

بررسی اثر لقی سطوح کنترل بر رفتار آئروالاستیک بالواره با استفاده از آئرودینامیک شبه پایا

حسن حدادپور (دانشیار)

محمد مصطفی فتوحی (دانشجوی کارشناسی ارشد)
دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

اتصال سطوح کنترلی، به سایر عناصر جسم پرنده توسط سازوکارهایی انجام می‌گیرد که معمولاً دارای لقی هستند. از آنجا که وجود لقی به معنای وجود رفتار غیرخطی سازه‌یی است، بروز رفتار غیرخطی آئروالاستیک بالواره مورد انتظار است. این رفتار از دو دیدگاه دامنه و فرکانس اهمیت دارد. از دیدگاه دامنه می‌تواند باعث ایجاد نوسانات با دامنه‌ی بزرگ و اعمال بار بیش از حد به جسم پرنده شود. از دیدگاه فرکانس نیز می‌تواند باعث خستگی زودرس سازه در مقایسه با سازه‌ی بدون لقی شود. بنابراین، بررسی این موضوع اهمیت زیادی در طراحی اجسام پرنده و تعیین تولرانس لقی سطوح کنترلی دارد. در مطالعه‌ی حاضر اثر لقی سطوح کنترلی بر رفتار آئروالاستیک بالواره‌ی دوبعدی بررسی خواهد شد. الگوی سازه‌یی مورد استفاده در این پژوهش براساس الگوی مقطع بالواره و استفاده از معادلات لاگرانژ در تحلیل سازه‌هاست. همچنین الگوی آئرودینامیکی استفاده شده برای شبیه‌سازی نیروهای ناشی از جریان شبه‌پایا، بر پایه‌ی جریان پتانسیل استوار شده‌است. با حل معادلات به‌دست آمده در حوزه‌ی زمان رفتار غیرخطی سیستم در اثر لقی بررسی شده‌است.

واژگان کلیدی: لقی سطح کنترلی، آئرودینامیک شبه پایا، ارتعاشات با دامنه محدود، آئروالاستیسیته.

haddadpour@sharif.edu
fotoohi@mehr.sharif.edu

۱. مقدمه

مهندسين از سال‌ها قبل با مسائل غیرخطی در چالش‌اند. آئروالاستیسیته نیز از این مهم مستثنی نبوده و در این زمینه نیز پیشرفت‌های چشم‌گیری حاصل شده‌است. در گذشته، به دلیل کمبود ابزار تحلیلی شبیه‌سازی رفتار غیرخطی چندان مرسوم نبود اما اینک با پیشرفت در حل مسائل غیرخطی، ظهور ابررایانه‌ها و ابداع روش‌های عددی، تحقیقات از آئروالاستیسیته‌ی خطی به سمت رفتار غیرخطی در حرکت‌اند. رفتارهای آئروالاستیک شامل فلاتر (ناپایداری خطی دینامیکی)، واگرایی^۱، ارتعاشات با دامنه‌ی محدود^۲ (LCO) و حرکت آشوبناک^۳ می‌شوند. ناپایداری سیستم خطی آئروالاستیک با سطح کنترلی منجر به افزایش دامنه به‌صورت نمایی می‌شود در حالی که در سیستم غیرخطی بالا یا پایین سرعت فلاتر، ارتعاشات با دامنه‌ی محدود (LCO) و یا حرکت آشوبناک رخ می‌دهد. با این که این دو نوع حرکت منجر به تخریب سازه نمی‌شوند، می‌توانند به خستگی سازه و یا اثرات مخرب روی سیستم کنترلی جسم پرنده بینجامند. بنابراین لازم است، اثرات غیرخطی سازه‌یی بر رفتار آئروالاستیک جسم پرنده در طراحی سطح کنترلی مورد توجه قرار گیرد. در دهه‌ی ۵۰ اثر رفتار غیرخطی متمرکز سازه‌یی بر روی سیستم‌های آئروالاستیک ساده توسط ولستون^۴ بررسی شد.^[۱] او با مطالعه‌ی اثر رفتار غیرخطی‌های درجه سوم و لقی بر سرعت فلاتر، نشان داد که زیر سرعت فلاتر نیز احتمال رخداد ارتعاشات با دامنه‌ی محدود (LCO) وجود دارد. در دهه‌ی ۷۰ بریتج^۵ رفتارهای غیرخطی دیگری را که

ممکن است در اجسام پرنده وجود داشته باشند، مورد بررسی قرار داد.^[۲] او روشی برای تحلیل اثر غیرخطی، هنگامی که معادلات آئروالاستیک بر پایه‌ی روش مودال فرمول‌بندی و عبارات غیرخطی، خطی شده‌اند پیشنهاد داد. معادلات خطی شده حرکت در حوزه‌ی زمان یا فرکانس به‌وسیله‌ی رویه‌های تکرارپذیر، انتگرال‌گیری شده بودند و مرز فلاتر با استفاده از روش بالانس هارمونیک^۶ همراه با تابعی توصیفی مشخص، و نشان داده شد که LCO با دامنه‌ی بالا در زیر سرعت فلاتر رخ می‌دهد. در سال ۱۹۸۶ لی^۷ با استفاده از روش تابع توصیفی و روش تصحیح دینامیک سازه، روشی تکرارپذیر برای غیرخطی‌های چندگانه ابداع کرد.^[۳] یانگ و زائو^۸ نیز LCO پدیدآمده از آنروفویل با پدیده‌ی غیرخطی لقی در زاویه‌ی پیچ و تحت جریان تراکم‌ناپذیر را با تقریب بارهای آئرودینامیکی و به‌وسیله‌ی تابع تنودورسون مطالعه کردند.^[۴]

پرایس و همکاران^۹ تشخیص دادند که از تابع وگنر^{۱۰} به مؤلفه‌های نمایی می‌توان برای الگوسازی بارهای آئرودینامیک ناپایا بهره برد.^[۵] در روش او، از معادلات آئروالاستیک نیز به‌وسیله‌ی الگوی تفاضل محدود انتگرال گرفته شده بود. او همچنین LCO و حرکت آشوبناک را در سرعت ثابت که به‌شدت با شرایط اولیه تغییر می‌کند، نمایش داد. همچنین حرکات آشوبناک دیده شده را به‌وسیله‌ی چگالی طیفی توان، نمودار فضای حالت و قسمت پوانکاره‌ی پاسخ زمانی بالواره نشان داد. پویربون^{۱۱}

نوسانی کامل روابط برا و گشتاور آنرودینامیکی را چنین به دست آورد:

