

# مطالعه‌ی آزمایشگاهی فرآب ناشی از پایه‌ی کج پل با مقطع دایره‌ی شکل

افسانه نوبخت دلیر (کارشناس ارشد)

دانشکده‌ی هندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

مسعود قدسیان\* (استاد)

پژوهشکده‌ی هندسی آب، دانشکده‌ی هندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

مجتبی هوراین (استادیار)

دانشکده‌ی فنی و هندسی، دانشگاه خوارزمی

مهمشنسی عمران شریف، (همار ۱۳۹۹) دوری ۲ - ۶۳، شماره ۷ / ۱۰ ص. ۱۳۴-۱۳۵، (پادشاهی قم)

مطالعه‌ی آزمایشگاهی حاضر با هدف بررسی اثر پارامترهای مختلف در میزان فرآب انجام شده است. در مطالعه‌ی حاضر، اثر زاویه‌ی پایه‌ی پل به سمت پایین دست، به سمت بالا دست و به سمت دیواره‌ی کanal و همچنین اثر عدد فرود جریان و نسبت تنگ شدنگی بر میزان فرآب بررسی شده است. برای طراحی آزمایش‌ها و تحلیل نتایج از نرم‌افزار طراحی آزمایش (Design-Expert) استفاده و با انعام ۵۴ آزمایش به بررسی اثر کج شدنگی پایه‌ی استوانه‌ی شکل در سه راستا بر عمق جریان پرداخته شده است. نتایج نشان داد با افزایش زاویه‌ی کج شدنگی پایه به سمت پایین دست و به سمت دیواره‌ی کanal، فرآب افزایش می‌یابد. در حالی که با افزایش زاویه‌ی کج شدنگی پایه به سمت بالا دست، فرآب افزایش می‌یابد. البته تأثیر زاویه‌ی کج شدنگی پایه در میزان فرآب افزایش می‌یابد. علاوه بر این مشخص شد پارامترهایی که نسبت تنگ شدنگی فرآب افزایش می‌یابد. علاوه بر این مشخص شد پارامترهایی که بیشترین اثر را در میزان فرآب دارند، عدد فرود جریان و نسبت تنگ شدنگی هستند. در پایان نیز رابطه‌ی تجربی برای محاسبه‌ی مقدار فرآب ارائه شده است.

afsaneh.nobakht@modares.ac.ir  
ghods@modares.ac.ir  
mehraein@khu.ac.ir

وازگان کلیدی: فرآب، پایه‌ی کج پل، طراحی آزمایش، عدد فرود، نسبت تنگ شدنگی.

## ۱. مقدمه

ارتفاع آب پیش‌بینی شده بستگی خواهد داشت و لذا لازم است جهت طراحی بهینه‌ی پل، میزان تأثیر مجموعه‌ی از پایه‌ها را در شرایط خاص حاکم بر رودخانه در حد قابل قبول و نسبتاً دقیق بررسی کرد. با توجه به اهمیت موضوع ذکر شده، پژوهشگران زیادی از سال‌های پیشین در این زمینه مطالعات علمی فراوانی انجام داده و تاکنون روش‌های مختلفی برای محاسبه‌ی فرآب ناشی از ساخت تکیه‌گاه و پایه‌های پل ارائه کرده‌اند. بارنل (۱۹۳۴)، آزمایش‌های زیادی در مورد آثار انسدادی پایه‌های پل با شکل‌های مختلف در جریان آب انجام داده و با درنظر گرفتن عدد فرود جریان، تنگ شدنگی ناشی از پایه و شکل پا، روش تجربی و ترسیمی خود را برای محاسبه‌ی فرآب ارائه کرده است.<sup>[۱]</sup> روش USGS<sup>۱</sup> یکی از بزرگ‌ترین و جامع‌ترین تحقیقات جریان عبوری از تکیه‌گاه‌های مستطیل‌شکل است که توسط ماهانی (۱۹۶۷) توسعه یافته است.<sup>[۲]</sup> بردلی (۱۹۷۸) در مطالعات آزمایشگاهی خود با درنظر گرفتن عدد فرود جریان و تنگ شدنگی ناشی از تکیه‌گاه‌های پل، رابطه‌ی برای محاسبه‌ی فرآب ارائه کرده است. که به عنوان روش USBPR<sup>۲</sup> نیز شناخته شده است.<sup>[۳]</sup> پژوهشگران دیگری نیز با مطالعات آزمایشگاهی، روش‌های مختلفی برای

احادث پل در مسیر رودخانه، تکیه‌گاه‌ها و پایه‌های پل باعث کاهش عرض طبیعی جریان و ایجاد تنگ شدنگی در مسیر جریان می‌شود. در نتیجه‌ی تنگ شدنگی ایجاد شده، تراز آب در بالا دست افزایش می‌یابد که به آن فرآب می‌گویند.<sup>[۴]</sup> اهمیت افزایش تراز ذکر شده هنگامی مشخص می‌شود که لازم باشد مناطق خاص و مهمی در بالا دست پل در برابر سیلاب محافظت شوند. بنابراین فرآب، یکی از نگرانی‌های مهم در طراحی و ساخت یک پل است و پیش از احداث پل، باید براورده متوسط از آن به دست آید و براساس محاسبات انجام شده، عملیات ساماندهی لازم برای بالا دست پل تعیین شود. اهمیت اثر فرآب ایجاد شده در بالا دست پل در براورد اقتصادی تراز آب رودخانه نیز مشخص می‌شود. اگر به عمل وجود مناطق خاص و معین در اطراف و بالا دست رودخانه، نیاز به عملیات ساماندهی و همچنین محافظت کناره‌های رودخانه به خصوص به هنگام وقوع سیل باشد، هرینه‌های موردنیاز مستقیماً به

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۵/۰۲/۱۳۹۷، اصلاحیه ۲۳/۵/۱۳۹۷، پذیرش ۷/۶/۱۳۹۷.

