

کمینه کردن انحنای پروفیل خروجی مقاطع خارج از مرکز غیردایروی در فرایند اکستروژن، با استفاده از منحنی های Bezier

احمد عاصم پور (دانشیار)

امیر حسن نژاد اصل (دانشجوی کارشناسی ارشد)
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

در این تحقیق روشی تحلیلی برای تعیین میزان انحنای پروفیل خروجی از قالب و کمینه کردن آن ارائه شده است. در این روش ابتدا با استفاده از معادلات مربوط به منحنی های Bezier، خطوط جریان پایه در ناحیه تغییر شکل به دست آمده و سپس با وارد کردن پارامترهای تأثیرگذار بر معادلات حاکم بر جریان ماده در ناحیه تغییر شکل، میدان سرعت غیر یکنواخت به دست آمده است. با به دست آوردن میدان سرعت، براساس تعریف معیار انحراف پروفیل خروجی، با استفاده از ضرایب منحنی های Bezier و مقادیر خروج از مرکزیت، اقدام به طراحی قالب بهینه از نظر کمترین انحنای خروجی شده است. با به دست آوردن میزان انحنای پروفیل خروجی، با استفاده از نرم افزار Abaqus انحنای چند قالب طراحی شده با یکدیگر مقایسه شده است. در انتها نیز میزان فشار اکستروژن لازم برای قالب بهینه از نظر فشار، با قالب بهینه از نظر انحنای خروجی، به روش حد بالا با یکدیگر مقایسه شده است.

assem@sharif.edu
hasanjad@alum.sharif.edu

واژگان کلیدی: اکستروژن، انحنای پروفیل، حد بالا، بزر.

مقدمه

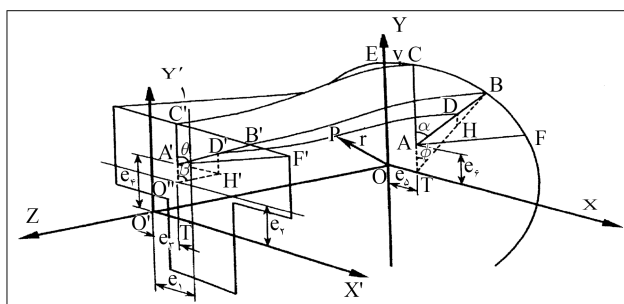
در سال ۱۹۷۶ باسیلی و سنسام^[۱] با به کار بردن نتایج جونجا و پراکاش، روابط تحلیلی و توضیحات دقیقی برای کشش یک میلگرد ارائه دادند. نتایج حاصل از حد بالا و تجربی با یکدیگر به خوبی تطابق نشان دادند. روابط تحلیلی این افراد بر این مبنا استوار بود که برای اکستروژن مقاطع چندوجهی، مقطع ورودی و خروجی قالب را به اجزاء مثلثی شکل تقسیم کرده، و با فرض تراکم ناپذیری میدان سرعت را به دست آوردند و در نهایت با استفاده از آن فشار اکستروژن به روش حد بالا را به دست آوردند.

در سال ۱۹۷۸ ویستر^[۲] روش المان محدود را برای تحلیل اکستروژن سه بعدی مقاطع با شکل های مختلف ارائه داد. وی در این تحلیل روش المان محدود را به همراه روش های بهینه سازی برای نظریه حد بالا به کار گرفت. این روش برای اکستروژن هر مقطع دلخواه قابل تعمیم بود. استفاده از المان های مرتبه دو، امکان تقریب درجه سوم سرعت ها را ممکن می ساخت. همچنین ویستر یک المان لغزشی ۸ نقطه یی را برای محاسبه میزان اصطکاک بین ماده و قالب در نظر گرفت. نتایج نظری و تجربی حاصل از این روش با یکدیگر به خوبی تطابق داشتند.

ناگپال و آلتان^[۳] ایده یی را مطرح کردند که براساس آن، و با استفاده از توابع مربوط به خطوط جریان، معادلات سرعتی را که از لحاظ سینماتیکی قابل قبول بودند، برای اکستروژن مقاطع سه بعدی ارائه کردند. یانگ و لی^[۴] از شیوه ی تبدیل نگاشت ها، برای اکستروژن مقاطع ساده از بیلت های گرد اولیه استفاده کردند. همچنین یانگ و لاتنگ با تعمیم این روش، از آن برای اکستروژن هیدروفیلیم مقاطع سه بعدی بهره بردند.

اکستروژن پروفیل هایی با سطح مقطع های ساده و پیچیده با استفاده از قالب های منحنی شکل (بیشرفته)، باعث بهبود خصوصیات مکانیکی و متالورژیکی محصول نهایی می شود. مهم ترین نکته در طراحی این نوع قالب ها تعیین مشخصه های تأثیرگذار بر جریان ماده در ناحیه تغییر شکل است. با بهبود روابط تحلیلی حاکم بر جریان ماده در ناحیه تغییر شکل، می توان کنترل بیشتری بر روی جریان ماده داشت و با تغییر پارامترهای اثرگذار بر روی جریان ماده، به طرح یک قالب بهینه (از لحاظ فشار، انحنای پروفیل خروجی، استحکام قالب و ...) دست یافت. تاکنون چندین رابطه ی تحلیلی به منظور تعیین جریان فلز در ناحیه تغییر شکل برای فرایند اکستروژن سه بعدی ارائه شده است که یکی از کامل ترین روابط توسط چیتکارا و ابری نیا^[۱] بیان شده است. در این تحقیق نیز برای محاسبه میدان جریان درون قالب، تا حد زیادی از روابط ارائه شده توسط چیتکارا بهره گرفته شده است.

جونجا و پراکاش^[۲] در سال ۱۹۷۵ با استفاده از روش حد بالا، روشی را برای اکستروژن سه بعدی مقاطع چندوجهی با استفاده از قالب های خطی و به کار بردن میدان سرعت کروی استفاده کردند. در این تحقیق تحلیلی، آنها از یک قالب همگرا با مقطع چندوجهی منظم استفاده کردند. میدان سرعت را در مختصات کروی به دست آوردند و به ازاء مقداری دلخواه برای زاویه شیب قالب، نیروی کشش حداقل را محاسبه کردند. آنها همچنین متوجه شدند که به ازاء مقادیر بالا برای زاویه قالب، ناحیه مرده تشکیل می شود. همچنین به ازاء کاهش نسبت اکستروژن مشخص، شکل سطح مقطع محصول تأثیر کمی روی فشار اکستروژن دارد.



شکل ۱. خطوط جریان در ناحیه‌ی تغییرشکل.

(نسبت به دو محور X و Y) به دست آورده شده است. همانگونه که در شکل ۱ نشان داده شده است، برای به دست آوردن معادلات جریان فرض شده است که مقطع CAF در ورود، به مقطع $C'A'F'$ در خروج متناظر شود.

