

# تحلیل پی گسترده‌ی مستقر بر شمع و خاک و مقایسه‌ی دیدگاه سنتی و جدید در طراحی گروه شمع

علی فاخر (دانشیار)

بهاره بادینلو (کارشناس ارشد)

دانشکده‌ی فنی - گروه مهندسی عمران، دانشگاه تهران

احسان سرقینی (کارشناس ارشد)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

در این تحقیق به بررسی تحلیلی پی گسترده‌ی مستقر بر شمع و خاک و مقایسه‌ی دو دیدگاه سنتی و جدید در طراحی گروه شمع پرداخته شده است. برای تحلیل سه‌بعدی گروه شمع با سرشمع در تماس با خاک و یا بدون تماس با خاک از نرم‌افزار FLAC3D استفاده شده است. رفتار گروه شمع، یک‌بار با در نظر نگرفتن سهم سرشمع و بار دیگر با در نظر گرفتن سهم آن بررسی شده است. صرف نظر از روش انتخابی برای تحلیل گروه شمع، روش طراحی مناسب گروه شمع بسیار حائز اهمیت است. بنابراین دو دیدگاه سنتی و جدید (استفاده از شمع‌های کاهنده نشست<sup>۱</sup>) در طراحی گروه شمع بررسی و مقایسه شده‌اند. در هر دو دیدگاه سهم باربری خاک علاوه بر سهم شمع‌ها در نظر گرفته شده است. همچنین تأثیر مدول برشی خاک و نشست مجاز بر تعداد شمع‌های مورد نیاز در دو روش مذکور، بررسی شده است.

afakher@ut.ac.ir  
bahar\_badinloo@yahoo.com  
e.serghini@yahoo.com

واژگان کلیدی: شمع، گروه شمع، تحلیل، طراحی، شمع‌های کاهنده نشست.

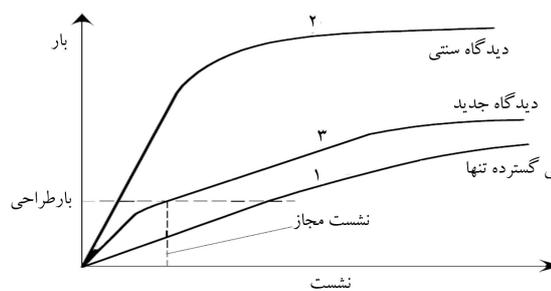
## مقدمه

شمع یا شالوده‌ی عمیق، بار را از سطح زمین به لایه‌های عمیق منتقل می‌کند. کنترل ظرفیت باربری شمع منفرد بسیار دشوار است و نیازمند آزمون‌های برجاست. در این زمینه تحقیقات مختلفی در ایران و سایر کشورها انجام شده، و در ایران - به‌طور خاص - می‌توان به برخی تحقیقات صورت گرفته درخصوص اندازه‌گیری برجهندگی<sup>[۱]</sup>، بارگذاری استاتیکی<sup>[۲]</sup> و تغییر باربری با گذشت زمان<sup>[۳]</sup> اشاره کرد. اما چون شمع‌ها معمولاً به‌صورت منفرد مورد استفاده قرار نمی‌گیرند، استفاده از گروه شمع می‌تواند گزینه‌ی مناسبی برای اهداف مختلف مهندسی پی باشد. چون روش سنتی طراحی گروه شمع موجب افزایش هزینه‌ها می‌شود، در این تحقیق، روش‌های مختلف تحلیل و طراحی گروه شمع با سرشمع در تماس با خاک<sup>۲</sup> و سرشمع بدون تماس با خاک<sup>۳</sup> مورد بررسی و ارزیابی قرار می‌گیرد. در تحلیل گروه شمع، اگر سرشمع در تماس با خاک باشد قسمتی از بار وارده توسط شمع‌ها، و باقی‌مانده‌ی آن توسط سرشمع در تماس با خاک حمل می‌شود. لذا تحلیل دقیق گروه شمع، به‌خصوص در حالت سه‌بعدی، نسبتاً مشکل است و نیاز به ابزار محاسباتی دقیق و کالیبره شده دارد. صرف‌نظر از روش تحلیل که در دو شیوه‌ی: الف) با فرض باربری سرشمع؛ ب) با فرض بدون باربری سرشمع انجام می‌شود، دیدگاه یا فلسفه‌ی طراحی هم اهمیت زیادی دارد. فلسفه‌ی جدید طراحی که در این نوشتار تشریح می‌شود - اگرچه تأثیر زیادی در بهینه‌سازی گروه شمع دارد - هنوز رواج زیادی ندارد. علل این موضوع را می‌توان چنین برشمرد: ۱) کمبود مراجع فنی و در نتیجه عدم آشنایی مهندسان حرفه‌ی با فلسفه‌های جدید طراحی؛ ۲) نیاز به مدل‌های محاسباتی قوی

## تحقیقات قبلی

صحت‌سنجی شده و زمان‌بر بودن استفاده از آنها. اگرچه در برخی از ساختمان‌های مهم جهان گروه شمع با فلسفه‌های جدید طراحی شده‌اند، تعداد آنها زیاد نیست؛ برای مثال مؤلفین هیچ پروژه‌ی واقعی در ایران که گروه شمع در آنها با فلسفه‌ی جدید طراحی شده باشد سراغ ندارند. در ادامه‌ی تحقیق حاضر دو دیدگاه مختلف در طراحی گروه شمع - دیدگاه سنتی و دیدگاه استفاده از شمع‌های کاهنده نشست - تشریح می‌شود.

در چند دهه‌ی گذشته، نشست گروه شمع با استفاده از داده‌های تجربی یا روش‌های ساده‌ی مبتنی بر نظریه‌ی تحکیم یک‌بعدی، محاسبه می‌شد. مثلاً براساس تعداد محدودی از مشاهدات محلی، تعدادی روابط تقریبی با توجه به نشست شمع منفرد برای محاسبه‌ی نشست گروه شمع پیشنهاد شد. مطالعات فراوانی درخصوص تحلیل گروه شمع در چند دهه‌ی اخیر انجام شده است، به‌گونه‌ی که در بسیاری از مراجع به مهم‌ترین این مطالعات<sup>[۴]</sup> و<sup>[۵]</sup> استناد می‌شود. در یکی از مهم‌ترین این مطالعات، دو نوع گروه شمع با سرشمع در تماس با خاک و گروه شمع با سرشمع بدون تماس با خاک مورد مطالعه قرار گرفته است<sup>[۴]</sup>، که مبنای محاسبات آن براساس معادلات میندلین و سازگاری نشست خاک در جداری شمع منفرد و استفاده از ضرایب



شکل ۱. منحنی «بار - نشست» فلسفه‌های مختلف طراحی گروه شمع.

سرسشم و خاک، از نظر مدل‌سازی نسبتاً پیچیده محسوب می‌شود. در سال‌های اخیر با گسترش روش‌های عددی و همچنین پیدایش رایانه‌ها با قدرت پردازش بالا، مدل‌سازی عددی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. البته در این مورد باید توجه داشت که از نتایج روش‌های عددی نیز به‌تنهایی نمی‌توان برای طراحی استفاده کرد که علت آن گستردگی مجهولات موجود در تحلیل عددی محیط‌های کشسانی - خمیری (الاستوپلاستیک) است. به همین علت در هر مدل‌سازی عددی ابتدا نتایج حاصل از شبیه‌سازی، با نتایج حاصل از بررسی‌های انجام شده در منابع یا مطالعات آزمایشگاهی مقایسه می‌شود تا از درستی فرضیات در مدل‌سازی و همچنین عملکرد برنامه اطمینان کامل حاصل شود.

