

طراحی شبکه‌ی حمل و نقل بر اساس معیار انعطاف‌پذیری شبکه و تئوری حسرت

محمد مهدی بزرگرنجی (کارشناس ارشد)

امیرعباس رصافی* (دانشیار)

دانشکده‌ی فنی مهندسی، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)

مهندسی عمران شریف، (بهار ۱۳۹۹)
دوری ۲ - ۳۶، شماره ۱/۱، ص. ۳۳-۲۴

شبکه‌های حمل و نقل، یک زیرساخت اساسی و پرهزینه در جوامع امروزی است، که باید به شکل بهینه استفاده شوند. بدین منظور برای رویارویی با عدم قطعیت‌ها و انواع تغییرات سیستم، لازم است رویکردی با انعطاف‌پذیری بیشتر اتخاذ شود. در مطالعه‌ی حاضر، مدل طراحی شبکه بر مبنای افزایش انعطاف‌پذیری و با تمرکز بر افزایش قابلیت بقا (نسبتی از تقاضا که پس از شکست یک یا چند کمان رگره همچنان پاسخ داده می‌شود)، در مقابل تغییرات روزانه توسعه یافته است. پاسخ کاربران به هرگونه تغییر در شبکه و پیش‌بینی الگوی ترافیکی بر اساس یک مدل رفتاری مناسب، بخش اساسی مسئله‌ی طراحی شبکه است. با توجه به محدودیت‌های تئوری مطلوبیت، تئوری حسرت به عنوان جایگزین معرفی شده و برای مدل‌سازی پاسخ کاربران به بهبود شبکه، یک مدل تعادل احتمالی کاربر با استفاده مفهوم حسرت توسعه یافته است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که شبکه‌ی بهبود یافته با مدل طراحی شبکه بر مبنای قابلیت بقا، در صورت انسداد هر یک از کمان‌ها، عملکرد بهتری نسبت به شبکه‌ی بهبود یافته با سایر مدل‌ها به نمایش می‌گذارد.

واژگان کلیدی: طراحی شبکه‌ی حمل و نقل، انعطاف‌پذیری، قابلیت بقا، تعادل

احتمالی کاربر، مدل رفتاری، تئوری حسرت.

barzegar.ganji.m@gmail.com
rasafi@eng.ikiu.ac.ir

۱. مقدمه

شبکه‌ی حمل و نقل، یک زیرساخت اساسی در جوامع امروزی است. با وابستگی روزافزون جامعه به شبکه‌های حمل و نقل لازم است که شبکه‌های حمل و نقل همگام با نیاز جامعه گسترش یابند. مسئله‌ی طراحی شبکه‌ی حمل و نقل در کلی‌ترین شکل، یافتن برنامه‌ی بهینه‌ی گسترش کمان‌ها در یک بازه‌ی زمانی و تحت محدودیت بودجه و با در نظر گرفتن رفتار کاربران است. بدین منظور، یک رویکرد آن است که سعی شود وضعیت آینده هر چه دقیق‌تر تخمین زده شود. مشکل اساسی رویکرد اخیر، عدم قطعیت‌هایی است که در تخمین وضعیت آینده‌ی شبکه وجود دارد و به تناسب ابعاد شبکه، بیشتر و پیچیده‌تر می‌شود. رویکرد دوم، که بر مبنای مفهوم انعطاف‌پذیری است، به تصمیم‌گیرنده این اجازه را می‌دهد که به جای تمرکز بیش از اندازه بر پیش‌بینی عدم قطعیت‌ها، تصمیمی را اتخاذ کند که در صورت بروز شرایط متفاوت همچنان معتبر باشد.

بُعدی از انعطاف‌پذیری، که در مطالعه‌ی حاضر در نظر گرفته شده است، قابلیت بقای شبکه در مقابل سوانح روزمره و یا انسداد ساعت‌های اوج است. قابلیت بقای یک شبکه‌ی حمل و نقل، نسبتی از تقاضاست که پس از شکست یک یا چند کمان یا گره همچنان پاسخ داده می‌شود.^[۱] از طرفی، بهبود مشخصات شبکه قطعاً به تغییراتی

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۹/۹/۱۳۹۶، اصلاحیه ۲۱/۱۲/۱۳۹۶، پذیرش ۱۹/۳/۱۳۹۷.

DOI:10.24200/J30.2018.5670.2259

در جریان ترافیک کل شبکه منجر خواهد شد. بنابراین پیش‌بینی الگوی ترافیکی با استفاده از یک مدل رفتاری مناسب، بخش اساسی فرایند طراحی شبکه است. در بیشتر مطالعه‌ها، مدل‌های تخصیص احتمالی، که بر مبنای نظریه‌ی مطلوبیت هستند، به عنوان توصیف‌کننده‌ی پاسخ کاربران به بهبود شبکه استفاده شده‌اند.^[۲] و نشان داده شده است که تئوری مطلوبیت، ضعف‌های اساسی دارد و تئوری حسرت از جمله تئوری‌هایی است که به عنوان جایگزینی مناسب برای آن معرفی شده است.^[۳] در مطالعه‌ی حاضر سعی شده است با استفاده از مفهوم حسرت، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی، برای مدل‌سازی تعادل احتمالی کاربر توسعه یابد. ادامه‌ی نوشتار به این صورت سازمان‌دهی شده است که ابتدا منابع مرتبط در زمینه‌ی طراحی شبکه و تئوری حسرت مرور شده است. سپس روش‌شناسی پژوهش ارائه و روش مذکور در قالب یک مثال بررسی شده است. در انتها، منابع مورد استفاده در پژوهش حاضر فهرست شده است.

۲. مرور منابع

مسئله‌ی طراحی شبکه به‌طورکلی می‌تواند پاسخی گسسته (اضافه شدن یا اضافه نشدن یک کمان)، پیوسته (افزایش یا کاهش ظرفیت کمان) و یا مختلط (تلفیقی از پیوسته و گسسته) داشته باشد. بیشتر مطالعات انجام شده در زمینه‌ی طراحی شبکه بر

طراحی گسسته و پیوسته تمرکز داشته و کمتر به مسئله‌ی طراحی مختلط پرداخته‌اند. ژانگ و گائو (۲۰۰۹)،^[۶] یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی دو سطحی غیرخطی و مختلط - عدد صحیح برای مسئله‌ی طراحی مختلط شبکه‌ی حمل و نقل ارائه کرده‌اند. آنها با استفاده از تابعی کمکی، مسئله‌ی دو سطحی را به مسئله‌ی یک سطحی تبدیل کرده و به وسیله روش لاگرانژین به پاسخی محلی دست یافته‌اند.

لواتپ و همکاران (۲۰۱۱)،^[۷] یک الگوریتم برای بهینه‌سازی کلی مسئله‌ی طراحی مختلط شبکه‌ی حمل و نقل ارائه کرده‌اند. مدل برنامه‌ریزی خطی آنها بسیار مشابه مدل ژانگ و گائو بوده است. آنها فرض کرده‌اند که رفتار رانندگان از تعادل کاربر واردراپ^۱ پیروی می‌کند و از نامساوی متغیر برای نشان دادن شرایط تعادل کاربر استفاده شده است. در مطالعه‌ی اخیر، کمان‌ها به ۳ گروه تقسیم شده‌اند: کمان‌هایی که گسترش نخواهند یافت، کمان‌هایی که گسترش خواهند یافت و کمان‌هایی که نامزد اضافه شدن به شبکه هستند. با در نظر گرفتن سه گروه کمان ذکر شده، مسئله‌ی نامساوی متغیر^۲ برای تعادل کاربر نوشته و حل شده است.

در مطالعات بسیاری به تعیین و اندازه‌گیری انعطاف‌پذیری در مدل‌های طراحی شبکه (از جمله شبکه‌ی حمل و نقل) توجه بسیاری شده است. مورلاک و چنگ (۲۰۰۴)،^[۱] انعطاف‌پذیری یک سیستم را قابلیت هماهنگی سیستم با تغییرات بیرونی در حین حفظ عملکرد مطلوب تعریف کرده‌اند. تغییرات خارجی معمولاً قابل کنترل نیستند. برای یک شبکه‌ی حمل و نقل، تغییرات مذکور شامل: تغییرات تقاضا، الگوی فضایی ترافیک، از بین رفتن زیرساخت‌ها و تغییر در قیمت منابع از قبیل

اکوسوری^۳ و پاتیل (۲۰۰۹)،^[۸] در حالت کلی انعطاف‌پذیری را به دو دسته‌ی انعطاف‌پذیری ذاتی^۴ و انعطاف‌پذیری بیرونی^۵ تقسیم‌بندی کرده‌اند. انعطاف‌پذیری درونی به مشخصات سیستم بستگی دارد و یک فرصت برای انعطاف‌پذیری بیرونی فراهم می‌کند. آنها سپس انعطاف‌پذیری شبکه‌ی حمل و نقل را از منظر سه بازیکن اصلی: کاربر، برنامه‌ریز و مدیر بهره‌برداری بررسی و در قسمت مدیریت بهره‌برداری آن را به دو بخش عملکرد روز به روز^۶ و قابلیت بقا^۷ تقسیم کرده‌اند. عاملیت روزانه را با توجه به تغییرات روزانه‌ی پارامترهای شبکه توسط عواملی، همچون: تصادف‌ها، آب و هوای بد و ... و قابلیت بقا یا باززیستی را با توجه به حوادث بزرگ مقیاس غیرمترقبه، مانند: از بین رفتن کمان یا گره به سبب فجایع طبیعی و یا هر علت دیگری تعریف کردند.

بیشتر مطالعات انجام شده در زمینه‌ی انعطاف‌پذیری شبکه، معطوف به انعطاف‌پذیری ظرفیت بوده است. انعطاف‌پذیری ظرفیت را می‌توان با تخمین ظرفیت بیشینه‌ی سیستم یا مقدار ترافیک قابل مدیریت اندازه‌گیری کرد.^[۹] دو معیار نسبت حجم به ظرفیت (V/C) و معیار اتصال^۸ شبکه (γ) پیش‌تر برای ارزیابی شبکه در فرایند برنامه‌ریزی به‌کار رفته‌اند. اسکات^۹ و همکاران (۲۰۰۶)،^[۱۰] معیاری برای اندازه‌گیری میزان ارزش هر کمان در شبکه ارائه می‌کنند و آن را شاخص ستبری شبکه (NRI)^{۱۰} برای آن کمان می‌نامند. برای محاسبه‌ی معیار ستبری، ابتدا باید کل زمان سفر در شبکه را با و بدون حضور یک کمان محاسبه کرد و سپس تفاوت این دو مقدار به‌عنوان شاخص ستبری شبکه نسبت به آن کمان خاص معرفی می‌شود.

قابلیت اطمینان، بُعد دیگری از انعطاف‌پذیری شبکه به حساب می‌آید. مطابق تعریف بل (۲۰۰۰)،^[۱۱] شبکه‌ی حمل و نقل زمانی قابل اطمینان است که زمان‌های سفر مورد انتظار، قابل قبول باشند، حتی زمانی که کاربران در باره‌ی وضعیت شبکه به شدت بدبین باشند. مطالعات قابلیت اطمینان بر احتمال‌ها متمرکز دارند و قابلیت اطمینان در شبکه‌ی حمل و نقل، معرف احتمال سفر موفق از یک نقطه به نقطه‌ی دیگر تحت شرایط عدم قطعیت است.^[۹] بل در این زمینه از یک مدل بازی غیرتعاملی

و شامل دو بازیکن استفاده کرد و نتیجه گرفت که هزینه‌ی سفر مورد انتظار برای مسافران بدبین، معیاری مناسب از قابلیت اطمینان شبکه برای طراحی شبکه است. سومالی و همکاران (۲۰۰۶)،^[۱۲] مسئله‌ی با عنوان مسئله‌ی طراحی شبکه‌ی قابل اطمینان بررسی کرده‌اند. هدف مسئله‌ی مذکور بهینه‌سازی احتمال آن است که زمان سفر، کمتر از یک مقدار آستانه باشد. عدم قطعیت اصلی در نظر گرفته شده در مطالعه‌ی آنها، تغییرپذیری تقاضا و انتخاب مسیر است. نتایج مطالعه‌ی اخیر نشان داد که تغییر ظرفیت کمان، نه فقط در محل توزیع زمان سفر کل، بلکه در پراکندگی و شکل آن نیز تأثیر می‌گذارد. همچنین نشان داده شد که تعداد مسیر و نیز کمان‌هایی که حجم ترافیک بیشتری دارند، تأثیر بیشتری در زمان سفر کل شبکه دارند.