مرکز سطح مقطع خروجی در حالتی که خروج از مرکزیت صفر است، منطبق بر محور بیلت اولیه است. برای تعیین مختصات هر نقطه در ناحیه‌ی تغییرشکل، پارامترهای بی بعد u ، q و t به گونه‌ی تعریف می‌شوند که بین صفر تا یک تغییر کنند.^[۱۵]

$$w = u.R \quad u = w/R \quad 0 \leq u \leq 1$$

$$\phi = q.2\pi \Rightarrow q = \phi/2\pi \quad 0 \leq q \leq 1$$

$$z = t.L, \quad t = z/L \quad 0 \leq t \leq 1 \quad (1)$$

با تعریف پارامترهای فوق، بردار موقعیت یک ذره در ناحیه‌ی تغییرشکل را می‌توان با استفاده از منحنی‌های Bezier در مختصات دکارتی چنین نمایش داد:

$$P = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} = f_1(u, q, t)\hat{i} + f_2(u, q, t)\hat{j} + f_3(u, q, t)\hat{k}$$

$$x = f_1(u, q, t) = P(q, t) + K_1(t)$$

$$= u[\rho_1 \sin \phi + t^2(2\rho_1 \sin \phi - 2F_1)]$$

$$+ 3t^3(F_1 - \rho_1 \sin \phi) + e_0(2t^2 - 3t^3 + 1) - e_r(2t^2 - 3t^3),$$

$$y = f_2(u, q, t) = S(q, t) + K_2(t)$$

$$= u[\rho_2 \cos \phi + t^2(2\rho_2 \cos \phi - 2F_2)]$$

$$+ 3t^3(F_2 - \rho_2 \cos \phi) + e_e(1 - u)[2t^2 - 3t^3 + 1]$$

$$+ e_r[3t^3(1 - t) + t^2],$$

$$z = f_3(t) = K_3(t)$$

$$= t^2 L(3c_1 - 3c_2 + 1) + t^3 L(3c_2 - 6c_1) + 3tc_1 L. \quad (2)$$

توابع F_1 و F_2 با توجه به شکل مقطع خروجی، و شرط تراکم‌ناپذیری حجم بین مقطع ورود و خروج به دست می‌آیند، که این توابع چنین محاسبه می‌شوند:

$$F_1 = \rho_1 \sin \theta, \quad F_2 = \rho_2 \cos \theta \quad (3)$$

تقسیم‌بندی یک مقطع T شکل و محاسبه‌ی توابع F_1 و F_2

توابع F_1 و F_2 برای هر بخش به‌طور جداگانه محاسبه می‌شوند. برای نمونه مطابق شکل ۲، توابع F_1 و F_2 برای مقطع CAB که به مقطع $C'A'B'$ متناظر شده

هوشینو و گانسکارا^[۹] روش جدیدی بر مبنای حد بالا پیشنهاد دادند که برای اکستروژن مقاطع چندضلعی مناسب بود. همچنین برای اولین بار روش CAD/CAM با استفاده از EDM، برای طراحی و ساخت قالب اکستروژن مورد بررسی قرار گرفت. کیوشی^[۱۰] مفهومی جدید با استفاده از روش حد بالا در فرایند اکستروژن را معرفی کرد، که در آن میدان سرعت محوری و چرخشی، غیر یکنواخت و به‌گونه‌ی مناسب در نظر گرفته شده بود.

چیتکارا^[۱۱] و سلیک^[۱۲] با تعمیم یک روش عمومی، و با استفاده از طراحی خطوط جریان در ناحیه‌ی تغییرشکل، قالب‌های خطی و پیشرفته برای اکستروژن مقاطع دلخواه را مورد بررسی قرار دادند.

چنان که اشاره شد، تحقیقات بسیار زیادی به‌منظور بهبود روش‌های تحلیلی، برای پیش‌بینی جریان ماده در ناحیه‌ی تغییرشکل انجام گرفته است. اما از آنجا که جریان ماده در فرایند اکستروژن بسیار پیچیده است، ارائه‌ی روشی تحلیلی که در آن تمامی ترم‌های مکانیکی اثرگذار بر جریان ماده به کار برده شده باشد، بسیار مشکل است. در تحقیق حاضر با استفاده از یک روش عمومی از حدبالا، که برای اکستروژن مقاطع متقارن و غیرمتقارن^[۱۵] ارائه شده و نیز با استفاده از منحنی‌های Bezier، ابتدا معادلات پارامتریک جریان ماده برای یک مقطع T شکل غیرمتقارن با مقادیر خروج از مرکزیت به دست آمده است. با تعیین خطوط جریان پایه، در مرحله‌ی بعد با دخالت دادن پارامترهایی نظیر ضریب اصطکاک، هندسه‌ی قالب، پیچیدگی هندسه‌ی مقطع خروجی، و شیب قالب در هر مقطع، میدان سرعت نزدیک به میدان سرعت واقعی به دست آورده شده است.

با تعیین میدان سرعت هر ذره از ماده در ناحیه‌ی تغییرشکل، یک تابع هدف که بیان‌گر کمیته‌ی انحنای پروفیل نهایی است تعریف شده است. در مرحله‌ی بعد قالب با استفاده از دو پارامتر منحنی‌های Bezier (c_1, c_2) ، و مقادیر خروج از مرکزیت (e_1, e_2) ، بر اساس تابع مینیمم انحنای، بهینه شده است. چون کلیه‌ی معادلات تحلیلی موجود، صرفاً قابلیت پیش‌بینی جریان ماده‌ی درون قالب را دارد و قادر به تحلیل جریان بعد از مقطع خروجی نیست، لازم است صحت تابع هدف تعریف شده برای کاهش انحنای پروفیل خروجی، با ساخت قالب و یا استفاده از نرم‌افزارهای FEM مورد بررسی قرار گیرد. بدین منظور برای هر مدل چندین قالب با ضرایب Bezier و مقادیر خروج از مرکزیت مختلف در نرم‌افزار ABAQUS/CAE، تحلیل شده و میزان انحنای قالب‌ها با یکدیگر مقایسه شده است.

در انتها نیز با استفاده از روابط حد بالا، مقادیر فشار اکستروژن لازم برای قالب بهینه شده از نظر انحنای پروفیل خروجی، با مقدار فشار اکستروژن لازم برای قالب بهینه شده از نظر فشار مقایسه، و میزان افزایش فشار اکستروژن محاسبه شده است.

مدل‌سازی خطوط جریان برای مقطع T-شکل غیرمتقارن

در اولین گام برای تحلیل پایه‌ی خطوط جریان، لازم است که با ایجاد تناظر یک به یک بین مقطع ورود و مقطع خروج و فرض تراکم‌ناپذیری، توسط یکی از منحنی‌های پارامتریک Hermite cubic spline، Bezier، یا B-spline، معادلات خطوط جریان را به دست آورد. تحقیقات اخیر نشان می‌دهد^[۱۱] که استفاده از منحنی‌های پارامتریک Bezier، نسبت به سایر منحنی‌های پارامتریک خطوط جریان مناسب‌تری را به دست می‌دهد.

در تحقیق حاضر، در اولین گام با استفاده از منحنی‌های Bezier، معادلات جریان مربوط به اکستروژن یک بیلت استوانه‌ی بی یک مقطع T-شکل غیرمتقارن

می آید:

$$\begin{aligned} x &= f_1(u, q, t) = IF(u, q, t) \cdot p(q, t) + K_1(t), \\ y &= f_2(u, q, t) = IF(u, q, t) \cdot S(q, t) + K_2(t), \\ z &= f_3(t) = K_3(t) \end{aligned} \quad (7)$$

با توجه به تحقیقات تجربی انجام شده در زمینه‌ی جریان ماده‌ی درون قالب، مشاهده شده است که با افزایش RA، افزایش ضریب اصطکاک و افزایش شیب قالب، تغییرات سرعت محوری از مرکز به سمت سطح قالب افزایش می‌یابد. اولین شرط اساسی که تابع $IF(u, q, t)$ باید ارضاء کند مربوط به شرایط مرزی هندسی در ورود و خروج است. با توجه به این شرایط، تابع $IF(u, q, t)$ چنین تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} IF(u, q, t) &= u/(\lambda + TT), \\ TT(u, q, t) &= M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن توابع M_1 ، M_2 و M_3 عبارت‌اند از:

M_1 : تابعی برحسب پارامتر t که برای ارضاء شرایط مرزی هندسی در ورود و خروج است:

$$M_1 = t^\lambda \cdot (\lambda - t) \quad (9)$$

چنان که در معادله‌ی فوق مشخص است در $t = 1$ و $t = 0$ به معادلات خطوط جریان پایه می‌رسیم، که شکل مقطع ورود و خروج به دست می‌آید.