در این تحقیق نیز از روش عددی برای تحلیل محیط خاک و شمع استفاده شده است. برای تحلیل، از نرم‌افزار FLAC3D استفاده شده است<sup>[۸]</sup> که از روش تفاضل محدود بهره می‌جوید. در این تحقیق از مدل کشسانی - خمیری موهرکولمب برای محیط خاک استفاده شده و بار به صورت گسترده‌ی یکنواخت روی سرشمع وارد می‌شود. در تحقیق حاضر برای معرفی سرعت بارگذاری در برنامه‌ی FLAC3D از دستور SOLVE استفاده شده است که در آن (برخلاف دستور STEP) تعداد گام‌های بارگذاری به‌طور خودکار تا رسیدن به بار نهایی تعریف می‌شود؛ به طوری که خطای مربوط به بار وارده در ابتدای بارگذاری (Unbalanced Force) و انتهای بارگذاری (پس از این که مدل ساخته شده به تعادل نیروهای داخلی رسید) به کم‌ترین مقدار خود برسد.<sup>[۸]</sup> در ضمن ابعاد محیط مورد تحلیل با سعی و خطا آن قدر افزایش داده شده است که بزرگ‌تر کردن ابعاد، تأثیری بر تنش‌ها و تغییر مکان‌های شمع‌ها نداشته باشد.<sup>[۹]</sup>

## بررسی اعتبار مدل

برای حصول اطمینان از صحت عملکرد برنامه‌ی عددی در مدل‌سازی رفتار خاک و گروه شمع، مدل‌هایی از شمع منفرد، گروه شمع با سرشمع بدون تماس با خاک، و گروه شمع با سرشمع در تماس با خاک مدل‌سازی شد. با توجه به نتایج حاصل از تحلیل عددی و مقایسه‌ی آنها با نتایج سایر تحقیقات، مشخص شد که مدل‌سازی‌های انجام شده توسط برنامه از قابلیت پیش‌بینی رفتار گروه شمع و شالوده‌های شمعی در حد مطلوب برخوردار است. به‌عنوان مثال پاسخ بار-نشست یک شمع بتنی منفرد درجا، با مقطع مربعی به ضلع ۰/۵ متر و طول ۲۰ متر، تحت بارهای مختلف محوری مورد بررسی قرار می‌گیرد. مشخصه‌های مصالح خاک و شمع در جدول ۱ ارائه شده است. نتایج حاصل از نرم‌افزار FLAC3D و مقایسه‌ی این نتایج با مقادیر به دست آمده از روابط ارائه شده در تحقیق‌های قبلی<sup>[۴]</sup> در شکل ۲ نشان داده

جدول ۱. مشخصه‌های مصالح خاک و شمع.

متغیر	شمع بتنی	خاک
چگالی خشک	$2500 \text{ kg/m}^3$	$1900 \text{ kg/m}^3$
مدول یانگ	$25000 \text{ MPa}$	$30 \text{ MPa}$
ضریب پواسون	۰/۲	۰/۳۵
مدول حجمی	$13900 \text{ MPa}$	$23723 \text{ MPa}$
مدول برشی	$10400 \text{ MPa}$	$11711 \text{ MPa}$
چسبندگی	-	$50 \text{ kPa}$
زاویه اصطکاک داخلی	-	۵ درجه

اندرکنش به‌منظور تحلیل گروه شمع است. همچنین نشست ایجاد شده در خاک اطراف شمع منفرد (در فاصله‌ی  $r$  از شمع) در دو حالت شمع صلب و تراکم‌پذیر، ناشی از بار انتقال یافته توسط نوک (پایه) و جداره‌ی شمع مورد مطالعه قرار گرفته است<sup>[۵]</sup>، آنان در ادامه به‌منظور تحلیل گروه شمع با استفاده از تأثیر ضرایب اندرکنش مربوط به جداره و نوک در سختی گروه شمع، نشست گروه شمع را تحت بارهای وارد محاسبه کرده‌اند.

ایده‌ی دیدگاه جدید طراحی گروه شمع برای اولین بار توسط برلند و همکاران وی (۱۹۷۷) مطرح شد. آنها با در نظر گرفتن یک پی گسترده و افزودن تعداد محدودی شمع در زیر مرکز پی گسترده، از نشست‌های غیریکنواخت کاسته و به حذف کاسه‌پی شدن مرکز پی گسترده دست یافتند.<sup>[۶]</sup> از نظر طراحی بخشی از بار کل توسط پی گسترده (سرشمع) تحمل می‌شود و تمامی ظرفیت جداره در طول شمع‌ها تحت بار بهره‌بردار می‌شوند. با بسط ایده‌های اولیه، دو فلسفه‌ی مختلف برای طراحی گروه شمع بیان شد:<sup>[۷]</sup>

- روش سنتی که شمع‌ها به‌صورت گروهی برای تحمل بیشینه‌ی بارهای وارد طراحی می‌شوند، در حالی که سرشمع مقدار کمی از بار وارد را تحمل می‌کند.

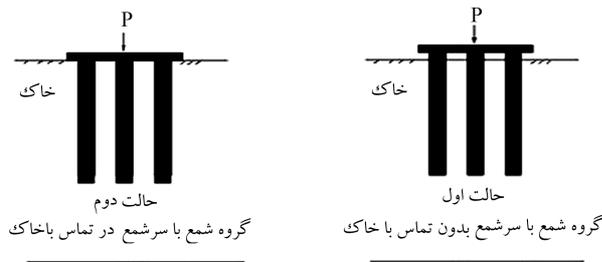
- روش شمع‌های کاهنده‌ی نشست که در آن شمع‌ها در نقاط خاصی از سرشمع (معمولاً مرکز سرشمع) که بیشترین نشست را دارند، قرار می‌گیرند. هدف اصلی این روش کاهش نشست‌های غیریکنواخت به جای کاهش نشست کلی است.

در اینجا شکل ۱ که نشان‌دهنده رفتار «بار - نشست» گروه شمع است، برای مقایسه‌ی فلسفه‌های مختلف در طراحی تشریح می‌شود. منحنی ۱ رفتار پی گسترده‌ی تنها (بدون شمع) را نشان می‌دهد. در این حالت، نشست به‌وجود آمده در بار طراحی بیش از حد مجاز است. بنابراین برای کاهش نشست‌های به‌وجود آمده از شمع استفاده می‌شود.

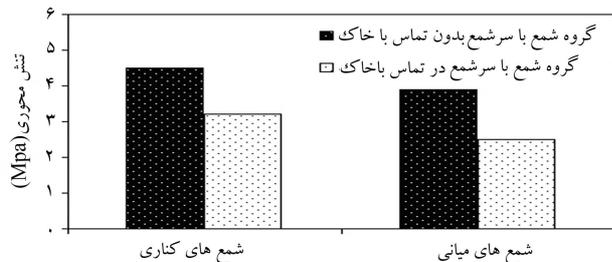
منحنی ۲ فلسفه‌ی سنتی در طراحی گروه شمع را نشان می‌دهد. در این روش گروه شمع با سرشمع در تماس با خاک، و با فرض این که بخش زیادی از بار توسط شمع‌ها تحمل می‌شوند، طراحی می‌شود. همان‌طور که در منحنی ۲ مشاهده می‌شود، رابطه‌ی بار-نشست شمع‌هایی که با استفاده از این فلسفه طراحی می‌شوند، در بار طراحی به‌صورت خطی (کشسان) است. منحنی ۳ کاربرد شمع‌ها به‌عنوان کاهنده‌ی نشست و استفاده از تمام ظرفیت باربری شمع‌ها در بار طراحی را نشان می‌دهد.

## مدل‌سازی در تحقیق حاضر

در هریک از دیدگاه‌های طراحی، به‌خصوص در فلسفه‌های جدید، ابزار محاسباتی مناسب مورد نیاز است. به‌طور کلی تحلیل سه‌بعدی گروه شمع با در نظر گرفتن تماس



شکل ۳. شماتیک گروه شمع در دو حالت سرشمع در تماس با خاک و بدون تماس با خاک.



شکل ۴. تنش در شمع‌های کناری و میانی برای دو حالت گروه شمع با سرشمع در تماس با خاک و بدون تماس با خاک.

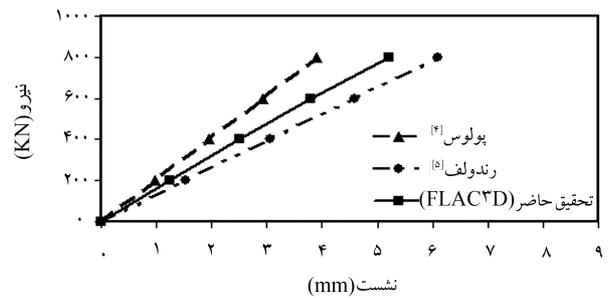
این نوع مطالعات، به منظور دستیابی به شرایط هندسی بهینه در به‌کارگیری گروه شمع با سرشمع در تماس با خاک، ضروری است. بدین منظور تأثیر دو متغیر ابعاد سرشمع و ضخامت سرشمع در خاک بررسی می‌شود.

