

ردیابی مکان و زمان رهاسازی آلاینده در رودخانه براساس مدل ترکیبی آنالیز الحاقی و بهینه‌سازی

علیرضا قانع (دانشجوی کارشناسی ارشد)

مهدی مظاهری* (استادیار)

جمال محمدولی سامانی (استاد)

گروه سازه‌های آبی، دانشگاه تربیت مدرس

مهندسی عمران شریف، پاییز ۱۳۹۶ (۱۳۹۶)
دربی ۲ - ۳۳، شماره ۳/۲، ص. ۳-۹۵

امروزه شناسایی منبع آلاینده‌ی ناشناخته که به محیط‌های آبی وارد می‌شود، یک مسئله‌ی چالش‌برانگیز است. شناسایی منبع آلاینده در رودخانه‌ها نیازمند ابزارهای دقیقی است. روش احتمال برگشتی، یکی از ابزارهایی است که قادر است اطلاعات قابل اطمینانی را از مکان گذشته‌ی آلاینده و زمان تخلیه‌ی آن ارائه دهد. مدل مذکور در ابتدا به منظور شناسایی منبع آلاینده در آب‌های زیرزمینی توسعه داده شده است. بنابراین یکی از اهداف پژوهش حاضر، کاربرد روش مذکور در شناسایی منبع آلاینده در آب‌های سطحی است. بر همین اساس یک مدل عددی بر پایه‌ی آنالیز الحاقی توسعه داده شده است. در بخش اول، ابتدا کاربرد مدل مذکور در رودخانه‌ی سورن انگلستان بررسی و سپس سعی شده است که کاربرد آن در شبکه‌ی رودخانه‌ها نیز بررسی شود. در پایان نتایج نشان داده است که مدل ذکرشده به خوبی قادر است فقط با یک مرتبه شبیه‌سازی، تمامی نقاط مشکوک به منبع آلاینده را شناسایی کند.

واژگان کلیدی: شناسایی منبع آلاینده، مدل احتمال برگشتی، مدل الحاقی، تخلیه‌ی ناگهانی.

a.ghane@modares.ac.ir
m.mazaheri@modares.ac.ir
samani.j@modares.ac.ir

۱. مقدمه

به صورت برگشتی در زمان و مکان از محل رصد آلاینده شروع و به تمامی مکان‌های احتمالی تعمیم داده می‌شود. در مدل احتمال بازگشتی، بارگذاری به صورت تابعی احتمالی در محل مشاهده و در همان زمان رها می‌شود. میزان احتمال رهاسازی برابر واحد است. احتمال بازگشتی در زمان به سمت بالادست حرکت می‌کند. با در نظر گرفتن زمان و مکان در معادلات به صورت بازگشتی، حرکت به سمت بالادست محقق می‌شود. مکان‌های محتمل منبع آلاینده در یک زمان مشخص در گذشته براساس یک مکان تثبیت‌شده محاسبه می‌شود.

با بررسی کلی مطالعات انجام‌شده در زمینه‌ی حل بازگشتی معادله‌ی انتقال، می‌توان نتیجه گرفت که رویکرد پژوهشگران مختلف در برخورد با این مسئله از حیث روش حل به ۳ صورت قابل طبقه‌بندی است^[۱] که عبارت‌اند:

۱. رویکردهای مبتنی بر روش‌های احتمالاتی و زمین‌آماری؛

۲. رویکردهای مبتنی بر روش‌های ریاضی و تحلیلی؛

۳. رویکرد مبتنی بر روش‌های شبیه‌سازی - بهینه‌سازی.

در روش‌های مبتنی بر روش‌های احتمالاتی و زمین‌آماری سعی می‌شود با استفاده از کاربرد توزیع احتمالاتی و زمین‌آماری، پاسخ مسئله بدون شبیه‌سازی‌های متعدد محاسبه شود. مدل برگشتی در هیدرولوژی آب‌های زیرزمینی برای مشخص کردن مکان اولیه‌ی رهاسازی آلاینده استفاده شده است. در سال ۱۹۹۵، مدل برگشتی

آب سطحی به عنوان یکی از مهم‌ترین منابع در دسترس انسان و همچنین به منظور حفظ حیات وحش و محیط زیست بسیار حائز اهمیت است. در حال حاضر، حیات اغلب رودخانه‌ها توسط صنایعی که در مجاورت آن‌ها قرار دارند، تهدید می‌شوند. وجود آیین‌نامه‌هایی مبنی بر جلوگیری از آلودگی آب کافی نیست و لازم است که کیفیت آب رودخانه‌ها به صورت مستمر پایش شود. چرا که برخی صنایع، قوانین را نادیده می‌گیرند و میزان قابل توجهی آلاینده را به صورت ناگهانی و حتی به صورت نامحسوس وارد رودخانه می‌کنند. محل رهاسازی آلاینده‌ی که به سیستم وارد می‌شود، باید به منظور اقدامات کنترلی به سرعت شناخته شود و در پی آن، اقدامات لازم جهت کاهش آلودگی یا مشخص شدن مسئولیت‌ها و جرایم انجام گیرد. یافتن محل رهاسازی آلاینده نزدیک به سه دهه به عنوان یک مسئله‌ی چالش‌برانگیز

در سطح جهان مطرح شده است. در مسائلی که به صورت پیش‌رو مطرح می‌شود، مکان و زمان آلودگی مشخص است و هدف تعیین مکان آینده و چگونگی توزیع غلظت است. چنانچه مکان ورود آلاینده ناشناخته باشد، به منظور تعیین مکان، ناگزیر به استفاده از مدل‌های بازگشتی در زمان و مکان خواهد بود. مدل احتمال بازگشتی، مدلی است که با تکیه بر شماراندکی از داده‌های مشاهداتی قادر است به خوبی مکان و زمان رهاسازی آلاینده را تعیین کند. در مدل احتمال بازگشتی، انتقال

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۸/۸/۱۳۹۴، اصلاحیه ۱۲/۲۵/۱۳۹۴، پذیرش ۱۲/۲۴/۱۳۹۴.

پیوسته به منظور تعیین مکان اولیه آلودگی ناگهانی رصد شده در چاه مشاهداتی، معرفی شده و با به کارگیری یک روش ابتکاری، مدل برگشتی پیوسته از مدل پیش رو استخراج و سپس برای احتمال مکانی و زمانی آن توسعه داده شده است.^[۱۲]

برخی پژوهشگران نشان داده اند که روش احتمال مکان برگشتی و احتمال زمان پیمایش برگشتی می تواند به عنوان جزء الحاقی^۱ از غلظت باشد و روش ریاضی را به نام روش جزء الحاقی به منظور اثبات معادلات حاکم، شرایط مرزی و شرایط اولیه مدل احتمال برگشتی ارائه کرده اند و نتایج حاصل از روش جزء کمکی مطابقت مناسبی با شرایط واقعی نشان داده است.^[۱۵] همچنین آنان مدل احتمال برگشتی را برای حالتی که اطلاعات از چند نقطه ای آبخوان برداشت شود، گسترش داده و مسئله را با وجود چند نقطه ای مشاهداتی و با داده های واقعی صحت سنجی کرده اند.^[۱۶] در مطالعاتی نیز با استفاده از روش های زمین آماری براساس الگوهای بیز^۲، روشی به منظور بازسازی غلظت رهاسازی از یک منبع آلاینده ای نقطه ای ارائه شده و مشخص بودن مکان رهاسازی آلاینده از مفروضات اولیه مدل یک بعدی مذکور بوده است.^[۱۷]

در سال ۲۰۱۰، مدل احتمال برگشتی جزء الحاقی با استفاده از معادلات آب های کم عمق، در پهنه های آب سطحی با شرایط کاملاً یکنواخت و ماندگار به کار برده شده و سپس با استفاده از میانگین خطای نسبی *RMSE*، مدل قادر به تشخیص مکان و زمان رهاسازی در یک مرتبه ای شبیه سازی شده است.^[۹] همچنین با استفاده از مدل احتمال برگشتی، منطقه ای تحت تأثیر چاه مشخص و روشی برای تعیین میزان آسیب پذیری آبخوان ارائه شده است. به عبارت دیگر، با استفاده از مفهوم زمان برگشتی پیمایش آلاینده، شکل کلی آبخوان مشخص شده است.^[۱۸] برخی پژوهشگران نیز با ترکیب شبکه های بیزی و مدل هیدرودینامیکی، روشی را به منظور بازسازی غلظت رهاسازی در رودخانه ارائه کرده اند و در آن مقادیر اولیه ای احتمال با استفاده از الگوریتم مونت کارلو تخمین زده شده است.^[۱۱] در سال ۲۰۱۳ نیز روشی براساس ترکیبی از روش های بیزی و روش های مونت کارلو به منظور شناسایی منابع آلاینده با الگوی تخلیه ای ناگهانی در آب های سطحی ارائه شده است.^[۱۳] پس از آن نیز مدل مذکور به صورتی ارتقاء داده شده که مدل قادر به تشخیص چند منبع آلاینده به صورت هم زمان شده است.^[۱۳]