$$\begin{aligned}
 L = & -\rho b^T [v\pi\dot{\alpha} + \pi\dot{h} - \pi b\ddot{\alpha} - vT_{\tau}\dot{\beta} - T_{\lambda}b\ddot{\beta}] - \\
 & 2\pi\rho vbC(k) \left\{ v\alpha + \dot{h} + b\left(\frac{1}{\tau} - a\right)\dot{\alpha} + \frac{1}{\pi}T_{\lambda}v\beta + b\frac{1}{\tau\pi}T_{\lambda}\dot{\beta} \right\} \\
 M_{\alpha} = & -\rho b^T \left\{ \pi\left(\frac{1}{\tau} - a\right)vb\dot{\alpha} + \pi b^T\left(\frac{1}{\lambda} + a^T\right)\ddot{\alpha} \right. \\
 & + (T_{\tau} + T_{\lambda})v^T\beta + \left[T_{\lambda} - T_{\lambda} - (c - a)T_{\tau} + \frac{1}{\tau}T_{\lambda} \right] vb\dot{\beta} \\
 & \left. - (T_{\tau} + (c - a)T_{\lambda})b^T\ddot{\beta} - a\pi b\ddot{h} \right\} \\
 & + 2\rho vb^T\pi\left(a + \frac{1}{\tau}\right)C(k) \left[v\alpha + \dot{h} + b\left(\frac{1}{\tau} - a\right)\dot{\alpha} \right. \\
 & \left. + \frac{1}{\pi}T_{\lambda}v\beta + b\frac{1}{\tau\pi}T_{\lambda}\dot{\beta} \right] \\
 M_{\beta} = & -\rho b^T \left\{ \left[-2T_{\tau} - T_{\lambda} + T_{\tau}\left(a - \frac{1}{\tau}\right) \right] vb\dot{\alpha} \right. \\
 & + 2T_{\tau}b^T\ddot{\alpha} + \frac{1}{\pi}v^T\beta(T_{\delta} - T_{\tau}T_{\lambda}) \\
 & \left. - \frac{1}{\tau\pi}vb\dot{\beta}T_{\tau}T_{\lambda} - \frac{1}{\pi}T_{\tau}b^T\ddot{\beta} - T_{\lambda}b\ddot{h} \right\} \\
 & -\rho vb^T T_{\tau}C(k) \left[v\alpha + \dot{h} + b\left(\frac{1}{\tau} - a\right)\dot{\alpha} \right. \\
 & \left. + \frac{1}{\pi}T_{\lambda}v\beta + b\frac{1}{\tau\pi}T_{\lambda}\dot{\beta} \right] \quad (1)
 \end{aligned}$$

ثابت‌های به‌کار رفته در فرمول فوق در پیوست الف معرفی شده‌اند. با فرض $\alpha(t) = \bar{\alpha}e^{i\omega t}$, $h(t) = \bar{h}e^{i\omega t}$, $\beta(t) = \bar{\beta}e^{i\omega t}$ و خاصی از آنرودینامیک شبه‌پایا $(C(K) = 1)$ به‌جای آنرودینامیک ناپایا، و قبول محدودیت‌های این فرض و استفاده از پارامترهای بی‌بعد، می‌توان برای بیان برا و گشتاور آنرودینامیکی از این فرض استفاده کرد. گام بعدی برای رسیدن به الگوی آنروالاستیک به‌دست آوردن معادلات سازه‌یابی است.

۲.۳. الگوی سازه

استفاده از معادلات لاگرانژ و به دست آوردن ماتریس‌های سازه‌یابی بالواره شکل عمومی معادله‌ی لاگرانژ عبارت است از:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = E_i \quad (i = 1, 2, \dots) \quad (2)$$

برای الگوسازی بارهای آنرودینامیکی و معادلات آنروالاستیک جسم پرنده با وجود نیروی برگشتی درجه‌ی سوم تعمیم یافته، از روش مودهای متعامد و الگوی فضای حالت استفاده کرد. [۶] از دیگر مطالعات مهم انجام‌شده، کار مورتون^{۱۲} و بران^{۱۳} بود که طی آن معادلات اوپلر و مدل دو درجه آزادی سازه را با رفتار غیرخطی متمرکز همساز (موارد دوخطی^{۱۴} که شامل مورد لقی نیز می‌شود) ترکیب کردند. [۷]

هانستین^{۱۵} و زارا^{۱۶} رفتار غیرخطی آنروالاستیک بال صلب با غیرخطی سازه‌یابی را به‌صورت تحلیلی و تجربی مورد بررسی قرار دادند. [۹، ۸] لی و کیم^{۱۷} در سال ۱۹۹۵ LCO و حرکت آشوبناک سطح کنترلی موشک با غیرخطی سازه‌یابی لقی را با تحلیل در دامنه‌ی زمان مطالعه کردند. [۱۰] داول^{۱۸} و همکاران نیز رفتار غیرخطی مقطع بالواره را با سطح کنترل و داشتن حالت لقی مورد بررسی قرار دادند. [۱۱] آنها از الگوی آنرودینامیک رتبه‌کاسته^{۱۹} استفاده کردند.

کنر^{۲۰} و تانگ^{۲۱} بالواره‌ی دوبعدی با سطح کنترل دارای لقی را به‌صورت عددی و تجربی مطالعه کردند. [۱۲، ۱۳] بارهای آنرودینامیکی با استفاده از تابع واگنر در شکل فضای حالت به دست آمده بودند. در این مطالعات افزایش‌های ناگهانی دامنه‌ی LCO مشاهده شد. ویرجین^{۲۲} و همکاران در سال ۱۹۹۹ حرکت آشوبناک بالواره‌ی دوبعدی را بررسی کردند. [۱۴] همچنین تانگ و همکاران در سال ۲۰۰۰ پاسخ غیرخطی بالواره در معرض تندباد را بررسی کردند. [۱۵]

در سال ۲۰۰۲ بائه^{۲۳} و همکاران خصوصیات غیرخطی فلاتر بال با سطح کنترلی را در فضای زمان و فرکانس مطالعه کردند. در این پژوهش حرکت LCO و آشوبناک در محدوده‌ی وسیعی از سرعت پایین‌تر از فلاتر مشاهده شد. [۱۶] در این نوشتار رفتار آنروالاستیک بالواره‌ی دارای سطح کنترلی با لحاظ‌کردن اثر لقی سطح کنترلی بررسی شده است. در شبیه‌سازی آنرودینامیکی از روش جریان شبه‌پایای حاصل از ساده‌سازی فرضیه‌ی تئودورسون استفاده شده است. برای الگوسازی سازه‌یابی نیز فرضیه‌ی مقطع معادل به‌کار گرفته شده است. برای حل معادلات غیرخطی در حوزه فضای حالت از الگوریتم رانگ-کوتا استفاده شده است. لازم به ذکر است که مهم‌ترین مزیت روش ارائه‌شده در این پژوهش استفاده از معادلات تحلیلی برای الگوسازی آنرودینامیک است، در حالی که تمامی پژوهش‌های مشابه برای الگوسازی آنرودینامیک از کدهای عددی بهره جسته‌اند. همچنین در این پژوهش اعتبار آنرودینامیک ناپایا برای بررسی رفتار آنروالاستیک بالواره‌ی دوبعدی بررسی شده است.

۲. منابع غیر خطی

منابع ایجاد رفتار آنروالاستیک غیرخطی را می‌توان به دو دسته منابع آنرودینامیکی و سازه‌یابی تقسیم کرد. غیرخطی‌های آنرودینامیکی ممکن است اثرات حرکت شوک، جدایش جریان، جریان گذر صوتی و غیره را شامل شوند. از غیرخطی‌های سازه‌یابی نیز می‌توان به لقی، تغییر شکل‌های بزرگ، ماده‌ی غیرخطی، اثرات اصطکاک و ... اشاره کرد. در این پژوهش فقط غیرخطی سازه‌یابی مربوط به لقی اتصال سطح کنترلی به بالواره در نظر گرفته شده است.