### تأثیر ضخامت سرشمع

برای بررسی تأثیر افزایش ضخامت یا صلبیت سرشمع، دو نوع گروه شمع با سرشمع در تماس با خاک، یکی به ابعاد  $B_R \times L_R = 15m \times 15m$  و دیگری به ابعاد  $B_R \times L_R = 30m \times 30m$  در نظر گرفته شده‌اند، به طوری که قطر و طول شمع‌های به کار رفته در هر دو نوع گروه شمع، به ترتیب برابر  $1/2$  متر و  $10$  متر هستند. برای بررسی تأثیر ضخامت سرشمع بر روی نشست‌ها و تنش‌های به وجود آمده در سیستم گروه شمع، هر یک از مدل‌های فوق برای دو حالت  $t = 1m$  و  $t = 3m$  بررسی شده‌اند. در هر یک از مدل‌ها بار  $10000 kN$  به صورت گسترده و یکنواخت در سطح سرشمع پخش می‌شود. نشست‌های به وجود آمده در بالای شمع‌های  $1, 2, 3$  و  $4$  برای سرشمع با ابعاد  $B_R \times L_R = 15m \times 15m$  و شمع‌های شماره  $1, 2, 3, 4$  و  $5$  برای سرشمع با ابعاد  $B_R \times L_R = 30m \times 30m$  برای بارگذاری  $10000 kN$  در شکل‌های  $5$  و  $6$  نشان داده شده است. در ضمن در مدل‌سازی از خاصیت تقارن استفاده شده است.

### تأثیر ابعاد سرشمع

در این قسمت برای بررسی تأثیر افزایش ابعاد سرشمع، سه گروه شمع با سرشمع در تماس با خاک به ابعاد  $B_R \times L_R = 3m \times 4.5m$ ،  $B_R \times L_R = 5m \times 7.5m$  و  $B_R \times L_R = 20.5m \times 22.5m$  در نظر گرفته شده‌اند، به طوری که قطر و طول شمع‌های مورد استفاده در هر سه نوع گروه شمع، به ترتیب برابر  $0.5$  متر و  $10$  متر



شکل ۲. نمودار «بار - نشست» شمع منفرد.

شده است. چنان که ملاحظه می‌شود نتایج به دست آمده به خوبی با هم مطابقت دارند. مقایسه‌های زیادی بین نتایج حاصل از FLAC3D و سایر روش‌ها انجام شده است. [۹] این توضیح لازم است که مدت زمان اجرای مدل در این تحقیق بسیار طولانی بوده است. برای مثال، اجرای برنامه در حالت پی گسترده با  $49$  شمع در حدود  $30$  ساعت طول می‌کشد.

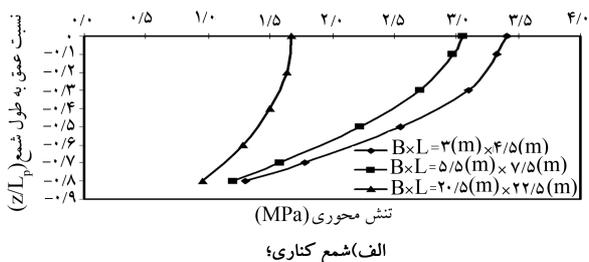
### تأثیر متغیرهای هندسی در رفتار گروه شمع

قبل از ورود به بحث مقایسه‌ی فلسفه‌های طراحی، و به منظور شناخت بیشتر رفتار گروه شمع، ابتدا تأثیر تماس سرشمع با خاک و در نظر گرفتن نقش سرشمع در تنش‌ها و نشست‌های ایجاد شده مطالعه شده است. لازم به ذکر است که، در تمامی مدل‌هایی که در ادامه تشریح می‌شوند مشخصات مصالح خاک و شمع، برای تحلیل عددی یکسان در نظر گرفته شده‌اند (جدول ۱) جزئیات بیشتر در خصوص روش مدل‌سازی و نحوه‌ی اعمال بار و انتخاب المان‌های عددی و بررسی‌های بیشتر در هر یک از مدل‌ها ارائه شده است. [۹]

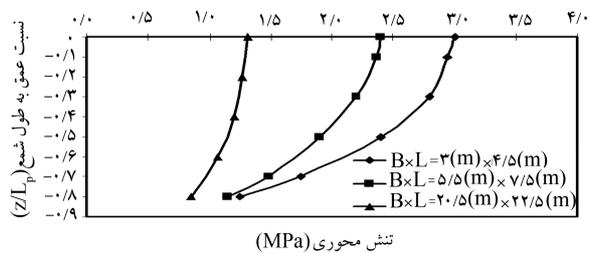
### تأثیر تماس سرشمع با خاک

برای مقایسه‌ی تأثیر تماس سرشمع با خاک، یک گروه شمع در دو حالت بررسی می‌شود. همان‌طور که در شکل ۳ به صورت شماتیک نشان داده شده است، در حالت اول گروه شمع با سرشمع بدون تماس با خاک (در نظر نگرفتن نقش سرشمع) و در حالت دوم گروه شمع با سرشمع در تماس با خاک (در نظر نگرفتن نقش سرشمع) است. در هر دو مدل سرشمع به ابعاد  $B_R \times L_R = 5.75m \times 7.75m$  و قطر و طول شمع‌های به کار رفته در گروه شمع و ضخامت سرشمع، به ترتیب برابر  $0.5$  متر،  $10$  متر و  $1$  متر هستند. در گروه شمع با سرشمع بدون تماس با خاک فاصله‌ی سرشمع از سطح زمین برابر  $0.1$  متر در نظر گرفته شده است. در هر یک از مدل‌ها بار قائم  $5000 kN$  به صورت گسترده و یکنواخت در سطح سرشمع پخش می‌شود. همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، استفاده از سرشمع در تماس با خاک و در نظر گرفتن نقش آن باعث کاهش تنش‌ها و نشست‌ها در شمع‌های کناری و میانی می‌شود. همچنین سهم بار شمع‌ها، در حالت گروه شمع با سرشمع در تماس با خاک نسبت به حالت سرشمع بدون تماس با خاک کم‌تر می‌شود. مثلاً در این مثال با مقایسه‌ی تنش‌های به وجود آمده در بالای شمع‌ها، مشاهده می‌شود که  $27\%$  بار کل توسط سرشمع در تماس با خاک تحمل می‌شود.

بنابراین با توجه به عملکرد مناسب سرشمع، در ادامه‌ی تحقیق سعی شد برخی از عوامل مؤثر بر رفتار گروه شمع با سرشمع در تماس با خاک مورد بررسی قرار گیرد.

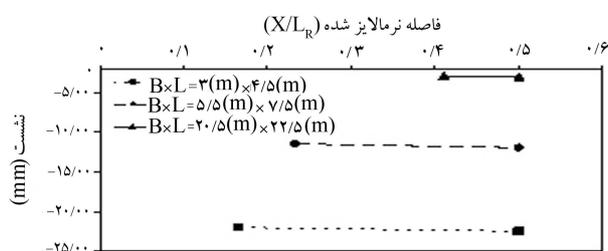


الف) شعاع کناری؛ تنش محوری (MPa)



ب) شعاع میانی؛ تنش محوری (MPa)

شکل ۸. تنش‌های قائم در طول شعاع‌ها.



شکل ۹. نشست گروه شعاع در تماس با خاک.

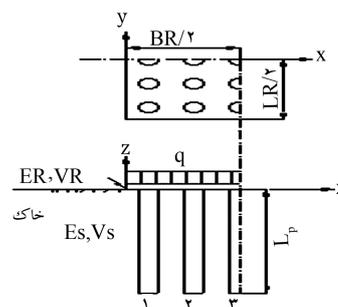
هستند. فاصله‌ی مرکز به مرکز شعاع‌ها نسبت به هم برابر ۱/۵ متر در نظر گرفته شده است. تعداد شعاع‌های مورد استفاده در هر سه حالت برابر ۲ ردیف ۳ شعاعی (۲ × ۳) است. در هر یک از مدل‌ها بار قائم  $500 \text{ kN}$  به صورت گسترده و یکنواخت در سطح سرشعاع پخش می‌شود. مدل تفاضل اجزاء محدود ساخته شده در نرم‌افزار FLAC3D برای حالت  $B_R \times L_R = 20/5 \text{ m} \times 22/5 \text{ m}$  در شکل ۷ نشان داده شده است.

