگین بین ییاف و ماتریس، l_f طول ییاف و d_f قطر ییاف است. در بتن ییافی با فرض بیرون کشیده شدن ییاف از ماتریس، عرض ترک نهایی برابر نصف طول ییاف است، که حدود ۱۰ تا ۱۰۰ برابر عرض ترک نهایی در بتن معمولی است. با ایجاد ترک و افزایش عرض ترک، ییاف فعال می‌شود و لغزش ییاف در ماتریس نیز رخ می‌دهد.^[۱۶] مطابق شکل ۲، رفتار بتن ییافی حاصل از مجموع رفتار ماتریس و ییاف است. سهم بتن با رابطه‌ی ۲ و سهم ییاف هم با توجه به مشخصات چسبندگی ییاف و بتن قابل تعیین است، که در ادامه تشریح شده است.

برای مدل‌سازی سهم ییاف در رفتار کششی بتن ییافی، مدل‌های متنوعی وجود دارد. در ادامه، دو مدل به صورت روابط ۶ و ۷،^[۱۶] و روابط ۸ الی ۱۱،^[۱۷] ارائه شده است:

$$\sigma = K_f K_d \frac{l_f}{d_f} V_f \tau_b \quad (6)$$

$$K_f = \frac{\tan^{-1}(w/\alpha)}{\pi} \left(1 - \frac{2w}{l_f} \right)^2 \quad (7)$$

میزان بهینه می‌تواند جایگزین آرمتورهای عرضی معمول شود و مانع ایجاد تراکم آرمتور در اتصالات شود.^[۹]

طبعاً میزان تأثیر ییاف به عواملی از جمله: مشخصات ماتریس، مشخصات ییاف، درصد و کیفیت چسبندگی ییاف بستگی دارد.^[۱۰] در مطالعاتی نیز درصد بهینه‌ی ییاف حدوداً ۱٪ و افزایش مقاومت برشی به ازاء ییاف بیش از آن، ناچیز گزارش شده است.^[۱۱]

بررسی امکان استفاده از روکش بتنی برای تعمیر و تقویت تیرها در برش نیز در مطالعاتی در سال ۲۰۱۴ صورت گرفته و مشخص شده است که در صورت استفاده از بتن معمولی برای تعمیر و تقویت، جداسدگی بین روکش و تیر سبب گسیختگی ناگهانی تیر می‌شود. در صورتی که افزودن ییاف به بتن روکش، مانع جداسدگی می‌شود و نیز استفاده از روکش بتن ییافی، روشی مؤثر برای تقویت برشی تیرهای با خاموت شناخته شده است.^[۱۲]

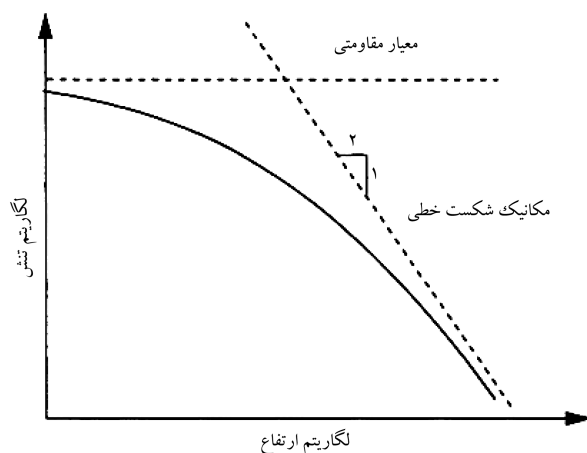
تنش برشی نهایی تیرهای بتنی ساخته شده از بتن معمولی تابعی از ارتفاع تیر است، بدین صورت که تیرهایی با ارتفاع بیشتر به ازاء تنش برشی میانگین کمتری گسیخته می‌شوند. این وابستگی با عنوان اثر اندازه شناخته می‌شود. مهم‌ترین عامل ایجادکننده‌ی اثر اندازه با استفاده از مبانی مکانیک شکست قابل توجیه است. در سازه‌های بزرگ‌تر، انرژی کرنشی بیشتری برای گسترش ترک‌ها در دسترس است، در نتیجه ترک‌ها به ازاء تنش کمتری در نوک ترک گسترش پیدا می‌کنند. مهم‌ترین مدل برای لحاظ اثر اندازه در سال ۱۹۹۸ ارائه شده است، که طبق آن ظرفیت برشی تیر مطابق رابطه‌ی ۱ به ارتفاع وابسته است:^[۱۳]

$$v_c = \frac{v_o}{\sqrt{1 + \frac{d}{d_o}}} \quad (1)$$

که در آن، d یک مقدار ثابت و d_o ارتفاع تیر است و v_o تأثیر سایر پارامترها در مقاومت برشی را لحاظ می‌کند. این مدل بین دو حالت حدی: ۱. تئوری‌های کلاسیک مقاومتی (که گسیختگی مصالح را براساس معیار تنش یا کرنش توصیف می‌کنند)؛ ۲. مکانیک شکست خطی (که رفتار مصالح را خطی و کشسان فرض می‌کند و از معیار انرژی شکست برای گسیختگی مصالح استفاده می‌کند) قرار می‌گیرد (شکل ۱).

بررسی‌ها در مورد بتن ییافی نشان داده است که افزودن ییاف به ترکیب بتن موجب تخفیف اثر اندازه می‌شود.^[۶]

در پژوهش حاضر، رفتار برشی تیرهای بتنی فاقد خاموت حاوی ییاف فولادی



شکل ۱. اثر ارتفاع در رفتار برشی.

مذکور محاسبه می‌شود:

$$f'_{cf} = f_{c0} + 3,5RI \quad (12)$$

$$\varepsilon_{cf} = \varepsilon_0 + 446 \times 10^{-6}(RI) \quad (13)$$

که در آن‌ها، f_{c0} و ε_0 به ترتیب مقاومت فشاری و کرنش نظیر تنش بیشینه در بتن بدون الیاف هستند. همچنین RI شاخص تقویت از رابطه‌ی ۱۴ به دست می‌آید:

$$RI = W_f \frac{l_f}{d_f} \quad (14)$$

که در آن، W_f درصد وزنی الیاف است. نمودار تنش - کرنش فشاری تک‌محوره نیز مطابق رابطه‌ی ۱۵ لحاظ شده است: [۱۸]

$$\frac{f_c}{f'_{cf}} = \frac{\beta \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cf}}}{\beta - 1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cf}}\right)^\beta} \quad (15)$$

که در آن، β از روابط ۱۶ الی ۱۸ به دست می‌آید:

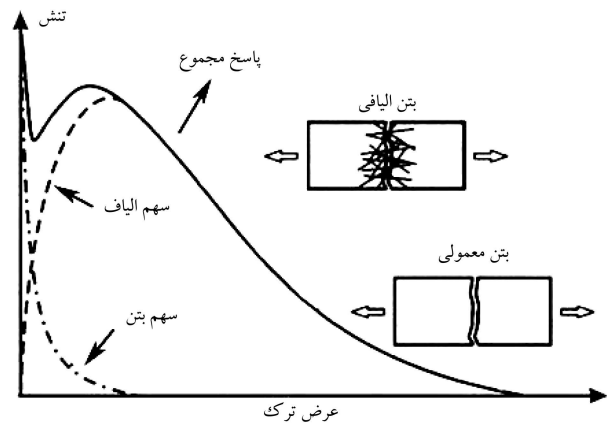
$$\beta = 1,093 + 0,7132(RI)^{-0,926} \quad \text{الیاف قلاب‌دار} \quad (16)$$

$$\beta = 1,093 + 0,74818(RI)^{-1,278} \quad \text{الیاف صاف} \quad (17)$$

$$\beta = \left(\frac{f'_c}{4,7}\right)^2 + 1,055, \quad f'_c(ksi) \quad \text{بتن معمولی} \quad (18)$$