DOI:10.24200/J30.2018.50827.2349

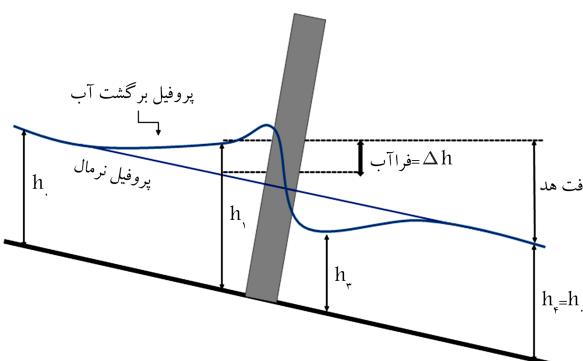
از پایه‌های کج پل در طبیعت را نشان می‌دهد. درخصوص پایه‌ی کج پل، مطالعات محدودی انجام شده است. برخی پژوهشگران<sup>[۱۵]</sup> و<sup>[۲۰]</sup> به برسی اثر کج شدگی پایه‌ی پل دایره‌ی شکل در عمق آب شستگی پرداختند و بیان کردند با افزایش زاویه‌ی کج شدگی پایه به سمت پایین دست، عمق آب شستگی کاهش می‌یابد. همچنین سلیمی<sup>[۱۳]</sup> در برسی آزمایشگاهی آب شستگی اطراف پایه‌ی کج پل در جهت‌های مختلف اظهار داشت که کج شدگی پایه به سمت پایین دست، موجب کاهش عمق آب شستگی و به سمت بالا دست موجب افزایش آن می‌شود. همچنین عمق آب شستگی در پایه‌ی کج شده در صفحه‌ی عمود بر جریان تقریباً با پایه‌ی قائم یکسان است.<sup>[۱۷]</sup> قدسیان و واقفی<sup>[۱۵]</sup> و<sup>[۲۰]</sup> نیز در یک مطالعه‌ی آزمایشگاهی روی آب شستگی پایه‌ی کج به سمت پایین دست و به سمت دیوار جانبی نشان دادند در حالت کج شدگی به سمت پایین دست با افزایش زاویه‌ی کج شدگی، آب شستگی کاهش می‌یابد اما در حالت کج شدگی جانبی، مقدار آن نسبت به حالت قائم تغییری نمی‌کند.<sup>[۱۸]</sup> همچنین کرمی و همکاران<sup>[۲۰]</sup> در برسی تأثیر زاویه‌ی کج شدن پایه به سمت پایین دست در آب شستگی نشان دادند که عمق آب شستگی و ابعاد حفره‌ی آب شستگی با افزایش زاویه‌ی کج شدگی کاهش می‌یابد.<sup>[۲۱]</sup>

لذا هدف از انجام مطالعه‌ی حاضر، برسی تأثیر زاویه و جهت کج شدگی، عدد فرود و نسبت تنگ شدگی در تراز سطح آب، و مقدار فرآب است. با توجه به اینکه فرآب ناشی از پایه‌های قائم پل با شکل‌های مختلف، تاکنون توسط برخی از پژوهشگران بررسی و روش‌های مختلفی برای برآورد آن ارائه شده است، لذا در پژوهش حاضر، اثر کج بودن پایه‌ها در تراز آب و میزان فرآب بررسی شده است، که تاکنون به آن پرداخته نشده است. برای کاهش تعداد آزمایش‌ها از روش طراحی آزمایش استفاده شده است. از جمله اهداف طراحی آزمایش می‌توان به کاهش تعداد آزمایش‌ها، کاهش زمان و هزینه و تعیین متغیرهای مهم اشاره کرد.<sup>[۲۱]</sup> یکی از روش‌های طراحی آزمایش، روش RSM<sup>۵</sup> است. روش RSM موجب کاهش قابل توجه تعداد آزمایش‌ها می‌شود و امکان مطالعه‌ی تعداد زیاد پارامترها را فراهم می‌سازد.<sup>[۲۲]</sup> در روش RSM، یک معادله‌ی ریاضی به منظور تخمین رابطه بین متغیرهای مستقل و پاسخ برآش و شرایط بهینه‌ی متغیرها برای رسیدن به پاسخ نیز تعیین می‌شود.<sup>[۲۳]</sup>

## ۲. مواد و روش‌ها

### ۱. آنالیز ابعادی

شکل ۲، فرآب ناشی از وجود پایه‌ی پل در مسیر جریان را نشان می‌دهد. در ادامه،



شکل ۲. تعریف فرآب برای جریان یکنواخت در عمق.

محاسبه‌ی فرآب ناشی از پایه‌های پل ارائه کردند.<sup>[۶-۴]</sup> همچنین هاشمی<sup>[۱۳]</sup> با درنظر گرفتن پارامترهای: عدد فرود، نسبت تنگ شدگی، زاویه‌ی جهت جریان با محور پایه‌ی پل و شکل پایه، عوامل مؤثر در فرآب را به صورت آزمایشگاهی بررسی کرده است.<sup>[۷]</sup> قدسیان و شنبیعی<sup>[۲۰]</sup> نیز به منظور بررسی اثر شکل پایه‌ی پل در مقدار فرآب، یک مطالعه‌ی آزمایشگاهی انجام دادند و دریافتند که در شرایط جریان مشابه، پایه‌ی مستطیلی شکل، بیشینه‌ی فرآب و پایه‌ی دایره‌ی، کمینه‌ی فرآب را تولید می‌کنند.<sup>[۸]</sup> همچنین داشتمند<sup>[۱۳]</sup> با درنظر گرفتن پارامترهای: عدد فرود، نسبت تنگ شدگی، سمت طول به عرض پایه و زاویه‌ی دایره‌ی پایه با محور پایه‌ی پل به بررسی آزمایشگاهی عوامل مؤثر در فرآب در پایه‌های مستطیلی شکل پرداخته است.<sup>[۹]</sup> سکین و همکاران<sup>[۲۰]</sup> با اطلاعات هیدرولیکی چند سیل در محل پل‌های مختلف روزی رودخانه‌ی می‌سی‌پی و با استفاده از شبکه‌ی عصبی مصنوعی، رابطه‌ی جدیدی برای محاسبه‌ی فرآب ارائه کردند.<sup>[۱۰]</sup> لیو و همکاران<sup>[۲۰]</sup> نیز برای محاسبه‌ی فرآب پل‌های یک و چنددهانه با درنظر گرفتن پارامترهای: نسبت تنگ شدگی، تقارن، زاویه‌ی انحراف و شکل پایه و تکیه‌گاه‌ها از روش لاتیک بولتزمن<sup>۳</sup> استفاده کردند و نشان دادند که روش لاتیک با تقریب مناسبی فرآب را پیش‌بینی می‌کنند.<sup>[۱۱]</sup>