مفهوم دیگری که می‌توان آن را از ابعاد انعطاف‌پذیری یک سیستم به شمار آورد، «قابلیت بقا» است. مفهوم قابلیت بقا در بسیاری از رشته‌های مهندسی به‌کار می‌رود. لیو و تریودی (۲۰۰۴)،^[۱۳] یک معیار کمی صریح برای قابلیت بقا ارائه کرده‌اند: قابلیت بقا نسبتی از منابع است که پس از رخداد شکست همچنان در دسترس خواهند بود. ریوز^{۱۱} و همکاران (۲۰۰۰)،^[۱۴] مسئله‌ی طراحی شبکه‌ی مخابراتی با قابلیت بقا را بررسی کرده‌اند، که در آن یک مجموعه از گره‌ها و کمان‌های بین آنها در نظر گرفته شده است. مجموعه‌ی تقاضای ترافیک بین گره‌های مختلف داده شده است و نیازهای قابلیت بقای مشخصی برای هر زوج مبدأ - مقصد وجود دارد. طبق تعریف آنها، قابلیت بقا نسبتی از تقاضاست که پس از یک شکست واحد (خارج شدن یک کمان یا یک گره از انتفاع) همچنان پاسخ داده می‌شود. هدف، انتخاب کمان‌ها و اختصاص ظرفیت آنهاست، به گونه‌ی که محدودیت‌ها رعایت و هزینه کمینه شود.

دو روش متفاوت برای رسیدن به قابلیت بقای شبکه در نظر گرفته می‌شود. روش اول، با عنوان تنوع‌بخشی^{۱۲} شناخته می‌شود و عبارت است از پخش کردن تقاضای هر زوج مبدأ - مقصد بین دو یا چند مسیر مجزا. به این ترتیب اگر یک شکست واحد در شبکه اتفاق بیفتد، به طور حتم مقدار مشخصی از تقاضا، که از مسیرهای دیگر جریان داده شده است، پاسخ داده می‌شود. روش دیگر دست‌یابی به قابلیت بقا، اندوختن^{۱۳} است. اندوختن به این معناست که پس از رخداد یک شکست، میزان تقاضایی که نمی‌تواند از مسیر آسیب دیده استفاده کند، بتواند از مسیر دیگری حرکت کند. برای این منظور، کمان‌های شبکه باید ظرفیت کافی داشته باشند تا بتوانند جریان جدید را پشتیبانی کنند. البته در شبکه‌ی حمل و نقل لزوماً فقط تقاضایی که توسط شکست تحت تأثیر قرار گرفته است، مسیر یابی مجدد نمی‌شود. مطابق تعریف مورلاک و چنگ (۲۰۰۴)،^[۱] قابلیت بقای یک شبکه‌ی حمل و نقل، نسبتی از تقاضاست که پس از شکست یک یا چند کمان یا گره همچنان پاسخ داده می‌شود. بل (۲۰۰۰)،^[۱۱] بیان می‌کند که حذف یا بسته شدن یک یا چند کمان از شبکه، به ویژه آنهایی که حجم بالایی از سفرها را از خود عبور می‌دهند و یا آنهایی که شامل پل هستند، می‌توانند در قالب افزایش زمان سفر کل سیستم، پیامدهای مستقیم و جدی اقتصادی داشته باشند. با فرض ثابت بودن تقاضا، با افزایش ظرفیت شبکه می‌توان انتظار داشت که پس از شکست، تقاضای بیشتری نسبت به حالت اولیه‌ی شبکه پاسخ داده شود. از آنجایی که افزایش ظرفیت شبکه همواره با محدودیت بودجه همراه است، لازم است بهترین برنامه‌ی سرمایه‌گذاری برای افزایش ظرفیت شبکه جستجو شود.

اسکات و همکاران (۲۰۰۶)،^[۱۰] در مطالعه‌ی خود معیار پیوستگی را به‌عنوان یک معیار ارزیابی شبکه ارائه کرده و البته اذعان داشته‌اند که معیار مذکور چندان برای ارزیابی شبکه مناسب نیست. هر چند آنها دلیل روشنی برای مناسب نبودن این معیار بیان نمی‌کنند، اما در نوشتار حاضر، دلیل این امر به روشنی مشاهده می‌شود. این معیار یک معیار ناپیوسته و با اضافه شدن هر کمان به شبکه افزایش می‌یابد،

است.^[۱۸] بنابر تئوری حسرت، گزینه‌ی i در صورتی از مجموعه‌ی انتخاب شامل دو گزینه‌ی i و j برگزیده می‌شود که رابطه‌ی ۱ برقرار باشد:

$$\sum_{s \in S} [p(s) \cdot R_{ij}(s)] > 0 \quad (1)$$

که در آن، S مجموعه تمامی حالت‌هایی است که ممکن است اتفاق بیفتند و $s \in S$ یک حالت ویژه از جهان است. $p(s)$ احتمال آن است که حالت s اتفاق بیفتد و $R_{ij}(s)$ حسرت گزینه‌ی i نسبت به گزینه‌ی j را در حالت ویژه‌ی s نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که اگر رابطه‌ی ۲ برقرار باشد، مدل حسرت به مدل مطلوبیت تنزل می‌یابد.

$$R_{ij}(s) \equiv U_j(s) - U_i(s) \quad (2)$$

کروس (۲۰۱۰)،^[۲۲] نیز با اشاره به دو محدودیت مهم مدل ارائه شده توسط کروس و همکاران (۲۰۰۸)،^[۲۴] مدل جدیدی برای کمیته‌سازی حسرت تصادفی ارائه کرده است. اولین محدودیت آن است که مدل قبلی حسرت فقط نسبت به بهترین گزینه از گزینه‌های پیشین تجربه می‌شود، یا مورد انتظار است. در حالی که مشاهدات نشان می‌دهند که وجود هر گزینه، که بهتر از گزینه‌ی منتخب عمل کند، هر چند عملکرد آن ضعیف‌تر از بهترین گزینه باشد، به حسرت تجربه شده توسط تصمیم‌گیرنده دامن می‌زند. محدودیت دوم این است که تابع احتمال ارائه شده توسط مدل پیشین، غیرهموار^{۱۸} است، که در مشتق‌گیری از آثار حاشیه‌یی و کشسانی ایجاد اشکال می‌کند و این موجب می‌شود که برای حل مدل نتوان از نرم‌افزارهای موجود استفاده کرد و به ناچار باید کدهای دست‌نویس را به‌کار برد. کروس (۲۰۰۸)،^[۲۴] در مدل جدید، حسرت i را به‌صورت رابطه‌ی ۳ تعریف کرده است:

$$R_i = \sum_{j \neq i} R_{i \rightarrow j} \quad (3)$$

که در آن، $R_{i \rightarrow j}$ حسرت گزینه‌ی i نسبت به گزینه‌ی j است و به‌صورت رابطه‌ی ۴ تعریف می‌شود:

$$R_{i \rightarrow j} = \sum_{s \in S} R_{i \rightarrow j}^s \quad (4)$$

مانند مدل پیشین، S مجموعه تمامی حالت‌هایی است که ممکن است اتفاق بیفتند و $s \in S$ یک حالت ویژه از جهان است. حسرت گزینه‌ی i نسبت به گزینه‌ی j در حالت s نیز مطابق رابطه‌ی ۵ خواهد بود:

$$R_{i \rightarrow j}^s = \max \{0 + v_{i,s}, \beta_s \cdot (x_{j,s} - x_{i,s}) + v_{x,s}\} \quad (5)$$

که در آن $v_{x,s}$ و $v_{i,s}$ عبارت‌های خطا با پراکندگی یکنواخت و مستقل (IID) هستند. برای به دست آوردن احتمال انتخاب هر گزینه لازم است ابتدا از $R_{i \rightarrow j}^s$ بر روی $f(v_{i,s}, v_{x,s})$ مطابق رابطه‌ی ۶ انتگرال گرفته شود:

$$\int_v [R_{i \rightarrow j}^s \cdot f(v)] dv = \ln(1 + \exp[\beta_s \cdot (x_{j,s} - x_{i,s})]) \quad (6)$$

در واقع آنچه به‌عنوان جواب این انتگرال ارائه شده است، یک تابع پیوسته است که فقط تخمینی از پاسخ دقیق انتگرال است. اما انطباق تابع تخمین ارائه شده و پاسخ دقیق انتگرال به اندازه‌ی کافی مناسب و قابل قبول است. با انتگرال گرفتن بر روی v ، حسرت سیستماتیک تعریف می‌شود (رابطه‌ی ۷):

$$\tilde{R}_i = \sum_{j \neq i} \sum_{s \in S} \ln(1 + \exp[\beta_s \cdot (x_{j,s} - x_{i,s})]) \quad (7)$$

اما لزوماً گمان اضافه شده، کارایی شبکه را افزایش نمی‌دهد (تناقض بریز).

۱.۲. جریان تعادل شبکه به‌عنوان مسئله‌ی سطح دوم طراحی شبکه

بهبود مشخصات شبکه قطعاً به تغییراتی در جریان ترافیک در کل شبکه منجر خواهد شد. مهم‌تر از آن، این‌که اضافه کردن یک قطعه راه جدید یا بهبود ظرفیت شبکه‌ی متراکم، بدون در نظر گرفتن پاسخ کاربران می‌تواند به تراکم بیشتر شبکه (تناقض بریز) بیانجامد. در مسئله‌ی طراحی شبکه در یک قالب دو سطحی، سطح دوم مسئله، تخصیص ترافیک خواهد بود. به این ترتیب تأثیر بهبود مشخصات در جریان ترافیک در نظر گرفته خواهد شد. مسئله‌ی تخصیص شبکه، در برگزیده‌ی یک فرایند تصمیم‌گیری شامل انتخاب مسیر است. چنانچه فرض شود تمام کاربران از وضعیت شبکه اطلاع کامل دارند و هدف همه‌ی آنها، کمیته‌سازی زمان سفر خود است، شرایط تعادل کاربر، که اولین بار توسط واردراپ عنوان شد و توسط بکمن (شینفی، ۱۹۸۵)^[۱۶]، به شکل مسئله‌ی برنامه‌ریزی ریاضی ایستا در آمد، به وقوع خواهد پیوست.

فرض اطلاع کامل کاربران از کل وضعیت شبکه، انطباق چندانی با واقعیت ندارد. علاوه بر آن، رانندگان دریافت‌های متفاوتی از هزینه دارند و نیز در پی بهینه‌سازی معیارهای مختلفی هستند.^{[۱۵]، [۱۶]} برای آزادسازی فرضیات اخیر و واقعی‌تر کردن مدل، دگنز و شفلی^{۱۴} (۱۹۷۷)، مفهوم تعادل احتمالی کاربر را مطرح کردند.^[۱۷] در حالت تعادل احتمالی کاربر، زمان درک شده یا مورد انتظار همه‌ی کاربران کمیته است و هیچ کاربری باور ندارد که بتواند با تغییر مسیر، زمان سفر خود را بهبود بخشد.