۳.۲. مدل‌سازی بتن

مدل آسیب - خمیری موجود در نرم‌افزار آباکوس، قابلیت مدل‌سازی رفتار بتن و سایر مصالح شبه‌ترد را دارد. برای استفاده از آن لازم است رفتار مصالح در محدوده‌ی کشسان، ایزوتروپیک و خطی باشد. در مدل مذکور، دو نوع گسیختگی ترک‌خوردگی درکشش و خردشدگی در فشار مفروض است. برای نمایش گرافیکی ترک‌ها می‌توان فرض کرد که ترک در یک نقطه، زمانی به وجود می‌آید که مقدار کرنش خمیری معادل کششی (PEEQT) ϵ_t^p ، مقداری مثبت داشته باشد $(\epsilon_t^p > 0)$. [۱۸] درکالیبره‌کردن مدل نیاز به تعریف رفتار کششی تک‌محوره، رفتار فشاری تک‌محوره، ضریب پواسن (ν) ، مدول کشسانی (E) ، زاویه‌ی اتساع (ψ) ، نسبت مقاومت فشاری دو محوره به مقاومت فشاری تک‌محوره (f_{b0}/f_{c0}) ، خروج از مرکزیت سطح پتانسیل خمیری (e) و پارامتر K_c است. زاویه‌ی اتساع، کرنش خمیری در اثر برش در فاز بعد از کشسان تعریف می‌شود. هر چقدر مقدار این زاویه کوچک‌تر باشد، رفتار مصالح تردتر و هرچه بزرگ‌تر باشد، رفتار ماده شکل‌پذیرتر می‌شود. نسبت (f_{b0}/f_{c0}) نیز مشخصات تابع گسیختگی را تعریف می‌کند و مقدار آن برای بتن بین ۱/۱ تا ۱/۱۶ است. پارامتر K_c ، تعریف‌کننده‌ی شکل انحراف صفحه‌ی تنش و همچنین زاویه‌ی محصورشدگی بتن است. مقدار آن بین ۰/۵ تا ۱ است. هر چقدر مقدار آن به ۱ نزدیک‌تر باشد، به معنی محصورشدگی بیشتر بتن است. در نوشتار حاضر، به منظور شبیه‌سازی رفتار بتن الیافی با استفاده از مدل آسیب - خمیری، رفتار کششی، فشاری تک‌محوره، مقاومت فشاری، مقاومت کششی، و مدول کشسانی بتن به‌گونه‌ی اصلاح شده است که بیان‌گر رفتار بتن الیافی باشد. نحوه‌ی تأثیر الیاف در رفتار فشاری و کششی در بخش‌های قبل تشریح شده است. مقدار مدول کشسانی نیز برابر شیب خط واصل مبدأ و نقطه‌ی با تنش برابر $0,4 f'_c$ لحاظ شده است. [۲۰] نسبت پواسون در بتن معمولاً مقداری بین ۰/۸ تا ۰/۲ دارد، که این نسبت تقریباً ثابت است. [۲۰] مقادیر استفاده‌شده برای سایر پارامترها نیز در جدول ۱ ارائه شده است.



شکل ۲. رفتار بتن معمولی و بتن الیافی در کشش.

الیاف مستقیم:

$$\sigma = \alpha_f V_f K_{st} \tau_{f,max} \frac{l_f}{d_f} \left(1 - \frac{2w}{l_f}\right)^2 \quad (8)$$

$$K_{st} = \begin{cases} \frac{\beta_f}{\tau} \cdot \frac{w}{s_f} & w < s_f \\ 1 - \sqrt{\frac{s_f}{w}} + \frac{\beta_f}{\tau} \sqrt{\frac{s_f}{w}} & w \geq s_f \end{cases} \quad (9)$$

عمل مکانیکی در الیاف قلاب‌دار:

$$\sigma = \alpha_f V_f K_{eh} \tau_{eh,max} \frac{2(l_i - 2w)}{d_f} \quad (10)$$

$$K_{eh} = \begin{cases} \beta_{eh} \left[\frac{2}{\tau} \frac{w}{s_{eh}} - \frac{1}{\delta} \left(\frac{w}{s_{eh}}\right)^2 \right] & w < s_{eh} \\ 1 + \left(\frac{\sqrt{\beta_{eh}}}{10} - 1\right) \sqrt{\frac{s_{eh}}{w}} - \frac{2(\sqrt{w} - \sqrt{s_{eh}})}{l_f - l_i} & s_{eh} \leq w < \frac{l_f - l_i}{\tau} \\ \left(\frac{l_i - 2w}{\tau(l_i - l_f)}\right)^2 K_{eh,i} & \frac{l_f - l_i}{\tau} \leq w \leq \frac{l_i}{\tau} \end{cases} \quad (11)$$

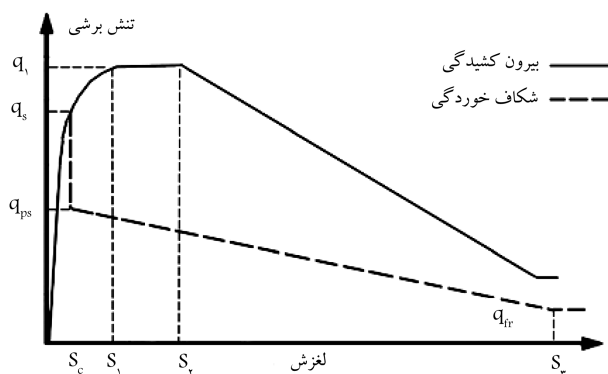
که در آن‌ها، K_d ضریب آسیب (به ازاء درصد‌های کم الیاف برابر با ۱)، l_i فاصله‌ی قلاب‌ها در الیاف قلاب‌دار، α_f یک ضریب برابر ۰/۵، α عدد ثابت وابسته به جنس و نوع الیاف، و β_f, β_{eh}, s_f و s_{eh} اعداد ثابت به ترتیب برابر ۰/۶۷، ۰/۷۶، ۰/۱ و ۰/۱ هستند. $\tau_{f,max} = 0,396 \sqrt{f'_c}$ مقاومت چسبندگی اصطکاکی، $\tau_{eh,max} = 0,429 \sqrt{f'_c}$ مقاومت بیرون‌کشیدگی ناشی از قلاب در الیاف قلاب‌دار، K_{st} و K_{eh} به ترتیب ضرایب نشان‌گر مقاومت بیرون‌کشیدگی متوسط ناشی از رفتار چسبندگی اصطکاکی و عمل مکانیکی قلاب و $w = \frac{l_f - l_i}{\tau}$ در $K_{eh,i} = K_{eh}$ هستند. در الیاف قلاب‌دار، سهم الیاف در باربری کششی برابر مجموع روابط ۸ و ۱۰ است.

۲.۲. رفتار فشاری بتن

افزودن الیاف به بتن معمولی باعث افزایش کرنش نظیر: تنش بیشینه، مقاومت فشاری، و مدول کشسانی می‌شود. در پژوهش حاضر، برای مدل‌سازی رفتار فشاری بتن معمولی و بتن حاوی الیاف فولادی از مدل ارائه‌شده در روابط ۱۲ و ۱۳ استفاده شده است. [۱۸] افزایش مقاومت فشاری و کرنش نظیر تنش بیشینه، مطابق روابط

جدول ۱. مقادیر استفاده شده برای تعریف بتن.

f_{b0}/f_{c0}	e	K_c	ψ	v	E
۱٫۱۶	۰٫۰۵	۰٫۵	۳۶	۰٫۲	$\frac{0.4f_c'}{\epsilon_c(0.4f_c')}$



شکل ۳. نمودار شماتیک تنش - لغزش آرماتورها.

(تنش تسلیم)، کرنش خمیری را تجربه می‌کند. در مدل‌سازی فولاد از سخت‌شدگی مجدد پس از تسلیم چشم‌پوشی شده است.