در ادامه با استفاده از نتایج تحلیل‌های انجام شده، اثر تغییر ابعاد سرشعاع در تماس با خاک بر نشست گروه شعاع و نیز تنش‌های موجود آمده در طول شعاع‌ها در شکل‌های ۸ و ۹ ارائه شده است.

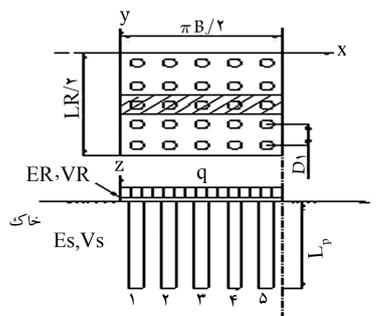
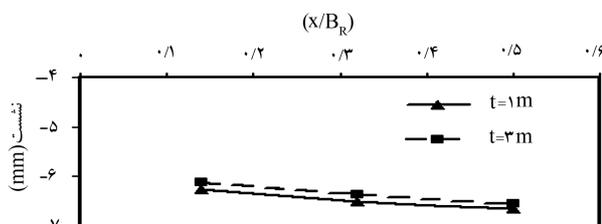
### مقایسه‌ی دیدگاه‌های سنتی و جدید در طراحی گروه شعاع

از آنجا که مراحل طراحی دو روش سنتی و جدید به صورت مقایسه‌ی به روشنی در مراجع نیامده، در تحقیق حاضر نخست مراحل طراحی در هر دو روش به صورت مقایسه‌ی انجام شده است. لذا جدول ۲ به منظور مقایسه و ارزیابی دیدگاه‌های مختلف (روش سنتی و روش جدید) در طراحی گروه شعاع و درک بهتر مراحل طراحی در دو دیدگاه، ارائه شده است.

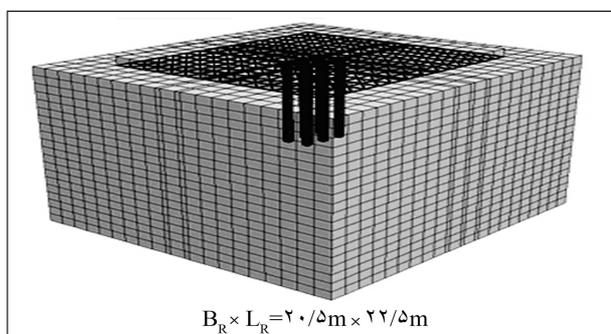
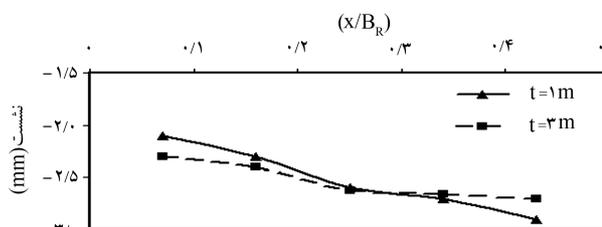
در ادامه با طرح یک مطالعه‌ی موردی و مدل‌سازی عددی توسط نرم‌افزار FLAC3D و با در نظر گرفتن رفتار کشسانی-خمیری برای خاک، دیدگاه‌های مختلف در طراحی



شکل ۵. شکل شماتیک و نشست گروه شعاع  $B_R \times L_R = 15 \text{ m} \times 15 \text{ m}$  (تعداد شعاع‌ها =  $5 \times 5$ ).



شکل ۶. شکل شماتیک و نشست گروه شعاع  $B_R \times L_R = 30 \text{ m} \times 30 \text{ m}$  (تعداد شعاع‌ها =  $10 \times 10$ ).



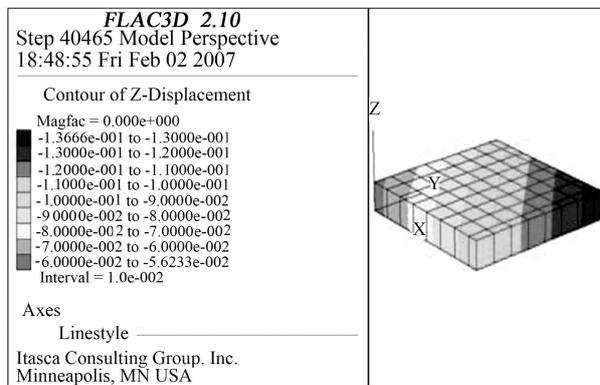
شکل ۷. مدل تفاضل محدود گروه شعاع با سرشعاع در تماس با خاک.

جدول ۲. مقایسه‌ی انجام شده در تحقیق حاضر در خصوص دیدگاه‌های مختلف طراحی گروه شمع.

روش سنتی	روش جدید (شمع‌های کاهنده‌ی نشست)
گام اول	گام اول
<ul style="list-style-type: none"> <li>در نظر گرفتن پی سطحی</li> <li>کنترل ظرفیت باربری</li> <li>کنترل نشست (در نظر گرفتن مقدار مجاز نشست)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>در نظر گرفتن پی سطحی</li> <li>کنترل ظرفیت باربری</li> <li>کنترل نشست (در نظر گرفتن مقدار مجاز نشست)</li> </ul>
کنترل در پایان گام اول	کنترل در پایان گام اول
<ul style="list-style-type: none"> <li>کافی بودن ظرفیت باربری پی سطحی</li> <li>نشست بیش از مقدار مجاز در پی سطحی</li> <li>طراحی گروه شمع</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>کافی بودن ظرفیت باربری پی سطحی</li> <li>نشست بیش از مقدار مجاز در پی سطحی</li> <li>اضافه کردن تعداد محدودی شمع به پی سطحی (ایجاد حالات مختلف با تعداد شمع متفاوت)</li> </ul>
گام دوم	گام دوم
کنترل در پایان گام دوم	کنترل در پایان گام دوم
<ul style="list-style-type: none"> <li>محاسبه‌ی ظرفیت باربری مجاز شمع‌ها</li> <li>کنترل بار محاسبه شده در گام دوم با ظرفیت باربری مجاز</li> <li>کنترل نشست گروه شمع</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>محاسبه بار وارد به هر یک از شمع‌ها</li> <li>محاسبه ظرفیت باربری نهایی شمع‌ها (<math>Q_u</math>)</li> <li>کنترل بار محاسبه شده در گام دوم با ظرفیت باربری نهایی (در حالات مختلف)</li> <li>کنترل نشست گروه شمع</li> </ul>
شرایط بهینه‌بودن گروه شمع	شرایط بهینه‌بودن گروه شمع
<ul style="list-style-type: none"> <li>حد اقل بودن تعداد شمع‌هایی که بار وارد بر آنها کم‌تر از حد مجاز باشد. (<math>Q &lt; Q_{all}</math>)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>حد اقل بودن تعداد شمع‌هایی که بار وارد بر آنها کم‌تر از حد نهایی باشد. (<math>Q &lt; Q_u</math>)</li> </ul>

جدول ۳. مشخصه‌های مصالح خاک و شمع.

متغیر	شمع بتنی	خاک
چگالی خشک	$2500 \text{ kg/m}^3$	$1700 \text{ kg/m}^3$
مدول یانگ	$25000 \text{ MP}$	$13 \text{ MP}$
ضریب پواسون	$0.2$	$0.3$
مدول حجمی	$13900 \text{ MP}$	$10783 \text{ MP}$
مدول برشی	$10400 \text{ MP}$	$5 \text{ MP}$
چسبندگی	-	$70 \text{ kPa}$
زاویه اصطکاک داخلی	-	$5$



شکل ۱۰. منحنی‌های هم‌میزان نشست پی گسترده‌ی سطحی.