فرایند تصمیم‌گیری (انتخاب مسیر) را می‌توان با مدل‌های رفتاری یا مدل‌های انتخاب گسسته مدل‌سازی کرد. مدل‌های مذکور فقط احتمال انتخاب هر گزینه را ارائه می‌دهند. این احتمال تابعی است از جذابیت هر گزینه. تاکنون پرکاربردترین مفهوم استفاده شده در مدل‌های انتخاب گسسته برای تعریف تابع جذابیت، تئوری مطلوبیت تصادفی بوده است.^{[۱۵]، [۱۶]} مدل‌های مطلوبیت بر پایه‌ی این فرض هستند که هر شخص تمایل دارد که طی انتخاب خود به بیشترین سطح مطلوبیت دست یابد. بنا بر مطالعات لومزو و سادن^{۱۵} (۱۹۸۷)، زمانی که شخصی یک گزینه را انتخاب می‌کند، نتایجی را نیز در نظر می‌گیرد که در صورت انتخاب گزینه‌های دیگر ممکن بود به دست بیاورد.^[۱۸] در آزمون تجربی کروس و همکاران (۲۰۰۸)، نشان داده شده است که درجه‌ی رضایت از انتخاب یک طریقه‌ی سفر یا مسیر، به شدت تحت تأثیر تئوری حسرت^{۱۶} ناشی از عملکرد بهتر سایر گزینه‌های انتخاب نشده است.^[۱۹]

۲.۲. مبانی تئوری حسرت

تئوری حسرت به‌عنوان یک جایگزین برای تئوری مطلوبیت توسط بل، فیشرن، لومزو و سادن به‌صورت مستقل توسعه داده شد.^[۲۴] بل (۱۹۸۲)،^[۲۱] بیان کرده است که پس از تصمیم‌گیری در شرایط عدم اطمینان، شخص ممکن است متوجه شود که گزینه‌های دیگر ارجح بوده‌اند. دانستن این موضوع یک حس باخت و حسرت را به تصمیم‌گیرنده القا می‌کند. کروس^{۱۷} و همکاران (۲۰۰۸)، یک مدل انتخاب سفر بر اساس تئوری حسرت با عنوان کمیته‌سازی حسرت تصادفی ارائه کرده‌اند.^[۲۰] طبق مدل کمیته‌سازی حسرت تصادفی، هر شخص به طریقی انتخاب خود را انجام می‌دهد که حسرت درک شده توسط او کمیته باشد، به این معنا که او تمایل دارد از حالتی پرهیزد که گزینه‌های انتخاب نشده، رضایت بیشتری فراهم کنند. لذا نشان داده شده است که مدل بر مبنای تئوری حسرت، عملکرد بهتری نسبت به مدل بر مبنای مطلوبیت دارد و یک گزینه‌ی خوش‌آبیه برای مدل‌سازی و تحلیل انتخاب سفر

به این ترتیب احتمال انتخاب گزینه‌ی i به شکل رابطه‌ی ۸ است:

$$P_i = \frac{\exp(-\tilde{R}_i)}{\sum_j \exp(-\tilde{R}_j)} \quad (8)$$

مشکل مدل ارائه شده توسط کروس این است که یک شکل بسته ندارد و بنابراین نمی‌توان به سادگی آن را در سطح پایین مسئله‌ی طراحی شبکه برای مدل‌سازی جریان‌های تعادلی ترافیک به کار برد. در نوشتار حاضر، فرم بسته‌ی مناسبی برای استفاده در مدل طراحی شبکه پیشنهاد شده است. شفقی (۱۹۸۵)، [۱۶] یک قالب کلی بر مبنای برنامه‌ریزی ریاضی برای مدل‌سازی تعادل احتمالی کاربر ارائه داده است (رابطه‌ی ۹):

$$\min Z = - \sum_{rs} q_{rs} S_{rs} [C^{rs}(x)] + \sum_x x_a t_a(x_a) - \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega \quad (9)$$

که در آن، $S_{rs} [C^{rs}(x)]$ تابع رضایت مسیره‌های بین مبدأ - مقصد rs است. q_{rs} تقاضا و $C^{rs}(x)$ هزینه سفر بین مبدأ - مقصد rs است. مدل ارائه شده‌ی اخیر به اندازه‌ی کافی کلی است و می‌تواند برای مدل‌سازی تعادل احتمالی با استفاده از هر مفهومی به کار رود، فقط به شرطی که رابطه‌ی ۱۰ برقرار باشد:

$$\frac{\partial S_{rs} [C^{rs}(x)]}{\partial C_i^{rs}} = P^{rs}(i) \quad (10)$$

که در آن $P^{rs}(i)$ احتمال انتخاب مسیر i بین زوج مبدأ - مقصد rs خواهد بود. در بخش بعد تلاش شده است با استفاده از رابطه‌ی ۱۰ و مدل کمیته سازی حسرت تصادفی، روش جدیدی برای تخصیص احتمالی تعادل کاربر معرفی شود.

۳. روش شناسی پژوهش

در مطالعه‌ی حاضر، از یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی دو سطحی برای مدل طراحی شبکه استفاده شده است. هدف مسئله، یافتن برنامه‌ی بهینه‌ی بهبود برای افزایش قابلیت بقای شبکه طی گسترش ظرفیت است. تابع هدف، سطح بالای مسئله‌ی زمان سفر کل شبکه انتخاب شده است. سطح پایین مسئله، در واقع پاسخ کاربران شبکه به گسترش شبکه است. در بیشتر مطالعات طراحی شبکه، برای مدل‌سازی پاسخ کاربران از مفهوم تعادل کاربر و همچنین برای آنکه مدل پاسخ کاربران انطباق بیشتری با واقعیت داشته باشد، گاهی از مدل تعادل احتمالی استفاده شده است. در مطالعه‌ی حاضر، برای مدل‌سازی پاسخ کاربران، یک مدل تعادل احتمالی کاربر بر مبنای تئوری حسرت توسعه یافته است.

۱.۳. تعادل احتمالی کاربر بر مبنای تئوری حسرت

مدل انتخاب مسیر کروس، [۲۲] بر مبنای کمیته‌سازی حسرت تصادفی، یک شکل بسته ندارد و بنابراین نمی‌توان به سادگی آن را در سطح پایین مسئله‌ی طراحی شبکه برای مدل‌سازی جریان‌های تعادلی ترافیک به کار برد. مدل تعادل احتمالی کاربر توسعه یافته در مطالعه‌ی حاضر، بر مبنای قالب کلی برنامه‌ریزی ریاضی ارائه شده توسط

شفقی است (رابطه‌های ۹ و ۱۰) در طرف دیگر تساوی رابطه‌ی ۱۰، به جای تابع احتمال نمی‌توان از تابع احتمال بیان شده توسط کروس در رابطه‌ی ۸ استفاده کرد، زیرا در این صورت نمی‌توان رابطه‌ی صریحی برای $S_{rs} [C^{rs}(x)]$ به دست آورد. به همین دلیل در بخش حاضر تعریف جدیدی از تئوری حسرت تصادفی مطابق رابطه‌ی ۱۱ ارائه شده است:

$$R_i^{rs} = \sum_{j=1}^k \beta (C_i^{rs} - C_j^{rs}) \quad (11)$$

که در آن C_i^{rs} هزینه سفر مسیر i از مبدأ r به مقصد s ، β ضریب تبدیل هزینه به حسرت و k تعداد مسیره‌های بین زوج مبدأ - مقصد rs است. در واقع فرض می‌شود میزان حسرت درک شده توسط کاربر رابطه‌ی مستقیم با تفاوت هزینه سفر مسیر انتخابی با سایر مسیره‌ها دارد و هزینه سفر در مسیر انتخابی به صورت زوجی با سایر مسیره‌ها مقایسه می‌شود. اگر R_i^{rs} حسرت گزینه‌ی ۱ با کمترین امیدانس باشد، تمامی عبارت‌های رابطه‌ی ۱۱ منفی خواهد بود و در نهایت، مجموع آنها یعنی R_i^{rs} منفی است. اگر R_m^{rs} حسرت گزینه‌ی m با بیشترین امیدانس باشد، تمامی عبارت‌های رابطه‌ی اخیر مثبت خواهند بود و در نهایت، مجموع آنها یعنی R_m^{rs} مثبت است. بنابراین حسرت سایر گزینه‌ها، کوچک‌تر از R_m^{rs} و بزرگ‌تر از R_i^{rs} است. به عبارت دیگر، مقدار حسرت مسیره‌های موازی بین زوج مبدأ - مقصد rs همواره بین دو کران پایین و بالای مسیره‌های l و m که کمترین و بیشترین امیدانس را دارند، قرار می‌گیرد. مطابق روند طی شده در بخش قبل و با جایگذاری کمیت‌های رابطه‌ی ۱۱ در رابطه‌ی ۸، برای یافتن تابع احتمال انتخاب مسیر i بین زوج مبدأ - مقصد rs رابطه‌ی ۱۲ به دست می‌آید:

$$P^{rs}(i) = \frac{e^{-\left(\sum_{j=1}^k \beta (C_i^{rs} - C_j^{rs})\right)}}{\sum_{i=1}^k e^{-\left(\sum_{j=1}^k \beta (C_i^{rs} - C_j^{rs})\right)}} \quad (12)$$

با انتگرال‌گیری از رابطه‌ی ۱۲ و با استفاده از روش سعی و خطا، تابع رضایت مسیره‌های بین مبدأ - مقصد rs ، $S_{rs} [C^{rs}(x)]$ ، به صورت رابطه‌ی ۱۳ تعریف می‌شود، که خوشبختانه در رابطه‌ی ۱۰ صدق می‌کند:

$$S_{rs} [C^{rs}(x)] = \frac{1}{k\beta} \left(\ln \left(\sum_{i=1}^k e^{k\beta \left(\sum_{j \neq i} C_j \right)} \right) - \sum_{i=1}^k k\beta C_i \right) \quad (13)$$

اکنون بنا بر رابطه‌ی کلی ارائه شده توسط شفقی (رابطه‌ی ۹)، مدل تعادل احتمالی کاربر بر مبنای رابطه‌های ۱۳ و ۱۴ قابل پی‌کر بندی است:

$$\min Z = - \sum_{rs} q_{rs} \left(\frac{1}{k^{rs}\beta} \left(\ln \left(\sum_{i=1}^{k^{rs}} e^{k^{rs}\beta \left(\sum_{j \neq i} C_j^{rs} \right)} \right) - \sum_{i=1}^{k^{rs}} k^{rs}\beta C_i^{rs} \right) \right) + \sum_x x_a t_a(x_a) - \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega \quad (14)$$

که در آنها، q_{rs} تقاضا و k^{rs} تعداد مسیر بین زوج مبدأ - مقصد rs است. x_a جریان و t_a زمان سفر کمان a است و C_i^{rs} از رابطه‌ی ۱۵ به دست

می آید:

رابطه‌ی ۱۶ بیان کرد:

$$\sum_k f_k^{rs} = \mu q_{rs}, \forall r \in R, s \in S \quad (16)$$

که در آن q_{rs} تقاضای بین زوج مبدأ - مقصد rs و μ یک ضریب است که به تقاضای بین زوج مبدأ - مقصد rs اعمال می‌شود. با در نظر گرفتن $\alpha \leq \mu \leq 1$ ، پذیرفته می‌شود که در صورت بروز یک سانحه در شبکه ممکن است بخشی از تقاضای بین زوج مبدأ - مقصد rs پاسخ داده نشود و از طرفی تضمین می‌کند که کمینه‌ی αq_{rs} واحد از تقاضا پاسخ داده شود. بنابراین، تابع هدف مسئله‌ی سطح پایین ارائه شده به صورت رابطه‌ی ۱۷ تغییر می‌کند:

$$\min F(y, x) = \left(\frac{1}{\mu}\right) \sum_{a \in A'} \int_0^{x_a(y)} t_a(\omega, y_a) d\omega \quad (17)$$

به این ترتیب، تابع هدف مذکور سعی در کمینه‌سازی زمان سفر و بیشینه‌سازی تقاضای پاسخ داده شده خواهد داشت.