۳. مدل اجزاء محدود

در مدل اجزاء محدود برای مدل‌سازی تیر بتنی از المان‌های ۴ گره‌بی تنش صفحه‌یی و برای مدل‌سازی آرماتورها از المان‌های ۲ گره‌بی تیر^۸ موجود در کتابخانه‌ی نرم‌افزار آباکوس استفاده شده است.

به دلیل وجود تقارن، به منظور کاهش حجم محاسبات نیمی از تیر مدل شده و در راستای محور تقارن، شرایط مرزی تقارن اعمال شده است. همچنین برای ممانعت از ایجاد آسیب موضعی در محل بارگذاری و تکیه‌گاه‌ها از ورق‌های فولادی استفاده شده است. بین ورق‌های فولادی و سطح بتن تماس بدون اصطکاک تعریف شده است.

در تحلیل اجزاء محدود اغلب از لغزش آرماتورها چشم‌پوشی می‌شود. در مطالعه‌ی حاضر، برای مدل‌سازی لغزش آرماتورها، المان‌های بتن و آرماتور به گونه‌یی مش‌بندی شده‌اند که گره‌های منطبق داشته باشند و سپس بین گره‌های آن‌ها، المان اتصال‌دهنده^۹ تعریف شده است. برای المان اتصال‌دهنده در راستای عمود بر آرماتورها، سختی بی‌نهایت فرض شده است، بدین معنی که گره‌های بتن و آرماتور در راستای عمود بر راستای آرماتور، جابه‌جایی نسبی نخواهند داشت. رفتار غیرخطی المان اتصال‌دهنده در راستای آرماتورها با استفاده از مدل ارائه‌شده در بخش ۴.۲ تعریف شده است. برای تعریف منحنی نیرو - تغییرمکان، المان اتصال‌دهنده در نرم‌افزار نمودار تنش - لغزش ذکرشده در سطح باربر $(A = \pi d_b L)$ هر المان آرماتور ضرب شده است (شکل ۴).

در مواردی که به علت گسترش ترک‌ها و انهدام مصالح^{۱۰} رفتار مصالح وارد شاخه نزولی می‌شود، دست‌یابی به هم‌گرایی در آنالیز استاتیکی دشوار است. در این شرایط استفاده از شیوه‌ی آنالیز دینامیکی صریح^{۱۱} مناسب است. لذا برای تحلیل از این نوع آنالیز استفاده شده است.

۴. صحت‌سنجی

برای حصول اطمینان از صحت فرضیات و مدل‌های استفاده‌شده در شبیه‌سازی اجزاء محدود، در بخش حاضر، دو گروه تیر فاقد خاموت با گسیختگی برشی مطابق

۴.۲. چسبندگی آرماتور و بتن

اندرکنش بین آرماتور و بتن امکان انتقال تنش از آرماتور به بتن اطراف را فراهم می‌کند و به همین دلیل نیروی آرماتور در طول آن متغیر است. به صورت کلی دو نوع مکانیسم زوال چسبندگی بین آرماتور و بتن اطراف وجود دارد. گسیختگی نوع اول (بیرون‌کشیدگی)^۵ زمانی رخ می‌دهد که آرماتور عرضی فراوان یا پوشش ضخیم موجود باشد.

در صورت عدم وجود آرماتور عرضی و پوشش کافی، تنش‌های کششی شعاعی ایجادشده در اطراف آرماتور از مقاومت کششی بتن تجاوز می‌کند و گسترش ترک‌های ناشی از آن موجب زوال چسبندگی خواهد شد (گسیختگی شکاف‌خوردگی)^۶. در صورتی که گسیختگی چسبندگی از نوع اول باشد، حضور الیاف تأثیر چندانی نخواهد داشت؛ اما در صورتی که زوال چسبندگی از نوع شکاف‌خوردگی باشد، الیاف کیفیت چسبندگی را به صورت محسوس بهبود خواهد بخشید.

از آنجایی که تیرهای مد نظر در پژوهش حاضر فاقد خاموت هستند، فرض می‌شود که زوال چسبندگی از نوع دوم باشد. نمودار شماتیک تنش - لغزش آرماتور در شکل ۳^[۲۱] برای مدل‌سازی استفاده شده است، مطابق آن رفتار تنش برشی - لغزش موضعی به صورت روابط ۱۹ الی ۲۱ است:

$$q = q_1 \left(\frac{s}{S_1} \right)^{0.3} \quad s \leq c \quad (19)$$

$$q_1 = 31 \sqrt{f'_c} \quad (psi) \quad (20)$$

$$S_1 = 0.15c, \quad S_c = S_1 \cdot e^{\frac{1}{3} \cdot \ln(q_s/q_1)} \quad (21)$$

که در آن‌ها، q تنش برشی، s مقدار لغزش، c فاصله‌ی بین آج‌های آرماتور و q_s تنش برشی بیشینه بین آرماتور و بتن است که با استفاده از رابطه‌ی ۲۲ به دست می‌آید:

$$q_s = (3 + 3.5 \frac{c}{d_b}) \sqrt{f'_c} \quad (psi) \leq q_1 \quad (22)$$

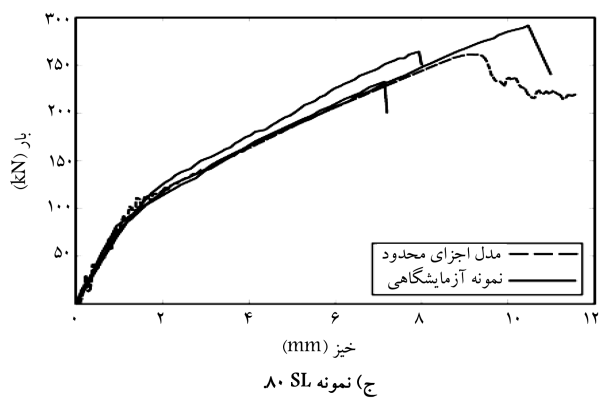
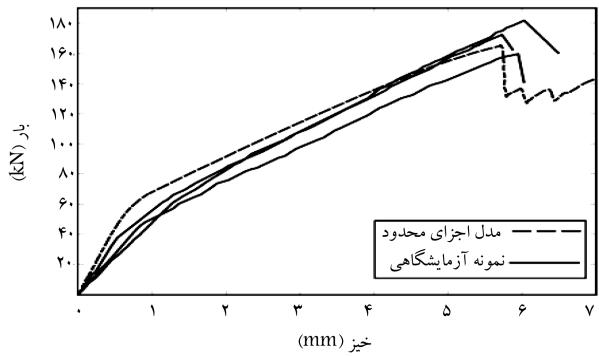
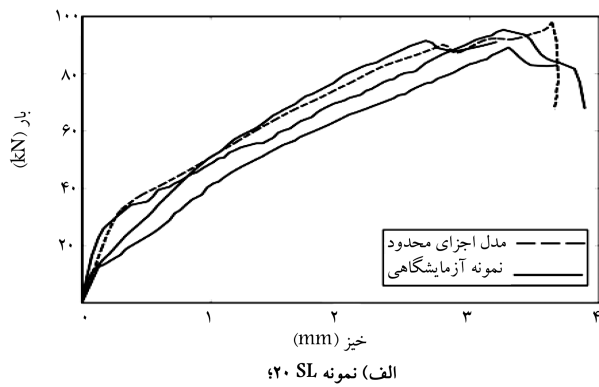
که در آن، c و d_b به ترتیب برابر مقدار پوشش و قطر آرماتور هستند. در بتن الیافی، مقاومت باقیمانده (q_{ps}) پس از ایجاد ترک‌های شکاف‌خوردگی از رابطه‌ی ۲۳ به دست می‌آید:

$$q_{ps} = 4 \sqrt{f'_c} V_f \frac{l_f}{d_f} \left(\frac{c}{d_b} \right) \leq q_s \quad (23)$$

به ازاء مقادیر لغزش $S_c < S < S_2 = c$ ، نمودار تنش - لغزش به صورت خطی تا مقدار $q_{fr} = 0.3q_{ps}$ (مقاومت چسبندگی اصطکاک‌کی) کاهش می‌یابد و به ازاء مقادیر $S \geq S_2$ ، مقدار تنش برشی ثابت می‌ماند (شکل ۳). مدل ذکرشده یک نزول دفعی از تنش بیشینه تا صفر را برای بتن معمولی پیش‌بینی می‌کند، که در مدل‌سازی عددی می‌تواند هم‌گرایی را با دشواری همراه کند. از این‌رو شاخه‌ی نزولی نمودار در بتن بدون الیاف تا میزان لغزش نهایی برابر با $1.2S_1$ مطابق پیشنهاد در بولتن مدل‌گد^{۱۰}،^[۲۲] فرض شده است.