M_2 : تابعی است که در آن اثرات هندسی قالب (شیب قالب در هر مقطع) و پیچیدگی هندسه‌ی مقطع خروجی در ناحیه‌ی تغییرشکل لحاظ شده است.

$$\begin{aligned} M_2 &= \frac{(R - TM) \cdot \gamma_r}{L \sqrt{t}}, \\ TM &= \sqrt{R_h + (\lambda - t) \cdot (R - R_h)} \end{aligned} \quad (10)$$

M_3 : تابعی است که اثر ضریب اصطکاک و توزیع غیریکنواخت جریان در آن در نظر گرفته شده است. مشاهدات تجربی حاصل از شبکه‌بندی پروفیل خروجی نشان داده است که تغییرات پروفیل سرعت در یک مقطع، در جهت شعاعی با تقریب بسیار خوبی، به صورت یک تابع درجه سوم برحسب شعاع، قابل بیان است.^[۱۵]

$$M_3 = -b_1 \cdot \gamma_d^{(\lambda+m)} \cdot u^2 + (b_2/\gamma_d) \cdot u^2 + b_3 \quad (11)$$

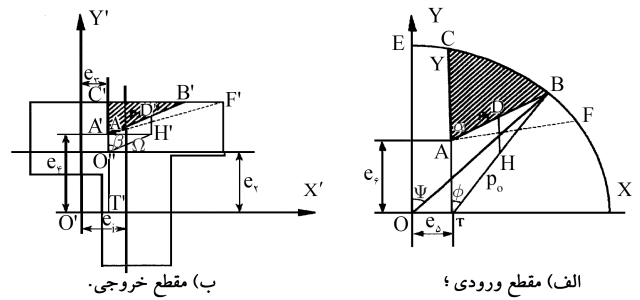
همچنین ثابت‌های b_1 ، b_2 و b_3 با استفاده از شرط زیر به دست می‌آیند:

$$At \ u = 1 : \quad b_1 + b_2/\gamma_d + b_3 = 0 \quad (12)$$

با جایگزینی مقادیر فوق و ساده‌سازی، سرعت محوری به صورت رابطه‌ی ۱۳ و ۱۴ به دست می‌آید:^[۱۱]

$$V_z = \frac{L_1}{L_r} V_0 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} L_1 &= 2\pi \cdot \rho_s^2 - e_\epsilon (\rho_s \cdot \cos(2\pi\phi) + \rho_{s,q} \cdot \sin\phi), \\ L_r &= \frac{(\lambda + TT - u \cdot TT_u)}{(\lambda + TT)^2} \cdot (P_q \cdot S - S_q \cdot P) \\ &+ \frac{K_{r,u}}{(\lambda + TT(u, q, t))} \cdot P_q \end{aligned} \quad (14)$$



شکل ۲. مقاطع ورودی و خروجی ناحیه‌ی تغییرشکل.

است، به روش زیر محاسبه می‌شوند.

$$S_{CAB} \times \eta = S_{C'A'B'} \quad (4)$$

که S_{CAB} مساحت مقطع CAB ، $S_{C'A'B'}$ مساحت مقطع $C'A'B'$ و η (extrusion ratio) برابر نسبت اکستروژن کل است. با توجه به شکل ۲ می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \left[\int_{\phi_0}^{\phi_B} \rho_B^2 d\phi - e_\epsilon (\rho_B \sin\phi_B - \rho_c \sin\phi_0) \right] \eta &= \frac{A'C' \cdot C'B'}{4} \\ F_r = \rho_r \cos\theta = A'C' \quad , \quad F_\lambda = \rho_r \sin\theta = C'B' \\ \Rightarrow F_r &= T'C' - e_\epsilon \end{aligned} \quad (5)$$

با جایگزین کردن معادلات فوق، تابع F_λ برابر خواهد شد با:

$$F_\lambda = \frac{\eta \left(\int_{\phi_0}^{\phi_B} \rho_B^2 d\phi - e_\epsilon (\rho_B \sin\phi_B - \rho_c \sin\phi_0) \right)}{A'C'} \quad (6)$$

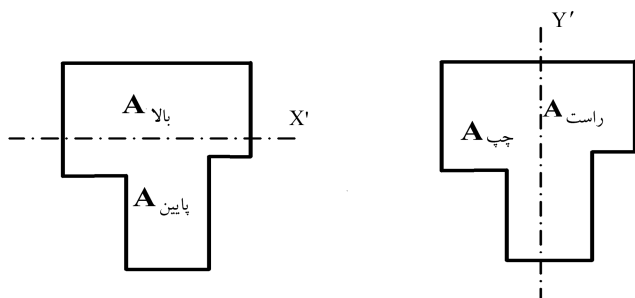
با جایگذاری توابع F_r و F_λ در معادلات ۲، برای هر بخش و در نتیجه برای کل ناحیه‌ی تغییرشکل می‌توان خطوط جریان را محاسبه کرد.

معادلات تحلیلی اصلاح شده برای محاسبه‌ی میدان

سرعت غیریکنواخت

میدان سرعت به دست آمده از روابط مربوط به خطوط جریان پایه با فرض شرایط تراکم‌ناپذیری، فقط از لحاظ سینماتیکی قابل قبول است. مشاهدات تجربی نشان می‌دهد که مؤلفه‌ی محوری سرعت در جهت شعاعی هر مقطع از قالب تغییر کرده و هر چه از محور قالب به سمت سطح قالب پیشروی می‌کنیم، از مقدار این سرعت کاسته می‌شود. چون میدان سرعت حاصل از روابط پایه‌ی خطوط جریان، دارای مؤلفه‌ی محوری یکنواخت در هر مقطع است ضروری است تا با دخالت دادن پارامترهای تأثیرگذار بر میدان سرعت یکنواخت با حفظ شرط تراکم‌ناپذیری، میدان سرعت تحلیلی به میدان سرعت واقعی نزدیک‌تر شود.^[۱۳]

بدین منظور تابع اصلاحی IF تعریف شده است که در آن اثر پارامترهایی چون اصطکاک، شیب قالب در هر مقطع از قالب و پیچیدگی هندسه‌ی مقطع خروجی گنجانده شده است. معادلات خطوط جریان اصلاح شده به صورت زیر به دست



شکل ۳. تقسیم بندی مقطع خروجی نسبت به مرکز سطح.

به میدان سرعت اصلاح شده در ناحیه‌ی تغییرشکل، توابع EC_{yz} و EC_{xz} در محدوده‌ی مقطع خروجی تعریف شده‌اند. از آنجا که انحنای پروفیل خروجی در دو صفحه‌ی xz و yz رخ می‌دهد، لازم است تابعی تعریف شود که انحنای پروفیل خروجی را در هر دو صفحه مینیمم کند. چون علت انحراف پروفیل نهایی اختلاف سرعت بین ذرات ماده در مقطع خروجی است، معیار ارائه شده برای کاهش انحنای پروفیل خروجی در این تحقیق، مبتنی است بر تفاضل سرعت ذرات ماده در مقطع خروجی قالب. با توجه به شکل ۳ ابتدا مقطع خروجی نسبت به محور x' ، به دو قسمت A_{up} (در جهت مثبت محور y') و A_{down} (در جهت منفی محور y') که مساحت‌شان برابر است ($A_{up} = A_{down}$) تقسیم می‌شود.

(محورهای x' و y' ، محورهای مربوط به مرکز سطح مقطع خروجی‌اند.)
با توجه به داشتن میدان سرعت در هر مقطع از خروج، برای مقطع $t = 0.95$ میزان انحنای پروفیل نهایی در صفحه‌ی yz براساس معیار زیر (رابطه‌ی ۲۲) کمینه می‌شود:

$$EC_{yz} = \left(\int dV_{z_{up}} - \int dV_{z_{down}} \right) / \int dV_{z_{total}} \quad (22)$$

مقادیر e_1, e_2, c_1, c_2 چنان تعیین می‌شود که مقدار EC_{yz} کمینه شود.