مهدی پور<sup>[۱۳]</sup> هم بخشی از رودخانه‌ی کن تهران را با استفاده از نرم‌افزار HEC-RAS شبیه‌سازی کرد و ضمن بررسی تأثیر متغیرهای مختلف هیدرولیکی، از جمله: شبی، ضرایب زبری بستر، شکل پایه‌ها، زاویه‌ی برخورد جریان به پایه، عرض پایه‌ها، فاصله‌ی دهانه‌ها، عرض عرش و فاصله‌ی بین دو پل بر فرآب نتیجه گرفت در غالب موارد، پل پایین دست در حالت منفرد و موازی به صورت یکسان عمل کرده و تأثیر حالت موازی در پل بالا دست بیشتر بوده است.<sup>[۱۲]</sup> آتابای و همکاران<sup>[۲۰]</sup> نیز از شبکه‌ی عصبی مصنوعی<sup>۴</sup> برای پیش‌بینی فرآب براساس پارامترهای ضریب اصطکاک کاتال اصلی و سیلان داشت، عرض پل و دبی جریان استفاده کردند و اظهار داشتند که مقدار فرآب پیش‌بینی شده توسط مدل ANN بسیار دقیق است.<sup>[۱۳]</sup> همچنین ایشان<sup>[۲۰]</sup> در مطالعه‌ی دیگری با استفاده از یکی از مدل‌های نرم‌افزار HEC-RAS، تأثیر پارامترهای: ضریب زبری مانینگ کاتال اصلی و سیلان داشت، بازشدگی پل، ضریب انبساط و انقباض و دبی جریان را در فرآب بررسی کردند.<sup>[۱۴]</sup>

از مواردی که تاکنون کمتر مورد توجه پژوهشگران قرار داشته است، بحث قرار گرفتن پایه به صورت کج در برابر جریان آب است. در برخی موارد در طبیعت، شمع‌ها و پایه‌های پل را برای افزایش مقاومت در برابر بارهای جانبی یا در موقعیت‌های مکانی و یا معماری خاص از نظر سازه‌ی به صورت کج احداث می‌کنند. شکل ۱، نمونه‌هایی



الف) کشور تایوان؛



ب) استان اصفهان.

شکل ۱. پل‌های ساخته شده با پایه‌های کج.<sup>[۲۴]</sup>

مشاهده می‌شود. در روش ترکیب مرکزی، تعداد آزمایش‌های لازم ( $n$ ) از معادله‌ی ۳ به دست می‌آید:

$$n = Z(2^k + 2k + c) \quad (3)$$

که در آن،  $k$  تعداد عوامل ورودی عددی،  $Z$  تعداد سطوح عوامل ورودی اسمی<sup>۱۰</sup> و  $c$  تعداد آزمایش‌های نقاط مرکزی است.

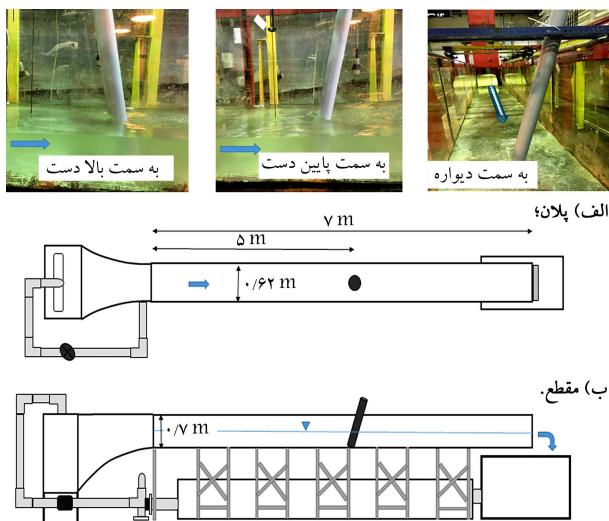
در پژوهش حاضر، عوامل عددی مؤثر ورودی عبارت‌اند از: عدد فرود جریان ورودی، نسبت تنگ‌شدگی و زاویه کج شدن<sup>۱۱</sup> جریان ( $k = 3$ ). همچنین در مطالعه‌ی حاضر، جهت کج شدن<sup>۱۲</sup> پایه به سمت: بالا دست، پایین دست و دیواره‌ی جانبی بررسی شده است؛ بنابراین، یک عامل اسمی نیز در سطح وجود دارد ( $Z = 3$ ). با توجه به عوامل مذکور و در نظر گرفتن نقاط مرکزی با  $4$  تکرار ( $c = 4$ )، تعداد آزمایش‌ها طبق معادله‌ی ۳ برابر با  $54$  آزمایش است. بنابراین روش طراحی آزمایش به روش RSM، تعداد آزمایش‌ها را از  $375$  آزمایش، به  $54$  آزمایش کاهش داد. جدول ۱، عوامل عددی و اسمی مورد بررسی را نشان می‌دهد. اطلاعات بیشتر در خصوص روش مورد استفاده‌ی نرم‌افزار جهت طراحی آزمایش در مرجع<sup>[۱۳]</sup> ارائه شده است.

### ۳. تجهیزات آزمایشگاهی و روش انجام آزمایش

آزمایش‌ها در آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه تربیت مدرس در یک کanal با مقاطع مستطیلی شکل به طول  $7\text{ m}$ ، ارتفاع  $0.62\text{ m}$ ، عرض  $0.7\text{ m}$  و با شیب طولی  $1/50$  انجام شده‌اند. شکل ۴، نمای کلی از کanal مورد استفاده را نشان می‌دهد که مجهز به یک مخزن ورودی است و جریان توسط پمپ به داخل فلوم هدایت می‌شود.

جدول ۱. عوامل اسمی و عددی مورد بررسی در طراحی آزمایش.

		سطح ۳		سطح ۲		سطح ۱		عوامل اسمی	
		دیواره		پایین دست		بالا دست		جهت کج شدن	
(+α)	(+β)	°	°	(-)	(-α)	(-)	(-)	(+, +α)	(-, -α)
۰/۵	۰/۴	۰/۳	۰/۲	۰/۱	σ				
۲۴	۱۸	۱۲	۶	۰	θ				
۰/۵	۰/۴۲۵	۰/۳۵	۰/۲۷۵	۰/۲	Fr.				