۵.۲. مشخصات فولاد

فولاد با استفاده از مدل کشسان - خمیری ایده‌آل مدل‌سازی شده است، که در آن رفتار فولاد تا تنش تسلیم به صورت خطی است و پس از تسلیم به ازاء تنش ثابت

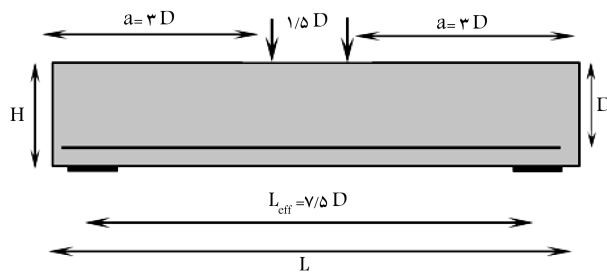
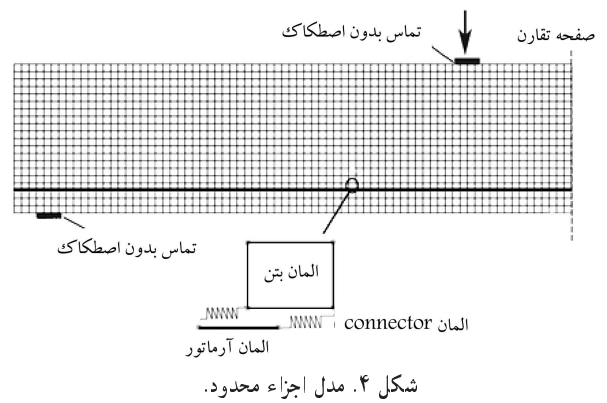


شکل ۶. نمودار بار-خیز.

با نتایج آزمایشگاهی نشان داده است. در شکل ۶، مقایسه‌ی نمودار بار-خیز تحلیلی و آزمایشگاهی نمونه‌ها نشان داده شده است. در آزمایشگاه از هر نمونه، ۳ عدد تیر آزمایش شده است، که نتایج آن در شکل مذکور نشان داده شده است. در شکل ۷، هم مقایسه‌ی الگوی ترک‌های آزمایشگاهی و تحلیلی نمایش داده شده است. میانگین خطای مدل‌سازی در تعیین ظرفیت نهایی تیرها به ترتیب برابر ۶، ۴ و ۲ درصد در تیرهای SL ۲۰، SL ۴۰ و SL ۸۰ است، که بیانگر دقت مناسب مدل اجزاء محدود است.

۲.۴. مدل‌سازی تیرهای حاوی بتن ییافی

در بخش حاضر، تیرهای بتنی دوسر ساده‌ی ساخته‌شده با بتن حاوی الیاف فولادی قلاب‌دار با گسیختگی برشی بررسی شده در پژوهشی در سال ۲۰۰۸^[۸] با استفاده از مدل اجزاء محدود شبیه‌سازی شده است. مشخصات هندسی نمونه‌ها در شکل ۸ نشان داده شده است.



شکل ۵. مشخصات هندسی تیرهای موجود در پژوهشی در سال ۲۰۱۴^[۲۳].

جدول ۲. جزئیات تیرهای مرجع^[۲۳] (ابعاد بر حسب mm).

نام تیر	H	D	L	آرماتور
SL ۲۰	۲۰۰	۱۶۰	۱۵۰۰	۴Φ۱۰
SL ۴۰	۴۰۰	۳۶۰	۳۰۰۰	۳Φ۱۶ + ۱Φ۱۲
SL ۸۰	۸۰۰	۷۲۰	۶۰۰۰	۴Φ۲۰ + ۳Φ۱۰

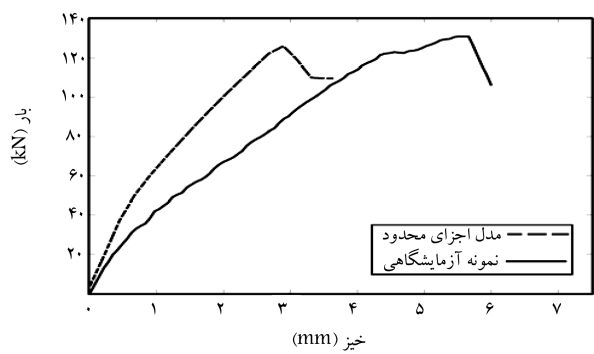
جدول ۳. مشخصات فرض‌شده‌ی بتن مطابق مرجع^[۲۴].

انرژی شکست	$G_f = 105 (N/m)$
مقاومت فشاری مشخصه	$f_{ck} = 35 (Mpa)$
مقاومت فشاری میانگین	$f_{cm} = f_{ck} + 8 = 43 (Mpa)$
مقاومت کششی (Mpa)	
حد بالا	$1.85 \left(\frac{f_{ck}}{10} \right)^{\frac{2}{3}} = 4.26$
میانگین	$1.4 \left(\frac{f_{ck}}{10} \right)^{\frac{2}{3}} = 3.22$
حد پایین	$0.95 \left(\frac{f_{ck}}{10} \right)^{\frac{2}{3}} = 2.2$

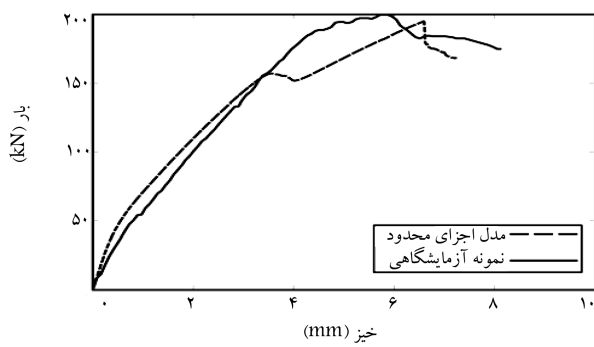
جزئیات تشریح شده در قسمت‌های پیشین، مدل و نتایج تحلیلی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است.

۱.۴. مدل‌سازی اثر اندازه

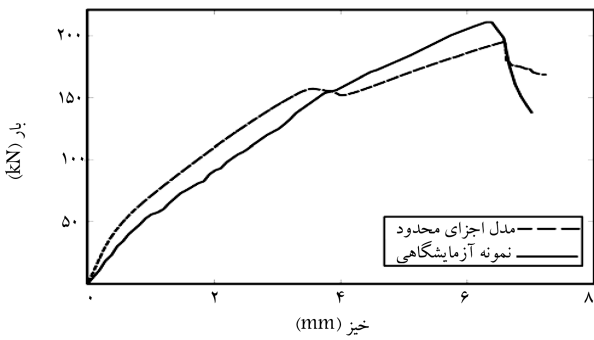
گروه اول تیرهای آزمایش شده مطابق تیرهای موجود در پژوهشی در سال ۲۰۱۴^[۲۳] است. بتن استفاده‌شده از رده‌ی ۳۵، تنش تسلیم آرماتورها برابر ۵۰۰ مگاپاسکال و نسبت آرماتور طولی برابر ۱٪ است. تیرهای SL ۲۰، SL ۴۰ و SL ۸۰ به ترتیب دارای ارتفاع ۲۰۰، ۴۰۰ و ۸۰۰ میلی‌متر هستند. قطر بزرگ‌ترین سنگ‌دانه نیز برابر ۳۲ میلی‌متر است. سایر مشخصات در شکل ۵ و جدول‌های ۲ و ۳ ارائه شده است. در مدل‌سازی، مقاومت کششی ۳/۲ مگاپاسکال (مقدار میانگین) تطابق بیشتری