همچنین برای کمینه‌کردن میزان انحنای پروفیل خروجی در صفحه‌ی xz مقطع خروجی نسبت به محور y' ، به دو قسمت A_{right} (در جهت مثبت محور x') و A_{left} (در جهت منفی محور x') با مساحت‌های برابر ($A_{right} = A_{left}$) تقسیم می‌شوند. با توجه به داشتن میدان سرعت در هر مقطع از خروجی، برای مقطع $t = 0.95$ میزان انحنای پروفیل نهایی در صفحه‌ی xz براساس معیار زیر (رابطه‌ی ۲۳) کمینه می‌شود:

$$EC_{xz} = \left(\int dV_{z_{right}} - \int dV_{z_{left}} \right) / \int dV_{z_{total}} \quad (23)$$

کمینه‌شدن مقدار EC_{xz} بیانگر کاهش انحنای پروفیل نهایی اکستروژن شده در صفحه‌ی xz است. لازم به ذکر است که جهت انحنای پروفیل خروجی را نیز می‌توان با توجه به علامت مقادیر EC_{yz} و EC_{xz} تعیین کرد. مثبت بودن EC_{yz} نشان دهنده‌ی جهت انحنای پروفیل به سمت مثبت محور y' (تقعر مثبت در جهت y')، و همچنین مثبت بودن EC_{xz} بیانگر جهت انحنای به سمت مثبت محور x' (تقعر مثبت در جهت x') است.

بررسی دو مقطع از نظر کمی

برای بررسی صحت روابط ارائه شده، دو مقطع T شکل غیرمتقارن با ابعاد هندسی زیر مورد تحلیل قرار گرفته است. در حالتی که مقادیر خروج از مرکزیت برابر صفر

با توجه به معادلات فوق، می‌توان میدان سرعت اصلاح شده نهایی را چنین تعریف کرد:

$$V_z = \frac{L_1}{L_t} V_s, \quad V_x = \frac{f_{1t}}{f_{rt}} V_z, \quad V_y = \frac{f_{2t}}{f_{rt}} V_z. \quad (15)$$

محاسبه فشار اکستروژن (روش حد بالا)

توان کل مصرف شده در فرایند اکستروژن (w_{total}) برابر است با مجموع توان لازم برای تغییرشکل خمیری ماده در ناحیه‌ی تغییرشکل، توان اتلافی ناشی از انفصال سرعت در مقطع ورودی (w_e) و مقطع خروجی قالب (w_f)، و توان مورد نیاز برای غلبه بر نیروی اصطکاکی بین ماده و سطح قالب (w_s).

$$w_{total} = w_i + w_e + w_f + w_s \quad (16)$$

که هر یک از عبارات فشار با استفاده از روابط ۱۷ تا ۲۰ به دست می‌آید.
 w_i : توان لازم برای تغییرشکل خمیری

$$w_i = \frac{2Y}{\sqrt{3}} \int_0^u \int_0^q \int_0^t \left(\frac{1}{r} (\varepsilon_{xx}^r + \varepsilon_{yy}^r + \varepsilon_{zz}^r) + \varepsilon_{xy}^r + \varepsilon_{yz}^r + \varepsilon_{zx}^r \right)^{1/2} \cdot \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, q, t)} du dq dt \quad (17)$$

W_e : توان اتلافی ناشی از انفصال سرعت در مقطع ورودی قالب

$$w_e = \frac{Y}{\sqrt{3}} \int \int_{s_e} \Delta V_e ds_e = \frac{Y}{\sqrt{3}} \int_0^u \int_0^q (V_x^r + V_y^r)^{1/2} \left| \frac{\partial(x, y)}{\partial(u, q)} \right|_{t=0} du dq \quad (18)$$

W_f : توان اتلافی ناشی از انفصال سرعت در مقطع خروجی قالب

$$w_f = \frac{Y}{\sqrt{3}} \int \int_{s_f} \Delta V_f ds_f = \frac{Y}{\sqrt{3}} \int_0^u \int_0^q (V_x^r + V_y^r)^{1/2} \left| \frac{\partial(x, y)}{\partial(u, q)} \right|_{t=1} du dq \quad (19)$$

W_s : توان مورد نیاز برای غلبه بر نیروی اصطکاکی بین سطح قالب و پروفیل

$$w_s = \frac{mY}{\sqrt{3}} \int_0^q \int_0^t (V_x^r + V_y^r + V_z^r)^{1/2} \sec \gamma_r \left| \frac{\partial(x, z)}{\partial(q, t)} \right|_{u=1} dq dt \quad (20)$$

با توجه به روابط یادشده، میزان فشار اکستروژن مطابق رابطه‌ی ۲۱ به دست می‌آید.

$$P_{ext} = \frac{w_{total}}{Y(A_0 V_0)} \quad (21)$$

توابع هدف

هدف از این تحقیق کمینه‌کردن انحنای پروفیل خروجی از قالب با استفاده از ضرایب منحنی Bezier (c_1, c_2)، و مقادیر خروج از مرکزیت (e_1, e_2) است. با توجه

جدول ۲. بررسی نتایج برای مدل ۱ (برای ضریب اصطکاک $m = 0.4$).

ردیف	توابع هدف برای $m = 0.2$		ضرایب منحنی‌های Bezier		مقادیر خروج از مرکزیت	
	EC_{yz}	EC_{xz}	c_2	c_1	$e_2 \%$	$e_1 \%$
۱	0.94	0	0.78	0.34	0	0
۲	0.123	0	0.87	0.38	0.1	0
۳	0.16	0	0.91	0.39	0.1	0
۴	0.77	0	0.83	0.27	-0.1	0
۵	0.69	0	0.78	0.29	-0.1	0
۶	0.58	0	0.8	0.4	-0.8	0
۷	0.53	0	0.82	0.42	-1.5	0
۸	0.47	0	0.85	0.45	-2.2	0
۹	0.53	0	0.84	0.49	-2.5	0
۱۰	0.09	0	0.86	0.53	-3	0

جدول ۳. بررسی نتایج برای مدل ۲ (برای ضریب اصطکاک $m = 0.2$).

ردیف	توابع هدف برای $m = 0.2$		ضرایب منحنی‌های Bezier		مقادیر خروج از مرکزیت	
	EC_{yz}	EC_{xz}	c_2	c_1	$e_2 \%$	$e_1 \%$
۱	0.123	0.53	0.73	0.35	0	0
۲	0.78	0.34	0.77	0.42	-0.4	0.04
۳	0.145	0.37	0.8	0.43	0.4	0.04
۴	0.52	0.24	0.74	0.45	-0.75	0.08
۵	0.162	0.28	0.82	0.45	0.75	0.08
۶	0.62	0.66	0.71	0.32	-0.75	-0.08
۷	0.47	0.21	0.72	0.46	-1.1	0.12
۸	0.54	0.02	0.7	0.47	-1.5	0.12
۹	0.56	0.22	0.74	0.49	-1.5	0.15
۱۰	0.64	0.24	0.77	0.47	-2	0.15

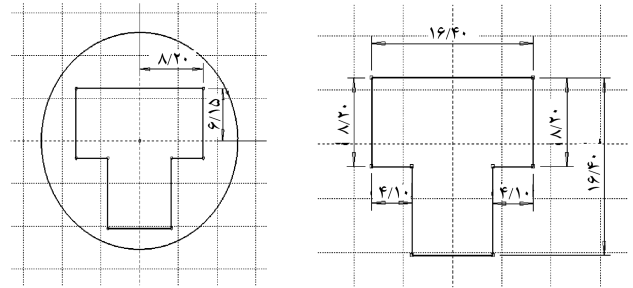
جدول ۴. بررسی نتایج برای مدل ۲ (برای ضریب اصطکاک $m = 0.4$).