۳. الگوی بالواره با سطح کنترل دارای لقی

۳.۱. الگوی آنرودینامیک شبه پایا

نیروهای آنرودینامیکی ناشی از جریان ناپایا برای مقطع بالواره‌یابی که در شکل ۱ دیده می‌شود توسط تئودورسون محاسبه شده است. [۱۷]

$$-\dot{\beta} \frac{v}{b} T_1 k \frac{1}{\pi} + \ddot{h} (1+k) \frac{1}{b} + h \frac{C_h}{M} \frac{1}{b} + \quad (10)$$

$$+ 2k \frac{v}{b} C(k) \left[v\alpha + \dot{h} + b \left(\frac{1}{\tau} - a \right) \dot{\alpha} + \frac{1}{\pi} T_1 v\beta + b \frac{1}{\tau \pi} T_1 \dot{\beta} \right] \frac{1}{b} = 0$$

با استفاده از پارامترهای بی بعد می توان رابطه ی ۱۰ را مطابق رابطه ی ۱۱ بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \alpha : \quad & \ddot{\alpha} I_{\alpha} + \ddot{\beta} [I_{\beta} + b(c-a)S_{\beta}] + \ddot{h} S_{\alpha} \\ & + \alpha K_{\alpha} - M_{\alpha} = 0 \\ \beta : \quad & \ddot{\alpha} [I_{\beta} + b(c-a)S_{\beta}] + \ddot{\beta} I_{\beta} + \ddot{h} S_{\beta} \\ & + \beta K_{\beta} - M_{\beta} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$h : \quad \ddot{\alpha} S_{\alpha} + \ddot{\beta} S_{\beta} + \ddot{h} M_s + h K_h - L = 0$$

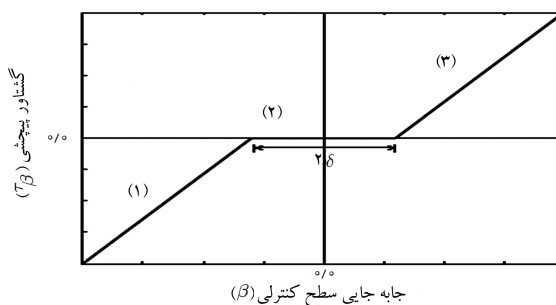
برای لحاظ کردن اثر لقی با استفاده از کار داول^[۲۰] معادلات ۱۱ به معادلات ۱۲ تبدیل می شوند:

$$\begin{aligned} \alpha : \quad & \ddot{\alpha} I_{\alpha} + \ddot{\beta} [I_{\beta} + b(c-a)S_{\beta}] + \ddot{h} S_{\alpha} \\ & + \alpha K_{\alpha} - M_{\alpha} = 0 \\ \beta : \quad & \ddot{\alpha} [I_{\beta} + b(c-a)S_{\beta}] + \ddot{\beta} I_{\beta} + \ddot{h} S_{\beta} \\ & + M_{S\beta} - M_{\beta} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$h : \quad \ddot{\alpha} S_{\alpha} + \ddot{\beta} S_{\beta} + \ddot{h} M_s + h K_h - L = 0$$

که در آن $M_{S\beta}$ گشتاور برگشتی نامیده می شود و شکل خطی شده ی آن با توجه به شکل ۲ چنین تعریف می شود:

$$M_{S\beta} = \begin{cases} k_{\beta}(\beta - \delta) & |\beta| \geq \delta, \beta > 0 \\ k_{\beta}(\beta + \delta) & |\beta| \geq \delta, \beta < 0 \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (13)$$



شکل ۲. نمودار گشتاور برگشتی با میزان لقی.

رابطه ی ۱۲ را می توان به شکل ماتریسی رابطه ی ۱۴ نیز بیان کرد:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (14)$$

این رابطه را می توان به صورت رابطه ی ۱۵ در فضای حالت بازنویسی کرد:

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{Q}} + \mathbf{B}\mathbf{Q} = \mathbf{F}_1 \quad (15)$$

که در آن:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{K} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{F}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} \quad (16)$$

بنابراین داریم:

$$\dot{\mathbf{Q}} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{F}_1 - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{Q} \quad (17)$$

برای حل دستگاه معادلات ۱۵ که دستگاه معادلات عادی مرتبه یک غیرخطی است با داشتن شرایط اولیه می توان از یکی از روش های عددی انتگرال گیری برای مسائل مقدار اولیه استفاده کرد.

۴. حل معادلات و بررسی نتایج

با توجه به روابط ۱ تا ۱۷، برنامه یی نوشته شده که مشخصات هندسی، اینرسی، سختی بالواره و سطح کنترلی، و نیز سرعت را دریافت می کند، و پاسخ زمانی مختصات تعمیم یافته ی سیستم و مشتقات اول آنها نسبت به زمان را به عنوان خروجی ارائه می دهد. در این قسمت نتایج روش به کار گرفته شده برای الگوی مورد نظر با استفاده از آترودینامیک شبه پایا برای سرعت های مختلف آمده است. آترودینامیک شبه پایا همیشه الگوی دقیقی نیست ولی می توان از آن در محدوده هایی خاص که نتایج آترودینامیک آن با آترودینامیک ناپایا به خوبی مطابقت دارد، یا برای بررسی کیفی رفتار آتروالاستیک مسائل مختلف بهره برد.^[۲۱] در اینجا پایداری دینامیکی بالواره ی دارای سطح کنترل با توجه به نمودارهای پاسخ زمانی و دیاگرام فاز سیستم در دو حالت وجود و عدم وجود لقی بررسی و نتایج حاصل از آن با یکدیگر مقایسه شده است. همچنین تأثیر میزان لقی بر روی پاسخ LCO و نیز اثر سختی فنر بر روی پاسخ بررسی شده است.

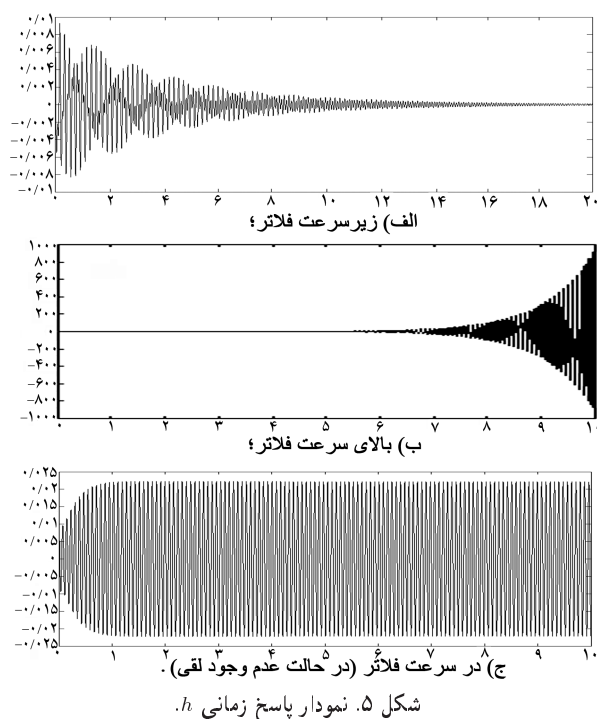
مشخصات هندسی، اینرسی و سختی بالواره و سطح کنترلی بالواره ی مورد نظر در جدول ۱ آمده است. این مثال مشابه مسئله ی در نظر گرفته شده توسط ویرجین و همکاران است.^[۱۴]

۱.۴. عدم وجود لقی سطح کنترل

ابتدا به منظور بررسی صحت برنامه ی نوشته شده و نیز مقایسه ی سیستم خطی با سیستم غیرخطی، لقی اتصال سطح کنترلی نادیده گرفته شده است. در این حالت

جدول ۱. مشخصات بالواره ی مورد نظر.