کنترل در پایان گام اول با توجه به ضریب اطمینان مناسب به دست آمده از رابطه‌ی ۲، ظرفیت باربری پی گسترده برای بار مورد نظر کافی است، ولی با توجه به منحنی‌های هم‌میزان نشست در شکل ۱۰، نشست کل و نشست غیریکنواخت برای پی گسترده بیش از مقدار مجاز است. در نتیجه از سیستم گروه شمع با سرشمع در تماس با خاک استفاده می‌شود.

مسئله‌ی حاضر برای گروه شمعی، با سرشمع مربعی به ابعاد ۱۵ متر، ضخامت سرشمع ۱ متر و شمع‌هایی به قطر و طول ۱ متر و ۱۰ متر تحلیل می‌شود. فاصله‌ی مرکز به مرکز شمع‌ها نسبت به هم برابر ۲ متر است. تعداد شمع‌های به کار رفته در این حالت (روش سنتی) برابر ۷ ردیف ۷ شمعی (مجموعاً ۴۹ شمع) است. شمانیک آرایش شمع‌ها و مدل تفاضل اجزاء محدود در شکل ۱۱ ارائه شده است. در گام دوم تنش تحمل شده توسط هر یک از شمع‌ها با در نظر گرفتن موقعیت شمع‌ها (شکل ۱۱)، در جدول ۴ ارائه شده است.

برای کنترل بار محاسبه شده در انتهای مرحله‌ی دوم با ظرفیت باربری مجاز، در این مرحله ظرفیت باربری هر یک از شمع‌ها و نشست گروه شمع محاسبه می‌شود. بدین منظور ابتدا راندمان گروه شمع با استفاده از رابطه‌ی کانورس - لا باره<sup>[۱۰]</sup> به دست

گروه شمع مورد بررسی قرار می‌گیرند و در مرحله‌ی بعد این مقایسه توسعه داده می‌شود. مشخصات مصالح خاک و شمع، نظیر مدول کشسانی، مدول برشی و زاویه‌ی اصطکاک داخلی به‌کار رفته برای تحلیل عددی مدل‌ها مطابق جدول ۳ در نظر گرفته شده‌اند.

### الف) دیدگاه سنتی

در گام اول با در نظر گرفتن بار طراحی برابر  $30000 \text{ kN}$ ، مطابق با گام اول، یک پی گسترده‌ی سطحی مربعی به ضلع ۱۵ متر و ضخامت ۱ متر طراحی می‌شود. با توجه به مشخصات خاک و با استفاده از رابطه‌ی ۱، ظرفیت باربری در پی مربعی محاسبه می‌شود:

$$q_u = 0.7867cN_{c\gamma} \quad (1)$$

در نتیجه  $q_u$  و  $P_u$  به ترتیب برابر  $10^3 \text{ N/m}^2 \times 345$  و  $77625 \text{ kN}$  به دست می‌آید و با توجه به بار کل مقدار ضریب اطمینان برابر خواهد بود با:

$$S.F = \frac{P_u}{P_u} = 77625 / 30000 = 2.58 \quad (2)$$

مقدار نشست مجاز برابر ۷ سانتی‌متر در نظر گرفته می‌شود. مدل تفاضل اجزاء محدود و منحنی‌های هم‌میزان نشست، در شکل ۱۰ نشان داده شده است.

این مشکل معمولاً در طراحی سنتی گروه شمع وجود دارد. همچنین مقدار نشست به دست آمده از مقدار مجاز (مثلاً ۷ سانتی متر) در اینجا کم تر است.

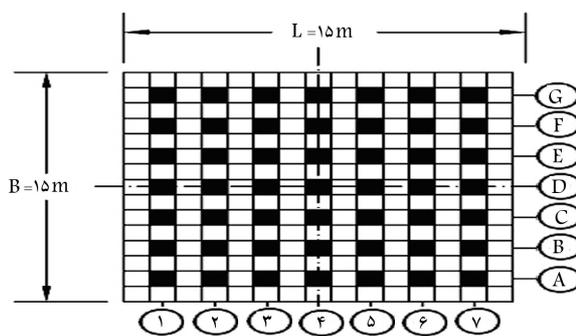
**ب) شمع‌های کاهنده‌ی نشست (دیدگاه جدید)**

- در گام اول این روش همانند گام اول در روش سنتی، برای تحمل نیروی طراحی (۳۰۰۰۰۰ kN)، از یک پی گسترده‌ی سطحی مربعی به ضلع ۱۵ متر و ضخامت ۱ متر استفاده می‌شود. ظرفیت باربری و نشست به دست آمده برابر مقادیر محاسبه شده در روش سنتی است.

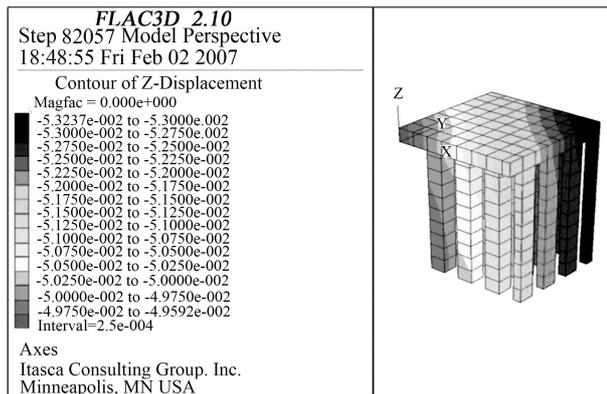
- به منظور کنترل در پایان گام اول، چون نشست به دست آمده در پی سطحی برای بار

جدول ۵. حالت‌های مختلف در طراحی به روش جدید (شمع‌های کاهنده‌ی نشست).

حالت اول	پی سطحی به همراه ۱ شمع
حالت دوم	پی سطحی به همراه ۵ شمع
حالت سوم	پی سطحی به همراه ۹ شمع
حالت چهارم	پی سطحی به همراه ۲۵ شمع



شکل ۱۱. پلان گروه شمع ۴۹ تایی.



شکل ۱۲. منحنی‌های هم‌میزان نشست گروه شمع ۴۹ تایی.

جدول ۴. تنش در بالای هر یک از شمع‌ها در شکل ۱۱ (MPa).

۴	۳	۲	۱	
۰٫۴۲	۰٫۵۷	۰٫۶۵	۰٫۷۶	A
۰٫۲۸	۰٫۲۲	۰٫۲۴	۰٫۶۵	B
۰٫۲۵	۰٫۱۹	۰٫۲۲	۰٫۵۷	C
۰٫۳۰	۰٫۲۵	۰٫۲۷	۰٫۴۲	D

می‌آید:

$$\eta = 1 - \left[ \frac{(n_1 - 1)n_2 + (n_2 - 1)n_1}{9 \cdot n_1 \cdot n_2} \right] \theta \quad (3)$$

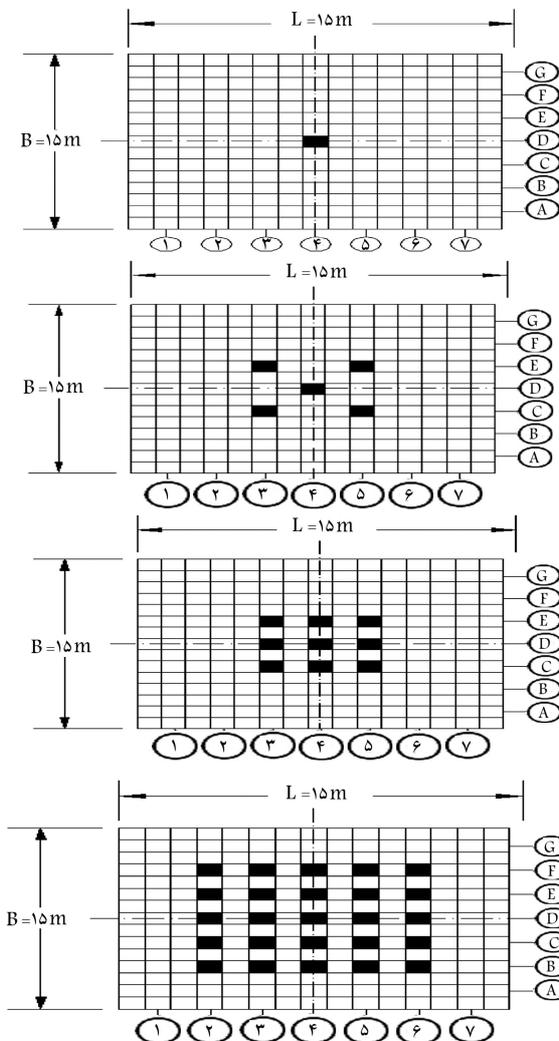
که در آن:

$\eta$  = راندمان گروه؛

$\theta$  (deg) =  $\tan^{-1} \left( \frac{d}{s} \right)$  که در این رابطه  $d$  قطر شمع و  $s$  فاصله‌ی بین شمع‌ها است.