ردیف	توابع هدف برای $m = 0.2$		ضرایب منحنی‌های Bezier		مقادیر خروج از مرکزیت	
	EC_{yz}	EC_{xz}	c_2	c_1	$e_2 \%$	$e_1 \%$
۱	0.124	0.67	0.73	0.36	0	0
۲	0.98	0.46	0.78	0.44	-0.4	0.04
۳	0.163	0.53	0.83	0.44	0.4	0.04
۴	0.77	0.35	0.77	0.45	-0.75	0.08
۵	0.171	0.33	0.84	0.46	0.75	0.08
۶	0.69	0.75	0.72	0.31	-0.75	-0.08
۷	0.63	0.32	0.75	0.46	-1.1	0.12
۸	0.72	0.33	0.71	0.48	-1.5	0.12
۹	0.77	0.32	0.75	0.49	-1.5	0.15
۱۰	0.91	0.41	0.79	0.48	-2	0.15

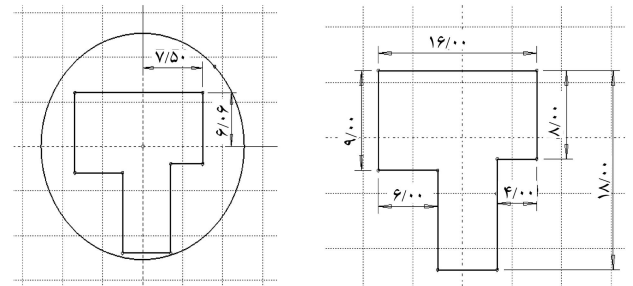
F_2 برای مدل ۲ به شرح زیر خواهد بود. با توجه به ابعاد مقطع خروجی از شکل ۶، نسبت اکستروژن کل برابر است با:

$$S_{entry\ section} = 506.7 \quad , \quad S_{exit\ section} = 194$$

$$\eta = \frac{S_{exit\ section}}{S_{entry\ section}} = 0.382 \quad (24)$$



شکل ۴. مدل الف: T شکل متقارن ($RA = 60\%$).



شکل ۵. مدل ب: T شکل نامتقارن ($RA = 61.7\%$).

است، مرکز سطح مقطع خروجی بر محور بیلت اولیه منطبق است. (شکل‌های ۴ و ۵)

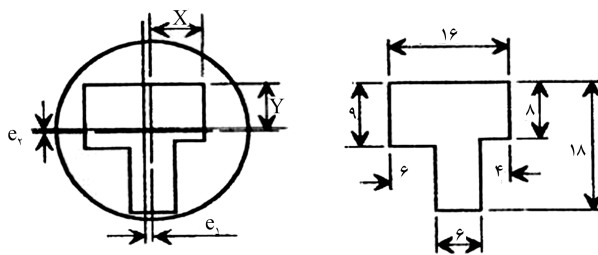
با جایگذاری اعداد فوق در معادلات مربوط به خطوط جریان پایه، معادلاتی به دست می‌آید که برحسب پارامترهای c_1, c_2, e_1, e_2 است. با به دست آمدن این معادلات و محاسبه میدان سرعت اصلاح شده در ناحیه تغییر شکل، برای مقادیر متفاوت از e_1 و e_2 ، برحسب تابع هدف مقادیر c_1 و c_2 بهینه به دست آمده است. بدین ترتیب که در برنامه‌ی نوشته شده توسط نرم افزار Matlab ابتدا مقادیر e_1 و e_2 به صورت ورودی داده می‌شود. سپس با توجه به معادلات جریان پارامتریک (برحسب c_1 و c_2)، بهینه‌سازی براساس توابع EC_{yz} و EC_{xz} صورت گرفته است. مقادیر EC_{yz} و EC_{xz} به دست آمده برای e_1 و e_2 های مختلف در جداول ۱ تا ۴ برای شرایط مختلف ارائه شده است. با در نظر گرفتن مقادیر $e_2 = e_2$ و $e_1 = 0$ ، و تقسیم‌بندی مقاطع ورودی و خروجی نسبت به مرکز سطح هریک، مقادیر F_1 و

جدول ۱. بررسی نتایج برای مدل ۱ (برای ضریب اصطکاک $m = 0.2$).

ردیف	توابع هدف برای $m = 0.2$		ضرایب منحنی‌های Bezier		مقادیر خروج از مرکزیت	
	EC_{yz}	EC_{xz}	$c_2 \%$	$c_1 \%$	$e_2 \%$	$e_1 \%$
۱	0.08	0	0.77	0.34	0	0
۲	0.88	0	0.84	0.37	0.1	0
۳	0.11	0	0.89	0.39	0.1	0
۴	0.62	0	0.81	0.36	-0.1	0
۵	0.55	0	0.76	0.37	-0.1	0
۶	0.41	0	0.78	0.38	-0.8	0
۷	0.33	0	0.8	0.42	-1.5	0
۸	0.23	0	0.83	0.44	-2.2	0
۹	0.35	0	0.83	0.47	-2.5	0
۱۰	0.66	0	0.86	0.48	-3	0

گرفته است. بنابراین میزان انحنای پروفیل خروجی در صفحه xz برای این مدل برابر صفر است. با توجه به غیرمقارن بودن مدل ۲ در دو صفحه xz و yz ، با تغییر مقادیر خروج از مرکزیت در دو صفحه، میزان انحنای در دو صفحه کمینه شده است.

با توجه به نتایج حاصل از جداول فوق، کمینه انحنای پروفیل خروجی در قالبی رخ می‌دهد که کمترین مقدار EC (EC_{yz} و EC_{xz}) را دارد.



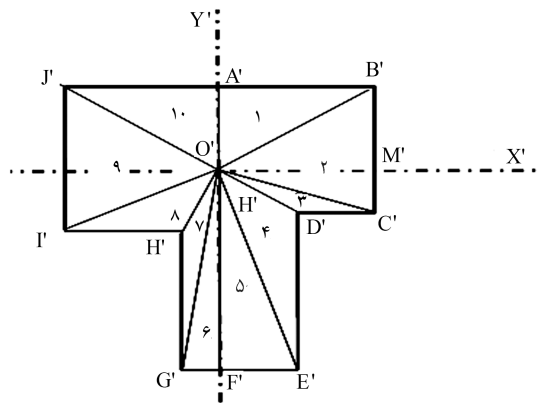
شکل ۶. موقعیت مقطع خروجی نسبت به بیلت اولیه.
 $L=22mm$, $R=17.7mm$, $RA=16.7mm$, $e_1=0.199mm$, $e_2=-0.254mm$,
 $X=7.5mm$, $Y=6.6mm$

مقایسه‌ی نتایج حاصل از بهینه‌سازی با استفاده از

نرم‌افزار Abaqus

برای تأیید صحت روابط ارائه شده و تابع هدف تعریف شده، و نیز به منظور کمینه‌کردن انحنای پروفیل نهایی، چندین قالب از مدل‌های به دست آمده از بهینه‌سازی عددی، با استفاده از script file نوشته شده در Matlab در یک نرم‌افزار مدل‌ساز وارد می‌شود. بدین منظور شکل هندسی هر قالب در 30° مقطع از $t = 1$ تا $t = 0$ استخراج شده و در نرم‌افزار MDT با استفاده از دستور loft مقاطع مورد نظر تشکیل یک رویه (که همان سطح قالب است) را می‌دهد. با رسم هندسه‌ی قالب، و سپس با وارد کردن قالب در نرم‌افزار تحلیل‌گر Abaqus، نسبت به تحلیل فرایند اکستروژن برای هر مدل اقدام می‌شود.

شکل ۷. تقسیم‌بندی مقطع خروجی نسبت به مرکز سطح.



شکل ۷. تقسیم‌بندی مقطع خروجی نسبت به مرکز سطح.