الف) نمونه کنترلی؛

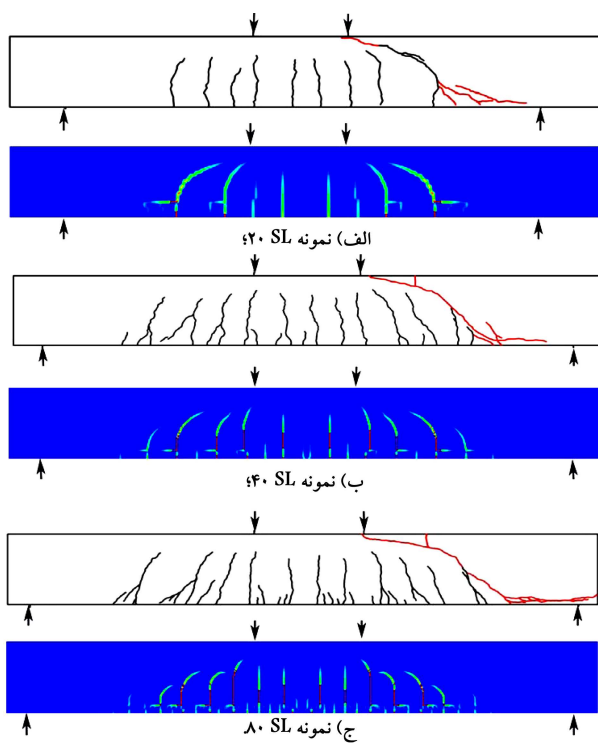


ب) S-HE-50-0/5

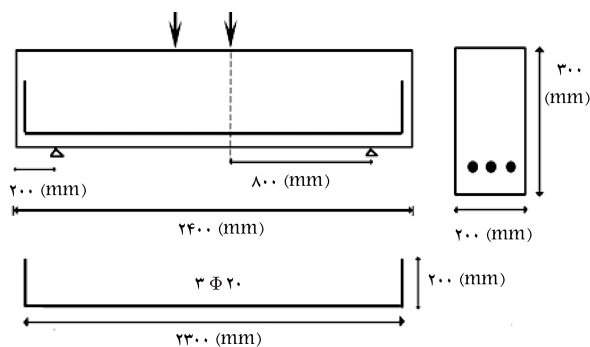


ج) نمونه S-HE-50-0/75

شکل ۹. نمودار بار - خیز.



شکل ۷. مقایسه الگوی ترک (PEEQT) عددی و آزمایشگاهی.



شکل ۸. مشخصات تیرهای بررسی شده در پژوهشی در سال ۲۰۰۸ [۸].

۵. نمونه‌های تحلیلی

در نوشتار حاضر، تأثیر الیاف فولادی در ظرفیت برشی تیرهای لاغر بتنی و همچنین اثر اندازه در رفتار برشی تیرهای بتنی حاوی الیاف فولادی بررسی شده است. برای این منظور ۱۲ تیر در ۳ ارتفاع مختلف (۳۵۰، ۶۷۵ و ۹۱۵ میلی‌متر) با ۰/۵، ۰/۷۵ و ۱ درصد الیاف در نظر گرفته شده‌اند. مشخصات الیاف فرض شده در جدول ۴ ارائه شده است.

مشخصات هندسی تیرهای تحلیلی نیز در شکل ۱۰ نشان داده شده است. تیرکنترلی با بتن C_{40} و مقاومت فشاری مشخصه ۴۰ مگاپاسکال و اندازه‌ی بزرگ‌ترین سنگ‌دانه برابر ۱۶ میلی‌متر و مقاومت کششی ۲/۴ مگاپاسکال (حد پایین) فرض شده‌اند. نسبت آرماتور طولی برابر ۱/۹٪ و تنش تسلیم آرماتورهای طولی نیز برابر ۵۰۰ مگاپاسکال فرض شده است.

نمودارهای تنش - کرنش فشاری و تنش - عرض ترک در کشش برای بتن معمولی و بتن الیافی مورد استفاده در مدل‌سازی در شکل ۱۱ نشان داده شده است.

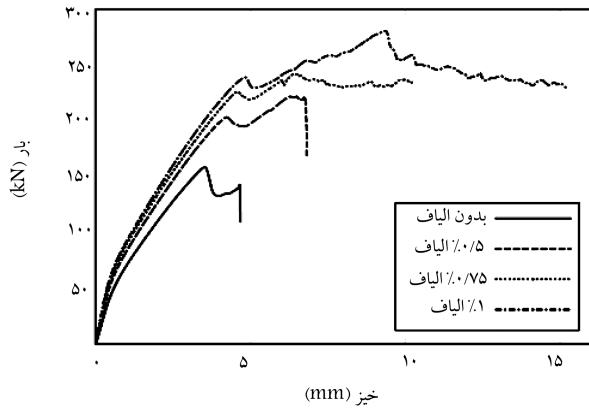
تیرها با نسبت دهانه‌ی برش به ارتفاع مؤثر ۳ و بتن مورد استفاده در آن‌ها با مقاومت فشاری ۴۴ مگاپاسکال با اندازه‌ی بزرگ‌ترین سنگ‌دانه برابر با ۱۰ میلی‌متر بوده است. الیاف مورد استفاده از نوع فولادی قلاب‌دار به طول ۵۰ میلی‌متر، قطر ۱ میلی‌متر، و تنش تسلیم ۱۰۵۰ مگاپاسکال و نسبت آرماتور طولی برابر ۱/۷٪ و تنش تسلیم آرماتورها برابر ۴۰۰ مگاپاسکال بوده است. تیرهای مدل‌شده به ترتیب تیرکنترلی بدون الیاف، تیر S-HE-50-0/5 با ۰/۵٪ الیاف و تیر S-HE-50-0/75 حاوی ۰/۷۵٪ الیاف بوده‌اند. برای مدل‌سازی رفتار بتن الیافی از مدل استفاده‌شده در پژوهشی در سال ۲۰۱۳ [۱۷] در کشش استفاده شده است. در مدل‌سازی استفاده از حد پایینی مقاومت کشش برابر با ۲/۲۵ مگاپاسکال تطابق بهتری با نتایج آزمایشگاهی نشان داده است.

در شکل ۹ مقایسه‌ی بین نمودار بار - خیز نمونه‌های آزمایشگاهی و نتایج مدل تحلیلی نشان داده شده است، که مطابق آن، نتایج مدل عددی انطباق قابل قبولی با نتایج آزمایشگاهی دارد.