$n_1, n_2$  = تعداد ردیف‌های شمع.

به منظور کنترل نشست گروه شمع در انتهای مرحله دوم، منحنی‌های هم‌میزان نشست در شکل ۱۲ ارائه شده است. چنان‌که ملاحظه می‌شود، نشست در مرکز سرشمع برابر ۵٫۳۲ سانتی‌متر و اختلاف بین بیشترین و کم‌ترین نشست (نشست غیریکنواخت) برابر ۰٫۳۷ سانتی‌متر است. با توجه به تنش‌های محاسبه شده در گام قبل (جدول ۴) و مقایسه‌ی آنها با تنش مجاز، مشاهده می‌شود که تنش‌های موجود بسیار کم‌تر از حد مجازند، و همین نکته دلیلی است بر غیر اقتصادی بودن طرح. به عبارت دیگر، در طرح موجود از تمام ظرفیت شمع‌ها استفاده نشده است.



شکل ۱۳. پلان قرارگیری شمع‌ها در چهار حالت مختلف.

جدول ۶. تنش در بالای شمع (MPa، حالت اول).

۴	۳	۲	۱	
-	-	-	-	A
-	-	-	-	B
-	-	-	-	C
۲,۸۵	-	-	-	D

جدول ۷. تنش در بالای شمع (MPa، حالت دوم).

۴	۳	۲	۱	
-	-	-	-	A
-	-	-	-	B
-	۱,۹۴	-	-	C
۱,۹۲	-	-	-	D

جدول ۸. تنش در بالای شمع (MPa، حالت سوم).

۴	۳	۲	۱	
-	-	-	-	A
-	-	-	-	B
۱,۱۰	۱,۸۰	-	-	C
۰,۳۴	۱,۱۰	-	-	D

جدول ۹. تنش در بالای شمع (MPa، حالت چهارم).

۴	۳	۲	۱	
-	-	-	-	A
۱,۰۴	۱,۱۰	۱,۷۰	-	B
۰,۲۵	۰,۲۶	۱,۱۰	-	C
۰,۲۴	۰,۲۵	۱,۰۴	-	D

جدول ۱۰. راندمان گروه شمع،  $\eta$ ، در هر یک از حالات.

حالت	راندمان
حالت اول: پی سطحی به همراه ۱ شمع	۱
حالت دوم: پی سطحی به همراه ۵ شمع	۰,۷
حالت سوم: پی سطحی به همراه ۹ شمع	۰,۶
حالت چهارم: پی سطحی به همراه ۲۵ شمع	۰,۵۲

جدول ۱۱. مقادیر  $q_u$  (MPa) در هر یک از حالات.

حالت	مقدار
حالت اول: پی سطحی به همراه ۱ شمع	۲,۷۵
حالت دوم: پی سطحی به همراه ۵ شمع	۱,۹۲
حالت سوم: پی سطحی به همراه ۹ شمع	۱,۶۵
حالت چهارم: پی سطحی به همراه ۲۵ شمع	۱,۴۳

جدول ۱۲. نشست سرشمع برای حالات مختلف.

حالت اول	نشست غیر یکنواخت	بیشترین نشست
حالت اول	۱۰۲ (mm)	۳۱,۴ (mm)
حالت دوم	۸۸,۵ (mm)	۱۰,۱ (mm)
حالت سوم	۸۱,۴ (mm)	۱,۹ (mm)
حالت چهارم	۶۷,۲ (mm)	۱ (mm)

مذکور بیش از مقدار مجاز است، و نیز با توجه به مفهوم شمع‌های کاهنده‌ی نشست سعی می‌شود با افزایش تعداد محدودی شمع در مرکز پی سطحی (سرشمع) نشست‌ها در محدوده‌ی مجاز قرار گیرند. در جدول ۵ حالت‌های مختلف برای کاهش نشست‌های به‌وجود آمده ارائه شده است.

قطر و طول شمع‌های مورد استفاده در تمام حالت‌های فوق به ترتیب برابر ۱ متر و ۱۰ متر هستند. در شکل ۱۳ محل قرارگیری شمع‌ها در پلان (برای هر حالت) نشان داده شده است.

- در گام دوم بار وارد بر هریک از شمع‌ها محاسبه می‌شود. با توجه به نتایج تحلیل‌های انجام‌شده توسط نرم‌افزار، تنش در بالای هریک از شمع‌ها برای حالات مختلف در جدول‌های ۶ تا ۹ ارائه شده است.

- برای کنترل در انتهای گام دوم (بار محاسبه شده در گام دوم با ظرفیت باربری نهایی) چنان‌که پیش‌تر نیز بیان شد، در دیدگاه جدید طراحی به شمع‌ها اجازه داده می‌شود که تنش موجود در آنها تا ظرفیت باربری نهایی واحد سطح شمع ( $q_u$ ) و بدون در نظر گرفتن ضریب اطمینان، افزایش یابد. به عبارت دیگر تنش‌های به‌وجود آمده در دیدگاه جدید طراحی، باید با ظرفیت باربری نهایی واحد سطح شمع ( $q_u$ ) کنترل شوند. در این مرحله ظرفیت باربری هریک از شمع‌ها محاسبه می‌شود. بدین‌منظور ابتدا راندمان گروه‌های شمع در چهار حالت با استفاده از رابطه‌ی ۳ به دست می‌آید. مقادیر به‌دست آمده برای  $\eta$  در هریک از حالات در جدول ۱۰ ذکر شده است.

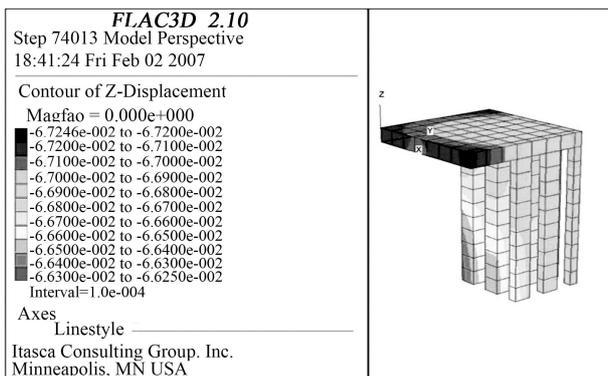
ظرفیت باربری نهایی شمع منفرد با توجه به روابط موجود در منابع مختلف، برابر  $2,75Mpa$  (بدون ضریب اطمینان) به دست می‌آید. ظرفیت باربری نهایی شمع در گروه شمع از حاصل ضرب راندمان گروه ( $\eta$ ) در ظرفیت باربری نهایی شمع منفرد به دست می‌آید. نتایج به دست آمده برای ظرفیت باربری نهایی شمع در گروه شمع برای هر حالت، در جدول ۱۱ نشان داده شده است. با توجه به تنش‌های ارائه شده در جدول‌های ۶ تا ۹ و مقایسه‌ی آنها با مقادیر  $q_u$  (جدول ۱۱)، ملاحظه می‌شود که تنش موجود در بیشتر شمع‌های مورد استفاده نه تنها از حد تنش مجاز گذشته‌اند، بلکه به حد تنش نهایی رسیده‌اند. به عبارت دیگر از تمام ظرفیت باربری شمع‌ها استفاده شده است. این نکته ویژگی اصلی فلسفه‌ی جدید طراحی است. برای کنترل نشست گروه شمع، منحنی‌های هم‌میزان نشست‌های به دست آمده برای حالت‌های مختلف گروه شمع در شکل‌های ۱۴ تا ۱۷ نشان داده شده است. با توجه به این منحنی‌ها، بیشینه‌ی نشست و نیز نشست غیر یکنواخت سرشمع (پی سطحی) در هر یک از حالات به‌طور خلاصه در جدول ۱۲ ارائه شده است.