تحلیل عددی فرایند اکستروژن در نرم‌افزار Abaqus

در بین نرم‌افزارهای المان محدود، نرم‌افزار Abaqus به‌عنوان یکی از قدرتمندترین نرم‌افزارها در زمینه مسائل غیرخطی مطرح است، لذا در این تحقیق می‌کوشیم تا نتایج به دست آمده از بهینه‌سازی عددی را با نتایج حاصل از این نرم‌افزار مقایسه کنیم. در زمینه مدل‌سازی فرایند اکستروژن با نرم‌افزار Abaqus تاکنون بررسی‌های متعددی بر روی فشار اکستروژن و انحنای محصول نهایی انجام گرفته است. نتایج حاصل از نرم‌افزار با نتایج تجربی و نیز با نتایج حاصل از روش حد بالا به خوبی با یکدیگر مطابقت نشان می‌دهند، تا حدی که می‌توان گفت که نتایج روش حد بالا و FEM بسیار به یکدیگر نزدیک‌اند.^[۱۶]

در این تحقیق برای تحلیل این فرایند از نسخه‌ی ۶/۴ نرم‌افزار Abaqus استفاده شده است. صرف‌نظر از تأثیرات نرخ کرنش، سرعت سنجه $3mm/min$ در نظر گرفته شده است. همچنین در مورد اعمال خصوصیات مکانیکی، خصوصیات خمیربازی در دمای اتاق با تنش تسلیم $5 MPa$ در نظر گرفته شده است.

تحلیل فرایند در محیط Abaqus/Standard (Implicit) انجام گرفته است. همچنین برای اعمال شرایط اصطکاکی، مدل اصطکاکی کولمب با ضریب اصطکاک پالتی 0.2 (حالت روان‌کاری شده) و 0.4 (بدون روان‌کار) در نظر گرفته شده است. پروفیل بیلت به صورت ماده‌ی تغییرشکل پذیر سه‌بعدی مدل شده، که برای مش‌بندی آن از المان C3D8R استفاده شده است. قالب وارد شده در Abaqus به صورت پوسته‌ی سه‌بعدی و از نوع ناحیه صلب (Discrete Rigid) انتخاب شده و برای مش‌بندی قالب از المان R3D4 استفاده شده است.

طرح‌های قالب تحلیل شده در Abaqus، با توجه به نتایج حاصل از بهینه‌سازی انتخاب شده و نتایج هر یک از طرح‌ها با یکدیگر مقایسه شده است تا میزان انحنای هر یک از طرح‌ها از نظر کیفی با یکدیگر مقایسه شود. از آنجا که حساسیت Abaqus نسبت به قالب‌هایی که مقادیر e_1 و e_2 آنها نزدیک به هم است، پایین است، نمی‌توان

با توجه به شکل ۷، برای بخش ۱ داریم:

$$\frac{S_{OAB}}{S_{O'A'B'}} = \frac{1}{\eta} = 2.61$$

$$\Rightarrow \frac{\left(\frac{\rho_1}{r} R^2\right)}{\left(\frac{O'A' \cdot A'B'}{r}\right)} = \frac{\left(\frac{\rho_1}{r} \times 12.7^2\right)}{\frac{6.9503 \times 7.38}{r}} = 2.61 \quad (25)$$

$$\Rightarrow \varphi_1 = 1.83003 \Rightarrow \varphi_1 = 47.557^\circ$$

بنابراین برای $0 < q < 0.132$ توابع F_1 و F_2 برابر است با:

$$F_2 = O'A' = 6.9503$$

$$F_1 = \frac{\eta(\rho_1^2 \phi - e_2 \rho_1 \sin \phi)}{O'A'}$$

$$= \frac{\eta(\rho_1^2 (2\pi q) - e_2 \rho_1 \sin(2\pi q))}{6.9503} \quad (26)$$

همانند روش فوق، توابع F_1 و F_2 برای تمامی بخش‌ها محاسبه می‌شود.

بررسی و تحلیل نتایج

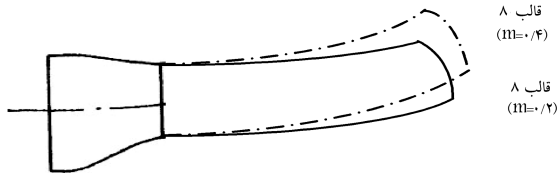
برای مقادیر مختلف خروج از مرکزیت، مقادیر c_1 ، c_2 ، EC_{xz} و EC_{yz} در جداول ۱ تا ۴ برای دو مدل ۱ و ۲، و ضریب اصطکاک 0.2 و 0.4 ارائه شده است. در مدل ۱ که نسبت به صفحه yz متقارن است، با صفر بودن خروج از مرکزیت e_1 (در جهت x) و تغییر مقدار خروج از مرکزیت e_2 (در جهت y)، بهینه‌سازی صورت

نشان می‌دهد. با توجه به مقادیر EC_{xz} ارائه شده در جدول ۵ می‌توان دریافت که پروفیل خروجی از قالب بهینه‌شده ($EC_{xz} = 0.23$) دارای کم‌ترین انحنا است. شکل ۹ میزان انحنای پروفیل خروجی به‌دست آمده از Abaqus را برای دو حالت اصطکاکی خشک ($EC_{xz} = 0.23$) و روان‌کاری شده ($EC_{xz} = 0.47$) نشان می‌دهد.

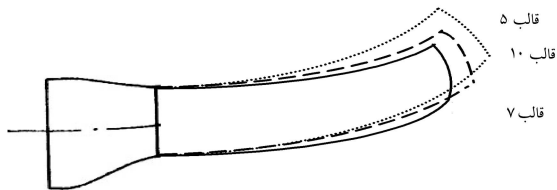
شکل‌های ۱۰ تا ۱۳ میزان انحنای پروفیل خروجی از قالب برای مدل ۲ در دو صفحه‌ی XZ و YZ را نشان می‌دهند. نتایج حاصل از Abaqus نشان‌دهنده‌ی



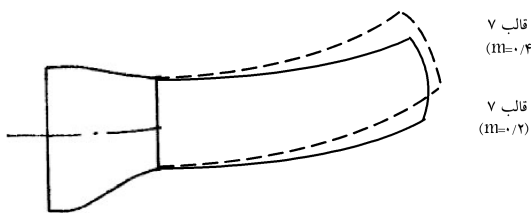
شکل ۸. انحنای مدل ۱ در صفحه‌ی yz برای $m = 0.2$; با استفاده از نرم‌افزار Abaqus.



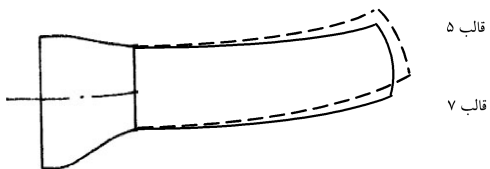
شکل ۹. مقایسه انحنای مدل ۱ در صفحه‌ی yz برای $m = 0.2$ و $m = 0.4$; با استفاده از نرم‌افزار Abaqus.



شکل ۱۰. انحنای مدل ۲ در صفحه‌ی yz برای $m = 0.2$; با استفاده از نرم‌افزار Abaqus.



شکل ۱۱. مقایسه انحنای مدل ۲ در صفحه‌ی yz برای $m = 0.2$ و $m = 0.4$; با استفاده از نرم‌افزار Abaqus.



شکل ۱۲. انحنای مدل ۲ در صفحه‌ی xz برای $m = 0.2$; با استفاده از نرم‌افزار Abaqus.

جدول ۵. طرح‌های انتخاب شده از مدل ۱ (برای $m = 0.2$).

ردیف	$e_1\%$	$e_2\%$	EC_{xz}
۳	۰	۰.۱	۰.۱۱
۸	۰	-۲.۲	۰.۲۳
۱۰	۰	-۳	۰.۶۶

جدول ۶. طرح‌های انتخاب شده از مدل ۱ (برای $m = 0.4$).

ردیف	$e_1\%$	$e_2\%$	EC_{yz}
۳	۰	۰.۱	۰.۱۶
۸	۰	-۲.۲	۰.۴۷
۱۰	۰	-۳	۰.۹

جدول ۷. طرح‌های انتخاب شده از مدل ۲ (برای $m = 0.2$).