$K_{\alpha} = 37.3 \text{ Kg m/s}^2$	$x_{\alpha} = 0.434$ $x_{\beta} = 0.1996$	$M = 1.558 \text{ Kg}$
$K_{\beta} = 3.9 \text{ Kg m/s}^2$	$r_{\alpha}^T = 0.54$ $r_{\beta}^T = 0.1299$	$a = -0.5b$
$K_h = 2818.8 \text{ Kg m/s}^2$	$\rho = 0.3984 \text{ Kg/m}^2$	$b = 0.127, c = 0.5b$

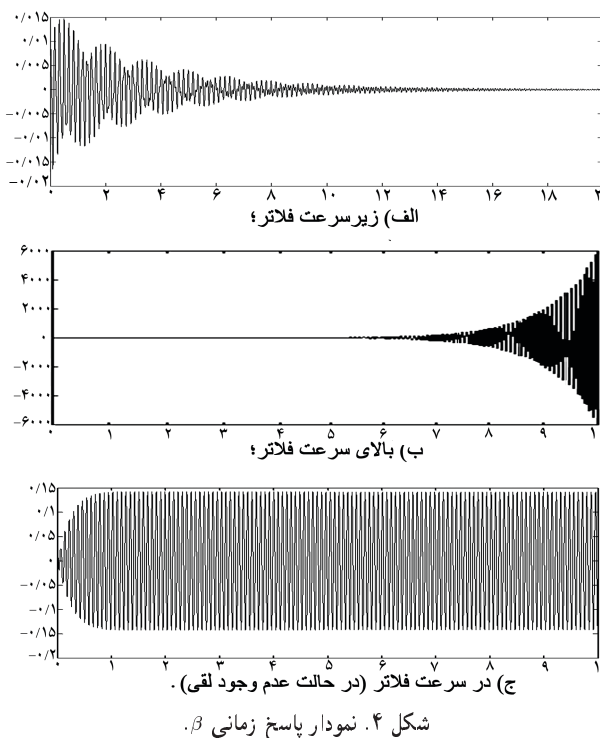
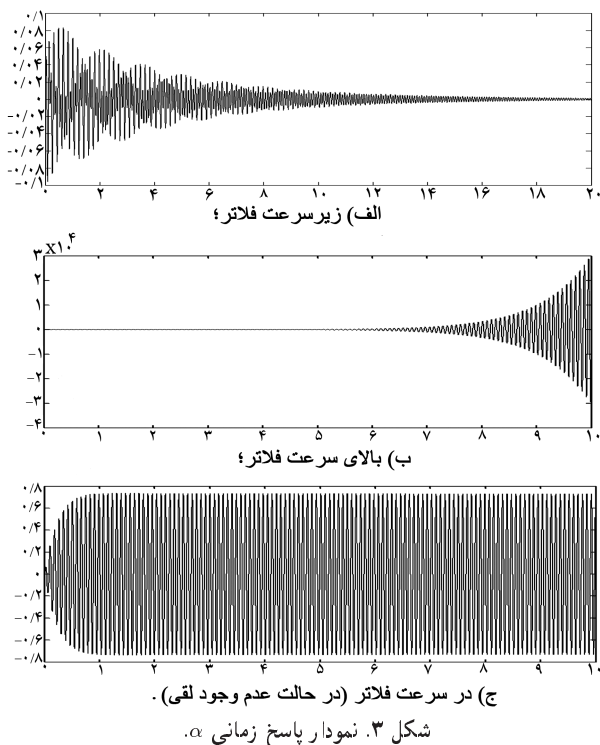


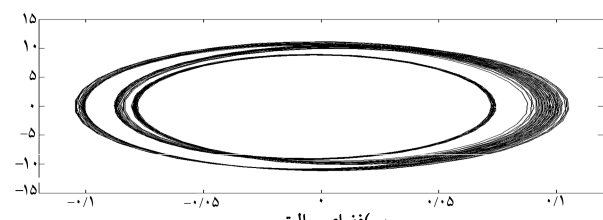
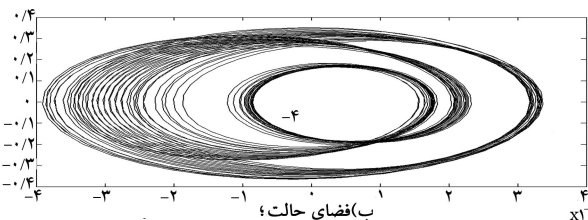
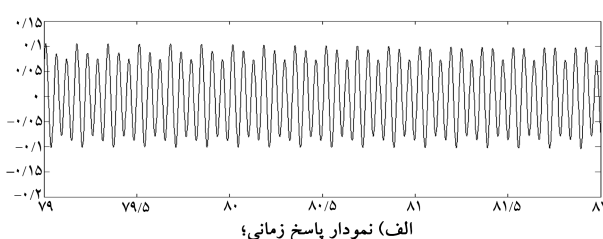
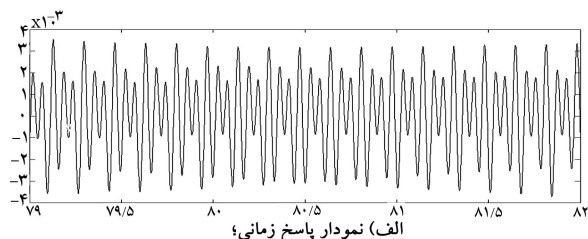
که زیر سرعت فلاتر پاسخ میرا شده است؛ در سرعت فلاتر طبق انتظار سیستم با دامنه‌ی ثابت نوسان می‌کند؛ و در بالای سرعت فلاتر دامنه پاسخ به صورت نمایی رو به افزایش است. نکته‌ی قابل توجهی که از هر یک از دسته شکل‌های ۳ تا ۵ مشهود است، غالب بودن مقدار دامنه‌ی α یا مود پیچشی بالواره نسبت به مود خمشی بالواره یا مود پیچشی سطح کنترلی است.

۲.۴. وجود لقی سطح کنترل

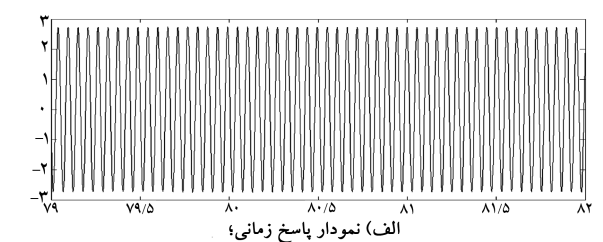
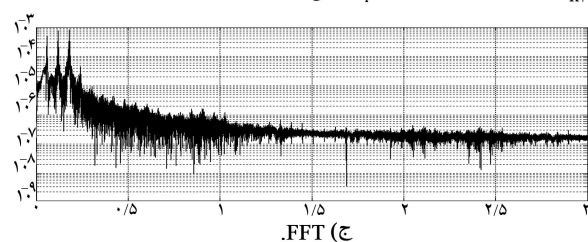
در این حالت زیر سرعت فلاتر و در سرعت فلاتر به ارتعاشات با دامنه‌ی محدود (LCO) می‌رسیم. این پدیده را کائینگهام در سال ۱۹۹۹ با استفاده از روش‌های نیمه تجربی مشاهده کرد.^[۲۲] اما این تکنیک‌ها برای طراحی وسایل پرنده کافی نیستند چرا که در تست‌های تونل باد معمولاً پدیده‌ی LCO مشاهده نمی‌شود. دلیل این موضوع طراحی تونل‌های باد بر اساس آئروالاستیسیته‌ی خطی است. این تونل‌ها برای مشاهده‌ی پدیده‌ی فلاتر (ناپایداری خطی دینامیکی) مناسب‌اند اما برای بررسی پدیده‌های غیرخطی مانند LCO کارایی ندارند. شایان ذکر است پدیده‌ی LCO به همان اندازه که برای سیستم مضر است (پدیده‌ی خستگی)، می‌تواند مفید نیز باشد. درواقع این پدیده از شکست مخرب سازه هنگام رویداد فلاتر جلوگیری می‌کند. در این قسمت رفتار سیستم را می‌توان به چهار نوع تقسیم کرد که در شکل‌های ۶ تا ۱۷ مشاهده می‌شود. در هر قسمت برای سرعت خاصی در آن بازه، رفتار سیستم بررسی شده است. در این قسمت مقدار لقی برابر ۲/۱۲ درجه در نظر گرفته شده است. در هر شکل نمودار الف پاسخ زمانی مختصات تعمیم‌یافته‌ی سیستم را در مدت زمان ۳ ثانیه (ثانیه‌ی ۷۹ تا ۸۲ از شروع حرکت) نشان می‌دهد. در نمودار ب، دیاگرام فاز مؤلفه‌ی مورد نظر در همین زمان آمده است. شکل‌های ۶ تا ۸ رفتار سیستم را در سرعت‌های زیر ۰/۲۲ سرعت فلاتر خطی نشان می‌دهند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در این سرعت (۰/۱۵ سرعت فلاتر خطی)، ارتعاشات با دامنه‌ی محدود داریم. با رسم تبدیل سریع فوریه^{۲۴} (FFT) می‌توان رفتار نوسانی را برای مختصات