۳.۳. مدل طراحی شبکه‌ی حمل‌ونقل بر مبنای معیار قابلیت بقای

شبکه با پاسخ قطعی کاربران

در بخش کنونی، مدل طراحی شبکه‌ی حمل‌ونقل بر مبنای معیار قابلیت بقای شبکه و با پاسخ قطعی کاربران ارائه شده است. مدل‌سازی سطح پایین مسئله با مدل تعادل قطعی استفاده‌کننده به این جهت است که بتوان نتایج به دست آمده را با نتایج سایر مطالعات مقایسه کرد. در بیشتر مطالعات انجام شده‌ی سطح پایین مسئله، تعادل قطعی کاربر در نظر گرفته شده است.

در حالت کلی، شبکه‌ی $G(N, A)$ مفروض است. $G(N, A)$ یک گراف جهت‌دار است، که در آن N مجموعه‌ی گره‌ها و A مجموعه‌ی کمان‌های شبکه است. I_{inc} بردار احتمال وقوع سانحه در هر کمان از شبکه است. وقوع سانحه در کل شبکه، فرایندی تصادفی است. کمان $a' \in A$ ، به‌عنوان کمان وقوع سانحه در نظر گرفته می‌شود. در شرایط وقوع سانحه، ظرفیت کمان $C'_{a'}$ خواهد بود. مدل توسعه یافته به شرح رابطه‌های ۱۸ الی ۲۰ است:

$$\min Z(y, x) = \sum_{a' \in A} p_{inc}^{a'} \sum_{a \in A} x_a t_a(x_a, y_a) \quad (18)$$

$$s.t. \quad y_{\min} \leq y_a \leq y_{\max}, \quad a \in A \quad (19)$$

$$\sum_{a \in A} G_a(y_a) \leq B \quad (20)$$

که در آن، $x = x(y)$ به صورت روابط ۲۱ الی ۲۶ تعریف می‌شود:

$$\min F(y, x) = \left(\frac{1}{\mu}\right) \sum_{a \in A} \int_0^{x_a(y)} t_a(\omega, y_a) d\omega \quad (21)$$

$$s.t. \quad \sum_k f_k^{rs} = \mu q_{rs}, \forall r \in R, s \in S \quad (22)$$

$$f_k^{rs} \geq 0, \forall r \in R, s \in S, k \in K_{rs} \quad (23)$$

$$x_a = \sum_r \sum_s \sum_k f_k^{rs} \delta_{a,k}^{rs}, \forall a \in A \quad (24)$$

$$Cp_{a'} = Cp'_{a'}, \quad a' \in A \quad (25)$$

$$\alpha \leq \mu \leq 1 \quad (26)$$

$$C_i^{rs} = \sum_a C_a(x_a) \delta_{a,i}^{rs} \quad (15)$$

اگر کمان a بخشی از مسیر i از مبدأ r به مقصد s باشد، $\delta_{a,i}^{rs} = 1$ و در غیر این صورت $\delta_{a,i}^{rs} = 0$ است. رابطه‌ی جدید ارائه شده برای حسرت تصادفی از قاعده‌ی استقلال گزینه‌های مجزا پیروی می‌کند. این بدین معنی است که نسبت احتمال انتخاب گزینه‌ها نسبت به یکدیگر ثابت است و با اضافه یا کم شدن سایر گزینه‌ها تغییر نمی‌کند. اما نکته‌ی اساسی این است که حضور یا عدم حضور هر گزینه‌ی دیگری مستقیماً در احتمال انتخاب هر گزینه مؤثر است.

در ابتدا ویژگی استقلال گزینه‌های مجزا، یکی از مزیت‌های مدل لوجیت چند جمله‌یی به حساب می‌آید، اما هم‌اکنون به‌عنوان یک ضعف بالقوه‌ی مدل لوجیت چند جمله‌یی به شمار می‌رود؛ علت آن هم این است که برخلاف فرض استقلال، عملکرد سایر گزینه‌ها می‌تواند در احتمال انتخاب یک گزینه مؤثر باشد. در مدل حاضر، عملکرد سایر گزینه‌ها در احتمال انتخاب یک گزینه دخیل بوده و همچنان ویژگی استقلال گزینه‌های مجزا حفظ شده است.

۲.۳. مدل طراحی شبکه‌ی حمل‌ونقل بر مبنای معیار بقای شبکه

مدل ارائه شده در پژوهش حاضر هم در سطح عملکرد روزانه‌ی شبکه و هم در سطح پاسخ‌گویی به حوادث بزرگ‌مقیاس غیرمترقبه (قابلیت باززیستی) قابل طرح است، اما در مطالعه‌ی حاضر، تغییرات با مقیاس جزئی‌تر و به‌طور خاص اثر سانحه در یک کمان از شبکه بر مسئله‌ی طراحی شبکه با معیار قابلیت بقا بررسی شده است. با افزایش پیوستگی شبکه، گزینه‌های بیشتری برای انتخاب مسیر پیش‌روی رانندگان قرار می‌گیرد و این امکان وجود دارد که در صورت بروز سانحه در یک کمان، کمان‌های دیگر بتوانند به تقاضایی که دیگر نمی‌تواند از کمان آسیب دیده استفاده کند، خدمت‌رسانی کنند.

مسئله‌ی طراحی شبکه با معیار قابلیت بقا، پیوستگی شبکه را با توجه به افزایش کارایی شبکه افزایش می‌دهد. روش ارائه شده به این صورت است که ظرفیت کمان‌های شبکه متناسب با احتمال وقوع سانحه در هر کمان دستخوش تغییر می‌شود. مطالعه‌ی حاضر با دخیل کردن احتمال بروز سانحه در هر کمان، برنامه‌ی بهبود را برای کمان‌هایی ارائه می‌کند که نقش اساسی‌تری در شبکه ایفا می‌کنند و در صورت بروز سانحه به شبکه اجازه می‌دهند امکان بیشتری برای ادامه‌ی خدمت‌رسانی در سطح خدمت مطلوب داشته باشد.

زمان سفر کل شبکه، یک معیار مناسب برای تابع هدف مسئله‌ی طراحی شبکه با قابلیت بقاست، زیرا هر چه زمان سفر کل شبکه کمتر باشد، بدین معناست که انسداد در یک کمان موجب تأخیر کمتری در سایر کمان‌ها شده است و به موازات آن مدیریت شبکه می‌تواند در زمان کمتری سانحه را مدیریت و شبکه را به حالت عادی بازگرداند.

مفهوم دیگری که ریز (۲۰۰۰)،^[۱۱] به آن اشاره دارد، مفهوم اندوختن است. بدین معنا که پس از بروز شکست، استفاده از مسیر جایگزین امکان‌پذیر باشد. برای پیاده‌سازی این مفهوم، کمان‌ها در شبکه باید ظرفیت کافی برای حمایت از جریان‌های جدید پس از تغییر مسیر داشته باشند. بنابراین، کمینه‌ی درصدی از تقاضا، که پس از بروز یک شکست می‌تواند پاسخ داده شود، برای استفاده از مفهوم اندوخته الزام می‌یابد. در مدل طراحی شبکه‌ی توسعه‌یافته، می‌توان مفهوم اندوختن را به صورت

که در آنها:

B : میزان بودجه؛

R : مجموعه‌ی گره‌های مبدأ؛

S : مجموعه‌ی گره‌های مقصد؛

r : گره‌ی مبدأ ($r \in R$)؛

s : گره‌ی مقصد ($s \in S$)؛

K_{rs} : مجموعه‌ی مسیرهای بین گره‌های r و s ؛

y_a : متغیر تصمیم سطح بالای مسئله است که نشان‌دهنده‌ی میزان پیوسته‌ی بهبود ظرفیت برای کمان a ($a \in A$) است؛

y_{\min} و y_{\max} : کران بالا و پایین بهبود ظرفیت کمان؛

$G_a(y_a)$: تابع هزینه‌ی بهبود ظرفیت کمان a ($a \in A$)؛

Cp_a : ظرفیت کمان در هر مرحله؛

q_{rs} : تقاضای ثابت سفر بین زوج مبدأ - مقصد (r, s)؛

x_a : جریان در کمان a متغیر تصمیم سطح پایین مسئله؛

t_a : زمان (هزینه) سفر در کمان a ($a \in A$)؛

$p_{inc}^{a'}$: احتمال وقوع سانحه در کمان a' ($a' \in A$) است؛

$Cp_{a'}$: ظرفیت کمان a' ($a' \in A$) در شرایط وقوع سانحه؛

μ : نسبتی از تقاضا که باید پاسخ داده شود؛

α : کمیته‌ی نسبتی از تقاضاست، که باید پاسخ داده شود.

۴.۳. مدل طراحی شبکه‌ی حمل‌ونقل بر مبنای معیار قابلیت بقای

شبکه با پاسخ احتمالی کاربران

با توجه به مدل تعادل احتمالی کاربر بر مبنای مفهوم حسرت، که در مطالعه‌ی حاضر توسعه یافته است، مسئله‌ی طراحی شبکه‌ی حمل‌ونقل بر مبنای معیار قابلیت بقای شبکه مدل‌سازی شده است. با توجه به این‌که مدل‌سازی پاسخ کاربران به بهبود شبکه بر مبنای مدل رفتاری حسرت است، انتظار می‌رود نتایج مدل‌سازی انطباق بیشتری با واقعیت داشته باشند. مدل توسعه یافته به شرح روابط ۲۷ الی ۲۹ است:

$$\min Z(y, x) = \sum_{a' \in A} p_{inc}^{a'} \sum_{a \in A} x_a t_a(x_a, y_a) \quad (27)$$

$$s.t. \quad y_{\min} \leq y_a \leq y_{\max}, \quad a \in A \quad (28)$$

$$\sum_{a \in A} G_a(y_a) \leq B \quad (29)$$

که در آن، $x = x(y)$ به صورت رابطه‌های ۳۰ الی ۳۳ تعریف می‌شود:

$$\min Z = - \sum_{r,s} \mu q_{rs} \left(\frac{1}{k^{rs} \beta} \left(\ln \left(\sum_{i=1}^{k^{rs}} e^{k^{rs} \beta \left(\sum_{j \neq i} C_j^{rs} \right)} \right) - \sum_{i=1}^{k^{rs}} k^{rs} \beta C_i^{rs} \right) \right) + \sum_x x_a t_a(x_a) - \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega \quad (30)$$

$$Cp_{a'} = Cp_a', \quad a' \in A \quad (31)$$

$$\alpha \leq \mu \leq 1 \quad (32)$$

$$C_i^{rs} = \sum_a C_a(x_a) \delta_{a,i}^{rs} \quad (33)$$

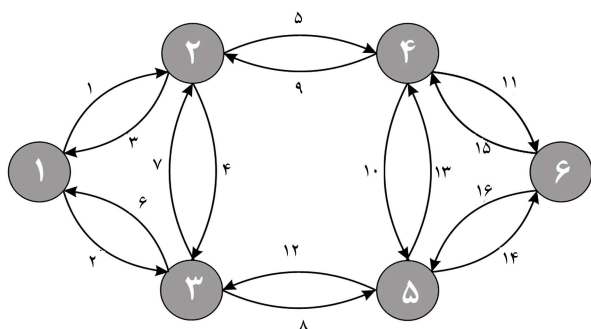
که در آنها، علاوه بر متغیرهای پیشین: C_a امیدانسی کمان a ($a \in A$) و C_i^{rs} امیدانسی مسیر i از مبدأ r به مقصد s است.