همچنین در پژوهشی در سال ۲۰۱۵، مدل احتمال برگشتی و مدل مبتنی بر روش های زمین آماری با استفاده از داده های آزمایشگاهی با یکدیگر مقایسه شده و نتایج نشان داده است که روش احتمال برگشتی فقط به یک نقطه ای رصد با تعداد معدودی مشاهده نیاز داشته است، در حالی که مدل زمین آماری، دست کم به دو نقطه ای رصد با تعداد زیادی مشاهده نیاز دارد.^[۱۴] در مطالعه دیگری با استفاده از معادله ای الحاقی، مدلی به منظور تعیین مکان و نرخ بهینه ای رهاسازی مواد مغذی به منظور پاک سازی آلودگی نفتی در مناطق ساحلی ارائه و نیز مدل دیگری براساس معادله ای الحاقی به منظور تخمین میزان انتشار آلاینده در هوا و محیط های کوچک به صورت غیرماندگار استفاده شده است.^[۱۶، ۱۵]

همچنین مسئله ای شناسایی منبع آلاینده براساس روش الحاقی برای یک شبکه ای آب شهری توسعه داده شده و با استفاده از مدل مذکور می توان هرگونه تغییری را در کیفیت آب شبکه شناسایی کرد. در مدل ذکر شده از دو بسته ای نرم افزاری EPANET و BTX^۳ به صورت کوپل استفاده شده است.^[۱۷] رویکرد دوم به منظور حل مسئله ای رویکردی تحلیلی است. عموماً روش های تحلیلی، معادله ای معکوس را مستقیماً حل می کنند و به همراه آن ها، به منظور حل مسئله ای بدخیم نیاز به استفاده از یک روش تنظیم است. روش های مذکور، هزینه ای محاسباتی کمتری دارند، اما در مقابل از لحاظ ریاضی پیچیدگی های خاص خود را دارند. در سال ۲۰۰۵، مسئله در یک

چارچوب ریاضی فرموله شده و روش ارائه شده قادر به بازسازی تابع غلظت رهاسازی در شرایط رودخانه ای یک بعدی و با ضرایب ثابت بوده است.^[۱۸]

پس از آن در سال ۲۰۱۲، با استفاده از تبدیل لاپلاس روشی به منظور تخمین تابع و جرم رهاسازی، ارائه شده و مدل مذکور در ۵ رودخانه ای واقعی به کار رفته است.^[۱۹] در پژوهش دیگری در همان سال، یک روش تحلیلی به منظور شناسایی منبع آلاینده ای نقطه ای و در یک بعد ارائه شده است که نیازمند وجود اطلاعات رصد شده از دو نقطه ای متمایز در طول بازه ای رودخانه بوده است.^[۲۰] روش دیگری نیز در سال ۲۰۱۴، براساس تابع پایه ای شعاعی^۴ و به منظور تخمین منبع آلاینده در رودخانه ها ارائه شده است.^[۲۱] همچنین در سال ۲۰۱۵، مسئله ای برگشتی در یک چارچوب ریاضی و با استفاده از کاربرد تابع گرین حل شده و مدل پیشنهادی قادر به بازسازی غلظت رهاسازی براساس روش تنظیم تیخونف بوده است.^[۲۲]

از دیگر رویکردهای حل مسئله، رویکرد شبیه سازی بهینه سازی است. در محیط هایی با مقیاس های بزرگ روش های شبیه سازی - بهینه سازی پیشنهاد شده است.^[۲۳] در روش های مذکور، یک الگوریتم بهینه سازی با روش های عددی حل جریان و انتقال ترکیب می شود. شبیه سازی تا زمانی که مدل مشخصات منبع را تخمین برزند، ادامه خواهد داشت. هزینه ای محاسباتی روش های مذکور معمولاً بالاست و پاسخ ها نیز با غیر یکتایی روبرو هستند. در پژوهشی در سال ۲۰۱۱، با ترکیب قضیه ای بیز و الگوریتم بهینه سازی ژنتیک، روشی به منظور تعیین مکان رهاسازی آلاینده با الگوی تخلیه ای ناگهانی ارائه شده است. از مزایای روش مذکور می توان به کاربرد آن در شبکه ای رودخانه های با مقیاس بزرگ اشاره کرد. لازم به ذکر است از نقاط ضعف مدل ذکر شده نیاز به وجود شبکه ای از مانیتورهاست که اطلاعات را از تمامی طول شبکه جمع آوری کنند.^[۲۴] در مطالعه دیگری در همان سال، مسئله با استفاده از یک الگوریتم بهینه سازی حل شده و با استفاده از اطلاعات آلاینده های رهاسازی در گذشته و انتقال آن در محیط، مدلی براساس برازش منحنی در رودخانه ای یک بعدی توسعه داده شده و نتایج حاکی از آن بوده است که پارامترهای تخمین زده شده با داده های واقعی مطابقت خوبی را نشان می دهند.^[۲۵]

در سال ۲۰۱۵ نیز یک مدل یک بعدی براساس روش تنظیم کمینه ای مربعات با استفاده از اطلاعات دریافت شده از حسگرهای زیستی ارائه شده و مدل مذکور قادر به تشخیص مکان و زمان رهاسازی آلاینده بوده است، اما کاربرد آن در شرایطی بوده است که چند نقطه ای برداشت در طول رودخانه موجود باشد.^[۲۶] همچنین در سال ۲۰۱۶، با استفاده از الگوریتم ژنتیک روشی به منظور تخمین مشخصات آلاینده ای که به صورت ناگهانی به رودخانه تخلیه می شود، ارائه شده است. قابل توجه است که روش مذکور در شرایط وجود چند منبع آلاینده به دلیل وجود ترکیب احتمالی حالت های موجود، قابلیت کاربرد ندارد.^[۲۷]

به منظور توسعه ای روشی جدید در حل مسئله ای تشخیص منبع آلاینده، استفاده از نقاط قوت پژوهش های پیشین ضروری است. همان گونه که پیش تر نیز ذکر شده است، مسئله ای مذکور مورد توجه بسیاری از پژوهشگران هیدرولوژی قرار گرفته و بر این اساس روش های متنوعی نیز توسعه داده شده است. از سوی دیگر، مطالعات انجام شده با هدف تشخیص منبع آلاینده در زمینه ای آب های سطحی بسیار محدود است. همچنین بیشتر روش های توسعه داده شده در آب های سطحی نیازمند ساده سازی و حل مسئله در شرایط غیرواقعی هستند. مثلاً غالب روش های ذکر شده در بخش پیشین، قابلیت کاربرد در شرایط غیرماندگار و پیچیده ای رودخانه را ندارند. همچنین به ندرت روشی را می توان یافت که قابلیت کاربرد در موارد بزرگ مقیاس همچون شبکه ای رودخانه ها را داشته باشد. با نگاهی اجمالی به روش های توسعه داده شده به ویژه در آب های زیرزمینی می توان دریافت که کاربرد بسیاری از آن ها در شرایط

است که فقط تحت دو پدیده جابجایی و پراکندگی به سمت پایین دست انتقال می‌یابد. بنابراین معادله‌ی پدیده‌ی انتقال یک‌بعدی آلاینده همراه با جریان رودخانه تحت شرایط غیریکنواخت و غیرماندگار به صورت معادله‌ی ۱ بیان می‌شود: [۲۸]

$$\frac{\partial(AC)}{\partial t} = -\frac{\partial(QC)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(AD\frac{\partial C}{\partial x}) \quad (۱)$$

که در آن، A سطح مقطع رودخانه، C میزان غلظت آلاینده، Q دبی رودخانه، D ضریب پراکندگی، t زمان انتقال و x بردار مکان در جهت پایین دست تعریف می‌شود. پارامترهای هیدرولیکی معادله‌ی ۱ با استفاده از یک مدل هیدرودینامیکی براساس معادله‌ی Saint-Venant محاسبه می‌شود (رابطه‌ی ۲): [۲۹]

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{Q^2}{A}\right) + gA\frac{\partial y}{\partial x} = gA(s_0 - s_f) \quad (۲)$$

که در آن، Y عمق جریان، s_0 شیب کف، s_f به عنوان شیب خط انرژی تعریف می‌شود.