فتر اتصال سطح کنترلی همواره درگیر بوده و مقدار $M_{S\beta}$ در معادله‌ی ۱۳ برابر صفر است. با رسم نمودار پاسخ زمانی مختصات تعمیم‌یافته‌ی سیستم و تغییر سرعت، مشاهده می‌شود که مقدار سرعت فلاتر (سرعتی که به‌ازاء آن دامنه‌ی پاسخ با زمان تغییر نمی‌کند) برابر $80/655 \frac{m}{s}$ است. نمودار پاسخ زمانی α ، β و h زیر سرعت فلاتر، سرعت فلاتر و بالای سرعت فلاتر در شکل ۳ تا ۵ آمده است. مشاهده می‌شود

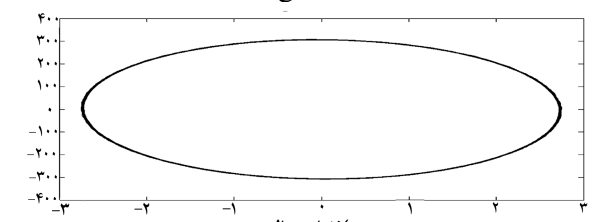
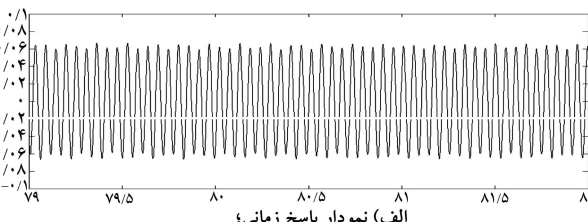




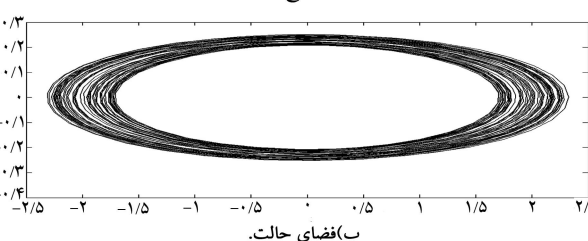
شکل ۶. مود پیچشی بالواره در حالت وجود لقی ۲/۱۲ درجه در ۰/۱۵ سرعت فلاتر خطی.



شکل ۸. مود خمشی بالواره در حالت وجود لقی ۲/۱۲ درجه در ۰/۱۵ سرعت فلاتر خطی.



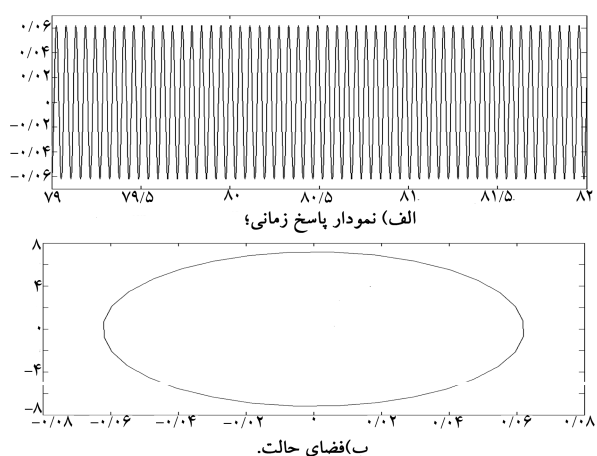
شکل ۷. مود پیچشی سطح کنترلی بالواره در حالت وجود لقی ۲/۱۲ درجه در ۰/۱۵ سرعت فلاتر خطی.



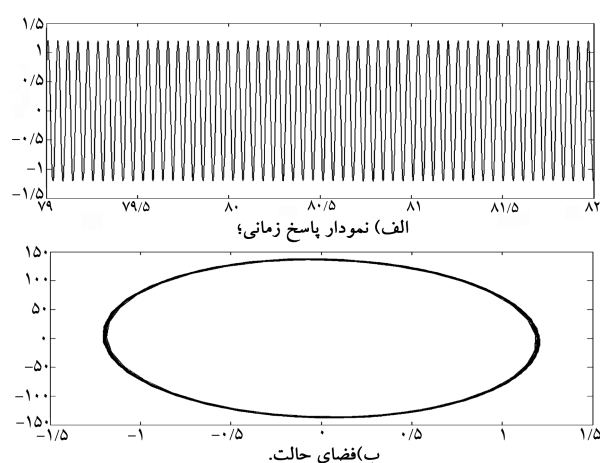
شکل ۹. مود پیچشی بالواره در حالت وجود لقی ۲/۱۲ درجه در ۰/۳۵ سرعت فلاتر خطی.

سیستم مشاهده کرد. این نمودار برای مؤلفه‌ی خمشی بالواره در شکل ۸ ج مشاهده می‌شود. برای وضوح بیشتر، محور عمودی به صورت لگاریتمی در نظر گرفته شده است. در سرعت‌های ۰/۲۲ تا ۰/۳۷ سرعت فلاتر نوعی LCO متفاوت مشاهده می‌شود که در این مورد برای مؤلفه‌ی مود جابه‌جایی و پیچشی بال رفتار نوسانی غیر ساده اتفاق می‌افتد. این رفتار برای ۰/۳۵ سرعت فلاتر خطی در شکل‌های ۹ تا ۱۱ مشاهده می‌شود. همچنین نمودار FFT مؤلفه‌ی خمشی بالواره در شکل ۱۱ ج آمده است. در سرعت ۰/۳۷ تا ۰/۵۳ سرعت فلاتر خطی، رفتار نوسانی ساده و پدیده‌ی LCO مشاهده می‌شود. رفتار سیستم در ۰/۴۵ سرعت فلاتر خطی در شکل‌های ۱۲ تا ۱۴ و نمودار FFT مود خمشی بالواره در شکل ۱۴ ج مشاهده می‌شود. در سرعت‌های بالای ۰/۵۳ سرعت فلاتر خطی، رفتار متفاوتی در مؤلفه‌های سیستم مشاهده می‌شود. این رفتار در شکل‌های ۱۵ تا ۱۷ نشان داده شده است. با رسم FFT پاسخ مؤلفه‌ی خمشی و پیچشی بالواره که در شکل ۱۵ ج و ۱۷ ج آمده است، پدیده‌ی آشوب به‌خوبی قابل مشاهده است. همچنین در این حالت دامنه و فرکانس پاسخ به‌شدت تابع شرایط اولیه‌ی سیستم است. نتایج فوق به‌صورت کیفی با نتایج کار ویرجین و همکاران مطابقت دارد.^[۱۴]