۴. نتایج و تجزیه و تحلیل

در بخش کنونی، مسئله‌ی طراحی پیوسته‌ی شبکه بر اساس مدل‌های توسعه یافته در مطالعه‌ی حاضر بررسی شده است. شبکه‌ی مورد بررسی از مطالعه‌ی لواتپ^{۱۹} و همکاران (۲۰۱۱)^[۷] اقتباس شده است. مسئله‌ی ذکر شده که برای اولین بار توسط سوانسیریکول و همکاران (۱۹۸۶) ارائه شده است (شکل ۱)، متشکل از ۶ گره و ۱۶ کمان است. تابع زمان سفر هر کمان به صورت رابطه‌ی ۳۴ بیان می‌شود:

$$T_a = T_a^0 + \alpha_a \left(\frac{x_a}{K + y_a} \right)^\beta \quad (34)$$

که در آن، T_a^0 زمان سفر آزاد کمان a ، α_a و β ضرایب ثابت، K ظرفیت اولیه‌ی کمان a ، y_a میزان افزایش ظرفیت کمان a و d_a هزینه‌ی یک واحد افزایش ظرفیت کمان a است. اطلاعات مربوط به مسئله‌ی مورد نظر در جدول ۱ خلاصه شده



شکل ۱. شبکه‌ی متوسط مقیاس طراحی شبکه. [۷]

جدول ۱. داده‌های مربوط به شبکه‌ی شکل ۱. [۷]

d_a	K	α_a	T_a^0	شماره‌ی کمان
۲	۳	۱۰	۱	۱
۳	۱۰	۵	۲	۲
۵	۹	۳	۳	۳
۴	۴	۲۰	۴	۴
۹	۳	۵۰	۵	۵
۱	۲	۲۰	۲	۶
۴	۱	۱۰	۱	۷
۳	۱۰	۱	۱	۸
۲	۴۵	۸	۳	۹
۵	۳	۳	۳	۱۰
۶	۲	۲	۹	۱۱
۸	۶	۱۰	۴	۱۲
۵	۴۴	۲۵	۴	۱۳
۳	۲۰	۳۳	۲	۱۴
۶	۱	۵	۵	۱۵
۱	۴/۵	۱	۶	۱۶

جدول ۲. نتایج بازسازی مسئله‌ی سوانسیریکول توسط روش‌های مختلف حل مسئله‌ی طراحی پیوسته. [۲۳ و ۲۴]

شماره‌ی کمان	گره‌ها	تکراری - بهینه‌سازی - تخصیص ^۱	هوک - جیوز ^۲	EDC		MINOS		SA	SAB	AL	GP	CG		QNEW		PT		PMILP	LMILP	
				x	y	x	y					x	y	x	y	x	y			x
۱	۱ و ۲	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
۲	۱ و ۲	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
۳	۱ و ۳	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
۴	۲ و ۳	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
۵	۲ و ۴	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
۶	۱ و ۳	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
۷	۳ و ۲	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
۸	۳ و ۵	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
۹	۴ و ۳	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
۱۰	۴ و ۵	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
۱۱	۴ و ۶	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
۱۲	۵ و ۳	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
۱۳		۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
۱۴	۵ و ۶	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
۱۵	۶ و ۴	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
۱۶	۶ و ۵	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰
	Z	۲۱۶۳۱۸	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴
	Z'	۲۱۶۳۱۸	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴
	Z''	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴	۲۱۷۴۰۴

- ۱. Iterative Optimization-Assignment
- ۲. Hooke-Jeeves Algorithm
- ۳. Equilibrium Decomposed Optimization
- ۴. Modular In-Core Nonlinear System

- ۵. Simulated Annealing Algorithm
- ۶. Sensitivity Analysis-Based Algorithm
- ۷. Augmented Lagrangian Algorithm
- ۸. Gradient Projection Method
- ۹. Conjugate Gradient Projection Method

- ۱۰. Quasi-Newton Projection Method
- ۱۱. PARATAN version of gradient projection method
- ۱۲. Path Based Mixed-Integer Linear Program
- ۱۳. Link Based Mixed-Integer Linear Program

قابلیت‌های نرم‌افزار میپل^۲ در محاسبات نمادی از نرم‌افزار میپل برای مدل‌سازی مسئله‌ی طراحی شبکه استفاده شده است. محاسبات انجام شده در مطالعه‌ی حاضر بر مبنای نسخه‌ی ۱۶ نرم‌افزار میپل است، که در ماه مارس سال ۲۰۱۲ عرضه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج حاصل از بازسازی مسئله بر اساس روش‌های مختلف به نتایج پژوهش‌های پیشین بسیار نزدیک بوده است.

است. تابع هدف کمینه‌سازی زمان سفر کل به علاوه‌ی کل هزینه‌ی بهبود است، که با در نظر گرفتن $\beta = 4$ به صورت رابطه‌ی ۳۵ خواهد بود:

$$\min_y Z(y, x) = \sum_{a \in A} \left(x_a \left(T_a^* + \alpha \left(\frac{x_a}{K + y_a} \right)^4 \right) \right) + \sum_{a \in A} d_a y_a \quad (35)$$

۱.۴. حل مدل طراحی شبکه‌ی حمل‌ونقل بر مبنای معیار قابلیت

بقای شبکه با پاسخ قطعی کاربران

در رابطه‌ی ۳۵، K ظرفیت اولیه‌ی کمان است. بروز سانحه در هر کمان با تغییر در ظرفیت اولیه‌ی آن کمان مدل می‌شود. فرض شده است ظرفیت پس از بروز سانحه نسبتی از ظرفیت اولیه‌ی کمان باشد. ظرفیت کمان پس از سانحه به صورت رابطه‌ی ۳۶ تعریف می‌شود و نیز باید شرط رابطه‌ی ۳۷ برقرار باشد:

$$K' = \kappa \cdot K \quad (36)$$

$$0 \leq \kappa \leq 1 \quad (37)$$

که در آن K' ، ظرفیت پس از بروز سانحه و κ ضریبی است که نشان می‌دهد چه نسبتی از ظرفیت پس از سانحه همچنان در دسترس است. در مطالعه‌ی حاضر،

مسئله‌ی طراحی پیوسته‌ی شبکه برای شبکه‌ی مثال اخیر با استفاده از روش‌های گوناگون قابل حل است، که لواتپ و همکاران (۲۰۱۱)، آن را با تمامی روش‌های ذکر شده در جدول ۲ بازسازی و نتایج آن را با نتایج ذکر شده در منابع اصلی روش‌ها مقایسه کرده‌اند. در مطالعه‌ی حاضر نیز این مسئله با تمامی روش‌های مذکور بازسازی و نتایج آن با نتایج به دست آمده توسط لواتپ و همکاران و نیز نتایج منابع اصلی روش‌ها مقایسه شده است (جدول ۲). در جدول ۲، دو سطر اول جدول شامل کد و نام اختصاری روش‌های حل مسئله‌ی طراحی شبکه است. نتایج هر روش، شامل دو ستون x و y است. y میزان پیشنهاد افزایش ظرفیت کمان در حالت بهینه x و میزان جریان کمان در حالت تعادل کاربر را در نظر گرفتن اعمال برنامه‌ی توسعه‌ی پیشنهادی شبکه است. Z نشان‌دهنده‌ی مقدار تابع هدف سطح بالای مسئله در مدل بازسازی شده،^۱ Z' مقدار تابع هدف به دست آمده توسط لواتپ و همکاران و Z'' مقدار تابع هدف در مرجع اصلی است که روش را پیشنهاد کرده است. به دلیل

جدول ۳. مقدار تابع هدف سطح بالای مسئله در حالت بهینه برای حالتی که فقط در یک کمان مشخص از شبکه‌ی سانحه رخ دهد.

مقدار بهینه ی تابع هدف سطح بالای مسئله												
K=۰/۶		K=۰/۴		K=۰/۲		K=۰/۱		K=۰/۰/۱		شماره ی کمان سانحه		
$\alpha=۰/۹$	$\alpha=۱$	$\alpha=۰/۹$	$\alpha=۱$	$\alpha=۰/۹$	$\alpha=۱$	$\alpha=۰/۹$	$\alpha=۱$	$\alpha=۰/۹$	$\alpha=۱$	$\alpha=۰/۹$	$\alpha=۱$	
۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۸	۱	۱	
۱۸۷/۶۲۶۰	۲۱۷/۴۳۲۴	۱۹۴/۷۰۰۶	۲۲۳/۳۸۷۹	۱۹۴/۷۰۰۶	۲۴۴/۶۰۷۱	۲۲۰/۹۵۷۷	۲۵۴/۰۰۷۱	۲۳۰/۰۲۶۷	۲۶۴/۴۲۶۱	۲	۲	
۲۰۹/۹۴۲۰	۲۲۷/۵۸۳۶	۲۴۴/۱۷۱۸	۲۴۴/۳۴۵۱	۲۴۴/۱۷۱۸	۲۵۴/۰۸۷۷	۲۴۹/۸۱۴۳	۲۵۸/۸۹۲۷	۲۴۵/۲۱۶۵	۲۶۵/۳۲۷۸	۳	۳	
۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۴	۴	
۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۵	۵	
۱۸۸/۱۵۷۲۳	۲۱۶/۵۱۳۳	۱۸۹/۸۱۳۱	۲۱۸/۱۷۴۳	۱۸۹/۸۱۳۱	۲۱۹/۸۴۶۲	۱۹۲/۳۰۸۸	۲۲۰/۶۸۷۰	۱۹۳/۱۲۶۴	۲۲۱/۵۲۳۴	۶	۶	
۱۸۱/۳۵۴۴	۲۰۶/۸۲۵۴	۱۸۱/۳۲۲۲	۲۰۶/۷۷۴۵	۱۸۱/۳۲۲۲	۲۰۶/۷۲۷۴	۱۸۱/۲۸۱۹	۲۰۶/۷۰۳۷	۱۸۱/۲۷۰۷	۲۰۶/۶۷۴۶	۷	۷	
۱۸۲/۶۶۸۸	۲۰۹/۰۳۷۴	۱۸۸/۴۵۳۱	۲۱۸/۸۳۳۱	۱۸۸/۴۵۳۱	۲۵۳/۵۷۹۲	۲۶۲/۹۶۱۹	۳۰۲/۹۰۷۱	۳۱۶/۷۲۱۹	۳۵۲/۸۰۷۳	۸	۸	
۱۸۱/۵۹۳۵	۲۰۷/۱۳۲۴	۱۸۲/۳۳۶۷	۲۰۷/۹۷۶۲	۱۸۲/۳۳۶۷	۲۲۰/۰۶۴۲	۲۳۲/۸۶۹۰	۲۴۴/۱۵۱۴	۲۶۷/۷۰۴۷	۲۷۶/۹۰۴۵	۹	۹	
۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۰	۱۰	
۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۸۱/۴۲۹۵	۲۰۶/۹۳۸۶	۱۱	۱۱	
۱۸۲/۱۷۶۳	۲۱۰/۱۱۹	۱۸۳/۸۷۲۵	۲۱۲/۱۲۱۹	۱۸۳/۸۷۲۵	۲۱۶/۱۹۳۵	۱۹۰/۳۴۱۸	۲۱۸/۷۷۵۹	۱۹۳/۱۸۹۱	۲۲۲/۵۲۳۲	۱۲	۱۲	
۱۸۱/۵۹۲۵	۲۰۷/۰۴۶۲	۱۸۲/۳۰۸۹	۲۰۷/۴۹۷۳	۱۸۲/۳۰۸۹	۲۱۲/۳۵۳۱	۲۰۶/۲۱۴۰	۲۲۰/۱۷۸۵	۲۲۳/۰۰۹۹	۲۱۱/۲۷۲۶	۱۳	۱۳	
۱۸۳/۹۸۵۵	۲۱۱/۲۶۷۳	۱۹۵/۹۱۵۶	۲۳۱/۴۷۱۱	۱۹۵/۹۱۵۶	۲۶۷/۶۴۸۱	۲۴۴/۳۰۶۱	۲۷۸/۰۳۷۸	۲۵۳/۷۷۰۷	۲۸۸/۰۹۷۵	۱۴	۱۴	
۱۷۹/۱۰۷۶	۲۰۰/۳۱۰۶	۱۷۹/۳۶۶۹	۲۰۰/۵۸۶۹	۱۷۹/۳۶۶۹	۲۰۰/۱۸۶۴۲	۱۷۹/۷۶۸۲	۲۰۱/۰۰۳۳	۱۷۹/۹۰۴۹	۲۰۱/۱۴۱۲	۱۵	۱۵	
۲۱۶/۹۶۳۷	۲۱۶/۸۲۳۲	۲۲۴/۴۴۹۷	۲۲۴/۵۲۸۶	۲۲۴/۴۴۸۷	۲۳۴/۴۴۸۷	۲۳۹/۹۱۶۹	۲۳۹/۹۴۷۳	۲۱۵/۹۳۸۶	۲۴۶/۵۲۶۹	۱۶	۱۶	