۳.۲. مدل سازی برگشتی

آنالیز الحاقی، یک روش بسیار قدرتمند برای تخمین حساسیت خروجی‌های مدل نسبت به ورودی‌ها در بسیاری از علوم است. به عبارت دیگر، با استفاده از روش مذکور، حساسیت خروجی‌ها نسبت به ورودی‌های با اجرای یک مرتبه شبیه‌سازی محاسبه می‌شود. روش آنالیز الحاقی در علوم مختلفی از جمله آنالیز حساسیت، بهینه‌سازی، تخمین پارامترها و آنالیز پایداری استفاده می‌شود. محوریت تمامی روش‌های ذکرشده، تابع خطی به نام تابع هدف است. تابع هدف بسته به نوع مطالعه انتخاب می‌شود. به عنوان مثال، تابع گرین می‌تواند به عنوان جزء الحاقی در نظر گرفته شود. [۳۰-۳۲]

روش جزء الحاقی، یک روش ریاضی را برای به دست آوردن مدل احتمال برگشتی ارائه می‌دهد. با استفاده از روش جزء الحاقی نشان داده می‌شود که مدل احتمال برگشتی به عنوان جزء کمکی در معادلات پیش رو می‌تواند استفاده شود. [۳۱] معادله‌ی الحاقی که به صورت رابطه‌ی ۳ (الف و ب) تعریف می‌شود، می‌تواند پیش روی جزء الحاقی ψ را در رودخانه‌ی با دبی Q ، مساحت عبور جریان A و ضریب پخشیدگی D بیان کند. با استفاده از این شیوه‌ی معادلات حاکم و شرایط مرزی، معادلات برگشتی برای رودخانه‌ی با شرایط غیریکنواخت و غیرماندگار به صورت رابطه‌ی ۳ (الف و ب) اثبات می‌شود:

$$\frac{\partial h}{\partial C} + \frac{\partial(\psi A)}{\partial \tau} + \frac{\partial(\psi Q)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(AD\frac{\partial \psi}{\partial x}) = 0$$

$$\psi(x, 0) = 0$$

$$\psi(x, \tau) = 0 \quad \tau = t_{\text{final}} - t \quad (الف)$$

$$D\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad \text{at} \quad x_{\text{detection}} = 0$$

$$D\frac{\partial \psi}{\partial x} + V\psi = 0 \quad \text{at} \quad x_{\text{upstream}} \quad (ب)$$

که در آن، τ زمان برگشتی است که از گام زمانی آخر به گام زمانی اول پیش می‌رود. بعد جزء الحاقی براساس ترم بارگذاری $\partial h/\partial C$ تعیین می‌شود. لازم به ذکر است که h تابعی از تمامی متغیرهای سامانه از جمله: سرعت، دبی، سطح مقطع و ضریب پخشیدگی است. شرایط مرزی پایین دست، شرط مرزی نوع سوم و شرایط مرزی

متفاوتی از آب‌های سطحی همچنان ناشناخته است. روش احتمال برگشتی، یکی از روش‌های پرکاربرد توسعه داده‌شده‌ی حل مسئله در آب‌های زیرزمینی است که کمتر در موارد آب‌های سطحی و به ویژه رودخانه‌ها استفاده شده است. اگرچه موارد محدودی از کاربرد روش مذکور در آب‌های سطحی به چشم می‌خورد، اما تمامی پژوهشگران به کاربرد در مثال‌های فرضی یا شرایط یکنواخت و ماندگار بسنده کرده‌اند. بر همین اساس پژوهش حاضر، به دنبال حل مسئله به کمک روش احتمال برگشتی در شرایط متفاوت رودخانه شامل شرایط غیریکنواخت، غیرماندگار و کاربرد در شبکه‌ی رودخانه‌ها بوده است.

احتمال برای مکان و زمان می‌تواند مستقیماً با معادلات برگشت در زمان با جریان برگشتی محاسبه شود. در روش شبیه‌سازی مذکور، فقط یک مرتبه اجراشده‌ی احتمال برگشتی مکان محاسبه می‌شود. روش احتمال برگشتی نسبت به دیگر روش‌ها ساده‌تر، سریع‌تر و اقتصادی‌تر است و مزیت عمده‌ی آن نسبت به دیگر روش‌ها، عدم ساده‌سازی بیش از حد مسئله نسبت به واقعیت است. همچنین روش احتمال برگشتی قادر است فقط با استفاده از یک نقطه‌ی مشاهداتی، مکان و زمان رهاسازی آلاینده را به خوبی مشخص کند. مسئله در بسیاری از روش‌های بازگشتی، با غیریکتایی پاسخ‌ها روبه‌روست، اما در روش مذکور، پاسخ مسئله به صورت احتمال در مکان و زمان بیان می‌شود و با غیریکتایی پاسخ‌ها روبه‌رو نخواهیم بود. یکی از اهداف دنبال‌شده در پژوهش حاضر، کاربرد مدل احتمال برگشتی در تشخیص منابع آلاینده در یک رودخانه‌ی واقعی و با شرایط کاملاً غیریکنواخت است. به این منظور داده‌های مربوط به آزمایش ردیاب رودخانه‌ی سورن انگلستان استفاده شده است. در بخش دوم از پژوهش حاضر نیز سعی شده است با استفاده از یک مثال فرضی از یک شبکه‌ی رودخانه‌ی غیریکنواخت، کاربرد مدل احتمال برگشتی در شناسایی مکان و زمان رهاسازی آلاینده در شبکه‌ی رودخانه‌ها بررسی شود.

۲. مبانی نظری پژوهش

۱.۲. فرضیات

غالباً تخلیه‌ی ماده‌ی آلاینده در محیط‌های آبی به صورت ناگهانی است. در بسیاری از موارد مشاهده شده است که مقدار فراوانی ماده‌ی آلاینده به صورت تصادفی در اثر اتفاقات غیرقابل پیش‌بینی وارد رودخانه‌ها و دریاچه‌ها شده است. بر همین اساس در پژوهش حاضر، الگوی تخلیه‌ی ناگهانی از یک منبع واحد مد نظر قرار گرفته است. از سوی دیگر، هدف از پژوهش حاضر، توسعه و کاربرد مدلی مفهومی و اولیه برای حل مسئله‌ی شناسایی منبع آلاینده است. بنابراین نیاز است تا ساده‌سازی‌هایی در صورت مسئله در نظر گرفته شود. تنها ساده‌سازی مدنظر غیرقابل واکنش، فرض کردن ماده‌ی آلاینده بوده است.

۲.۲. مدل سازی انتقال و جریان

آلاینده‌ی که به رودخانه وارد می‌شود، تحت تأثیر پدیده‌هایی همچون پراکندگی، جابجایی، واکنش، نشست و جذب به سمت پایین دست منتقل می‌شود. پراکندگی و جابجایی، پدیده‌هایی ناشی از خصوصیات جریان هستند، در حالی که سایر پدیده‌های دخیل در انتقال به نوع ماده‌ی آلاینده، کیفیت و دمای آب مربوط می‌شوند. از آنجایی که هدف پژوهش حاضر، توسعه و کاربرد یک روش عددی در حل مسئله‌ی شناسایی منبع آلاینده است، بنابراین حالت ساده‌شده‌ی پدیده‌ی انتقال مدنظر قرار گرفته است. به عبارتی دیگر، فرضیه‌ی اصلی پژوهش حاضر، انتقال آلاینده‌ی غیرقابل واکنش

که در آن، $C(x, t)$ سری زمانی غلظت در نقطه‌ی مشاهداتی، M جرم رهاسده، و $f(x, t)$ احتمال پیش‌رو مکان در نقطه‌ی رهاسازی است. احتمال واحدی در نقطه‌ی مشاهداتی رها می‌شود. براساس مفهوم روش احتمال برگشتی^[۹]، تابع چگالی احتمال برگشتی فقط در نقطه‌ی منبع آلاینده با تابع چگالی احتمال پیش‌رو برابر خواهد بود. بنابراین در نقطه‌ی که تابع چگالی احتمال پیش‌رو و تابع چگالی احتمال برگشتی برابر باشند، آن نقطه محل رهاسازی و زمان حرکت پیک احتمال برگشتی زمان رهاسازی آلاینده خواهد بود.^[۳۶،۳۵]

شبیه‌سازی به منظور شناسایی محل تخلیه‌ی آلاینده انجام می‌شود. به منظور راهنمایی در روند جستجو، یک تابع هدف انتخاب می‌شود.^[۱۱] در مطالعه‌ی حاضر، خطای میانگین مربعات به‌عنوان تابع هدف انتخاب شده است، که به منظور کمینه‌سازی تفاوت بین مقادیر تابع چگالی احتمال پیش‌رو (مشاهداتی) و تابع چگالی احتمال برگشتی (محاسبه‌شده) استفاده شده است (رابطه‌ی ۱۰):

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (f - P)^2}{n}} \quad (10)$$

که در آن، $RMSE$ در تمام نقاط رودخانه محاسبه و نقطه‌ی که در آن $RMSE$ کمینه می‌شود، به‌عنوان نقطه‌ی رهاسازی آلاینده معرفی می‌شود.