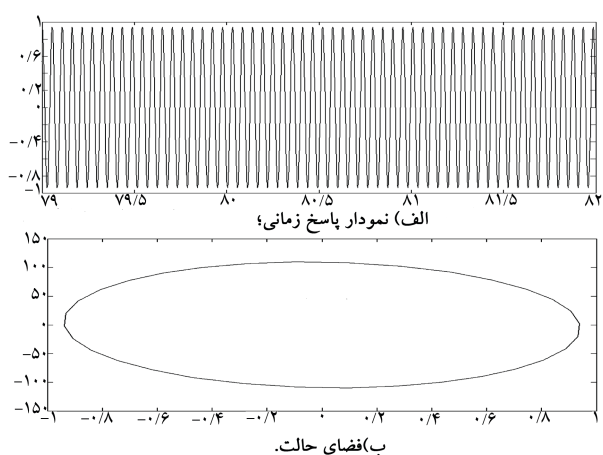
در آنجا نیز در حالت غیرخطی، هر سه نوع رفتار نوسانی ساده، نوسانی غیرساده و آشوب مشاهده شد. اما به‌دلیل استفاده از فرضیه‌ی شبه‌پایا، مقادیر حاصل از مطالعه‌ی حاضر با مقادیر ثبت شده‌ی پیشین متفاوت است. نکته‌ی قابل توجهی که از شکل‌های ۶ تا ۱۷ مشاهده می‌شود آن است که مود غالب در حالت غیرخطی مود پیچشی سطح کنترل است. باید توجه داشت که آنچه باعث فلاتر می‌شود مود پیچشی بالواره است. همچنین باید دقت شود که در بیشتر حالات مود پیچشی سطح کنترلی رفتاری نوسانی دارد و پاسخ آن به LCO منتهی می‌شود. در جدول ۲ سرعت ناپایداری سیستم برای حالت بدون لقی با نتایج موجود در زمینه‌ی آژودینامیک ناپایا^[۱۴] مقایسه شده است. این مقایسه نشان می‌دهد که سرعت فلاتر حاصل از



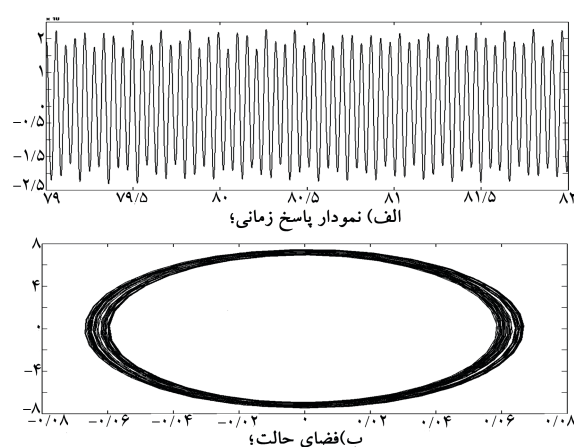
شکل ۱۲. مود پیچشی بالواره در حالت وجود لقی ۲/۱۲ درجه در ۰/۴۵ سرعت فلاتر خطی.



شکل ۱۰. مود پیچشی سطح کنترلی بالواره در حالت وجود لقی ۲/۱۲ درجه در ۰/۳۵ سرعت فلاتر خطی.

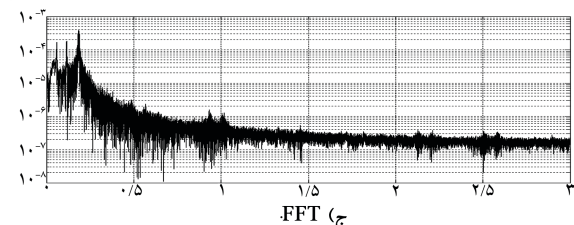


شکل ۱۳. مود پیچشی سطح کنترلی بالواره در حالت وجود لقی ۲/۱۲ درجه در ۰/۴۵ سرعت فلاتر خطی.



شکل ۱۱. مود خمشی بالواره در حالت وجود لقی ۲/۱۲ درجه در ۰/۳۵ سرعت فلاتر خطی.

انتظار می‌رفت با افزایش لقی دامنه‌ی LCO افزایش می‌یابد. همچنین توجه شود که مقدار افزایش β برحسب لقی بیش از سایر مختصات سیستم است.



۵. نتیجه‌گیری

در این مطالعه با استفاده از نوع خاصی از آنرودینامیک شبه‌پایا براساس روش تئودورسون، و با استفاده از روش لاگرانژ و فرضیه‌ی مقطع بالواره در الگوسازی سازه‌یی، الگوی آنروالاستیک برای مقطع بالواره با سطح کنترل دارای لقی به دست آمد. سپس معادلات آنروالاستیک به حوزه‌ی فضای حالت برده شده و با استفاده از روش‌های انتگرال‌گیری عددی حل شدند؛ و در نهایت برنامه‌ی تهیه شد که با حل معادلات فضای حالت، پاسخ زمانی مؤلفه‌های سیستم را بدهد.

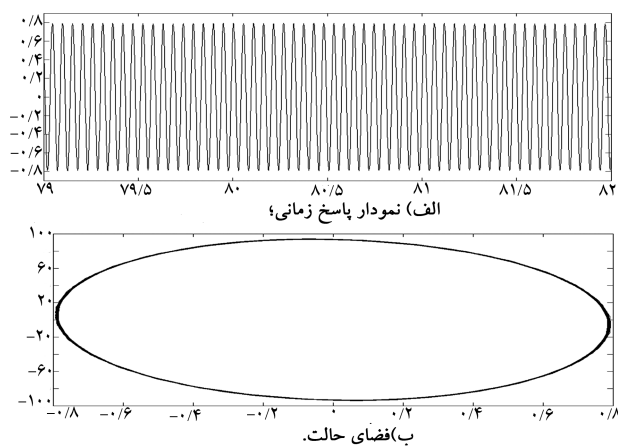
ابتدا پاسخ زمانی سیستم در حالت عدم وجود لقی بررسی شد. با توجه به تئوری ارتعاشات خطی، مطابق انتظار، پاسخ در زیر سرعت فلاتر «همگرا»، در این سرعت فلاتر «نوسانی با دامنه‌ی ثابت»، و در بالای سرعت «واگرا» شد. در این حالت مود غالب، مود پیچشی بالواره بود. سپس لقی به معادلات سیستم اضافه شد. در حالت وجود لقی، زیر سرعت فلاتر سه نوع رفتار مشاهده می‌شود که

جدول ۲. مقایسه‌ی سرعت فلاتر خطی حاصل از مطالعه‌ی حاضر با سرعت‌های قبلی. [۱۴]

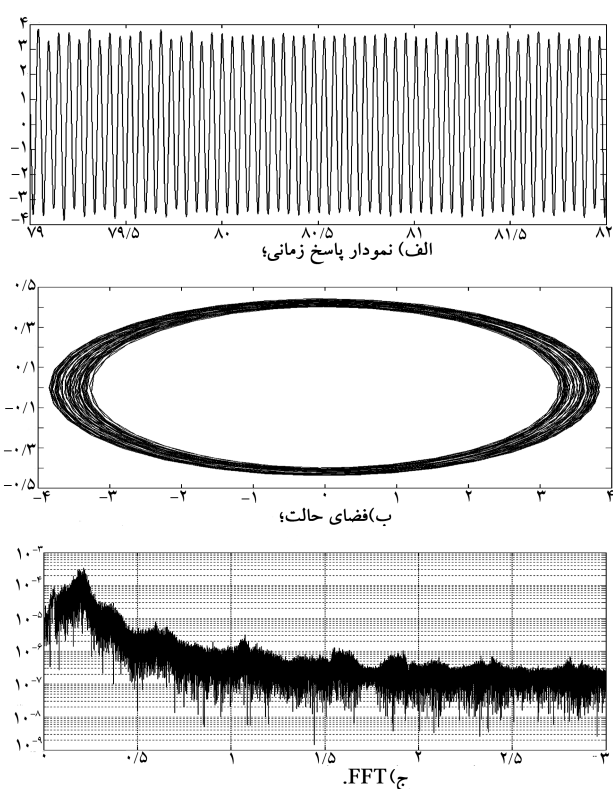
سرعت فلاتر (متر بر ثانیه)	آنرودینامیک شبه‌پایا (پژوهش حاضر)	آنرودینامیک ناپایا [۱۴]
۸۰/۶۵۵	۲۳/۹	