شکل ۴. نمای کلی از کanal آزمایشگاهی و نحوه قرارگرفتن پایه‌ها.

با توجه به مطالعات صورت گرفته در زمینه‌ی فرآب،<sup>[۱۴]</sup> پارامترهای معرفی شده، به عنوان پارامترهای مؤثر در فرآب در نظر گرفته شده‌اند.  $B$  عرض کanal،  $h$  عمق نرمال جریان قبل از احداث پایه‌ی بل،  $Q$  دبی جریان،  $D$  قطر پایه،  $g$  شتاب گشتی،  $θ$  زاویه و جهت کج شدن پایه (به سمت: بالا دست، پایین دست و دیواره کanal). در همه مطالعات صورت گرفته در زمینه‌ی فرآب، تمامی پارامترهای مؤثر در نظر گرفته شده‌اند. بنابراین  $Δh$  (میزان فرآب) از رابطه‌ی ۱ محاسبه می‌شود:

$$Δh = f(h_0, B, Q, g, D, θ, Direction) \quad (1)$$

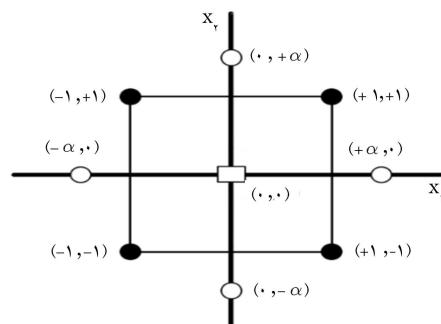
با انتخاب پارامترهای ( $B, g, h_0$ ) به عنوان پارامترهای تکراری و با استفاده از تئوری باکینگهام، مقدار نسبت فرآب  $h_0/Δh$  از رابطه‌ی ۲ به دست می‌آید:

$$\frac{Δh}{h_0} = f(Fr_0, σ, θ, Direction) \quad (2)$$

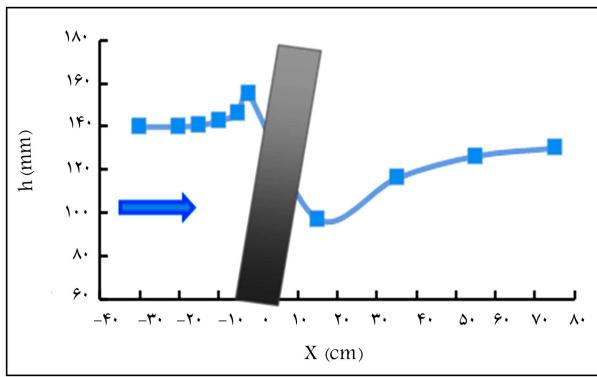
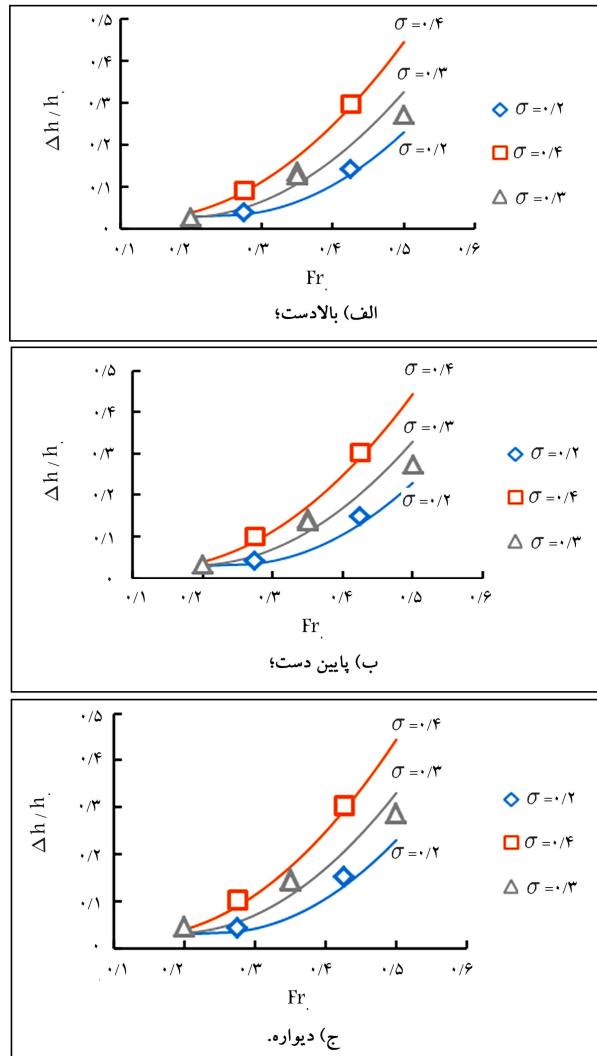
که در آن،  $Fr_0$  عدد فرود جریان با عمق نرمال برابر با  $\frac{Q}{Bh \cdot \sqrt{gh}}$  و  $σ$  نسبت تنگ‌شدگی برابر با  $\frac{D}{B}$  است.

### ۲.۲. طراحی آزمایش‌ها

روش طراحی آزمایش‌ها، یکی از روش‌های آماری مفیدی است که بهوسیله‌ی آن می‌توان متغیرهای کلیدی که در پارامتر موردنظر بررسی اثر می‌گذارند، را شناسایی کرد. با استفاده از روش طراحی آزمایش می‌توان عوامل ورودی قبل از کنترل را تغییر داد و اثر آن‌ها را در پارامترهای خروجی ارزیابی کرد.<sup>[۲۱]</sup> با در نظر گرفتن پارامترهای عدد فرود، نسبت تنگ‌شدگی و زاویه پایه‌ی بل باید  $375$  آزمایش انجام می‌شد که لازمه‌ی کج شدن<sup>۱۵</sup>، به روش فاکتوریل کامل<sup>۶</sup> باید به منظور کاهش آن صرف وقت و هزینه‌ی نسبتاً زیادی است، به همین دلیل به منظور کاهش تعداد آزمایش‌ها از نرم‌افزار طراحی آزمایش،<sup>[۲۵]</sup> برای طراحی آزمایش‌ها استفاده شده است. طراحی آزمایش در بیشتر شاخه‌های علم و پژوهش مهندسی صنایع، مهندسی مواد، مهندسی مکانیک،<sup>[۲۶]</sup> محیط زیست،<sup>[۲۸]</sup> و در مهندسی آب توسط برخی پژوهشگران،<sup>[۲۹]</sup> استفاده شده است. در مطالعه‌ی حاضر، طراحی آزمایش به شیوه‌ی رویه‌ی پاسخ (RSM)<sup>۷</sup> و به روش ترکیب مرکزی (CCD)<sup>۸</sup> انجام شده است. در طراحی آزمایش به شیوه‌ی ترکیب مرکزی،  $5$  سطح  $(-α, -1, 0, +1, +α)$  به ازاء هر عامل عددی<sup>۹</sup> تعریف می‌شود. این شیوه‌ی طراحی،  $3$  گروه از نقاط طراحی با عنوان: نقاط عاملی دوسرطی، نقاط محوری و نقاط مرکزی دارد که در شکل ۳