۴.۲. مدل‌سازی عددی

به منظور محاسبه‌ی مقادیر احتمال به‌صورت پیش‌رو و برگشتی، یک مدل عددی توسعه داده شده بر پایه‌ی حل عددی معادله‌ی ۳ استفاده شده است. مدل عددی مذکور براساس روش حجم محدود است و از الگوی صریح مرکزگرا در زمان و مکان استفاده می‌کند. لازم به توضیح است که به منظور محاسبه‌ی پارامترهای هیدرولیکی، از یک مدل هیدرودینامیکی بر پایه‌ی معادله‌ی ۲ استفاده شده است.^[۳۷]

۳. کاربرد مدل احتمال برگشتی در شرایط واقعی (مطالعه‌ی موردی رودخانه‌ی سورن)

با توجه به اینکه در مطالعات پیشین کاربرد مدل احتمال برگشتی در شرایط یک رودخانه‌ی واقعی و کاملاً غیریکنواخت بررسی نشده است، بنابراین یکی از مهم‌ترین اهداف پژوهش حاضر، به‌کارگیری این مدل در شناسایی منبع آلاینده در یک رودخانه‌ی واقعی است. در همین راستا، داده‌های حاصل از آزمایش ردیاب در رودخانه‌ی سورن^۶ انگلستان و در طول ۱۴ کیلومتر استفاده و در طی آزمایش، یک کیلوگرم ماده‌ی ردیاب رودامین^۷ از بالادست به رودخانه تزریق شده است.^[۳۴] استفاده از این ماده به‌عنوان ماده‌ی ردیاب به منظور تعیین نرخ انتقال و جهت جریان در محیط‌های آبی بسیار رایج است. رودامین ماده‌ی غیرقابل واکنش است که به راحتی در آب قابل حل است. اندازه‌گیری این ماده نسبتاً ارزان‌قیمت و به راحتی قابل انجام بوده است. از دیگر خواص آن، عدم وجود در حالت طبیعی در محیط‌های آبی است. نمونه‌برداری از ۶ ایستگاه در فواصل بین ۲۱۰ تا ۱۳۷۷۵ انجام شده است. شکل شماتیک رودخانه در شکل ۱ نشان داده شده است. مکان و شرایط هیدرولیکی این نقاط در جدول ۱ شرح داده شده است.

شرایط هیدرولیکی در محل تزریق تقریباً ماندگار بوده است. می‌توان شرایط هیدرولیکی را نسبت به زمان ثابت فرض کرد. به عبارت دیگر، در طول مدت آزمایش شرایط جریان ماندگار و غیریکنواخت بوده است. جریان آب زیرزمینی در طول

بالادست، شرط مرزی نوع اول (گرادیان صفر) در نظر گرفته می‌شود (رابطه‌ی ۳ ب) با در نظر گرفتن بارگذاری ناگهانی در رودخانه، ترم بارگذاری $(\partial h / \partial C)$ به وسیله‌ی تابع دلته‌ی دیراک تخمین زده می‌شود. ترم بارگذاری به دلیل ناگهانی بودن تخلیه می‌تواند به‌نوعی به‌صورت شرایط اولیه در نظر گرفته شود. می‌توان شرایط ابتدایی معادله‌ی الحاقی را به‌صورت رابطه‌ی ۴ تعریف کرد:^[۳۲]

$$\frac{\partial h}{\partial C} = \delta(x_1 - x_d)\delta(t - t_0) \quad (4)$$

در زمان رهاسازی، جزء الحاقی با توجه به حجم سلول بارگذاری به‌صورت رابطه‌ی ۵ تخمین زده می‌شود:

$$\psi_x^*(x_1, 0) = \delta(x_1 - x_{\text{detection}}) = \frac{1}{A_1 \Delta x} \quad \text{Otherwise } \psi_x^*(x, 0) = 0 \quad (5)$$

با توجه به اینکه در لحظه‌ی شروع، آلاینده با احتمال ۱۰۰٪ در نقطه‌ی مشاهداتی وجود دارد، بنابراین احتمال وجود آلاینده در لحظات ابتدایی برابر ۱ خواهد بود. به عبارت دیگر، احتمال برگشتی مکان در سلول مشاهداتی به صورتی آزاد می‌شود که مساحت زیر نمودار احتمال رهاسده $1/A_1 dx$ نسبت به زمان برابر واحد $1/A_1$ باشد. احتمال در تعدادی از گام‌های زمانی (n) رها می‌شود تا سطح زیر نمودار برابر ۱ شود:

$$n \Delta t V \frac{1}{A \Delta x} = \frac{1}{A} \quad (6)$$

پس از حل معادله‌ی الحاقی، مقادیر احتمال برگشتی مکان با استفاده از معادله‌ی ۷ حاصل می‌شود:

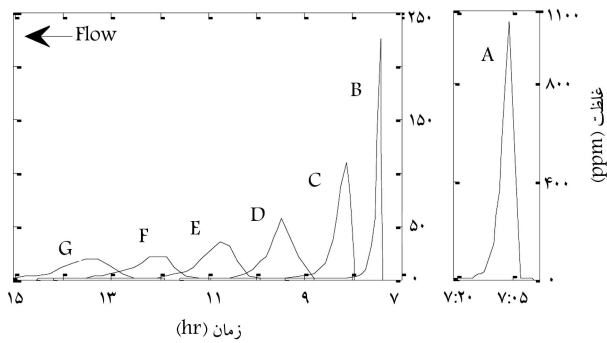
$$f_x(x; \tau) = A_x \psi_x^*(x, \tau) \quad [f_x] = \frac{1}{L} \quad (7)$$

که در آن، احتمالی با مقدار واحد در نقطه‌ی مشاهداتی رها می‌شود. سپس احتمال در جهت عکس به سمت بالادست حرکت می‌کند. به‌منظور استفاده از این مدل در رودخانه باید میدان جریان معکوس شود. به عبارت دیگر جهت تمامی پارامترهای مربوط به میدان جریان (دبی و سرعت) معکوس می‌شود. چنانچه جریان ماندگار باشد، فقط جهت جریان معکوس می‌شود؛ و چنانچه جریان غیرماندگار باشد، علاوه بر معکوس شدن جریان، گام‌های زمانی نیز از انتها به ابتدا در مدل استفاده می‌شوند. به عبارت دیگر، شبیه‌سازی به سمت بالادست و در جهت عکس جریان واقعی آغاز می‌شود. پس از یک مرتبه شبیه‌سازی، احتمال برگشتی با استفاده از معادله‌ی ۸ قابل محاسبه است. لازم به ذکر است که بارگذاری با استفاده از تابع دلته‌ی دیراک تقریب زده می‌شود:

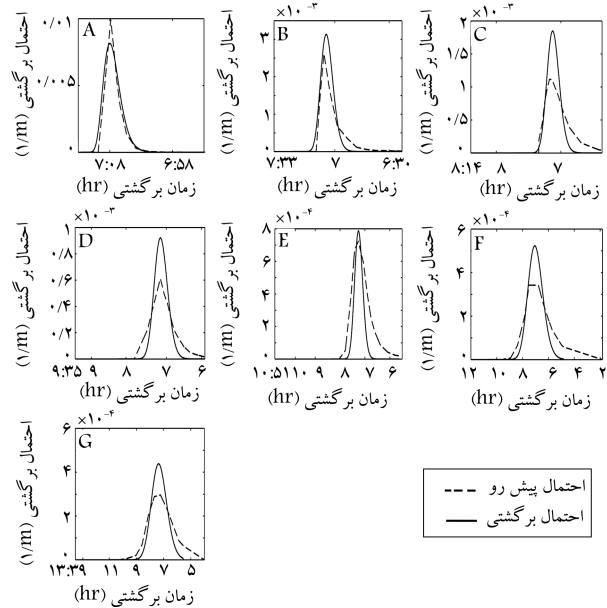
$$(p_i)_{\text{Location}} = \psi_{\tau} A_{\tau} \quad (8)$$

از احتمال برگشتی مکان برای شناسایی مکان و زمان رهاسازی استفاده می‌شود. سری‌های زمانی غلظت در نقطه‌ی مشاهداتی به وسیله‌ی کل جرم مشاهده‌شده نرمال می‌شود. نتیجه‌ی حاصل از نرمال‌سازی غلظت نسبت به جرم آلاینده‌ی رهاسده، تابع چگالی احتمال پیش‌رو^۵ تعریف می‌شود (رابطه‌ی ۹):

$$f(x, t) = A_{\text{detection}} \frac{C(x, t)}{M} \quad M = Q_{\text{detection}} \int_0^T C(x_{\text{detection}}, t) dt \quad (9)$$



شکل ۲. سری‌های زمانی غلظت در تمامی ایستگاه‌ها.



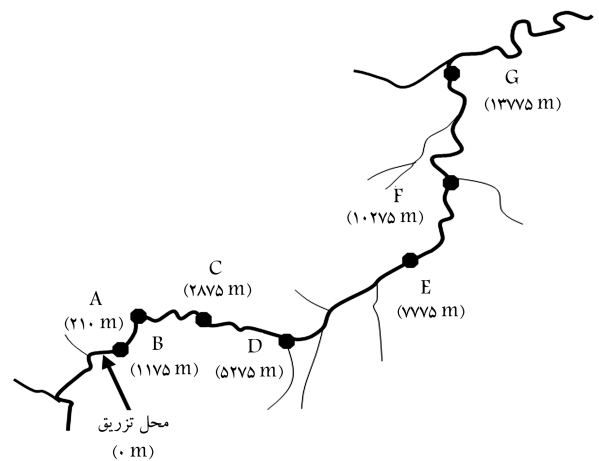
شکل ۳. نتایج شبیه‌سازی برگشتی و تعیین زمان رهاسازی ماده‌ی ردیاب.