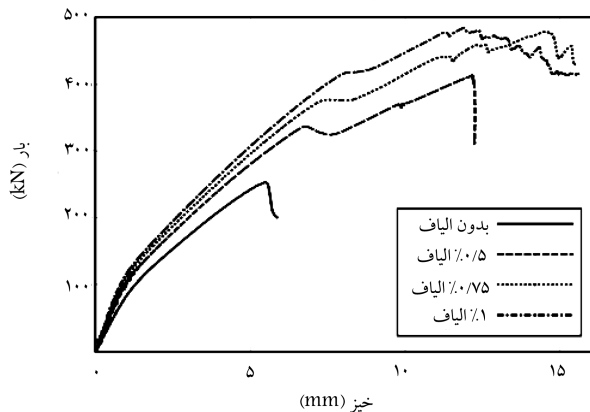
۶. نتایج

۱.۶. نمودارهای بار-خیز

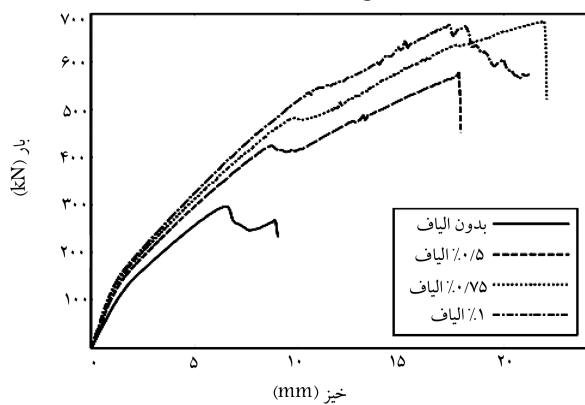
در شکل ۱۲، نمودار بار-خیز تیرهای تحلیلی ارائه شده است، که مطابق آن، افزودن الیاف تأثیر به سزایی در رفتار برشی تیرها دارد. افزودن الیاف نه فقط باعث افزایش قابل توجه ظرفیت برشی تیرها می‌شود، بلکه خیز نهایی را هم حدود ۳ تا ۴ برابر افزایش می‌دهد. مطابق شکل مذکور، با افزایش میزان الیاف، ظرفیت تیر نیز بیشتر شده است، اما تأثیر مثبت الیاف رفته‌رفته کم‌رنگ‌تر شده است، به گونه‌ی که از شکل ۱۲ می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از الیاف بیش از ۱٪، افزایش مقاومت



الف) ارتفاع تیر ۳۵۰ mm



ب) ارتفاع تیر ۶۷۵ mm

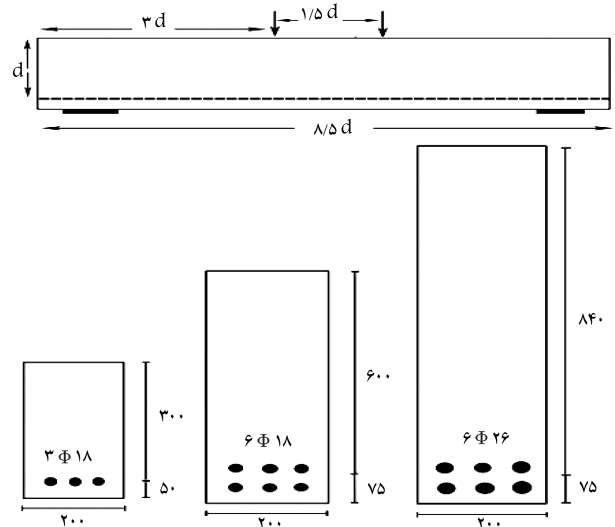


ج) ارتفاع تیر ۹۱۵ mm

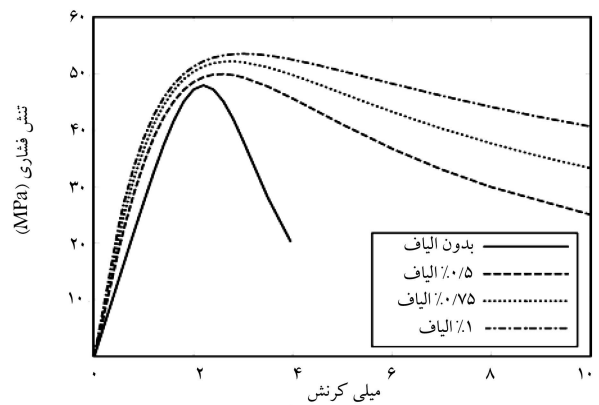
شکل ۱۲. نمودار بار-خیز

جدول ۴. مشخصات الیاف.

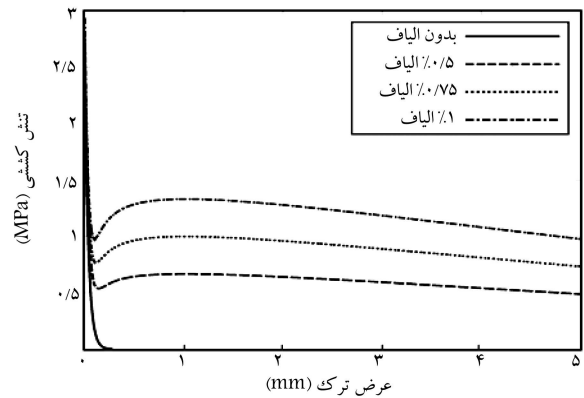
نوع الیاف	طول	قطر	مقاومت کششی
فولادی قلاب‌دار	۵۰ mm	۱ mm	۱۲۵۰ Mpa



شکل ۱۰. مشخصات مقطع تیرهای تحلیلی.

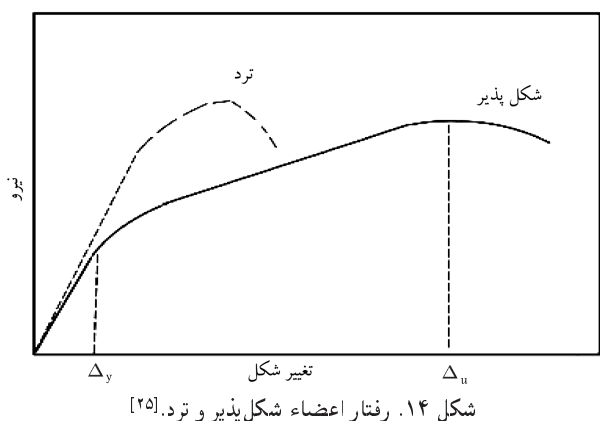


الف) نمودار تنش - کرنش فشاری

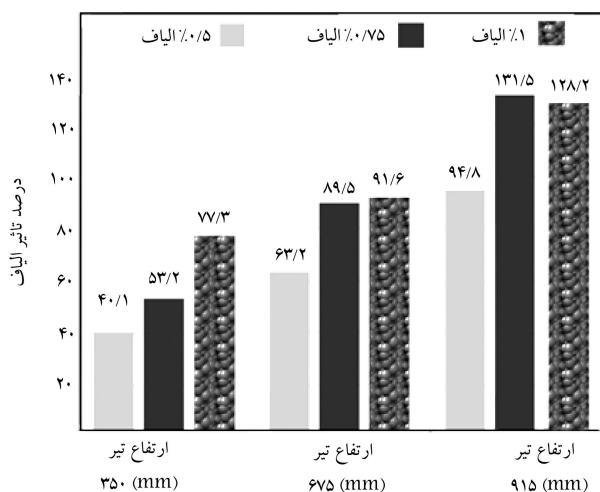


ب) نمودار تنش کششی - عرض ترک.

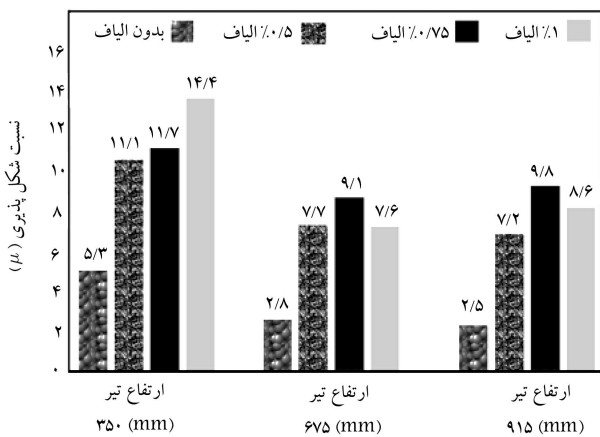
شکل ۱۱. اثر الیاف بر رفتار بتن.



شکل ۱۴. رفتار اعضا شکل پذیر و ترد. [۲۵]



شکل ۱۳. میزان تاثیر الیاف در ظرفیت برشی.



شکل ۱۵. تاثیر الیاف در نسبت شکل پذیری.