ردیف	$e_1\%$	$e_2\%$	EC_{xz}	EC_{yz}
۵	۰.۸	۰.۷۵	۰.۲۸	۰.۱۶۲
۷	۰.۱۲	-۱.۱	۰.۲۱	۰.۴۷
۱۰	۰.۱۵	-۲	۰.۲۴	۰.۶۴

جدول ۸. طرح‌های انتخاب شده از مدل ۲ (برای $m = 0.4$).

ردیف	$e_1\%$	$e_2\%$	EC_{xz}	EC_{yz}
۵	۰.۸	۰.۷۵	۰.۳۳	۰.۱۷۱
۷	۰.۱۲	-۱.۱	۰.۳۲	۰.۶۳
۱۰	۰.۱۵	-۲	۰.۴۱	۰.۹۱

به نتایج حاصل برای این نوع قالب‌ها اطمینان کرد. از این رو، همان‌گونه که از جداول ۵-۸ مشخص است، سعی شده تا علاوه بر انتخاب قالب با مشخصه‌ی کم‌ترین انحنای پروفیل خروجی، تفاوت مقادیر خروج از مرکزیت بقیه‌ی قالب‌ها با قالب بهینه زیاد باشد.

مقایسه‌ی انحنای پروفیل نهایی برای طرح‌های انتخابی

نتایج حاصل از جابه‌جایی گره‌های انتهایی در جهات x و y ، برای قطعه‌های اکستروژد شده با طول یکسان، نشان می‌دهد که جابه‌جایی گره‌های انتهایی پروفیل‌هایی که دارای EC_{yz} بیشتری است، در جهت y نیز بیشتر از طرح‌هایی با EC_{yz} پایین‌تر است.

همچنین نتایج حاصل از جابه‌جایی گره‌های مقطع انتهایی در جهت x پروفیل اکستروژد شده نشان می‌دهد که برای طرح‌هایی که دارای EC_{xz} بیشتری است، مقادیر جابه‌جایی گره‌ها در جهت x نیز بالاتر است. بنابراین می‌توان با توجه به مقایسه‌ی نتایج حاصل از طرح‌های مختلف چنین گفت که تابع هدف تعریف شده برای کاهش انحنای پروفیل خروجی از قالب در فرایند اکستروژن، می‌تواند به‌عنوان معیاری مناسب برای طراحی قالب‌های بهینه از نظر کم‌ترین انحنای پروفیل نهایی به کار برده شود. اما یکی از ایراداتی که ممکن است به این معیار وارد باشد این است که این تابع توانایی تعیین میزان دقیق انحنای پروفیل نهایی را به‌صورت مطلق ندارد و فقط می‌تواند میزان انحنای پروفیل نهایی را در قالب‌های مختلف، و در ارتباط با یکدیگر مورد بررسی و تحلیل قرار دهد.

شکل ۸ میزان انحنای قالب‌های مختلف تحلیل‌شده در نرم‌افزار Abaqus را

مطابقت خوب آن با نتایج به دست آمده از بهینه‌سازی صورت‌گرفته براساس تابع هدف تعریف شده است.

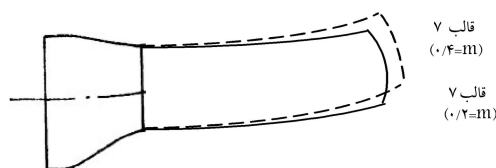
محاسبه‌ی فشار اکستروژن

با تعیین ضرایب منحنی‌های Bezier و مقادیر خروج از مرکزیت برای قالب بهینه‌شده، با استفاده از روش حد بالا فشار اکستروژن برای قالب بهینه‌شده محاسبه می‌شود. نمودار فشار نسبی به دست آمده با نمودار فشار نسبی قالب بهینه‌شده از نظر کم‌ترین فشار اکستروژن مقایسه شده است^[۱۷] و درصد افزایش کمیته‌ی فشار اکستروژن برای طول قالب ۲۲ mm به دست آمده است. (شکل ۱۴ و ۱۵)

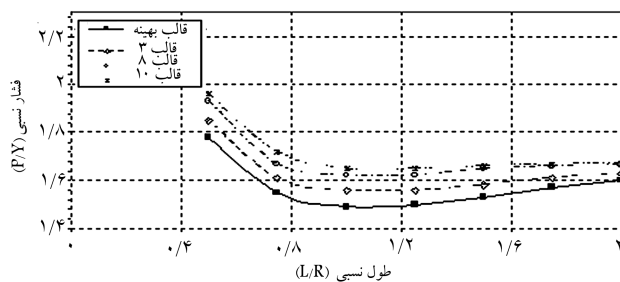
چنان‌که از نمودارهای فوق پیدا است، میزان کم‌ترین فشار لازم برای اکستروژن مدل ۱ برای طول بهینه، با تابع هدف کم‌ترین انحنای در حدود ۹٪ بالاتر از قالب بهینه‌شده از نظر فشار است.^[۱۷]

کمیته‌ی فشار اکستروژن لازم در مدل ۲، برای طول بهینه، نشان‌گر افزایش ۷ درصدی نسبت به قالب بهینه‌شده از نظر فشار است.^[۱۷] (شکل ۱۶ و ۱۷)

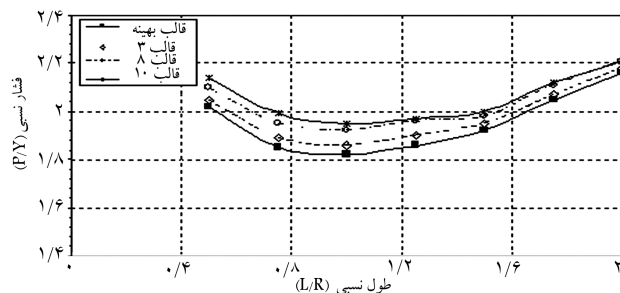
با توجه به نتایج فوق، می‌توان اذعان کرد که با کمیته‌کردن انحنای محصول نهایی با استفاده از قالب‌های پیشرفته، کم‌تر از ۱۰ درصد افزایش فشار اکستروژن در قالب‌های بهینه‌شده، نسبت به قالب‌های طراحی شده با معیار کمیته فشار مشاهده می‌شود؛ که این افزایش فشار درازای کاهش انحنای محصول نهایی قابل قبول است.



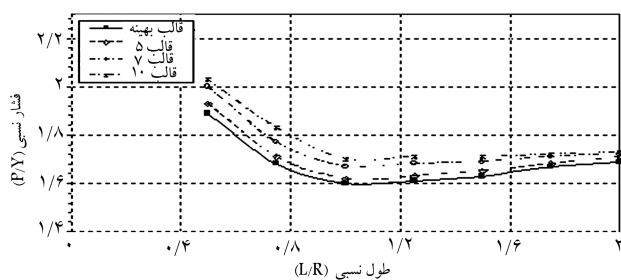
شکل ۱۳. مقایسه‌ی انحنای مدل ۲ در صفحه‌ی xz برای $m = 0.4$ و $m = 0.2$ ؛ با استفاده از نرم‌افزار Abaqus.



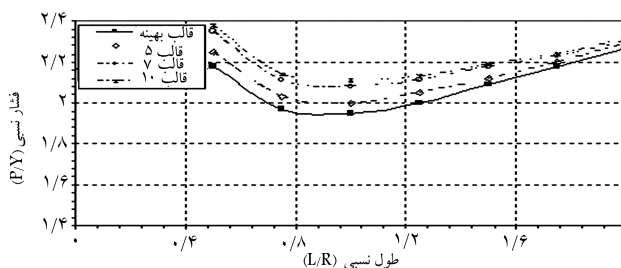
شکل ۱۴. فشار اکستروژن مدل ۱: $m = 0.2$ ؛ به روش حد بالا.