۲.۳. نتایج آزمایش

در شکل ۲، سری‌های زمانی غلظت مشاهده شده در تمامی ایستگاه‌ها نمایش داده شده است.^[۳۴] در پژوهش حاضر، هر ایستگاه به عنوان یک نقطه‌ی مشاهداتی در مدل احتمال برگشتی تنظیم شده و سپس شبیه‌سازی برگشتی، از این نقاط به سمت بالادست اجرا شده است. به عبارت دیگر، هر نقطه‌ی نمونه برداری می‌تواند به عنوان یک تابع چگالی احتمال پیش رو باشد.

۳.۳. ردیابی منبع آلاینده در رودخانه‌ی سورن

شبیه‌سازی برگشتی یک بار از هر ایستگاه به سمت بالادست اجرا می‌شود. نتایج در شکل ۳ نمایش داده شده است. شبیه‌سازی برگشتی می‌تواند نتایج دقیق و کاربردی همچون زمان رهاسازی، مکان رهاسازی و مقدار ماده‌ی آلاینده را ارائه دهد. خلاصه‌یی از این نتایج در جدول ۲ نمایش داده شده است. لازم به ذکر است که مکان واقعی رهاسازی آلاینده به عنوان مبدأ ($x = 0$) در نظر گرفته شود. با توجه به ستون چهارم از جدول ۲ مشخص است که مدل احتمال برگشتی با خطای بیشینه‌ی ۱۴ دقیقه زمان رهاسازی آلاینده را در شرایط غیر یکمناخت یک رودخانه‌ی واقعی به خوبی پیش‌بینی کرده است.



شکل ۱. شکل شماتیک رودخانه‌ی سورن و موقعیت قرارگیری ایستگاه‌ها.

جدول ۱. خصوصیات هیدرولیکی جریان در نقاط نمونه برداری.

ایستگاه	فاصله از نقطه‌ی تزریق (m)	مساحت مقطع (m ²)	دبی (m ³ /s)	سرعت (m/s)
نقطه‌ی تزریق	۰	۱۰,۶۲	۷,۲۳	۰,۶۹
A	۲۱۰	۱۰,۶۲	۷,۲۳	۰,۶۹
B	۱۱۷۵	۹,۱۳	۷,۰۳	۰,۷۷
C	۲۸۷۵	۱۰,۸۱	۷,۲۴	۰,۶۷
D	۵۲۷۵	۱۰,۵۸	۹,۵۱	۰,۷۱
E	۷۷۷۵	۲۲,۵۶	۹,۲۵	۰,۴۱
F	۱۰۲۷۵	۱۳,۸	۹,۲۵	۰,۷۱
G	۱۳۷۷۵	۱۳,۸	۱۰	-

۱.۳. تزریق و نمونه برداری

آزمایش در ساعت ۷:۰۷ صبح دوم آوریل سال ۱۹۷۸ شروع شده و آخرین نمونه برداری در ساعت ۱۶:۳۰ همان روز به پایان رسیده است. ۱۰۰۰ گرم رودامین ۲۰٪ رقیق شده به وسیله ۵ لیتر آب مقطر به رودخانه تزریق می‌شود. تزریق به صورت ناگهانی انجام شده است. به صورتی که ماده‌ی ردیاب توسط شخصی که با سرعت ثابت روی پل قدم می‌زند، در عرض رودخانه به جریان وارد می‌شود. این فرایند در مدت ۱۰۵ ثانیه انجام شده است. نمونه برداری به صورت دستی انجام شده و همچنین فواصل نمونه برداری به ایستگاه‌ها وابسته است. در ایستگاه‌های بالادست، فواصل نمونه برداری کوتاه‌تر از ایستگاه‌های پایین دست است.^[۳۴]

جدول ۲. تخمین مکان و زمان رهاسازی آلاینده.

ایستگاه	مکان تخمین زده شده نسبت به محل رهاسازی (متر)	خطای تخمین مکان (%)	زمان رهاسازی تخمین زده شده (زمان واقعی ۷:۰۷)
A	-۲۰	۷	۷:۰۸
B	-۲۵	۲	۷:۰۵
C	-۷۵	۴	۷:۰۴
D	-۱۰۵۵	۱۲	۷:۰۵
E	-۸۰۵	۶	۷:۱۱
F	-۱۰۷۵	۶	۷:۰۲
G	-۱۰۱۵	۴	۷:۲۱

جدول ۳. خصوصیات جریان در شبکه‌ی رودخانه.

رودخانه	شاخه	دبی (m ³ /s)	سطح مقطع (m ²)
۱	۱	۳	۳,۱۸
۱	۱	۳	۲,۰۹
۲	۱	۸	۳,۴۴
۲	۱	۸	۲,۲۳
۱	۲	۵	۱۲,۹۸
۱	۲	۵	۵,۱۸
۳	۱	۴	۵,۶۷
۳	۱	۴	۵,۴۱
۴	۱	۸	۸,۷۳
۴	۱	۸	۶,۲۳
۳	۲	۲۰	۷,۱۸
۳	۲	۲۰	۹,۸۷
۵	۱	۱۰	۲۹,۳۶
۵	۱	۱۰	۱۴,۴۰
۱	۴	۳۰	۱۱,۵
۱	۴	۳۰	۱۸,۴۵

جدول ۴. محل و زمان تزریق در هر ۳ آزمایش.

شماره‌ی آزمایش	رودخانه	زمان رهاسازی	مکان رهاسازی (نسبت به پایین دست km)	جرم رهاسازی
۱	۱-۱	۶:۰۰	۱,۵۸	۱
۲	۱-۲	۱۲:۰۰	۱	۵
۳	۳-۱	۱۸:۰۰	۰,۳۸	۲

مختلف و در سه زمان متفاوت آزاد می‌شود. محل تخلیه از پایین دست هر بخش از رودخانه در نظر گرفته شده است. در تمامی آزمایش‌ها، نقطه‌ی مشاهده در انتهای بخش چهارم از رودخانه‌ی یک قرار داشته و محل و زمان رهاسازی در جدول ۴ نشان داده شده است.

۲.۴. شبیه‌سازی پیش‌رو

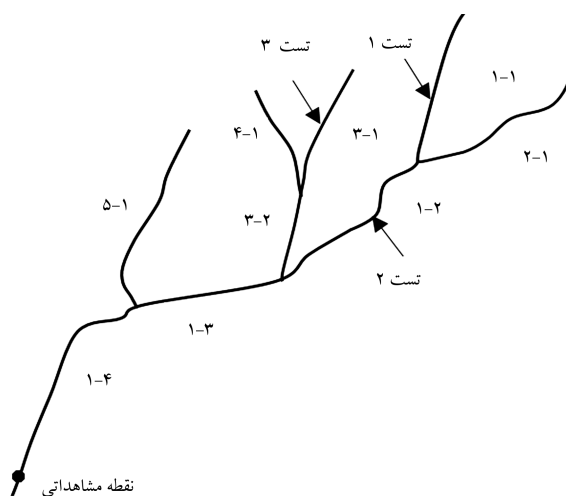
به منظور محاسبه‌ی سری زمانی غلظت در نقطه‌ی مشاهداتی از یک کد عددی پیش‌رو استفاده شده است. کد عددی مذکور براساس روش حجم کنترل و با الگوی

۴. ردیابی آلودگی در شبکه‌ی رودخانه

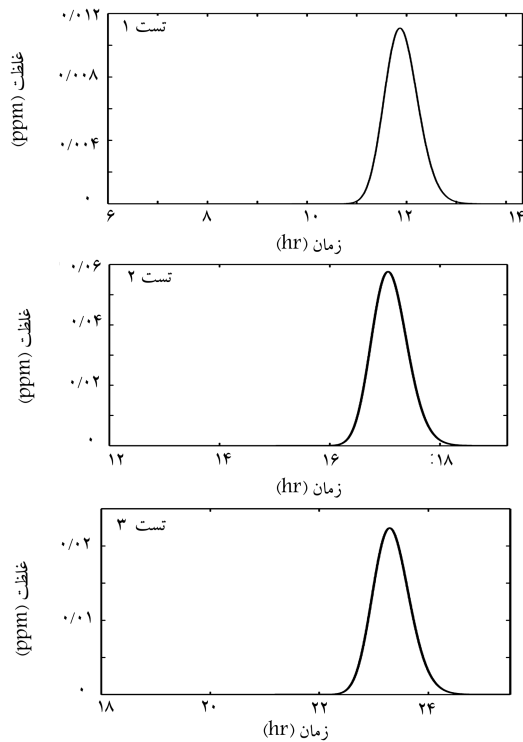
در بخش پیش، توانایی مدل احتمال برگشتی در تعیین مکان و زمان رهاسازی آلاینده به اثبات رسیده است. در بخش حاضر نشان داده شده است که مدل مذکور توانایی شناسایی منبع آلاینده در یک شبکه‌ی رودخانه را نیز دارد. به همین منظور شبکه‌ی فرضی متشکل از چند رودخانه با شرایط کاملاً غیریکنواخت استفاده شده است. شبکه‌ی رودخانه شامل ۱ رودخانه اصلی و ۵ شاخه‌ی فرعی است. شمای کلی شبکه‌ی رودخانه به صورت شکل ۴ است. در این مثال به منظور محک زدن توانایی مدل سعی شده است در حد امکان، دامنه‌ی تغییرات پارامترهای هیدرولیکی بزرگ در نظر گرفته شود. خصوصیات جریان و پارامترهای هیدرولیکی شبکه‌ی رودخانه در جدول ۳ نشان داده شده است. دبی و سطح مقطع عبور جریان در ابتدا و انتهای هر شاخه از شبکه در جدول مذکور نشان داده شده است. هیدرولیک جریان شبکه‌ی رودخانه با استفاده از مدل هیدرودینامیکی و براساس روش گام استاندارد محاسبه شده است. دبی و سطح مقطع تمامی شاخه‌ها با فواصل ۲۰ متری از مدل هیدرودینامیکی استخراج و به مدل احتمال برگشتی وارد شده است.