همان‌طور که قبلاً بیان شد، نشست مجاز برابر  $7cm$  است. با توجه به نتایج به دست آمده در جدول ۱۲ ملاحظه می‌شود که بیشینه‌ی نشست به‌وجود آمده به غیر از حالت اول، نزدیک به نشست مجاز است. این در حالی است که در حالت پی گسترده تنها، بیشترین نشست به‌وجود آمده برابر  $13,66cm$  است. از طرف دیگر، نشست غیر یکنواخت (غیر از حالت اول) مقدار ناچیزی است، در حالی که در حالت پی گسترده تنها، نشست غیر یکنواخت برابر  $8,4cm$  است.

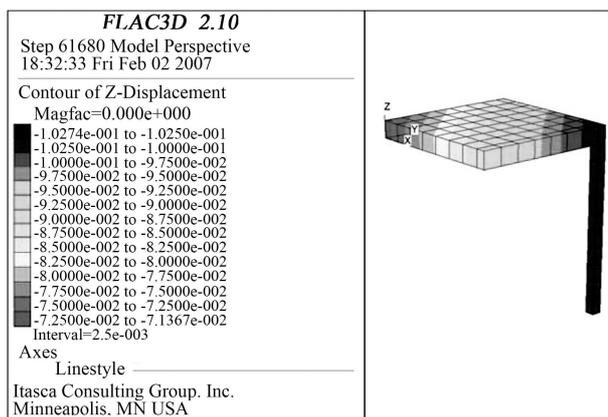
در بین حالت‌های مختلفی که در دیدگاه جدید طراحی گروه شمع (شمع‌های کاهنده‌ی نشست) در نظر گرفته می‌شود، شرط بهینه بودن یک حالت را می‌توان به صورت زیر بیان کرد: علاوه بر کاهش نشست‌های بیشینه و نشست‌های غیر یکنواخت، تعداد شمع‌هایی که به ظرفیت نهایی خود نرسیده‌اند کمینه باشد. به عبارت دیگر در یک گروه شمع بهینه، بیشتر شمع‌ها به ظرفیت نهایی خود رسیده‌اند.

جدول ۱۳. مقایسه‌ی نتایج طراحی با استفاده از دو دیدگاه.

روش طراحی	نوع پی	نشست بیشینه (mm)	نشست غیر یکنواخت (mm)	تعداد شمعها کم‌تر از حدمجاز	تعداد شمعها بین حدمجاز و حدنهایی	تعداد شمعها برابر یا بیش از حدنهایی
طراحی پی‌های سطحی	پی سطحی تنها	۱۳۶٫۶	۸۰٫۴	-	-	-
دیدگاه سنتی طراحی گروه شمع	گروه شمع ۴۹ تایی	۵۳٫۲	۳٫۷	۴۵	۴	-
دیدگاه جدید طراحی گروه شمع (شمع‌های کاهنده‌ی نشست)	حالت اول	۱۰٫۲	۳۱٫۴	-	-	۱
	حالت دوم	۸۸٫۵	۱۰٫۱	-	-	۵
	حالت سوم	۸۱٫۴	۱٫۹	۱	۴	۴
	حالت چهارم	۶۷٫۲	۱	۹	۱۲	۴



شکل ۱۷. منحنی‌های هم‌میزان نشست برای حالت چهارم.



شکل ۱۴. منحنی‌های هم‌میزان نشست برای حالت اول.

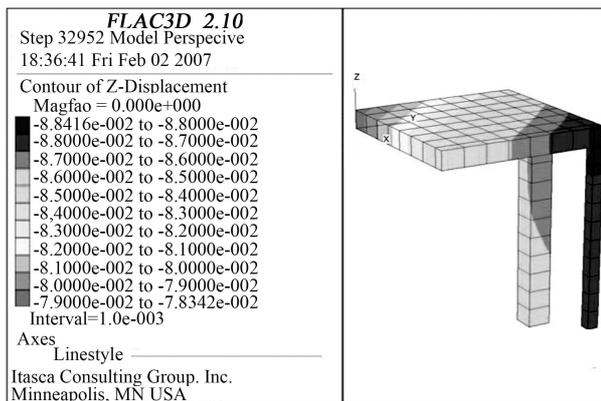
مقایسه‌ی بین نتایج دو دیدگاه مختلف طراحی در جدول ۱۳ ارائه شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود همواره در روش سنتی به شمع‌ها اجازه داده نمی‌شود تا از تمامی ظرفیت باربری خود استفاده کنند، در حالی‌که در روش جدید طراحی سعی می‌شود شمع‌ها از تمام ظرفیت باربری خود استفاده کنند.

### مقایسه‌ی گسترده‌تر نتایج طراحی در دو دیدگاه

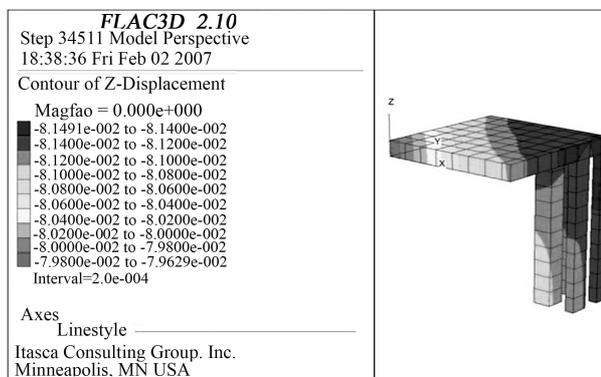
در طراحی گروه شمع، ممکن است متغیرهای مختلف هندسی و مکانیکی دخیل باشد. در این خصوص، یکی از مهم‌ترین متغیرهای تأثیرگذار «مدول برشی خاک» است. لذا در این بخش تأثیر مدول برشی خاک بر تعداد شمع‌های استفاده شده مورد بررسی قرار می‌گیرد.

بدین منظور مسئله‌ی فوق با ثابت نگه‌داشتن تمامی متغیرها و تغییر مدول برشی خاک برای دو حالت  $3MPa$  و  $8MPa$ ، طبق مراحل ذکر شده در جدول ۲ تحلیل و طراحی می‌شود. نتایج حاصل برای سه حالت مدول برشی خاک ( $G = 8, 5, 3MPa$ ) در نمودار شکل ۱۸ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۱۸ مشاهده می‌شود با کاهش مقدار ( $G$ ) نشست به وجود آمده در مرکز پی گسترده افزایش می‌یابد، به طوری که برای حالت  $G = 3MPa$  با نشست مجاز برابر  $7$  سانتی‌متر، هیچ‌یک از حالات مورد قبول نیست؛ این در حالی است که با افزایش مدول برشی خاک ( $G$ ) تعداد حالاتی که نشست به وجود آمده در آنها کم‌تر از نشست مجاز است بیشتر می‌شود.

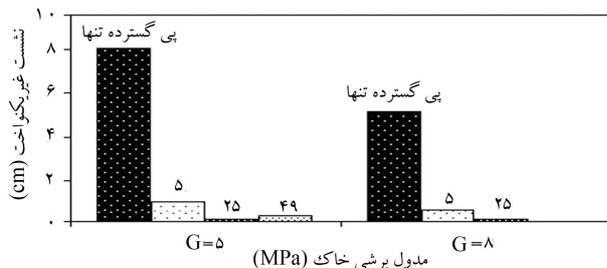
در شکل ۱۹ با در نظر گرفتن دو حالت (الف: مدول برشی خاک برابر  $5MPa$  و ب) مدول برشی خاک برابر  $8MPa$ ، تعداد شمع‌های مورد استفاده در دو دیدگاه مقایسه شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود اختلاف تعداد شمع‌های به کار رفته



شکل ۱۵. منحنی‌های هم‌میزان نشست برای حالت دوم.



شکل ۱۶. منحنی‌های هم‌میزان نشست برای حالت سوم.



شکل ۲۱. نشست غیریکنواخت در دو دیدگاه سنتی و جدید برای دو حالت  $G = 5$  و  $8 MPa$ .