شکل ۳. نقاط طراحی در روش طراحی ترکیب مرکزی به ازاء دو متغیر ورودی ( $X_2, X_1$ ) □ نقطه مرکزی، ● نقطه عاملی دوسرطی و ○ نقطه محوری.

شکل ۵. پروفیل طولی جریان ( $Fr_0 = 0.425$ ,  $\sigma = 0.2$ ,  $\theta = 18^\circ$ )

شکل ۶. تغییرات نسبت فراآب بر حسب عدد فرود، پایه به سمت‌های مختلف.

که در نمودارهای شکل ۶ مشاهده می‌شود و پژوهشگران پیشین نیز بیان کرده‌اند، عدد فرود، پارامتر مهم و اثرگذاری در نسبت فراآب است. نکته‌ی قابل توجه این است که در نسبت تنگ‌شدگی‌های بیشتر، مقدار نسبت فراآب نسبت به تغییر عدد فرود حساس‌تر است و هر چه نسبت تنگ‌شدگی افزایش یابد، شیب منحنی‌ها نیز افزایش می‌یابد؛ یعنی افزایش عدد فرود به یک میزان، در نسبت تنگ‌شدگی‌های

جدول ۲. مشخصات جریان و پایه‌ی پل در مدل آزمایشگاهی.

۹-۱۸/۱۴	$h_\circ$ (cm)
۱۰-۵۰	$Q(L/s)$
۰-۲۴	$\theta$ (°)
۰.۲-۰.۵	$Fr_0$
۶.۴-۳۱	$D$ (cm)
۰.۱-۰.۵	$\sigma$

دبی جریان ورودی از طریق دبی‌سنج قرار گرفته روی پمپ مشخص می‌شود. در انتهای کanal، به منظور تنظیم ارتفاع سطح آب، دریچه‌ی پروانه‌ی وجود دارد که عمق آب داخل کanal توسط آن تنظیم می‌شود.

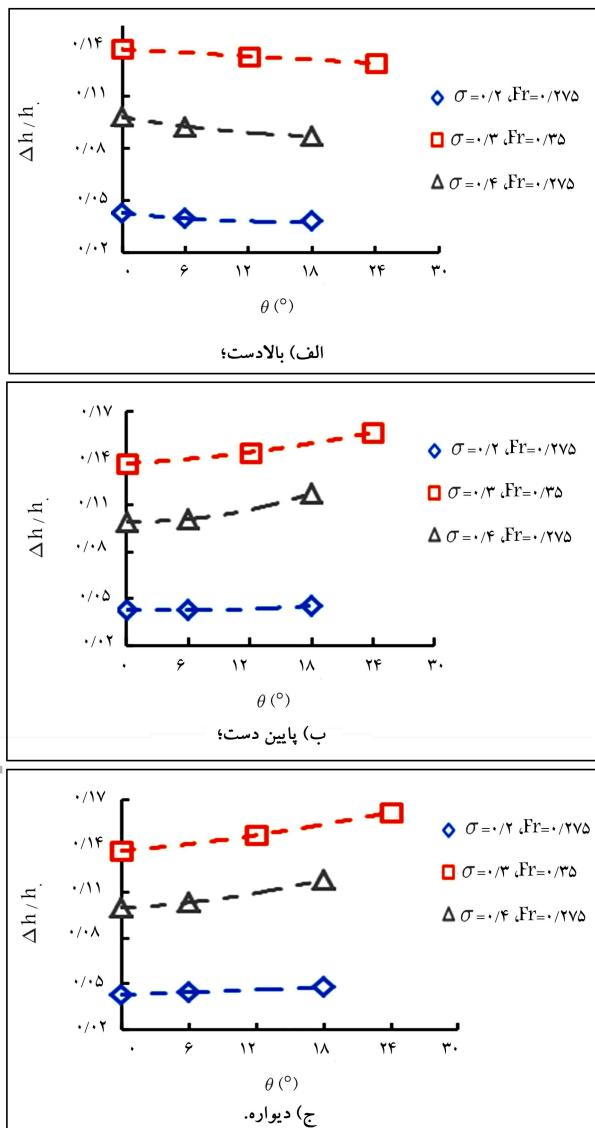
برای مدل‌سازی پایه‌های پل استوانه‌ی از لوله PVC استفاده شده است. آزمایش‌های مذکور با جریان زیربحارانی که معمولاً در طبیعت مشاهده می‌شود، انجام گرفته است. محدوده‌ی پارامترهای مورد نظر بدگونه‌ی انتخاب شده که با مطالعات پیشین و همچنین با موارد موجود در طبیعت مطابقت داشته باشد. همچنین محدودیت‌های تجهیزات آزمایشگاهی در انتخاب محدوده‌های مذکور مؤثر بوده و آزمایش‌ها در بستر صلب انجام شده است. مشخصات جریان و مدل پایه در هر سه جهت کج شدگی، با توجه به محدودیت‌های موجود در آزمایشگاه انتخاب و در جدول ۲ آرائه شده است. برای انجام آزمایش‌ها، ابتدا پایه با قطر و زاویه‌ی موردنظر تقریباً در  $\frac{1}{3}$  انتهای کanal قرار داده شده و برای جلوگیری از حرکت پایه و تغییر زاویه‌ی آن در اثر برخورد جریان، پایه از بالا مهار شده است، همچنین برای جلوگیری از ورود جریان آب به داخل، پایه با چسب به کف کanal چسبانده شده است. سپس آب به داخل کanal جریان یافته و با تنظیم دبی و عمق در هر مورد، آزمایش شروع شده است. برای داشتن عدد فرود موردنظر، با رها کردن یک دبی مشخص در کanal و سپس تنظیم عمق جریان لازم بهوسیله‌ی دریچه‌ی انتهای کanal، عدد فرود موردنظر در مدل ایجاد شده است. در انتها پس از یک‌نواخت شدن جریان با استفاده از عمق سنج دیجیتالی با دقت صدم میلی‌متر که روی ریل‌های فوقانی کanal قرار داشت، فراآب اندازه‌گیری شده است.