۱.۴. تخلیه‌ی آلودگی به شبکه‌ی رودخانه

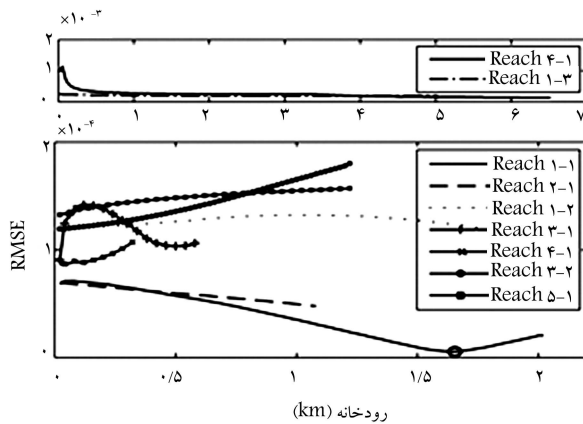
به منظور محک زدن توانایی مدل، آلاینده طی سه آزمایش متفاوت از سه نقطه‌ی



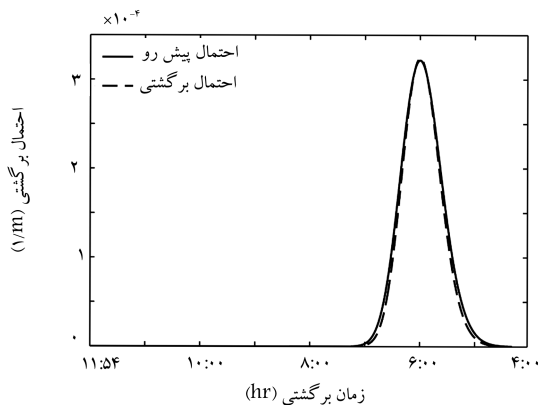
شکل ۴. شمای کلی شبکه‌ی رودخانه.



شکل ۵. نتایج پیش رو حاصل از تخلیه‌ی آلاینده در شبکه‌ی رودخانه.



شکل ۶. مقادیر $RMSE$ محاسبه شده در تمامی شاخه‌ها در آزمایش ۱.



شکل ۷. مقایسه‌ی تابع چگالی احتمال در نقطه‌ی مشاهداتی و نقطه‌ی مشکوک به منبع آلاینده در آزمایش ۱.

صریح است. غلظت در نقطه‌ی مشاهده برای هر ۳ آزمایش در شکل ۵ مشاهده می‌شود. در هر نقطه‌ی اتصال، غلظت با استفاده از رابطه‌ی بالاس جرم (رابطه‌ی ۱۱) محاسبه می‌شود. زمان رسیدن پیک غلظت در هر ۳ آزمایش به ترتیب برابر است با: ۲۱۱۲۰، ۱۹۰۵۰ و ۱۸۲۰۰ ثانیه پس از رهاسازی. به عبارت دیگر، شدت غلظت به ترتیب در ساعت‌های ۱۱:۵۴، ۱۷:۱۷ و ۲۳:۰۳ مشاهده شده است. حال با استفاده از سری‌های زمانی مذکور، منبع آلاینده و زمان آن محاسبه خواهد شد.

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

$$C_1 Q_1 + C_2 Q_2 = Q_3 C_3 \quad (11)$$

۳.۴. ردیابی منبع آلاینده

مدل برگشتی فقط یک مرتبه برای تمامی رودخانه اجرا می‌شود. در شبکه‌ی رودخانه‌ها، یک احتمال واحد در نقطه‌ی مشاهده رها می‌شود. پس از رهاسازی احتمال واحد، احتمال به سمت بالادست و در خلاف جهت جریان حرکت می‌کند. پس از رسیدن احتمال به نقاط اتصال، احتمال فقط در یک شاخه حرکت می‌کند. مسئله براین فرض استوار است که فقط یک منبع آلاینده وجود دارد. بنابراین به منظور محاسبه‌ی احتمال در نقاط اتصال از رابطه‌ی ۱۲ استفاده شده است. پس از محاسبه‌ی احتمال برای تمامی شاخه‌ها، با استفاده از روش بهینه‌سازی شرح داده شده در بخش مبانی نظری مکان و زمان رهاسازی برای هر ۳ آزمایش محاسبه شده است. در هر ۳ آزمایش، $RMSE$ در تمامی شاخه‌ها محاسبه شده است. سپس نقطه‌ی $RMSE$ کمینه‌ی مقدار خود را داشته باشد، به‌عنوان مکان رهاسازی و زمان حرکت پیک احتمال تا نقطه‌ی مذکور به‌عنوان زمان رهاسازی معرفی شده است.

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

$$P_1 Q_1 + P_2 Q_2 = P_3 Q_3$$

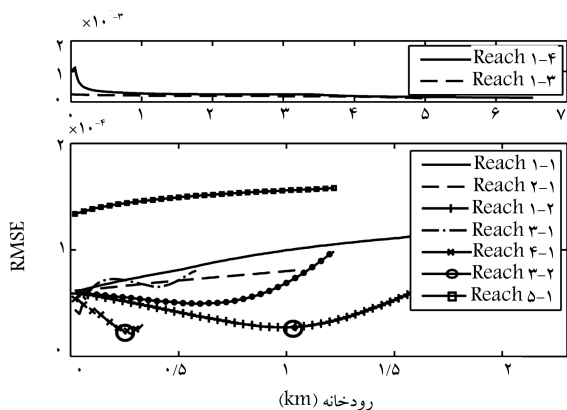
$$P_2 = 0 \rightarrow P_2 = \frac{Q_1}{Q_2} P_1 \quad (12)$$

۱.۳.۴. آزمایش ۱

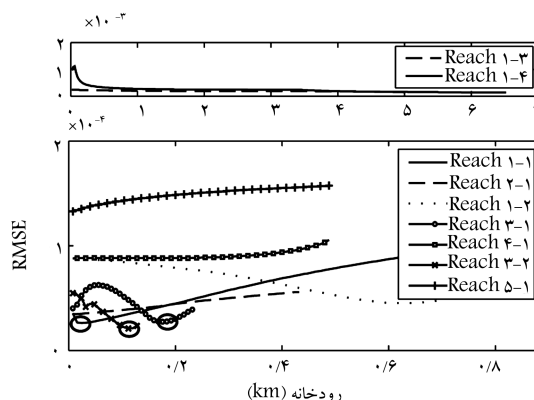
در آزمایش ۱، مقادیر $RMSE$ در تمامی شاخه‌ها با فواصل مکانی ۲۰ متر محاسبه شده است. مقادیر $RMSE$ شبکه‌ی رودخانه در آزمایش ۱ در شکل ۶ نشان داده شده است. به وضوح مشخص است که $RMSE$ در نقطه‌ی ۱/۶۴ کیلومتری از پایین دست شاخه‌ی ۱-۱ به میزان کمینه بوده است. در آزمایش ۱، تنها نقطه‌ی مشکوک در ۱/۶۴ کیلومتری شاخه‌ی ۱-۱ است. بنابراین به طور قطع می‌توان نقطه‌ی موردنظر را به‌عنوان مکان رهاسازی معرفی کرد. تابع چگالی احتمال پیش رو (سری زمانی غلظت نرمال شده در نقطه‌ی مشاهده) با تابع چگالی احتمال برگشتی در نقطه‌ی ۱/۶۴ کیلومتری شاخه‌ی ۱-۱ در شکل ۷ مقایسه شده است. که مطابق آن، شبیه‌سازی به صورت برگشت در زمان انجام شده و نتیجتاً مدل، زمان رهاسازی آلاینده را ساعت ۶:۰۳ تخمین زده است.