بیشتری را در پی نخواهد داشت. لذا یک میزان درصد بهینه برای الیاف را می توان متصور بود. نکته دیگر آنکه با توجه به افزایش قابل توجه خیز نهایی تیرها، استفاده از الیاف به عنوان آرما توربرشی کمینه منطقی به نظر می رسد. میزان بیشینه افزایش ظرفیت برشی تیرها به ترتیب برابر ۷۷/۳، ۹۱/۶ و ۱۳۱/۵ درصد در تیرهایی با ارتفاع ۳۵۰، ۶۷۵ و ۹۱۵ میلی متر بوده است. نتایج نشان می دهد میزان تاثیر الیاف در افزایش ظرفیت برشی تیرها وابسته به ارتفاع است، به این ترتیب که الیاف در تیرهایی با ارتفاع بیشتر مؤثرترند. این مسئله در شکل ۱۳ نشان داده شده است، که مطابق آن به ازاء یک میزان درصد الیاف ثابت، درصد تاثیر الیاف با افزایش ارتفاع بیشتر می شود.

استفاده ی الیاف بیشتر از آن، نسبت شکل پذیری را کاهش می دهد (۰.۷۵٪ الیاف). مشابه این مطلب در پژوهشی در سال ۲۰۱۴ [۹] ذکر شده است.

۲.۶. شکل پذیری

شکل پذیری به معنی توانایی حمل تغییر شکل های غیر ارتجاعی قابل توجه قبل از تخریب عضو است. توانایی حمل بارهای بیش از حد پیش بینی نشده، ضربه، بارهای رفت و برگشتی، و حرکات سازه یی ناشی از نشست پی و تغییرات حجمی، آگاهی از نوع شکست، و در نتیجه کاهش خسارت های جانی هنگام تخریب، کاهش نیروی اینرسی وارده به سازه در هنگام زلزله و... از جمله مزایای طراحی شکل پذیر هستند. می توان شکل پذیری تیرها را با رفتار انفرادی مقاطع یا رفتار کلی تیرها بیان داشت. تعریف دوم در طرح حدی و طرح زلزله، حائز اهمیت بیشتری است. برای تعریف شکل پذیری روش های مختلفی وجود دارد، که در بین آنها نسبت شکل پذیری $(\mu = \frac{\Delta_u}{\Delta_y})$ ، نسبتاً ساده و در حال حاضر پرکاربرد است (شکل ۱۴). [۲۵]

در شکل ۱۴، Δ می تواند خیز، چرخش، و یا انحنا باشد؛ در حالی که نیرو ممکن است بار، لنگر، و یا تنش باشد. Δ_y نشان دهنده ی خیز تسلیم میلگرد در یک مقطع و یا انحراف عمده از منحنی بار خطی - خیز یک المان یا یک سازه است. Δ_u نیز نشان دهنده ی خیز نهایی است، که بعد از آن منحنی، شیب منفی پیدا می کند. [۲۵] شکل پذیری برای تیرهای تحلیلی به صورت نسبت خیز متناظر بار نهایی به خیز متناظر بار ترک خوردگی تعریف شده است.

۳.۶. اثر اندازه

همان طور که در بخش های پیشین عنوان شده است، رفتار برشی تیرهای فاقد خاموت وابسته به ارتفاع تیر است و تیرهای با ارتفاع بیشتر، تنش برشی میانگین نهایی کمتری دارند. این مسئله به دلیل وجود انرژی کرنشی در دسترس، بیشتر برای گسترش ترک ها در تیرهای بزرگ تر است. در نوشتار حاضر، اثر ارتفاع تیر در تنش برشی نهایی تیرها نیز بررسی شده است. با توجه به نتایج به دست آمده، تنش برشی نهایی تیر حاوی بتن معمولی تقریباً به صورت خطی با افزایش ارتفاع کاهش یافته است. میزان این کاهش به ترتیب برابر ۲۰ و ۳۳ درصد در تیرهایی با ارتفاع ۶۷۵ و ۹۱۵ میلی متر نسبت به تیر با ارتفاع ۳۵۰ میلی متری بوده است. در مورد بتن الیافی نیز این مسئله مشاهده می شود، با این تفاوت که میزان وابستگی تنش به ارتفاع کمتر بوده است، به صورتی که تیرهای ۶۷۵ و ۹۱۵ میلی متری، تنش نهایی تقریباً برابری دارند. نتایج ذکر شده در شکل ۱۶ ترسیم شده است، که مطابق آن، نمودار تنش برشی بر حسب ارتفاع در بتن حاوی الیاف به ازاء ارتفاع بیش از ۶۰۰ میلی متر به صورت افقی درآمده است و می توان انتظار داشت با افزایش ارتفاع، تنش ثابت بماند. در صورتی که در مورد بتن معمولی، نمودار شیب نزولی داشته و کاهش بیشتر تنش با افزایش ارتفاع مورد انتظار بوده است. آنچه از مباحث ذکر شده به عنوان نتیجه استنباط می شود، این است که وجود الیاف در ترکیب بتن، اثر اندازه را تخفیف می دهد.

تعداد ترک‌های ایجاد شده در بتن الیافی بیشتر بوده است. سپس یک ترک بحرانی در دهانه‌ی برش به صورت مورب به سمت نقطه‌ی بارگذاری حرکت و هم‌زمان یک ترک افقی در تراز آرماتورها به سمت نکیه‌گاه رشد کرده است. نهایتاً ترک بحرانی در ناحیه‌ی فشاری نفوذ و تیر را دو نیم کرده است. الگوی ترک تیرهای با ارتفاع ۳۵۰ میلی‌متر در شکل ۱۷ مشاهده می‌شود.

۷. نتیجه‌گیری

هدف پژوهش حاضر، ارزیابی رفتار برشی تیرهای بتن آرمه‌ی ساخته شده از بتن الیافی فولادی بدون خاموت بوده است، که برای نیل به آن روش مدل‌سازی اجزاء محدود پس از تأیید نتایج آن استفاده شده است. با تجزیه و تحلیل داده‌های حاصل از شبیه‌سازی می‌توان این موارد را به عنوان نتیجه برشمرد:

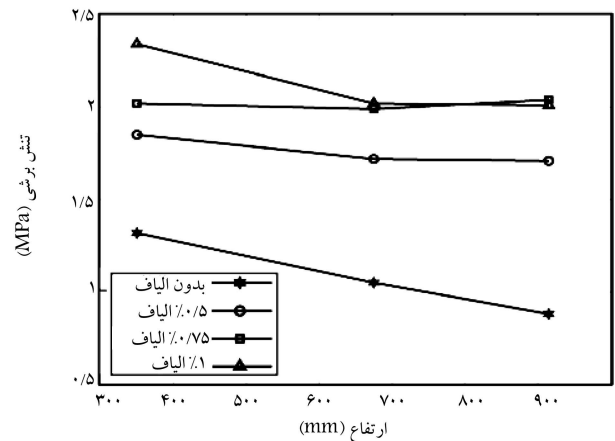
۱. با افزودن الیاف فولادی قلاب‌دار به ترکیب بتن، افزایش مقاومت و شکل‌پذیری قابل توجهی حاصل می‌شود. در نوشتار حاضر، با به‌کارگیری بیشینه‌ی ۱٪ الیاف افزایش مقاومت تا ۱۳۱٫۵٪ و افزایش خیز نهایی ۳ تا ۴ برابر را به دنبال داشته است.

۲. با افزایش میزان الیاف مصرفی، ظرفیت تیرها هم افزایش می‌یابد؛ اما تأثیر مثبت الیاف به تدریج کم‌رنگ می‌شود، تا جایی که استفاده از الیاف بیشتر، افزایش ظرفیتی در پی نخواهد داشت. در نمونه‌های بررسی شده در تیرهای با ارتفاع ۶۷۵ و ۹۱۵ میلی‌متر، میزان ۰٫۷۵٪ و ۱ درصد الیاف، ظرفیت تقریباً یکسانی را نتیجه داده است.