شبه‌سازی سیستم با استفاده از آنرودینامیک شبه‌پایا اختلاف قابل توجهی با مقدار معادل آن با استفاده از آنرودینامیک ناپایا دارد. [۲۱]

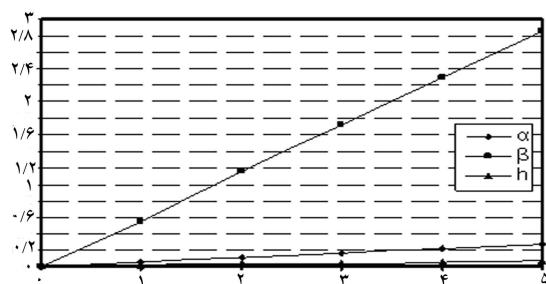
ازجمله عواملی که ممکن است در دامنه و فرکانس ارتعاشات سیستم غیرخطی مورد نظر نقش داشته باشد، میزان لقی سطح کنترلی است. شکل ۱۸ نمودار تغییرات دامنه‌ی LCO با لقی را در ۰/۴۵ سرعت فلاتر خطی نشان می‌دهد. همان‌طور که



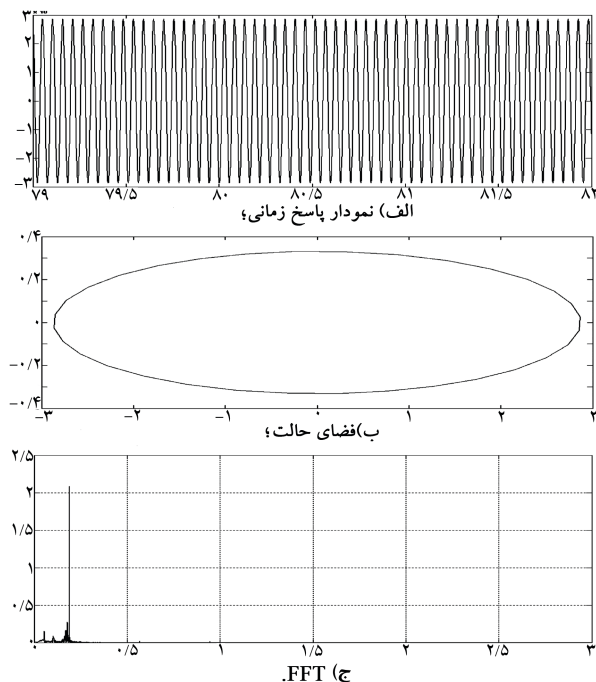
شکل ۱۶. مود پیچشی سطح کنترلی در حالت وجود لقی ۲/۱۲ درجه در ۵۵/۰ سرعت فلاتر خطی.



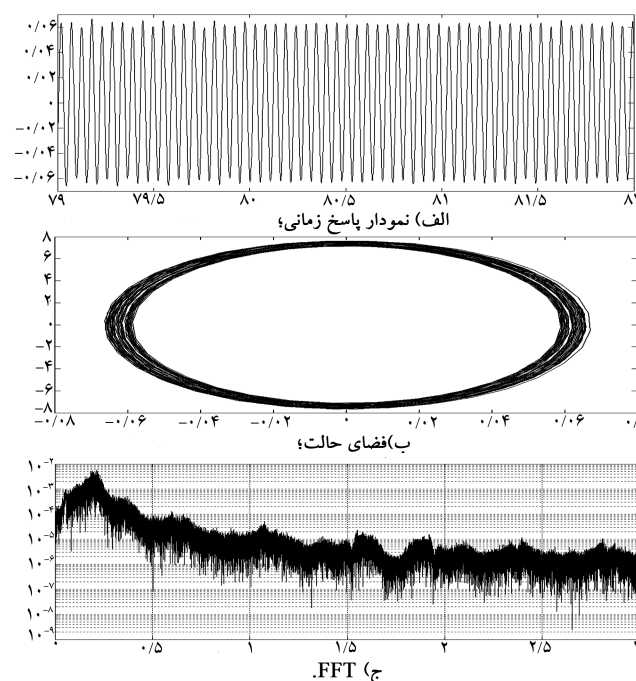
شکل ۱۷. مود خمشی بالواره در حالت وجود لقی ۲/۱۲ درجه در ۵۵/۰ سرعت فلاتر خطی.



شکل ۱۸. نمودار دامنه‌ی LCO با لقی در ۴۵/۰ سرعت فلاتر خطی.



شکل ۱۴. مود خمشی بالواره در حالت وجود لقی ۲/۱۲ درجه در ۴۵/۰ سرعت فلاتر خطی.



شکل ۱۵. مود پیچشی بالواره در حالت وجود لقی ۲/۱۲ درجه در ۵۵/۰ سرعت فلاتر خطی.

عبارت‌اند از: نوسانی ساده، نوسانی غیرساده (یا چندفرکانسی) و غیرنوسانی (یا آشوب) با توجه به نمودار FFT برای بالواره با مشخصات حاضر، رفتار آشوب در برخی سرعت‌های زیر سرعت فلاتر خطی به‌خوبی مشاهده شد. بالای سرعت فلاتر نیز در این سیستم دامنه‌ی پاسخ دینامیکی واگرا شد. نتیجه آن که نوع پاسخ سیستم بسته به مشخصات هندسی و اینرسی سیستم و نیز سرعت ورودی می‌تواند

نسبت به وسط بالواره دارای سطح کنترلی
 S_α, S_β : گشتاور استاتیکی حول محور الاستیک و لولا
 I_α, I_β : گشتاورهای اینرسی برای بالواره و سطح کنترلی و سطح کنترلی به تنهایی
 حول محور الاستیک و لولا
 K_α : سختی پیچشی بالواره حول محور الاستیک
 K_h : سختی بالواره در حالت تغییر مکان
 K_β : سختی پیچشی سطح کنترلی حول لولا
 $k = \frac{\pi \rho b^3}{M}$: نسبت جرم سیلندر هوا با قطر مساوی وتر بالواره به جرم بالواره
 $r_\alpha = \sqrt{\frac{I_\alpha}{M b^2}}$: شعاع ژیراسیون بی بعد بالواره
 $r_\beta = \sqrt{\frac{I_\beta}{M b^2}}$: شعاع ژیراسیون بی بعد سطح کنترلی
 $x_\alpha = \frac{S_\alpha}{M b}$: فاصله بی بعد مرکز جرم بالواره از موقعیت محور الاستیک
 $x_\beta = \frac{S_\beta}{M b}$: فاصله بی بعد مرکز جرم سطح کنترلی از موقعیت محور الاستیک

فهرست علائم

M: جرم بالواره

ρ : چگالی هوا

α, β, h : زاویه‌ی پیچش بالواره، زاویه‌ی پیچش سطح کنترلی و تغییر مکان بالواره
 b, c, a : نصف وتر بالواره و سطح کنترلی، موقعیت لولا و موقعیت محور الاستیک