۲.۳.۴. آزمایش ۲

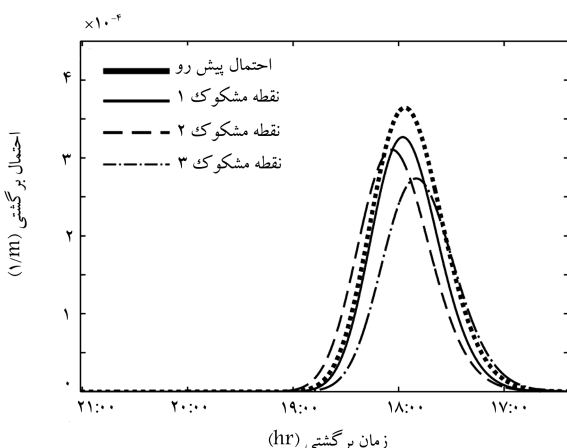
مقادیر $RMSE$ در طی تست ۲ در شکل ۸ نشان داده شده است. در آزمایش ۲، دو نقطه‌ی مشکوک به منبع آلاینده وجود دارد. نقاط مذکور عبارتند از: ۰/۲۶۰ کیلومتری از شاخه‌ی ۴-۱ و همچنین ۰/۹۸۰ کیلومتری از شاخه‌ی ۱-۲ در شکل ۸، احتمال پیش رو و احتمال برگشتی در نقاط مشکوک نشان داده شده است.



شکل ۱. مقادیر $RMSE$ محاسبه شده در تمامی شاخه‌ها در آزمایش ۳.



شکل ۸. مقادیر $RSME$ محاسبه شده در تمامی شاخه‌ها در آزمایش ۲.

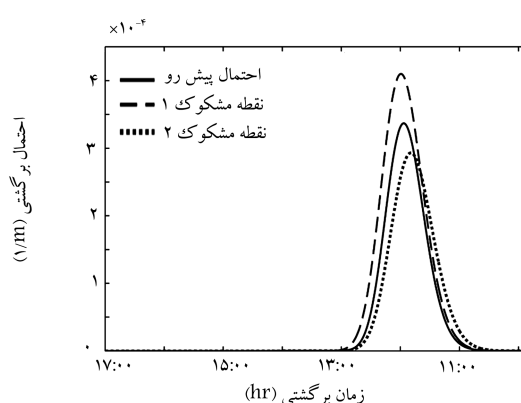


شکل ۱۰. مقایسه‌ی تابع چگالی احتمال در نقطه‌ی مشاهداتی و نقطه‌ی مشکوک به منبع آلاینده در آزمایش ۳ (نقطه‌ی مشکوک اول 0.60 کیلومتری شاخه‌ی ۱-۱ رهاشده در $17:45$ ، نقطه‌ی مشکوک دوم 0.44 کیلومتری شاخه‌ی ۳-۱ رهاشده در $17:45$ ، نقطه‌ی مشکوک سوم 0.28 کیلومتری شاخه‌ی ۴-۱ رهاشده در $18:07$).

شاخه‌ی ۳-۱ و $18:07$ نیز از شاخه‌ی ۱-۴. نقطه‌ی 0.44 کیلومتری از شاخه‌ی ۳-۱ نقطه‌ی رهاسازی واقعی است. از سوی دیگر، مدل برگشتی دو نقطه‌ی دیگر مشکوک به منبع آلاینده را نیز معرفی کرده است. به منظور حصول اطمینان از کاربرد مدل برگشتی، نیاز است که آلاینده از دو نقطه‌ی مشکوک جدید در زمان‌های یافته شده رها شده و نتیجه‌ی تغییرات غلظت هر ۳ نقطه در نقطه‌ی مشاهداتی با یکدیگر مقایسه شود. پس از رهاسازی ۲ کیلوگرم ماده‌ی آلاینده در نقطه‌ی 0.60 کیلومتری شاخه‌ی ۱-۱ در زمان $17:45$ و نقطه‌ی 0.28 کیلومتری از شاخه‌ی ۴-۱ در زمان $18:07$ ، سری زمانی غلظت در نقطه‌ی مشاهداتی به ازاء هر ۳ نقطه با یکدیگر برابر است.

۵. نتیجه‌گیری

رودخانه‌ها نسبت به آلودگی‌های شیمیایی ناشی از صنایع و کشاورزی که اغلب به صورت ناگهانی به رودخانه وارد می‌شوند، بسیار آسیب‌پذیر هستند. تشخیص مکان و زمان رهاسازی آلاینده‌ی که به صورت ناگهانی به رودخانه وارد می‌شود، براساس اطلاعات دریافت شده از نقطه‌ی مشاهداتی بسیار حائز اهمیت است. چرا که باعث کمینه‌سازی خسارت‌ها و حفظ منابع آبی خواهد شد. در پژوهش حاضر، از مدل



شکل ۹. مقایسه‌ی تابع چگالی احتمال در نقطه‌ی مشاهداتی و نقطه‌ی مشکوک به منبع آلاینده در آزمایش ۲.

زمان رهاسازی آلاینده نیز به ترتیب برای نقطه‌ی 0.26 کیلومتری از شاخه‌ی ۴-۱ و 0.98 کیلومتری از شاخه‌ی ۱-۲ برابر است با $11:53$ و $12:01$ مشخص است که منبع واقعی رهاسازی آلاینده نقطه‌ی ۱ کیلومتری از شاخه ۱-۲ و زمان رهاسازی $12:00$ است (شکل ۹). بنابراین مدل احتمال برگشتی، مکان و زمان رهاسازی آلاینده را با دقت بسیار خوبی پیش‌بینی کرده است. علاوه بر آن، نقطه‌ی مشکوک دیگری را به عنوان منبع آلاینده معرفی کرده است. به منظور حصول اطمینان از اینکه آیا نقطه‌ی دوم نیز می‌تواند منبع آلاینده باشد یا خیر، مقدار 5 کیلوگرم ماده‌ی آلاینده از همان نقطه و در زمان $11:5$ به سمت پایین دست رها می‌شود. سری زمانی غلظت آلاینده‌ی رهاشده از نقطه‌ی 0.26 کیلومتری شاخه‌ی ۴-۱ کاملاً شبیه به سری زمانی غلظت رهاشده از نقطه‌ی ۱ کیلومتری شاخه‌ی ۱-۲ است (شکل ۵ب). به عبارت دیگر در آزمایش ۲، دو نقطه‌ی احتمالی رهاسازی آلاینده وجود دارد که هر یک در زمان‌های متفاوتی آلاینده را به شبکه تزریق کرده‌اند. بنابراین می‌توان گفت آزمایش ۲، دو پاسخ کاملاً صحیح دارد.

۳.۳.۴. آزمایش ۳

همان‌گونه که در شکل ۱۰ مشخص است، ۳ نقطه‌ی مشکوک به منبع آلاینده در آزمایش ۳ وجود دارد. مقادیر $RMSE$ در این ۳ نقطه از سایر نقاط کمتر است. سه نقطه‌ی مذکور عبارت‌اند از: 0.60 کیلومتری از شاخه‌ی ۱-۱، 0.44 کیلومتری از شاخه‌ی ۳-۱ و 0.28 کیلومتری از شاخه‌ی ۴-۱. مقایسه‌ی مقادیر تابع چگالی احتمال پیش‌رو و برگشتی در شکل ۱۱ به نمایش درآمده است. همچنین زمان رهاسازی از هر نقطه به ترتیب برابر است با: $17:45$ از شاخه‌ی ۱-۱، $18:02$ از

استفاده شده است. در پژوهش حاضر، مدل احتمال برگشتی برای رودخانه‌بی با شرایط غیریکنواخت استفاده شده است. با توجه به نتایج به دست آمده در بخش قبل، به خوبی مشخص است که مدل احتمال برگشتی، توانایی تشخیص مکان و زمان رهاسازی آلاینده را در شبکه‌ی رودخانه با شرایط غیریکنواخت رودخانه دارد. مزیت عمده‌ی روش مذکور نسبت به دیگر روش‌ها، عدم ساده‌سازی بیش از حد مسئله نسبت به واقعیت است. در بسیاری از روش‌های بازگشتی، مسئله با غیریکتابی پاسخ‌ها روبه‌روست. در روش احتمال برگشتی جواب مسئله به صورت احتمال در مکان و زمان بیان می‌شود و با غیریکتابی پاسخ‌ها روبه‌رو نخواهد بود. روش احتمال برگشتی نسبت به سایر روش‌های بازگشتی، به ویژه روش‌های شبیه‌سازی - بهینه‌سازی، سرعت تشخیص منبع آلاینده است. چرا که فقط با یک بار اجرای برنامه، محل دقیق آلاینده مشخص شده است و نیازی به اجرای متعدد مدل نیست.