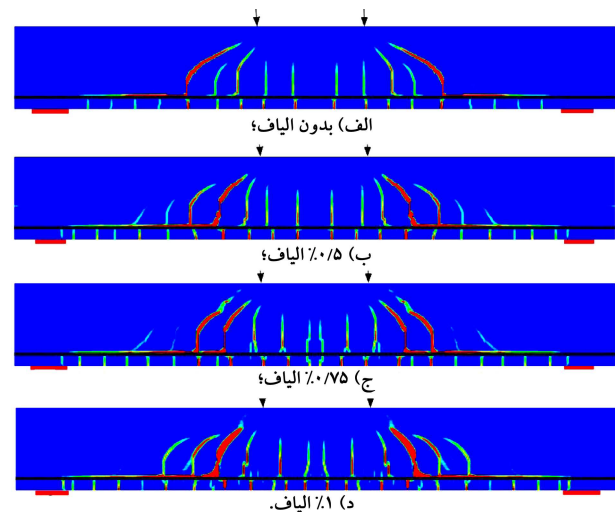
۳. تأثیر الیاف بر مقاومت برشی با افزایش ارتفاع بیشتر می‌شود. میزان بیشینه‌ی افزایش مقاومت به ترتیب در ارتفاع ۳۵۰، ۶۷۵ و ۹۱۵ میلی‌متر ۷۷٫۳٪، ۹۱٫۶٪ و ۱۳۱٫۵ درصد مشاهده شده است.

۴. وجود الیاف در ترکیب بتن باعث تخفیف اثر اندازه می‌شود. در نتیجه می‌توان گفت اثر اندازه در مصالح تردتر، پر رنگ‌تر است.

۵. تیرهای حاوی الیاف با نسبت شکل‌پذیری به مراتب بزرگ‌تری نسبت به تیرهای ساخته شده از بتن معمولی هستند (تا بیشینه‌ی حدود ۴ برابر). اما به نظر می‌رسد که یک میزان درصد بهینه‌ی الیاف وجود دارد که بیشینه‌ی شکل‌پذیری را تأمین می‌کند. در تیرهایی با ارتفاع ۶۷۵ و ۹۱۵ میلی‌متر از هر دو منظر مقاومت و شکل‌پذیری، درصد بهینه‌ی الیاف ۰٫۷۵٪ بوده است.



شکل ۱۶. اثر اندازه در مقاومت برشی.



شکل ۱۷. الگوی ترک (PEEQT) تیرهای تحلیلی با ارتفاع ۳۵۰ میلی‌متر.

۴.۶. مود گسیختگی

مود گسیختگی در تیرهای حاوی بتن معمولی و بتن الیافی تقریباً به صورت مشابه مشاهده شده است. در هر دو حالت، ابتدا ترک‌های خمشی در دهانه‌ی خمشی ایجاد شده و با افزایش بار، ترک‌های بیشتری نیز در دهانه‌ی برش به وجود آمده است. البته

پانویس‌ها

1. damaged - plasticity
2. ABAQUS
3. tension softening
4. equivalent plastic strain
5. pull out

6. splitting failure
7. model code 2010
8. beam
9. connector
10. material degradation
11. dynamic explicit

(References) منابع

1. Sidney, M., Young, J.F. and Darwin, D., *Concrete*, Prentice Hall (2003).
2. Hemmati, A., Kheyroddin, A. and Sharbatdar, M.K. "Using HPRCC for increasing the capacity of A R.C. Frame", *Sharif Civil Engineering Journal*, **29-2**(3), pp. 97-106 (1392).
3. Tavakoli, H.R., Sadr Momtazi, A., Lotfi Omran, O., Beygi, M.H.A. and Fallah Tabar, M. "Investigation on the effect of using nano-silica on the mechanical properties of self compacting concrete containing fibers with energy absorption attitude", *Sharif Civil Engineering Journal*, **31**(2), pp. 71-82 (1394).
4. Tejchman, J., *Experimental and Theoretical Investigations of Steel-Fibrous Concrete*, Springer (2010).
5. Minelli, F. and Plizzari, G. "Steel fibers as shear reinforcement for beams", *Proceedings of the Second Fib Congress*, Naples, Italy (2006).
6. Cuenca, E., *On Shear Behavior of Structural Elements Made of Steel Fiber Reinforced Concrete*, Springer (2015).
7. Tahenni, T., Chemrouk, M. and Lecompte, T. "Effect of steel fibers on the shear behavior of high strength concrete beams", *Construction and Building Materials*, **105**, pp. 14-28 (2016).
8. Greenough, T. and Nehdi, M.L. "Shear behavior of fiber-reinforced self-consolidating concrete slender beams", *ACI Materials Journal*, Title no. 105-M54, pp. 468-477 (September-October 2008).
9. Abbas, A.A., Seyed Mohsin, S.M. and Cotsovos, D.M. "Seismic response of steel fibre reinforced concrete beam-column joints", *Engineering Structures*, **59**, pp. 261-283 (2014).
10. Dinh, H.H., Parra-Montesinos, G.J. and Wight, J.K. "Shear behavior of steel fiberreinforced concrete beams without stirrup reinforcement", *ACI Structural Journal*, **107**(5), pp. 597-606 (2010).
11. Majdzadeh, F., Soleimani, S.M. and Banthia, N. "Shear strength of reinforced concrete beams with a fiber concrete matrix", *Canadian Journal of Civil Engineering*, **33**(6), pp. 726-734 (2006).
12. Ruano, G., Isla, F., Pedraza, R.I., Sfer, D. and Luccioni, B. "Shear retrofitting of reinforced concrete beams with steel fiber reinforced concrete", *Construction and Building Materials*, **54**, pp. 646-658 (2014).
13. Bazant, Z.P. and Planas, J., *Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasi-Brittle Materials*, CRC Press, 640 p. (1998).
14. Godde, L. and Mark, P., *Numerical Modelling of Failure Mechanisms and Redistribution Effects in Steel Fibre Reinforced Concrete Slabs*, Computational Modelling of Concrete Structures, CRC Press, pp. 611-621 (2010).
15. Dinh, H.H. "Shear behavior of steel fiber reinforced concrete beams without stirrup reinforcement", PhD Thesis, University of Michigan (2009).
16. Voo, J.Y.L. and Foster, S.J., *Variable Engagement Model for Fiber Reinforced Concrete in Tension*, UNICIVY Report No. R-420, University of New South Wales (2003).
17. Lee, S.-C., Cho, J.-Y. and Vecchio, F.J. "Simplified diverse embedment model for steel fiber-reinforced concrete elements in tension", *ACI Materials Journal*, **110**(4), pp. 403-412 (July-August 2013).
18. Ezeldin, A.S. and Balaguru, P.N. "Normal- and high-strength fiber reinforced concrete under compression", *Journal of Materials in Civil Engineering*, **4**(4), pp. 415-429 (November 1992).
19. Hibbit, Karlsson & Sorensen Inc, *ABAQUS Analysis user's manual*, version 6.11-PR3 (2011).
20. Wight, J.K. and Macgregor, J.G., *Reinforced Concrete Mechanics and Design*, Prentice Hall, 6th Edition (2011).
21. Harajli, M.H., Hout, M. and Jalkh, W. "Local bond stress-slip behavior of reinforcing bars embedded in plain and fiber concrete", *ACI Materials Journal*, **92**(4), pp. 343-353 (July - August 1995).
22. *Model Code 2010*, Final draft, **1** (March 2012).
23. Syroka-Korol, E. and Tejchman, J. "Experimental investigations of size effect in reinforced concrete beams failing by shear", *Engineering Structures*, **58**, pp. 63-78 (2014).
24. *CEB-FIB Model Code 1990 for Concrete Structures*, ICE Virtual Library (1990).
25. S. H. Hashemi, A. A. Maghsoudi, R. Rahgozar, "Bending Response of HSRC Beams Strengthened with FRP Sheets", *Scientia Iranica Transaction A: Civil Engineering*, **16**(2), pp. 138-146 (2009).