جدول ۴. شاخص ستبری برای کمان‌های شبکه پیش از بهبود.

شاخص ستبری	زمان سفر		کمان سانحه
	پیش از سانحه	پس از سانحه	
۰,۰۰۰۰	۳۳۶,۷۲۱۴	۳۳۶,۷۲۱۴	۱
۴۴۳,۵۰۴۳	۷۸۰,۲۲۵۷	۳۳۶,۷۲۱۴	۲
۱۲۴,۷۷۴/۹۸۸۸۶	۱۲۵,۱۱۱/۷۱۰۰	۳۳۶,۷۲۱۴	۳
۰,۰۰۰۰	۳۳۶,۷۲۱۴	۳۳۶,۷۲۱۴	۴
۰,۰۰۰۰	۳۳۶,۷۲۱۴	۳۳۶,۷۲۱۴	۵
۲۱,۳۰۸۴	۳۵۸,۰۲۹۸	۳۳۶,۷۲۱۴	۶
-۰,۰۹۸۹	۳۳۶,۶۲۲۵	۳۳۶,۷۲۱۴	۷
۲,۱۰۵/۳۱۲۱	۲,۴۴۲/۰۳۳۴	۳۳۶,۷۲۱۴	۸
۲۰,۰۶۶/۱۴۹۹	۲۰,۴۰۲/۸۷۱۳	۳۳۶,۷۲۱۴	۹
۰,۰۰۰۰	۳۳۶,۷۲۱۴	۳۳۶,۷۲۱۴	۱۰
۰,۰۰۰۰	۳۳۶,۷۲۱۴	۳۳۶,۷۲۱۴	۱۱
۹,۴۵۸۳	۳۴۶,۱۷۹۷	۳۳۶,۷۲۱۴	۱۲
۴,۴۲۶/۴۶۲۲	۹۴,۷۶۳/۱۸۳۶	۳۳۶,۷۲۱۴	۱۳
۴۴۴,۶۲۲۰	۷۸۱,۳۴۳۴	۳۳۶,۷۲۱۴	۱۴
۱۰۹,۵۷۶۰	۴۴۶,۲۹۷۴	۳۳۶,۷۲۱۴	۱۵
۴۹۷,۴۲۹/۷۳۸۶	۴۹۷,۷۶۶/۴۶۰۰	۳۳۶,۷۲۱۴	۱۶

را به تغییر میزان انسداد کمان نشان داده است. اگر فقط ۲۰٪ ظرفیت کمان در دسترس باشد، مقدار بهینه‌ی تابع هدف نسبت به حالت انسداد کامل به شدت کاهش می‌یابد. مقدار تابع هدف برای کمان ۱۵ طی تمامی سناریوهای انسداد کمتر از سایر کمان‌هاست. هر چند میزان شاخص ستبری کمان مذکور نسبت به کمان‌هایی، مانند: کمان‌های ۹، ۱۳ و ۱۶ ناچیز است، اما همچنان مقداری مثبت است و این نشان می‌دهد با حذف کمان مذکور از شبکه‌ی زمان سفر کل شبکه افزایش یافته است. در باره‌ی کمان ۱۴ مشاهده می‌شود که بین مقادیر بهینه‌ی تابع هدف برای

مقادیر ۰/۰۰۱، ۰/۱، ۰/۲، ۰/۴ و ۰/۶، برای K در نظر گرفته شده است. اتخاذ مقدار صفر برای K ، نشان‌دهنده‌ی انسداد کامل کمان است، اما به دلیل مشکلات محاسباتی از مقدار ۰/۰۰۱ برای مدل کردن حالت انسداد کامل استفاده شده است. برای حل مدل لازم است احتمال وقوع سانحه در هر کمان از پیش تعیین شده باشد. در مطالعه‌ی حاضر فرض شده است که احتمال وقوع سانحه در تمامی کمان‌ها یکسان باشد. به این ترتیب وزن سناریوی وقوع سانحه در هر یک از کمان‌ها در مسئله یکسان خواهد بود.

همچنین در مدل توسعه یافته این امکان فراهم شده است که بخشی از تقاضا، که به دلیل وقوع سانحه پاسخ داده نمی‌شود، در مدل وارد شود. μ نسبتی از تقاضاست که باید پاسخ داده شود. مطابق رابطه‌ی ۲۶، کران بالای آن ۱ است و بدان معناست که تمامی تقاضا پاسخ داده شود. کران پایین μ (یا همان α)، کمیته‌ی نسبتی از تقاضاست که انتظار می‌رود پاسخ داده شود؛ که در مطالعه‌ی حاضر دو مقدار ۰/۹ و ۱ اختیار شده است.

برای آن‌که بتوان مقایسه‌ی بهتری انجام داد، در ابتدا مسئله برای حالتی حل شده است که فقط در یک کمان مشخص از شبکه‌ی سانحه رخ دهد. مقدار تابع هدف سطح بالای مسئله در هر یک از این حالت‌ها برای سناریوهای مختلف میزان انسداد و تقاضای پاسخ داده شده در جدول ۳ ارائه شده است. در جدول ۴، نیز شاخص ستبری معرفی شده توسط اسکات و همکاران (۲۰۰۶)^[۱]، برای تمامی کمان‌های شبکه‌ی اولیه (بهبود نیافته) محاسبه شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، تابع هدف سطح بالای مسئله در جدول ۴، برای کمان‌هایی ثابت است که شاخص ستبری آنها صفر یا مقدار بسیار ناچیزی است.

در واقع جریان عبوری از کمان‌های اخیر در شرایط تعادل قطعی کاربر در حالتی که هیچ سانحه‌ی در شبکه رخ ندهد است، برابر صفر است. به همین دلیل حتی حذف کمان مذکور از شبکه، تأثیری در جواب نهایی نخواهد داشت. در شکل ۲، تغییر مقادیر بهینه‌ی تابع هدف سطح بالای مسئله تحت سناریوهای مختلف میزان انسداد کمان مشاهده می‌شود، که مطابق آن، کمان ۸ بیشترین حساسیت

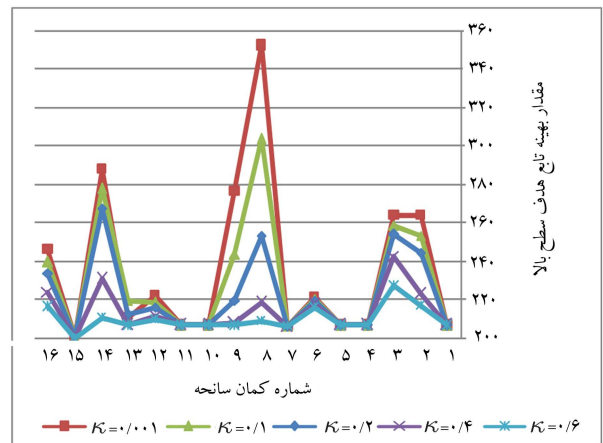
کمان ۸ نسبت به شاخص ستبری کمان‌هایی مانند کمان‌های ۳ و ۱۶ بسیار ناچیز است. شاخص ستبری معرف هزینه‌ی است که در صورت حذف یک کمان از شبکه به کاربران تحمیل می‌شود. اما آنچه که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، کمینه‌ی مجموع زمان سفر کل شبکه و هزینه‌ی بهبودی است که برای شبکه بدون کمان مورد نظر قابل حصول است. اگرچه اسکات و همکاران (۲۰۰۶)، [۱۰] بیان کرده‌اند که شاخص ستبری شبکه، معیار مناسبی برای گسترش شبکه است؛ اما همان‌طور که نشان داده شده است، این معیار نمی‌تواند معیار مناسبی برای تصمیم‌گیری توسعه‌ی شبکه باشد، هر چند معیار بسیار مهمی برای مدیریت روزانه‌ی شبکه است.

میزان انسداد هر کمان نیز در کنار موضوع اخیر، که کدام کمان دچار انسداد می‌شود، اهمیت بسیاری دارد. به‌عنوان مثال، برای حالتی که فقط ۲۰٪ ظرفیت کمان سانحه قابل استفاده باشد، مسئله‌ی مربوط به وقوع سانحه در کمان ۱۴ (انسداد نسبی کمان ۱۴) بیشترین مقدار بهینه‌ی تابع هدف را دارد و در حالی که کمان سانحه کاملاً مسدود شود، کمان ۸ بیشترین مقدار بهینه‌ی تابع هدف را دارد.

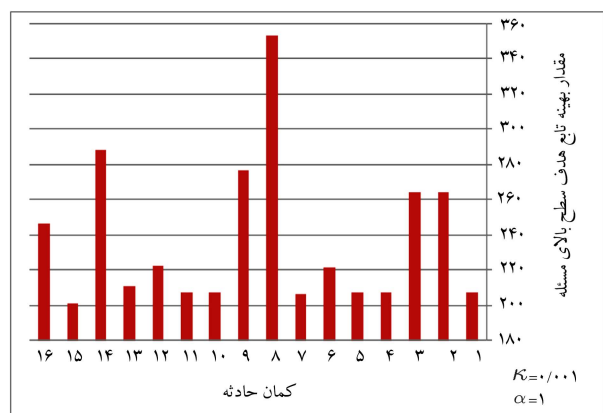
نتایج به دست آمده از حل مدل طراحی شبکه‌ی حمل‌ونقل بر مبنای معیار قابلیت بقای شبکه با پاسخ قطعی کاربران و نیز مدل برنامه‌ی خطی مختلط - عدد صحیح بر مبنای کمان (LMILP)، ارائه شده توسط لواتپ و همکاران (۲۰۱۱)، [۷]، به‌عنوان حالت بهینه در جدول ۵ ارائه شده است. در این جا برای سادگی، از اختصار DSNDP ۲۱ برای معرفی مسئله‌ی طراحی شبکه‌ی حمل‌ونقل بر مبنای معیار قابلیت بقای شبکه با پاسخ قطعی کاربران استفاده شده است.