### نتیجه گیری

با فرض متغیرهای خاک در این تحقیق که متناسب با خاک های ضعیف تا متوسط است، نتایج حاصله برای تأثیر متغیرهای هندسی مختلف عبارت است از:

(الف) در نظر نگرفتن سهم سرشمع در تحمل بارهای وارده، باعث افزایش غیرواقعی نیروهای محوری به وجود آمده در شمع ها می شود؛

(ب) افزایش ابعاد سرشمع تأثیر زیادی در کاهش نشست های کلی به وجود آمده و کاهش تنش محوری در شمع ها دارد؛

(ج) با فرض ثابت بودن مدول کشسانی و عدم تابعیت آن از تنش های همه جانبه، تنش محوری ایجاد شده در شمع های کناری بیشتر از شمع های میانی است. بنابراین طراحی شمع های کناری در این شرایط از اهمیت بیشتری برخوردار است؛

(د) افزایش ضخامت سرشمع در تماس با خاک به افزایش صلبیت سرشمع و در نتیجه کاهش نشست های غیریکنواخت در سرشمع می انجامد.

در ادامه ی نوشتار ضمن مقایسه ی نظری دیدگاه سنتی و جدید (شمع های کاهنده ی نشست) مراحل محاسبات با مثال های عددی تشریح شد و پس از مقایسه های انجام شده نتیجه چنین حاصل شد که:

۱. در روش سنتی نشست به وجود آمده کم تر از نشست مجاز است و استفاده از این روش طراحی بسیار محافظه کارانه و غیراقتصادی است. زیرا اساساً این روش طراحی، سازوکار لازم برای استفاده ی بیشینه از باربری شمع را فراهم نمی آورد.

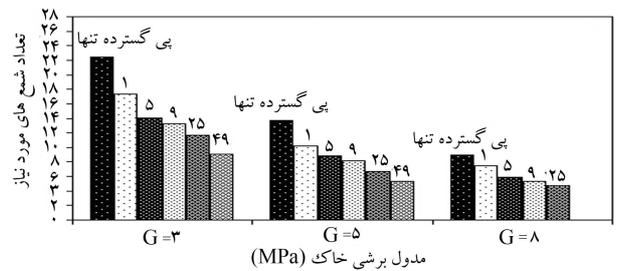
۲. روش جدید طراحی شمع ها در نقاطی استفاده می شود که بیشترین موجبات کاهش را در نشست های غیریکنواخت داشته باشد.

۳. در روش سنتی به شمع ها اجازه داده نمی شود تا از تمامی ظرفیت باربری نهایی خود استفاده کنند، در حالی که در روش جدید طراحی سعی می شود شمع ها از تمام ظرفیت باربری خود استفاده کنند.

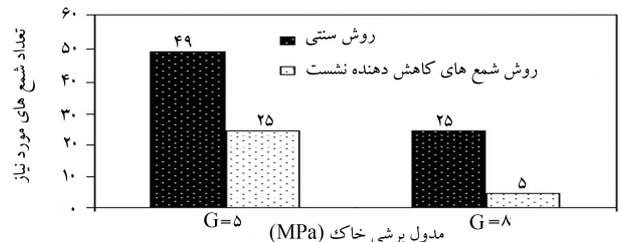
۴. با توجه به اختلاف قابل ملاحظه ی تعداد شمع های به کار رفته در دو دیدگاه، روش جدید طراحی گروه شمع به عنوان یک روش مناسب و اقتصادی توصیه می شود.

ضمن مقایسه ی حالت های مختلف در خصوص نتیجه گیری شماره ۴، جمع بندی می شود که برتری های اقتصادی فلسفه ی جدید طراحی در کاهش نسبی هزینه ها برای حالات زیر بیشتر است:

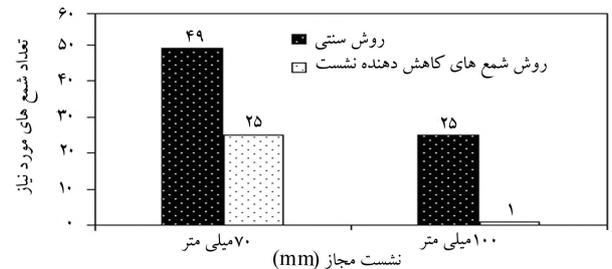
۱. خاک با سختی بیشتر؛
۲. نشست مجاز بیشتر.



شکل ۱۸. تأثیر مدول برشی خاک بر تعداد شمع های مورد نیاز.



شکل ۱۹. تعداد شمع های مورد استفاده در دو دیدگاه سنتی و جدید با توجه به مدول برشی خاک.



شکل ۲۰. تأثیر انتخاب مقدار نشست مجاز در تعداد شمع ها با فرض  $G = 5 MPa$  در دو دیدگاه طراحی.

برای حالت الف در دو دیدگاه سنتی و جدید بیشتر از حالت ب است، به عبارت دیگر درصد نسبی کاهش هزینه در حالت ب بیشتر است.

از سوی دیگر، یکی از عوامل مهم در انتخاب گروه شمع بهینه در نظر گرفتن میزان حساسیت سازه در مقابل نشست بیشینه و نشست غیریکنواخت است. با فرض محدودیت های سازه ای، مقدار نشست مجاز در محاسبات ارائه شده در بخش های قبلی برابر ۷ سانتی متر فرض شد؛ حال اگر محدوده ی نشست مجاز کمی بیشتر شود و نشست مجاز برابر ۱۰ سانتی متر در نظر گرفته شود (شکل ۲۰) تعداد شمع ها برای مدول برشی خاک برابر  $5 MPa$ ، در دیدگاه سنتی برابر ۲۵ و در دیدگاه جدید برابر ۱ شمع است. بنابراین می توان گفت که درصد نسبی هزینه ها در حالت نشست مجاز ۱۰۰ میلی متر کاهش یافته است.

همان طور که بیان شد شمع های کاهنده ی نشست نه تنها باعث کاهش کل نشست های به وجود آمده در گروه شمع می شوند، بلکه نشست های غیریکنواخت را هم به شدت کاهش می دهند. شکل ۲۱ میزان کاهش نشست غیریکنواخت ایجاد شده برای دو حالت: الف) مدول برشی خاک برابر  $5 MPa$  و ب) مدول برشی خاک برابر  $8 MPa$ ، در دو دیدگاه سنتی و جدید را نشان می دهد.

چنان که مشاهده می شود نشست های غیریکنواخت در حالت  $G = 8 MPa$  کم تر از حالت  $G = 5 MPa$  است.

## پانویس

1. settlement reducing piles
2. piled raft
3. freestanding pile group

## منابع

1. Yahyazade, F. and Fakher, A. "A simple method to estimate the bearing capacity of driven piles", 3rd Int. conf. Coastal, Ports and Marine Structures, Tehran, 12-14 Dec.1998, **2**, pp. 181-194 (1998).
2. Khodaparast, M. and Fakher, A. "Determination of ultimate load of piles from loading test results", Geotechnic and Material, **16**, (80), pp.12-27 (1998).
3. Hosseini, M. and Fakher, A. "Change of the bearing capacity of driven piles in fine grains soils", **16**, (61), pp.132-145, (2005).
4. Poulos, H.G and Davis, E.H. "Pile foundation analysis and design", John Wiley & Sons, p. 250, (1980).
5. Randolph, M.F.; Feleming, W.G.K.; and Weltman, A.J. "Piling engineering", John Wiley & Sons, p. 120, (1985)
6. Burland, J.B.; Broms, B.B.; and de Mello, V.F.B. "Behavior of foundations and structures", Proc. 9 ICSMFE, Tokyo, 2, pp. 495-546 (1977).
7. Randolph, M.F. "Design methods for pile groups and piled rafts", S.O.A. Report, 13 ICSMFE, New Delhi, pp. 61-82 (1994).
8. Itasca., FLAC3D, "Fast lagrangian analysis of continua in three dimensions, user's. manual", Version 2.10-224, Itasca Consulting Group, Inc. (2002).
9. Badinlou, B. "Analysis of pile and soil supported raft and the comparison of conventional and new design methods for piles group", MSC Thesis, Civil Engineering Department, Tehran University (1385).
10. Das, Braja M. "Principal of foundation engineering", John Wiley & Sons, (1941).