پانویس

1. Divergence
2. Limit Cycle Oscillations
3. Chaotic
4. Woolston
5. Breitbach
6. Harmonic balance
7. Lee
8. Yang and Zhao
9. Price
10. Wagner
11. Poirion
12. Morton
13. Beran
14. Bilinear
15. Hauenstein
16. Zara
17. Kim
18. Dowell
19. Reduced-Order Aerodynamic
20. Cooner
21. Tang
22. Virgin
23. Bae
24. Fast Fourier Transform

منابع

1. Woolston, D.S.; Andrews R.E.; Runyan H.L. "An investigation of effects of certain types of structural nonlinearities on wing and control surface flutter", *Journal of Aeronautical Sciences*, **24** pp. 57-63 (1957).
2. Breitbach, E. "Effects of structural nonlinearities on aircraft vibration and flutter", AGARD Report, R-665, (1978).
3. Lee, C.L. "An iterative procedure for nonlinear flutter analysis", *AIAA Journal*, **18**, pp. 1245-1251 (1986).
4. Yang, Z.H.; Zhao, L.C. "Analysis of limit cycle flutter of an airfoil in incompressible flow", *J. Sound Vib*, **123** (1), pp. 1-13 (1988).
5. Price, S.J.; Alighanbari, H.; Lee B.H.K. "The aeroelastic response of a two dimensional airfoil with bilinear and cubic structural nonlinearities", *Proceedings of 35TH AIAA/ASME/ASCE/AHS/ ASC Structural Dynamics and Material Conference*, Hilton Head, SC, USA, pp. 1771-1780 (1994).
6. Poirion, F. "Effects of structural nonlinearities on flutter analysis", in: *Proc. Of Forum International Aeroelasticity et Dynamique des Structures, Strasbourg*, **2**, pp. 857-869 (1995).
7. Morton, S.A.; Beran, P.S. "Effects of structural nonlinearity in the bifurcation analysis of transonic flutter", *AIAA paper*, p. 96 (1975).
8. Hauenstein, A.J.; Laurenson, R.M.; Eversman, W.; Galecki, G.; Qumei, I. "Chaotic response of aerosurfaces with structural nonlinearities", *AIAA Paper 90-1034-CP*, AIAA/ASME/ASCE/AHS/ ASC 31st Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Long Beach, CA, USA, (1990).
9. Zara, J.; Haenstein, A.J.; Laurenson, R.M.; Eversman, W.; Qumei, I. "Caotic and nonlinear response of aerosurfaces with structural nonlinearities", *AIAA Paper 92-2547-CP*, AIAA/ASME/ASCE/AIAS/ASC 33rd Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, (1992).
10. Lee, I.; Kim, S.H. "Aeroelastic analysis of a flexile control surface with structural nonlinearity", *Journal of Aircraft*, **32**, pp. 868-874 (1995).
11. Tang, D.M. and Dowell, E.H. "Flutter and stall response of a helicopter blade with structural nonlinearity", *Journal of Aircraft*, **29**, pp. 953-960 (1990).
12. Conner, M.D.; Tang, D.M.; Dowell, E.H.; and Virgin, L.N. "Nonlinear behavior of typical airfoils sections with control surface free play: a numerical and experimental study," *Journal of Fluids and Structures*, **11**, pp. 89-109 (1997).
13. Tang, D.M.; Dowell, E.H.; Virgin, L.N. "Limit cycle behavior of an airfoil with a control surface", *Journal of Fluids and Structures*, **12**, pp. 839-858 (1999).
14. Virgin, L.N.; Conner, M.D.; Dowell, E.H. "In the evolution of deterministic non-periodic behavior an airfoil",

- International Journal of Nonlinear Mechanics*, **34**, pp. 499–514 (1999).
15. Tang, D.M.; Kholodar, D.; Dowell, E.H. “Nonlinear response of airfoil section with control surface free-play to gust loads”, *AIAA Journal*, **38**, pp. 1543–1557 (2000).
 16. Bae, J.S.; Yang, S.M.; Lee, I. “Linear and nonlinear aeroelastic analysis of fighter-type wing with control surface”. *Journal of Aircraft*, **39**, pp. 697–708 (2002).
 17. Theodoreson, T.E. “General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter,” *NACA Rept.* 496, pp. 413-433 (May 1934).
 18. Dowell, E.H.; Crawley, E.F.; Curtiss Jr.; H.C.; Peters, D.A.; Scanlan, R.H.; Sisto, F. *A Modern Course in Aeroelasticity*, Kluwer Academic Publishers, 3rd Edition, (1995).
 19. Fotouhi, M.M., “The study of control surface freeplay on the aeroelastic behavior of wing in subsonic regime”, MS.C thesis, Sharif, University of Technology, (2007).
 20. Dowell, E.H.; Thomas, J.P.; Hall, K.C. “Transonic limit cycle oscillation analysis using reduced order aerodynamic models”, *Journal of Fluids and Structures*, **19**, pp. 19-27 (2004).
 21. Haddadpour, H. and Firooz Abadi, R.D. “Evaluation of quasi-steady aerodynamic modeling for flutter prediction in subsonic flow”, *Journal of Thin-Walled Structures*, **44**, pp. 931–936 (2006).
 22. Cunningham, A.M. “A generic nonlinear aeroelastic method with semi-empirical nonlinear unsteady aerodynamics”, *Technical Report AFRL-VA-WP-TR-1999-3014*, 1 and 2, Air Force Research Laboratory, (1999).

پیوست

معرفی ثابت‌های مورد استفاده در روابط آیرودینامیک تئودورسون.

$T_1 = -\frac{1}{\bar{c}} \sqrt{1 - c^2} (\bar{c} + c^2) + c \cos^{-1} c$ $T_2 = c(1 - c^2) - \sqrt{1 - c^2} (1 + c^2) \cos^{-1} c$ $+ c(\cos^{-1} c)^2$ $T_3 = -\left(\frac{1}{\bar{c}} + c^2\right)(\cos^{-1} c)^2$ $+ \frac{1}{\bar{c}} (c \sqrt{1 - c^2} \cos^{-1} c (\bar{c} + \bar{c} c^2))$ $- \frac{1}{\bar{c}} (1 - c^2) (\delta c^2 + \bar{c})$ $T_4 = -\cos^{-1} c + c \sqrt{1 - c^2}$ $T_5 = -(1 - c^2) - (\cos^{-1} c)^2$ $+ \bar{c} c \sqrt{1 - c^2} \cos^{-1} c$ $T_6 = T_7$	$T_8 = -\left(\frac{1}{\bar{c}} + c^2\right) \cos^{-1} c + \frac{1}{\bar{c}} c \sqrt{1 - c^2} (\bar{c} + \bar{c} c^2)$ $T_9 = -\frac{1}{\bar{c}} \sqrt{1 - c^2} (\bar{c} c^2 + 1) + c \cos^{-1} c$ $T_{10} = \frac{1}{\bar{c}} \left[\frac{1}{\bar{c}} (\sqrt{1 - c^2})^2 + a T_7 \right]$ $T_{11} = \sqrt{1 - c^2} + \cos^{-1} c$ $T_{12} = \cos^{-1} c (1 - \bar{c} c) + \sqrt{1 - c^2} (\bar{c} - c)$ $T_{13} = \sqrt{1 - c^2} (\bar{c} + c) - \cos^{-1} c (\bar{c} c + 1)$ $T_{14} = \frac{1}{\bar{c}} [-T_1 - (c - a) T_3]$ $T_{15} = \frac{1}{12} + \frac{1}{\bar{c}} a c$
---	---