مقادیر بهینه‌سازی این دو در بسیاری از موارد نزدیک به یکدیگرند و تفاوت‌های ناچیزی مشاهده می‌شود. در مدل DSNDP، برنامه‌ی بهبود شامل کمان‌هایی شده است که جریان تعادل قطعی کاربری کمان‌های مذکور صفر است، در حالی که در LMILP برنامه‌ی بهبودی برای کمان‌های اخیر داده نمی‌شود. باید توجه داشت کمان‌هایی که در حالت عادی شبکه، جریان تعادل قطعی کاربری آنها صفر است، در صورت بروز سانحه در یک کمان مشخص ممکن است به‌عنوان یک کمان جایگزین عمل کنند و جریانی که نتوانسته است از کمان آسیب دیده عبور کند را از خود عبور دهند. به همین دلیل برنامه‌ی توسعه شامل کمان‌های اخیر نیز شده است، تا در صورت بروز سانحه در یک کمان و مسیریابی مجدد تقاضا، تأخیر به میزان کمینه باشد. به‌عنوان مثال، شاخص ستبری کمان ۱، صفر است و در حالت بدون سانحه، جریان تعادل قطعی کاربری آن نیز صفر است؛ بنابراین در صورت انسداد کمان ۱، زمان سفر کل شبکه تغییری نخواهد کرد؛ اما در کمان اخیر در صورت بروز سانحه در کمان ۲ به‌عنوان یک جایگزین اساسی عمل می‌کند و در صورت داشتن ظرفیت کافی می‌تواند جریانی که دیگر نمی‌تواند از کمان ۲ عبور کند، را از خود عبور دهد. به همین دلیل برنامه‌ی توسعه‌ی کمان در مدل DSNDP شامل کمان ۲ نیز شده است.

برای بررسی کارایی هر یک از برنامه‌های بهبود در شرایط عادی و شرایط بروز سانحه، هر یک از برنامه‌های بهبود شبکه‌ی معرفی شده در جدول ۵ به شبکه اعمال و زمان سفر کل شبکه در حالت عادی و پس از بروز سانحه در هر کمان محاسبه شده است. مقادیر زمان سفرهای ذکر شده در جدول ۵ ارائه شده است. برای مقایسه‌ی بهتر، مقادیر اخیر در شکل ۴ به‌صورت گرافیکی ترسیم شده‌اند. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد در حالت عادی شبکه (بدون شکست)، زمان سفر کل شبکه طی بهبود مدل DSNDP اندکی کمتر از زمان سفر کل طی بهبود مدل LMILP است. در صورت بروز سانحه در هر یک از کمان‌ها نیز شبکه‌ی بهبود یافته با مدل DSNDP عملکرد بهتری نسبت به شبکه‌ی بهبود یافته با مدل LMILP به نمایش گذاشته



شکل ۲. مقدار بهینه‌ی تابع هدف سطح بالای مسئله برای سناریوهای مختلف میزان انسداد.



شکل ۳. مقدار بهینه‌ی تابع هدف سطح بالای مسئله برای سناریوی انسداد کامل و پاسخ‌گویی به تمامی تقاضا.

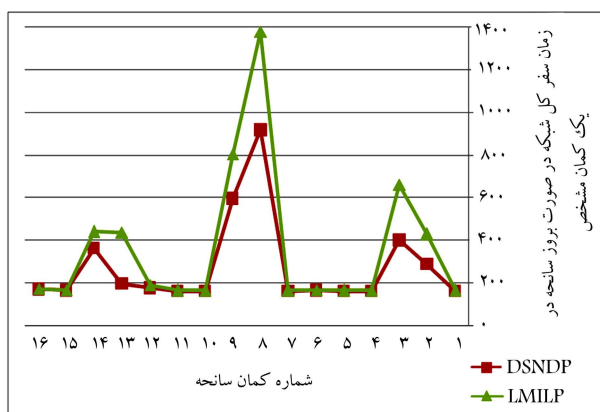
حالت‌هایی که کمان مسدود است و حالتی که فقط ۲۰٪ ظرفیت در دسترس است، حدود ۲۰ واحد اختلاف وجود دارد؛ اما اختلاف اخیر بین حالت ۲۰٪ ظرفیت تا حالت ۴۰٪ ظرفیت، حدود ۴۰ واحد است. توجه به میزان حساسیت تابع هدف به میزان انسداد هر کمان برای مدیر شبکه، اهمیت اساسی دارد. به‌عنوان مثال، در صورت بروز سانحه در کمان ۸، بازگشایی فقط ۱۰٪ ظرفیت کمان اخیر می‌تواند تأثیر بسزایی در کل شبکه داشته باشد. اما در صورت بروز سانحه در کمان ۳، بازگشایی ۱۰٪ ظرفیت چندان تأثیری در وضعیت کل شبکه ندارد.

لذا یک حالت خاص از ترکیب سناریوهای انسداد و پاسخ‌گویی به تقاضا در نظر گرفته می‌شود. بدترین حالت ممکن این است که کمان کاملاً مسدود شود و تمامی تقاضا نیز باید پاسخ داده شود. مقدار بهینه‌ی تابع هدف سطح بالای مسئله برای بروز سانحه در هر کمان از شبکه طی سناریوی انسداد کامل ($\alpha = 0/0/1$) پاسخ‌گویی به تمامی تقاضا ($\alpha = 1$) در شکل ۳ مشاهده می‌شود. در واقع، حل مسئله‌ی طراحی شبکه برای حالتی که یک کمان مسدود شده است، هم‌ارز حل مسئله‌ی است که کمان حادثه از شبکه حذف شده است. تابع هدف مسئله، مجموع کل زمان سفر شبکه و هزینه‌ی بهبود شبکه است.

مطابق شکل ۳، بیشترین مقدار بهینه‌ی تابع هدف متعلق به حالتی است که کمان ۸ از شبکه حذف شده است. این در حالی است که شاخص ستبری

جدول ۵. برنامه‌ی بهبود کمان‌های شبکه و زمان سفر کل شبکه پس از بروز سانحه در هر یک از کمان‌ها (T) با استفاده از مدل‌های DSNDP و LMILP.

برنامه‌ی بهبود				شماره‌ی کمان
LMILP		DSNDP		
T	Y	T	Y	
۱۶۳,۶۱	۰,۰۰۰۰	۱۶۱,۶۴	۰,۷۶۲۹	۱
۴۲۸,۱۹	۰,۰۰۰۰	۲۸۷,۷۴	۰,۰۰۰۰	۲
۶۵۹,۲۴	۰,۰۰۰۰	۳۹۷,۸۹	۰,۶۰۵۵	۳
۱۶۳,۶۱	۰,۰۰۰۰	۱۶۱,۶۴	۰,۱۹۳۸	۴
۱۶۳,۶۱	۰,۰۰۰۰	۱۶۱,۶۴	۰,۳۹۳۵	۵
۱۶۵,۶۱	۵,۲۴۰۰	۱۶۳,۱۶	۵,۶۲۸۳	۶
۱۶۳,۶۱	۰,۰۰۰۰	۱۶۱,۶۴	۰,۰۰۰۰	۷
۱۳۷۸,۶۷	۰,۰۰۰۰	۹۱۶,۰۹	۰,۰۰۰۰	۸
۸۰۲,۸۹	۰,۰۰۰۰	۵۹۳,۳۵	۰,۰۰۰۰	۹
۱۶۳,۶۱	۰,۰۰۰۰	۱۶۱,۶۴	۰,۱۸۴۸	۱۰
۱۶۳,۶۱	۰,۰۰۰۰	۱۶۱,۶۴	۰,۲۰۶۰	۱۱
۱۸۸,۰۰	۰,۰۰۰۰	۱۷۵,۲۳	۰,۸۱۶۹	۱۲
۴۳۶,۷۵	۰,۰۰۰۰	۱۹۵,۶۹	۰,۰۰۰۰	۱۳
۴۳۸,۱۵	۰,۰۰۰۰	۳۶۲,۸۷	۰,۰۰۰۰	۱۴
۱۶۴,۶۸	۰,۰۰۰۲۰	۱۶۲,۴۵	۲,۱۱۰۸	۱۵
۱۷۲,۶۹	۷,۵۸۵۰	۱۶۸,۹۶	۵,۸۷۹۶	۱۶
۱۹۹,۶۶۲۷		۲۲۵,۱۳۱۱		مقدار تابع هدف سطح بالای مسئله
۳۶۳,۵۳		۲۷۴,۵۸		میانگین زمان سفر کل
۱۶۳,۶۱		۱۶۱,۶۴		زمان سفر کل شبکه در حالت بدون شکست



شکل ۴. زمان سفر کل شبکه پس از بروز سانحه در هر یک از کمان‌ها با استفاده از مدل‌های DSNDP و LMILP.

از برنامه‌های ذکر شده به شبکه اعمال و سپس مقادیر زمان سفر کل شبکه پس از وقوع سانحه در هر یک از کمان‌های شبکه محاسبه و در جدول ۶ ارائه شده‌اند. برای مقایسه‌ی بهتر، مقادیر ذکر شده در شکل ۵ به صورت گرافیکی مشاهده می‌شوند. شبکه‌های بهبود یافته طی برنامه‌ی به دست آمده از هر دو مدل، تقریباً عملکرد

است. البته هزینه‌ی بهبود شبکه در مدل DSNDP بیشتر از هزینه‌ی بهبود در مدل LMILP است.

لازم به ذکر است که در مطالعه‌ی حاضر، سقفی برای هزینه در نظر گرفته نشده و تلاش مسئله، کمیته‌سازی مجموع هزینه‌ی بهبود و کل زمان سفر شبکه بوده است. اولین دلیلی که هزینه‌ی بهبود مقید نشده است، این است که نتایج به دست آمده را با نتایج پیشین، به ویژه مطالعات لواتپ و همکاران (۲۰۱۱) [۷] مقایسه کرد. دلیل دوم، مقید نکردن هزینه‌ی به دست آوردن حالت بهینه‌ی موازنه‌ی زمان سفر و هزینه‌ی بهبود است.

۲.۴. حل مدل طراحی شبکه‌ی حمل و نقل بر مبنای معیار قابلیت

بقای شبکه با پاسخ احتمالی کاربران برای مقایسه‌ی بهتر، سطح پایین مسئله‌ی ارائه شده توسط لواتپ و همکاران (۲۰۱۱) [۷] با مدل تعادل احتمالی کاربر بر مبنای تئوری حسرت جایگزین و حل شده است. برای سادگی، مدل مذکور به اختصار SLMILP^{۲۲} و مدل طراحی شبکه بر مبنای معیار قابلیت بقای شبکه با پاسخ احتمالی کاربران به اختصار SSNDP^{۲۳} نامیده شده است. نتایج به دست آمده از حل دو مدل اخیر در جدول ۶ ارائه شده است. برای بررسی عملکرد برنامه‌ی بهبود به دست آمده از هر یک از مدل‌ها، هر یک

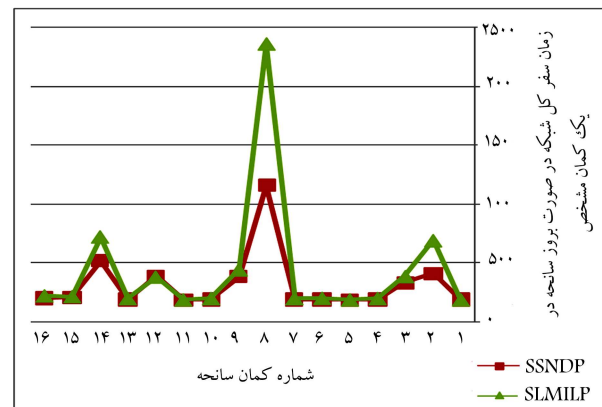
جدول ۶. نتایج به دست آمده از حل مدل‌های SSNDP و SLMILP.