احتمال برگشتی (توسعه داده شده در آب زیرزمینی) به منظور شناسایی منبع آلاینده‌ی ناگهانی در شبکه‌ی رودخانه با شرایط کاملاً غیریکنواخت استفاده شده است. همچنین مدل احتمال برگشتی زمان پیمایش و مدل احتمال برگشتی مکان آلاینده، در شرایطی که داده‌های مشاهداتی محدودتر باشد، مؤثرتر است. نقطه‌ی قوت مدل برگشتی این است که به ازاء هر مشاهده فقط یک معادله حل می‌شود. مدل برگشتی زمان پیمایش وابسته به شار غلظت است، در حالی که مدل برگشتی مکان به غلظت وابسته است. هزینه‌ی محاسباتی روش احتمال برگشتی به دلیل حل تعداد معدودی معادله‌ی پراکنده، بسیار پایین است و در روش مذکور، فقط مشاهده‌ی آلاینده در نقطه‌ی مشاهداتی کفایت می‌کند. مدل مذکور با توجه به داده‌های موردنیاز ورودی، دقت بسیار بالایی دارد. در بسیاری از مطالعات پیشین، مدل احتمال برگشتی در آب‌های زیرزمینی

پانویس‌ها

1. adjoint state
2. bayesian approach
3. back tacking model
4. radial basis function
5. forward location probability
6. severn river
7. rohdamine

منابع (References)

1. Mazaheri, M. "Mathematical model of pollution source identification in river: reconstruction of location and release history of sources", PhD Thesis, Tarbiat Modares University, *Water Structures Department* (In Persian) (2011).
2. Liu, J.J. *Travel Time and Location Probabilities for Groundwater Contaminant Source*, S.N.M. Inst. of Mining and Technology, Socorro (1995).
3. Neupauer, R.M. and Wilson, J.L. "Adjoint method for obtaining backward-in-time location and travel time probabilities of a conservative groundwater contaminant", *Water Resour. Res.*, **35**(11), pp. 3389-3398 (Nov 1999).
4. Neupauer, R.M., Borchers, B. and Wilson, J.L. "Comparison of inverse methods for reconstructing the release history of a groundwater contamination source", *Water Resour. Res.*, **36**(9), pp. 2469-2475 (Sep 2000).
5. Neupauer, R.M. and Wilson, J.L. "Adjoint-derived location and travel time probabilities for a multidimensional groundwater system", *Water Resour. Res.*, **37**(6), pp. 1657-1668 (Jun 2001).
6. Neupauer, R.M. and Wilson, J.L. "Backward probability model using multiple observations of contamination to identify groundwater contamination sources at the Massachusetts Military Reservation", *Water Resources Res.*, **41**(2), 14 p. (Feb 2005).
7. Boano, F., Revelli, R. and Ridolfi, L. "Stochastic modelling of DO and BOD components in a stream with random inputs", *Adv. Water Resour.*, **29**(9), pp. 1341-1350 (Sep 2006).
8. Boano, F., Revelli, R. and Ridolfi, L. "Source identification in river pollution problems: A geostatistical approach", *Water Resour. Res.*, **41**(7), 13 p. (Jul 2005).
9. Cheng, W.P. and Jia, Y. "Identification of contaminant point source in surface waters based on backward location probability density function method", *Adv. Water Resour.*, **33**(4), pp. 397-410 (Apr 2010).
10. Molson, J.W. and Frind, E.O. "On the use of mean groundwater age, life expectancy and capture probability for defining aquifer vulnerability and time-of-travel zones for source water protection", *J. Contam. Hydrol.*, **127**(1-4), pp. 76-87 (Jan 2012).
11. Yang, H., Shao, D., Liu, B., Huang, J. and Ye, X. "Multi-point source identification of sudden water pollution accidents in surface waters based on differential evolution and metropolis-hastings-markov chain Monte Carlo", *Stoch. Environ. Res. Risk Assess.*, **30**(2), pp. 507-522 (Dec 2015).
12. Song, Z., Guo-hua, L., Li-zhong, W., Mao Gen-hai, C.W. and Yue-fei, H. "A bayesian approach for the identification of pollution source in water quality model coupled with hydrodynamics", *J. Sichuan Univ.*, **560-561**, pp. 44-54 (2011).
13. Yang, H.D., Shao, D.G. and Liu, B.Y. "A new traceability method for sudden water pollution accidents", *Adv. Mater. Res.*, **807-809**, pp. 1570-1574 (Sep 2013).
14. Cupola, F., Tanda, M.G. and Zanini, A. "Laboratory sandbox validation of pollutant source location methods", *Stoch. Environ. Res. Risk Assess.*, **29**(1), pp. 169-182 (2015).
15. Parra-Guevara, D. and Skiba, Y.N. "A linear-programming-based strategy for bioremediation of oil-polluted marine environments", *Environ. Model. Assess.*, **18**(2), pp. 135-146 (2013).

16. Parra-Guevara, D. and Skiba, Y.N. "Adjoint approach to estimate the non-steady emission rate of a point source", *J. Eng. Res. Appl.*, **3**(6), pp. 763-776 (2013).
17. Wagner, D.E., Neupauer, R.M. and Cichowitz, C. "Adjoint-based probabilistic source characterization in water-distribution systems with transient flows and imperfect sensors", *J. Water Resour. Plan. Manag.*, **141**(9) (Sep 2015).
18. El Badia, A., Ha-Duong, T. and Hamdi, A. "Identification of a point source in a linear advection-dispersion-reaction equation: application to a pollution source problem", *Inverse Probl.*, **21**(3), pp. 1121-1136 (Jun 2005).
19. Tong, Y. and Deng, Z. "Moment-based method for identification of pollution source in rivers", *J. Environ. Eng.*, **141**(10) (Oct 2015).
20. Wang, Z. and Liu, J. "Identification of the pollution source from one-dimensional parabolic equation models", *Appl. Math. Comput.*, **219**(8), pp. 3403-3413 (Dec 2012).
21. Li, T.S. and Wong, S.M. "Development of an efficient and accurate global space-time radial basis collocation model for estimation of river pollution source", *Int. J. Eng. Technol.*, **6**(2), pp. 136-140 (2014).
22. Mazaheri, M., Mohammad Vali Samani, J. and Samani, H.M.V. "Mathematical model for pollution source identification in rivers", *Environ. Forensics*, **16**(4), pp. 310-321 (2015).
23. Amirabdollahian, M. and Datta, B. "Reliability evaluation of groundwater contamination source characterization under uncertain flow field", *International Journal of Environmental Science and development*, **6**(7), pp. 512-518 (2015).
24. Telci, I.T. and Aral, M.M. "Contaminant source location identification in river networks using water quality monitoring systems for exposure analysis", *Water Qual. Expo. Heal.*, **2**(3-4), pp. 205-218 (Feb 2011).
25. Yuan-hua, C., Peng, W., Ji-ping, J. and Liang, G. "Contaminant point source identification of rivers chemical spills based on correlation coefficients optimization method", *China Environ. Sci.*, pp. (2011).
26. Di Nardo, B., Santonastaso, G.F., Battaglia, F. and Velotta, R. "Smart identification system of surface water contamination by an innovative biosensor network", *CE-MEPE - 5th International Conference on Environmental Management, Engineering, Planning and Economics* (June 2015).
27. Zhang, S.P. and Xin, X.K. "Pollutant source identification model for water pollution incidents in small straight rivers based on genetic algorithm", *Appl. Water Sci.*, **7**(4), pp. 1955-1963 (Jun 2017).
28. Chapra, S.C., *Surface Water-Quality Modeling*, Waveland Press, 844 p. (2008).
29. Chaudhry, M.H., *Open-Channel Flow*, Springer (2008).
30. Ding, Y. and Wang, S.S.Y. "Identification of manning's roughness coefficients in channel network using adjoint analysis", *Int. J. Comput. Fluid Dyn.*, **19**(1), pp. 3-13 (2005).
31. Ding, Y. and Wang, S.S.Y. "Optimal control of open-channel flow using adjoint sensitivity analysis", *J. Hydraul. Eng.*, **132**(11), pp. 1215-1228 (2006).
32. Wilson, J.L. and Metcalfe, D.E. "Illustration and verification of adjoint sensitivity theory for steady state groundwater flow", *Water Resour. Res.*, **21**(11), pp. 1602-1610 (Nov 1985).
33. Neupauer, R.M. and Wilson, J.L. "Numerical implementation of a backward probabilistic model of ground water contamination", *Ground Water*, **42**(2), pp. 175-189 (Mar 2004).
34. Atkinson, T.C. and Davis, P.M. "Longitudinal dispersion in natural channels: 1. Experimental results from the river severn, U.K.", *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, **4**(3), pp. 345-353 (2000).
35. Noori, R., Safavi, S. and Nateghi Shahrokni, S.A. "A reduced-order adaptive neuro-fuzzy inference system model as a software sensor for rapid estimation of five-day biochemical oxygen demand", *J. Hydrol.*, **495**, pp. 175-185 (Jul 2013).
36. Noori, R., Yeh, H.-D., Abbasi, M., Kachooangi, F.T. and Moazami, S. "Uncertainty analysis of support vector machine for online prediction of five-day biochemical oxygen demand", *J. Hydrol.*, **527**, pp. 833-843 (2015).
37. Noori, R., Deng, Z., Kiaghadi, A. and Kachooangi, F.T. "How reliable are ANN, ANFIS, and SVM techniques for predicting longitudinal dispersion coefficient in natural rivers?", *J. Hydraul. Eng.*, **142**(1), pp. 1-8 (2015).