شکل ۱۵. فشار اکستروژن مدل ۲: $m = 0.4$ ؛ به روش حد بالا.



شکل ۱۶. فشار اکستروژن مدل ۱۶: $m = 0.2$ ؛ به روش حد بالا.



شکل ۱۷. فشار اکستروژن مدل ۱۷: $m = 0.4$ ؛ به روش حد بالا.

نتیجه‌گیری

میدان سرعت اصلاح‌شده‌ی به دست آمده که در آن اثر پارامترهای اصطکاک و هندسه‌ی قالب در نظر گرفته شده است، با میدان سرعت واقعی جریان فلز در قالب به‌خوبی مطابقت دارد.^[۱۲،۱۱] با توجه به مقایسه‌ی نتایج میزان انحنای پروفیل نهایی بهینه‌شده برای قالب‌های طراحی‌شده‌ی مختلف، می‌توان صحت تابع هدف تعریف شده را تأیید کرد. چنان‌که از مقایسه‌ی انحنای پروفیل نهایی برای قالب‌های مختلف مشاهده می‌شود، در قالب بهینه (کم‌ترین EC)، انحنای قالب در نرم‌افزار Abaqus نسبت به قالب‌های دیگر کم‌ترین است.

همچنین مقایسه‌ی نمودارهای فشار اکستروژن قالب بهینه‌شده براساس تابع کمیته‌ی انحنای خروجی، با فشار اکستروژن قالب بهینه‌شده از نظر کم‌ترین فشار به روش حد بالا، بیشترین افزایش فشار ۱۰ درصدی را نشان می‌دهد. بنابراین می‌توان بیان کرد که افزایش فشار اکستروژن ناشی از کاهش انحنای محصول نهایی در حد قابل قبولی است.

فهرست علائم

- c_1, c_2 : ضرایب منحنی‌های Bezier
- e_1, e_2 : مقادیر خروج از مرکزیت سطح مقطع خروجی نسبت به محور بیلت استوانه‌یی
- ϕ : زاویه مربوط به تقسیم‌بندی سطح مقطع ورودی
- θ : زاویه مربوط به تقسیم‌بندی سطح مقطع خروجی
- e_4, e_5 : مقادیر مربوط به تقسیم‌بندی متناظر مقاطع در ورود در جهات X و Y
- e_1, e_2 : مقادیر مربوط به تقسیم‌بندی متناظر مقاطع در خروج در جهات X و Y
- L : طول قالب (طول ناحیه‌ی تغییرشکل)
- ρ_0 : شعاع جاروب شده در ناحیه‌ی ورود نسبت به مرکز سطوح متناظر تقسیم‌بندی شده
- ρ_1, ρ_2 : شعاع مقطع ورود و خروج نسبت به مرکز سطح هر یک

$w_s, w_e/f, w_i$: توان لازم برای تغییرشکل خمیری، انفصال سرعت در مقطع ورودی و خروجی، اصطکاکی
 γ_r, γ_d : شیب قالب در هر مقطع نسبت به صفحه XZ برحسب رادیان و درجه
 P_{ext} : فشار اکستروژن کل
 A_0 : سطح مقطع بیلت استوانه‌یی
 RA : نسبت کاهش سطح مقطع
 η : نسبت اکستروژن
 Y : تنش تسلیم ماده $\sqrt{3}k$
 $IF(u, q, t)$: تابع اصلاحی پروفیل سرعت
 M_r, M_t, M_v : توابع مورد استفاده در تابع اصلاحی سرعت
 b_r, b_t, b_v : ثوابت مربوط به تابع اصلاحی سرعت

R : شعاع بیلت استوانه‌یی
 R_x : شعاع متوسط مقطع خروجی
 t, q, u : پارامترهای مربوط به ناحیه‌ی تغییرشکل در مختصات استوانه‌یی
 $(0 < u, q, t < 1)$
 f_r, f_t, f_v : توابع تعیین‌کننده مختصات یک ذره در ناحیه‌ی تغییرشکل در جهات Z و Y, X
 F_r, F_t, F_v : توابع مربوط به تعیین شعاع مقطع خروجی در معادلات Bezier
 V_z, V_y, V_x : سرعت در ناحیه تغییرشکل در جهات Z و Y, X
 V_0 : سرعت پانچ (Ram)
 c : ثابت انتگرال‌گیری
 w_{total} : توان کل اکستروژن

منابع

- Chitkara, N.R., Abrinia, K. "A generalized upper-bound solution for three-dimensional extrusion of shaped sections using CAD/CAM bilinear surface dies", *Proceedings of the 28th International Machine Tool and Design Research Conference*, **28**, pp. 417-424 (1990).
- Jeneja, B.L., Prakasha, R. "An analyses for drawing and extrusion of polynomial section", *International Machine Tool and Design Research Conference*, **15**, pp. 1-30 (1975).
- Basily, B.B., SanSome, D.H. "Some theoretical consideration for the direct drawing of section rod from round bar", *International Journal of Mechanical Sciences*, **18**, pp. 201-208 (1976).
- Webster, W.D., Boer, C.R. "Direct upper-bound solution and finite element approach from round to square drawing", *Transactions of ASME Journal of Engineering for Industries*, **107**, pp. 254-260 (1985).
- Nagpal, V., Altan, T. "Analysis of three dimensional metal flow in extrusion of shapes with the use of dual stream function", Proc. 3rd NAMRC, Carnegie-Mellor Univ. Pittsburgh, Pa. May (1975).
- Nagpal, V., Billhart, C.F., Altan, T. "Lubricated extrusion of T sections from aluminum, titanium and steel using computer aided techniques", *Transactions of the ASME Journal of Engineering for Industry*, **101**, pp. 319-325 (1979).
- Yang, D.Y., Lee, C.H. "Analysis of three-dimensional extrusion of sections through curved dies by conformal transformation", *International Journal of Mechanical Sciences*, **20**(9), pp. 541-552, (1978).
- Hoshino, S., Gunasekera, J.S. "An upper-bound solution for the extrusion of square section from round Bar through converging Dies", *Proceedings of the 21st Machine Tool and Design Research Conference*, **21**, pp. 97-105 (1980).
- Gunasekera, J.S., Hoshino, S. et al. "Computer-aided manufacture of complex extrusion dies using sculpture surface software", *Conference on Computers in Engineering*, Melbourne, 2-3, PP. 122-129 (1981).
- Kiuchi, M., Kishi, H. "Ishikawa M. study on non-symmetric extrusion and drawing", *Proceedings of the 22nd International Machine Tool and Design Research Conference*, **22**, pp. 523-532 (1981).
- Chitkara, N.R., Celik, K.F. "Extrusion of non-symmetric T-shaped sections: an analysis and some experiments", *International Journal of Mechanical Sciences*, **43**, pp. 2961-2987 (2001).
- Celik, K.F., Chitkara, N.R. "Off-centric extrusion of circular rods through streamlined dies, CAD/CAM applications: analysis and some experiments", *International Journal of Mechanical Sciences*, **42**, 295-320 (2000).
- Celik, K.F. "A generalized CAD/CAM solution to three-dimensional off-centric extrusion of shaped sections using upper-bound analysis and some experiments", PhD thesis, University of Manchester Institute of Science and Technology, Manchester, UK, (1995).
- Celik, K.F., Chitkara, N.R. "Application of an upper-bound method to off-centric extrusion of square sections: analysis and some experiments", *International Journal of Mechanical Sciences*, **42**, pp. 321-344 (2000).
- Chitkara, N.R., Celik, K.F. "A generalized CAD/CAM solution to the three dimensional off-centric extrusion of shaped sections: analysis", *International Journal of Mechanical Sciences*, **42**, pp. 273-294 (2000).
- You, L.H, Hu J.H, Shi Y.H, and Zhang J.J. "Single-patch surfaces for tool shape design and finite element analysis of hot extrusion", *Journal of Materials Processing Technology*, (2004).