SLMILP			SSNDP			شماره‌ی کمان
زمان سفر کل شبکه پس از وقوع سانحه در یک کمان	جریان کمان	برنامه‌ی بهبود	زمان سفر کل شبکه پس از وقوع سانحه در یک کمان	جریان کمان	برنامه‌ی بهبود	
۱۹۰,۴۶۰۷	۱,۱۸	۰,۰۰۰۰	۱۸۸,۶۸۰۴	۱,۲۶	۱,۰۷۰۲	۱
۶۹۲,۱۶۹۱	۳,۸۲	۰,۰۰۰۰	۴۱۱,۲۵۴۸	۳,۷۴	۰,۰۰۰۰	۲
۳۸۷,۳۷۰۳	۴,۸۳	۰,۰۰۰۰	۳۲۹,۷۹۹۱	۴,۵۱	۰,۵۱۳۶	۳
۲۰۲,۰۹۸۴	۰,۰۰	۰,۰۰۰۰	۱۸۸,۶۳۰۴	۰,۰۰	۰,۰۰۰۰	۴
۱۹۰,۳۸۹۷	۱,۱۸	۰,۰۰۰۰	۱۸۶,۷۴۵۱	۱,۲۶	۰,۸۰۷۶	۵
۲۰۳,۶۸۴۶	۵,۱۷	۱۲,۵۹۸۳	۱۹۱,۳۹۵۷	۵,۴۹	۱۲,۰۲۵۱	۶
۲۰۲,۰۹۸۴	۰,۰۰	۰,۰۰۰۰	۱۸۸,۶۳۰۴	۰,۰۰	۰,۲۹۴۲	۷
۲۳۵۹,۲۲۱	۳,۸۲	۰,۰۰۰۰	۱۱۵۴,۲۶۴	۳,۷۴	۰,۰۰۰۰	۸
۴۴۴,۹۱۴۴	۴,۸۳	۰,۰۰۰۰	۳۸۲,۸۳۳۶	۴,۵۱	۰,۰۰۰۰	۹
۲۰۲,۰۹۸۴	۰,۰۰	۰,۰۰۰۰	۱۸۸,۶۳۰۴	۰,۰۰	۰,۰۰۰۰	۱۰
۱۹۰,۴۶۰۱	۱,۱۸	۰,۰۰۰۰	۱۸۷,۲۰۷۳	۱,۲۶	۰,۴۰۸۶	۱۱
۳۸۴,۲۲۳۱	۵,۱۷	۲,۳۸۴۵	۳۸۷,۹۴۳۸	۵,۴۹	۲,۹۰۰۲	۱۲
۲۰۲,۰۹۸۴	۰,۰۰	۰,۰۰۰۰	۱۸۸,۶۳۰۴	۰,۰۰	۰,۰۰۰۰	۱۳
۷۲۴,۱۲۰۹	۳,۸۲	۰,۰۰۰۰	۵۱۷,۹۷۹۴	۳,۷۴	۰,۰۰۰۰	۱۴
۲۱۷,۹۱۲۳	۴,۸۳	۳,۹۹۱۲	۲۰۷,۶۴۱۲	۴,۵۱	۳,۳۳۸۲	۱۵
۲۲۴,۰۹۴۹	۵,۱۷	۳,۵۱۸۶	۲۰۳,۳۶۰۱	۵,۴۹	۴,۳۶۰۸	۱۶
۲۴۱,۲۳۸۹			۲۶۳,۸۵۲۳			مقدار تابع هدف

همکاران (۲۰۰۶)^[۱۰] شاخص ستبری شبکه، معیار مناسبی برای گسترش شبکه نیست، هر چند معیار بسیار مهمی برای مدیریت روزانه‌ی شبکه است. شاخص ستبری معرف هزینه‌ی است که در صورت حذف یک کمان از شبکه به کاربران تحمیل می‌شود. اما آنچه که در مدل طراحی بر مبنای قابلیت بقا مطرح است، دست‌یابی به برنامه‌ی بهینه‌ی بهبود در صورت انسداد هر کمان است. هر چند ممکن است طبق شاخص ستبری یک کمان اساسی باشد، اما در نبود آن با بهبود و افزایش ظرفیت کمان‌های جایگزین ممکن است شبکه همچنان عملکرد مطلوبی داشته باشد.

همچنین باید به این نکته توجه کرد که حساسیت کمان‌ها نسبت به میزان انسداد، به طور خطی تغییر نمی‌کند و ممکن است کمان‌های متفاوتی در میزان انسدادهای متفاوت، بیشترین تأثیر را در بهبود شبکه ایفا کنند.

از مشاهدات ارزشمند دیگر در مطالعه‌ی حاضر می‌توان به این نکته اشاره کرد که کمان‌هایی که در حالت عادی شبکه، جریان تعادل قطعی کاربری آنها صفر است، در صورت بروز سانحه در یک کمان مشخص ممکن است به عنوان یک کمان جایگزین عمل کنند و جریانی که نتوانسته است از کمان آسیب‌دیده عبور کند، را از خود عبور دهند. به همین دلیل، برنامه‌ی توسعه‌ی ارائه شده در مطالعه‌ی حاضر برخلاف مدل لواتپ و همکاران (۲۰۱۱)^[۷] شامل کمان‌های مذکور نیز شده است تا در صورت بروز سانحه در یک کمان و مسیریابی مجدد تقاضا، تأخیر به میزان کمینه باشد. همین امر سبب شد در صورت بروز سانحه در هر یک از کمان‌ها، شبکه‌ی بهبود یافته با مدل DSNDP عملکرد بهتری نسبت به شبکه‌ی بهبود یافته با مدل LMILP به نمایش گذارد. البته هزینه‌ی بهبود شبکه در مدل DSNDP بیشتر از هزینه‌ی بهبود در مدل LMILP است.



شکل ۵. زمان سفر کل شبکه پس از بروز سانحه در هر یک از کمان‌ها پس اعمال برنامه‌ی بهبود شبکه‌ی به دست آمده از مدل‌های SSNDP و SLMILP.

نزدیکی به هم دارند. عملکرد مدل SSNDP هنگام بروز سانحه در کمان ۸ بسیار چشم‌گیر است. در مورد وقوع سانحه در کمان‌های ۲ و ۱۴ به ترتیب ۲۸۰ و ۲۰۶ واحد اختلاف بین زمان سفر کل شبکه مشاهده می‌شود. مدل SSNDP در مجموع عملکرد بهتری را به نمایش گذاشته است.

۵. نتیجه‌گیری

از مطالعه‌ی حاضر می‌توان چنین نتیجه گرفت که برخلاف نظر اسکات و

پانوشتها

1. wardrop
2. variational inequality
3. Ukkusuri
4. intrinsic flexibility
5. extrinsic flexibility
6. day-to-day functionality
7. survivability
8. connectivity
9. Scott
10. network robustness index
11. Rios
12. diversification
13. reservation
14. Daganzo & Sheffi
15. Loomes & Sugden
16. regret
17. Chorus
18. non-smooth
19. Luathep
20. Maple
21. deterministic survivable network design program (DSNDP)
22. stochastic link based mixed-integer linear program (SLMILP)
23. deterministic survivable network design program (SSNDP) stochastic

منابع (References)

1. Morlok, E.K. and Chang, D.J. "Measuring capacity flexibility of a transportation system", *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, **38**(6), pp. 405-420 (2004).
2. Uchida, K., Sumalee, A., Watling, D. and et al. "A study on network design problems for multi-modal networks by probit-based stochastic user equilibrium", *Networks and Spatial Economics*, **7**(3), pp. 213-240 (2007).
3. Farahani, R.Z., Miandoabchi, E., Szeto, W.Y. and et al. "A review of urban transportation network design problems", *European Journal of Operational Research*, **229**(2), pp. 281-302 (2013).
4. Mai, T., Bastin, F. and Frejinger, E. "On the similarities between random regret minimization and mother logit: the case of recursive route choice models", *Journal of Choice Modelling*, **23**(Supplement C), pp. 21-33 (2017).
5. Diecidue, E. and Somasundaram, J. "Regret theory: a new foundation", *Journal of Economic Theory*, **172**(Supplement C), pp. 88-119 (2017).
6. Zhang, H. and Gao, Z. "Bilevel programming model and solution method for mixed transportation network design problem", *Journal of Systems Science and Complexity*, **22**(3), pp. 446-459 (2009).
7. Luathep, P., Sumalee, A., Lam, W.H.K. and et al. "Global optimization method for mixed transportation network design problem: a mixed-integer linear programming approach", *Transportation Research: Part B*, **45**(5), pp. 808-827 (2011).
8. Ukkusuri, S.V. and Patil, G.R. "Multi-period transportation network design under demand uncertainty", *Transportation Research Part B: Methodological*, **43**(6), pp. 625-642 (2009).
9. Chen, A. and Kasikitwiwat, P. "Modeling capacity flexibility of transportation networks", *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, **45**(2), pp. 105-117 (2011).
10. Scott, D.M., Novac, D.C., Aultman-Hall, L. and et al. "Network robustness index: a new method for identifying critical links and evaluating the performance of transportation networks", *Journal of Transport Geography*, **14**(3), pp. 215-227 (2006).
11. Bell, M.G.H. "A game theory approach to measuring the performance reliability of transport networks", *Transportation Research Part B*, **34**, pp. 533-545 (2000).
12. Sumalee, A., Watling, D. and Nakayama, S. "Reliable network design problem: case with uncertain demand and total travel time reliability", *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, **1964**(1), pp. 81-90 (2006).
13. Liu Y. and Trivedi, K.S. "A general framework for network survivability quantification", *MMB & PGTS 2004, 12th GI/ITG Conference on Measuring and Evaluation of Computer and Communication Systems (MMB) together with 3rd Polish-German Teletraffic Symposium (PGTS)*, Germany, (2004).
14. Rios, M., Marianov, V. and Gutierrez, M. "Survivable capacitated network design problem: new formulation and Lagrangean relaxation", *Journal of the Operational Research Society*, **51**(5), pp. 574-582 (2000).
15. Ort'uzar, J.d.D. and Willumsen, L.G., *Modelling Transport*, 4th Edition ed., John Wiley & Sons (2011).
16. Sheffi, Y. "Urban transportation networks", *Englewood Cliffs: Prentice-Hall, Inc.*, Englewood Cliffs, M.J., USA (1985).
17. Daganzo, C.F. and Sheffi, Y. "On stochastic models of traffic assignment", *Transportation Science*, **11**(3), pp. 253-274 (1977).
18. Loomes, G. and Sugden, R. "Testing for regret and disappointment in choice under uncertainty", *The Economic Journal*, **97**, pp. 118-129 (1987).
19. Chorus, C.G., Arentze, T.A. and Timmermans, H.J.P. "A comparison of regret-minimization and utility-maximization in the context of travel mode-choices", *Proceedings of 87th Annual Meeting of the Transportation Research Board*, Washington D.C., USA: Transportation Research Board (2008).
20. Chorus, C.G., Arentze, T.A. and Timmermans, H.J.P. "A random regret-minimization model of travel choice", *Transportation Research Part B*, **42**(1), pp. 1-18 (2008).
21. Bell, D.E. "Regret in decision making under uncertainty", *Operations Research*, **30**(5), pp. 961-981 (1982).
22. Chorus, C.G. "A new model of random regret minimization", *European Journal of Transport and Infrastructure Research*, **10**(2), pp. 181-196 (2010).
23. Chiou, S.-W. "Bilevel programming for the continuous transport network design problem", *Transportation Research Part B: Methodological*, **39**(4), pp. 361-383 (2005).