### ۳. تجزیه و تحلیل نتایج

شکل ۵، پروفیل طولی جریان را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با تزدیک شدن به پایه، عمق جریان افزایش می‌یابد و بیشینه‌ی عمق بلاfaciale قبل از پایه ایجاد می‌شود. در پایین دست پایه نیز سطح آب دچار افت شده و عمق جریان کاهش یافته و سپس با دور شدن از پایه، جریان دوباره به عمق اولیه بازگشته است.

### ۱.۳. اثر عدد فرود در فراآب

شکل ۶، تغییرات نسبت فراآب بر حسب عدد فرود برای نسبت تنگ‌شدگی‌های مختلف در ۳ حالت کج شدگی پایه را نشان می‌دهد. روند تغییرات نسبت فراآب با تغییرات عدد فرود به این صورت است که در هر زاویه و هر جهت و در هر تنگ‌شدگی، با افزایش عدد فرود جریان ( $Fr_0$ )، مقدار نسبت فراآب افزایش می‌یابد؛ هر چند که نحوه تغییرات ذکر شده، در تنگ‌شدگی‌های متفاوت یکسان نیست. عدد فرود از طریق افزایش سرعت جریان افزایش می‌یابد و به دلیل اینکه افزایش سرعت جریان باعث افزایش افت انرژی می‌شود، جریان برای جبران افت ایجاد شده، افزایش عمق پیشتری می‌یابد؛ به همین دلیل با افزایش عدد فرود، فراآب افزایش می‌یابد. همان‌طور



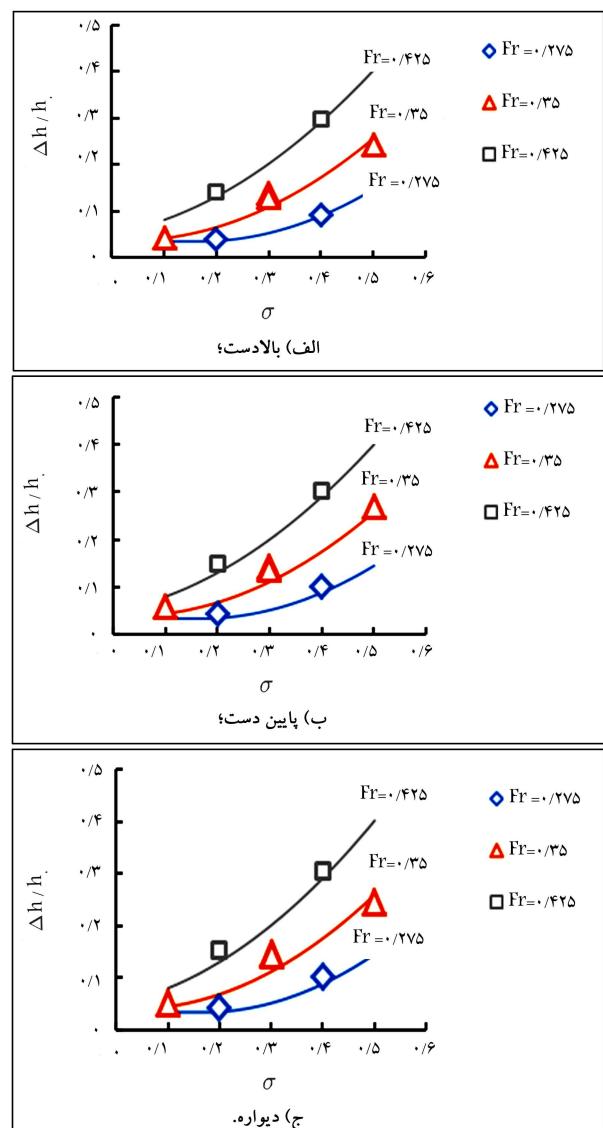
شکل ۸. تغییرات نسبت فراآب بر حسب زاویه‌ی کج شدگی به سمت‌های مختلف.

تغییر نسبت تنگ شدگی حساس‌تر است و با افزایش عدد فرود، شب منحنی‌ها نیز افزایش می‌یابد. علاوه بر این، در مقادیر نسبت تنگ شدگی کوچک‌تر، تغییرات پارامتر اخیر، تأثیرکمتری در فراآب می‌گذارد و درحال تاثیب بودن پارامترهای دیگر، شب منحنی‌ها در نسبت تنگ شدگی‌های بزرگ‌تر از حدود  $0.3^{+0.3}$ ، تندتر است. بنابراین، نسبت فراآب، از پارامتر نسبت تنگ شدگی، اثرپذیرتر است. روشن است که به ازاء مقادیر ضریب تنگ شدگی کوچک‌تر از حدود  $0.5$ ، فاصله‌ی منحنی‌ها کاهش می‌یابد که نشان می‌دهد در ضرایب تنگ شدگی کوچک‌تر از حدود  $0.3$ ، تغییرات نسبت تنگ شدگی و عدد فرود اثرکمتر در افزایش نسبت فراآب دارد.

### ۳.۳. اثر زاویه و جهت کج شدگی پایه در فراآب

شکل ۸، تغییرات نسبت فراآب بر حسب زاویه‌ی کج شدگی در نسبت تنگ شدگی‌های مختلف و در سه جهت کج شدگی پایه را نشان می‌دهد. روند تغییرات نسبت فراآب با تغییرات در نسبت تنگ شدگی به این صورت است که در هر جهت و در هر عدد فرود ثابت، با افزایش نسبت تنگ شدگی به دلیل افزایش سطح مقطع مقابل جریان، مقدار نسبت فراآب افزایش می‌یابد؛ اما شدت افزایش ایجاد شده در اعداد فرود بزرگ‌تر، بیشتر است. همان‌طور که پژوهشگران پیشین نیز بیان کرده‌اند و تایید حاضر نیز نشان می‌دهند، نسبت تنگ شدگی، پارامتری مهم و اثرگذار در نسبت فراآب است.

نکته‌ی قابل توجه این است که در اعداد فرود بیشتر، مقدار نسبت فراآب به



شکل ۷. تغییرات نسبت فراآب بر حسب نسبت تنگ شدگی، پایه به سمت‌های مختلف.

بیشتر، باعث ایجاد فراآب بیشتری می‌شود. همچنین با توجه به نمودارهای مذکور، مشخص است که در مقادیر عدد فرود کوچک‌تر از حدود  $0.3$ ، تغییرات عدد فرود، تأثیر کمتری در مقادیر فراآب دارد. این موضوع در نسبت تنگ شدگی‌های کوچک‌تر، مشهودتر است.

### ۲.۳. اثر نسبت تنگ شدگی در فراآب

شکل ۷، تغییرات نسبت فراآب بر حسب نسبت تنگ شدگی برای اعداد فرود مختلف و در سه حالت کج شدگی پایه را نشان می‌دهد. روند تغییرات نسبت فراآب با تغییرات نسبت تنگ شدگی به این صورت است که در هر جهت و در هر عدد فرود ثابت، با افزایش نسبت تنگ شدگی به دلیل افزایش سطح مقطع مقابل جریان، مقدار نسبت فراآب افزایش می‌یابد؛ اما شدت افزایش ایجاد شده در اعداد فرود بزرگ‌تر، بیشتر است. همان‌طور که پژوهشگران پیشین نیز بیان کرده‌اند و تایید حاضر نیز نشان می‌دهند، نسبت تنگ شدگی، پارامتری مهم و اثرگذار در نسبت فراآب است.

حالت دیگر است. با تغییر زاویه از صفر تا ۲۴ درجه، مقدار نسبت فراآب در حالت کج شدگی به سمت دیواره کاتال و پایین دست به ترتیب ۰٪ و ۱۵٪ و ۲۰٪ افزایش یافته است، در حالی که در همان شرایط با کج شدن پایه به سمت بالادست، مقدار نسبت فراآب ۵٪ کاهش یافته است.

#### ۴.۳ آنالیز واریانس نتایج

با وارد کردن اطلاعات مربوط به هر آزمایش در نرم‌افزار Design Expert، مدل برآورده شده انتخاب و مدل درجه دو به عنوان مدل پیشنهادی ارائه شده است. مدل برآورش به صورت تکیه از ضریب تأثیر عوامل ورودی ( $\beta_i$ ) و عوامل ورودی ( $x_i$ ) در مقدار پاسخ ( $y$ ) طبق معادله‌ی ۴ تعریف می‌شود:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots \quad (4)$$

سطح پاسخ می‌تواند یک سطح صاف مانند معادله‌ی ۴ یا یک سطح انحنایار باشد. زمانی که هیچ اثری از انحنای در پاسخ وجود ندارد، یک مدل خطی شامل آثار اصلی و تداخلی برای تشرییح سطح پاسخ کفايت می‌کند. اگر پاسخ، مقداری غیرخطی باشد (انحنای زیاد باشد)، توابع چندجمله‌ی مرتبه‌ی بالاتر به صورت معادله‌ی ۵ برای داده‌های آزمایشی مطرح می‌شود:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (5)$$

که در آن،  $\beta_0$ ،  $\beta_i$  و  $\beta_{ii}$  به ترتیب ضرایب: ثابت، خطی، درجه دوم و اثر متقابل رگرسیون هستند. به منظور تأیید آثار عوامل ورودی (عدد فروند، نسبت تک شدگی، زاویه و جهت کج شدگی پایه) در مدل برآورش شده از تحلیل واریانس استفاده می‌شود. تحلیل واریانس، پرکاربردترین نوع تحلیل برای بررسی اثر متغیرهای ورودی در پاسخ فرآیند است. اطلاعات آماری و آنالیز واریانس مدل استفاده شده در طراحی آزمایش در جدول‌های ۳ و ۴ ارائه شده است. مقدار سطح اطمینان در پژوهش حاضر برابر ۹۵٪ انتخاب شده است. این بدان معناست که  $p - value$  (سطح اطمینان-۱) کوچک‌تر از ۰,۰۵، نشان دهنده معنی‌دار بودن مدل است. F-value<sup>۱۱</sup> در مدل برابر با ۲۱۹ است که نشان دهنده معنادار بودن مدل مورد استفاده است. در واقع،

جدول ۳. اطلاعات آماری مدل.

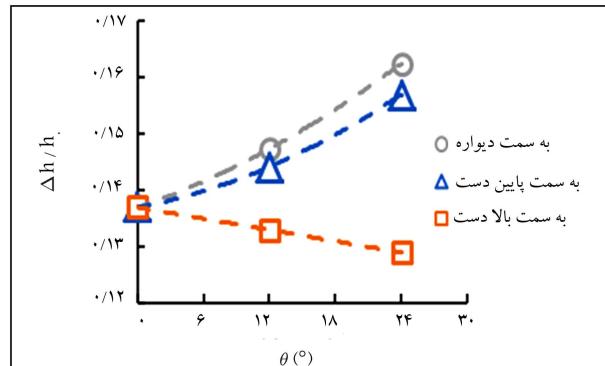
۰,۹۶۶	R-Squared
۰,۹۶۷	Adj R-Squared
۰,۹۶۲	Pred R-Squared
۵۰,۷	Adeq Precision

جدول ۴. آنالیز واریانس.

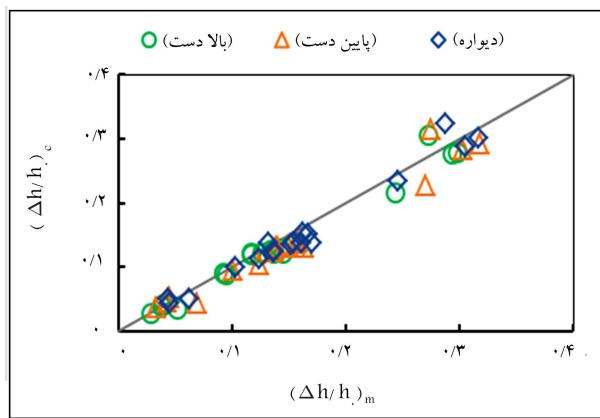
P-value	F value	Source
< ۰,۰۰۰۱	۲۱۹,۵۸	Model
< ۰,۰۰۰۱	۱۴۷۲,۳۹	Fr
< ۰,۰۰۰۱	۸۲۳,۲۸	$\sigma$
۰,۱۱۶۴	۲,۰۷	$\theta$
۰,۰۰۰۲	۱۰,۲۲	Direction
< ۰,۰۰۰۱	۸۱,۷۱	$\sigma.Fr$
۰,۰۵۰	۲,۹۲	θ.Direction

کاهشی منحنی با نسبت تک شدگی ۰/۲، کمتر از دو نسبت تک شدگی دیگر است. با وجود اینکه با کج شدن پایه، سطح مقطع مقابله جریان نسبت به پایه‌ی قائم افزایش می‌باید، اما نسبت فراآب در این حالت کاهش یافته است. شکل ۸، تغییرات نسبت فراآب را بر حسب زاویه‌ی کج شدگی به سمت پایین دست برای نسبت تک شدگی و عدد فروند ثابت نشان می‌دهد. با افزایش زاویه‌ی کج شدگی پایه به سمت پایین دست کاتال و در جهت جریان، نسبت فراآب افزایش می‌باید. در این حالت از کج شدگی تا زاویه‌ی ۹ درجه، تغییرات نسبت فراآب ناچیز است و می‌توان گفت تا زاویه‌ی ۹ درجه، نسبت فراآب تقریباً ثابت بوده و بعد از آن افزایش یافته است. همچنین مشاهده می‌شود شب افزایشی منحنی با نسبت تک شدگی ۰/۲، کمتر از دو نسبت تک شدگی دیگر است. در این حالت با افزایش زاویه‌ی کج شدگی، سطح مقطعی که در مقابل جریان قرار دارد، افزایش یافته است؛ بنابراین یکی از دلایل افزایش نسبت فراآب را می‌توان به افزایش سطح مقطع پایه در مقابل جریان نسبت داد.

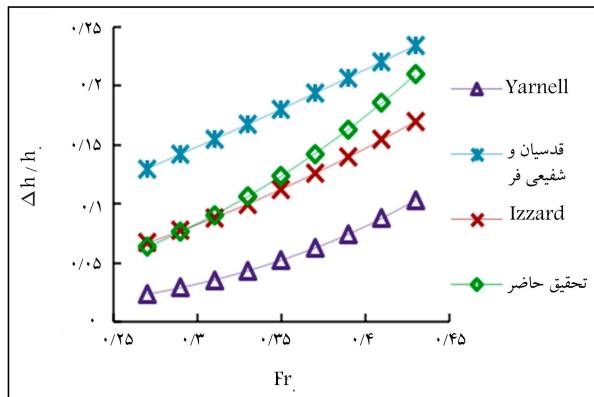
بررسی الگوی جریان اطراف پایه‌های کج به سمت بالادست و پایین دست نشان می‌دهد گردابی که در پشت پایه با کج شدگی به سمت پایین دست تشکیل می‌شود، نسبت به حالت کج شدگی به سمت بالادست بزرگ‌تر است. از آنجا که گرداب، یک محیط چرخشی است و در انتقال سیال در جهت پایین دست مشارکت ندارد،<sup>۲۱</sup> مانند مانعی اضافه بر پایه در برابر جریان است و به همین دلیل می‌توان گفت فراآب تشکیل شده در حالت کج شدگی به سمت پایین دست به کج شدگی به سمت بالادست بیشتر است. شکل ۸، تغییرات نسبت فراآب را بر حسب زاویه‌ی کج شدگی به سمت دیواره کاتال در نسبت تک شدگی و عدد فروند ثابت نشان می‌دهد. در این حالت نیز با افزایش زاویه‌ی کج شدگی پایه به سمت دیواره کاتال، به علت افزایش سطح مقطعی که در مقابل جریان قرار دارد، نسبت فراآب افزایش یافته است. تا زاویه‌ی حدود ۶ درجه، تغییرات نسبت فراآب ناچیز بوده و بعد از آن افزایش یافته است. همچنین مشاهده می‌شود شب افزایشی منحنی با نسبت تک شدگی ۰/۲، کمتر از دو نسبت تک شدگی دیگر است. شکل ۹، نحوه تغییرات نسبت فراآب را بر حسب زاویه‌ی کج شدگی در سه حالت مختلف کج شدگی پایه با نسبت تک شدگی و عدد فروند ثابت نشان می‌دهد<sup>۲۲</sup> ( $Fr = ۰,۳۵$ ). تغییرات نسبت فراآب با زاویه‌ی کج شدگی، در حالت کج شدگی پایه به سمت پایین دست و کج شدگی به سمت دیواره کاتال، تقریباً مشابه است و با افزایش زاویه‌ی کج شدگی پایه، نسبت فراآب افزایش می‌باید؛ اما در حالت کج شدگی به سمت دیواره، تأثیر زاویه‌ی کج شدگی بیشتر است. در حالت کج شدگی پایه به سمت بالادست با افزایش زاویه‌ی کج شدگی پایه، نسبت فراآب کاهش می‌باید. اثر زاویه‌ی کج شدگی پایه در این حالت کمتر از دو



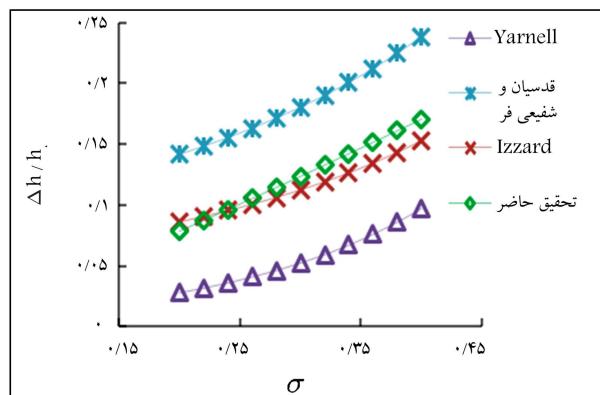
شکل ۹. تغییرات نسبت فراآب بر حسب زاویه‌ی کج شدگی و جهت کج شدگی ( $\sigma = ۳$ ,  $Fr = ۰,۳۵$ ).



شکل ۱۰. مقادیر پیش‌بینی شده در برابر مقادیر اندازه‌گیری شده‌ی فراآب.



شکل ۱۱. مقایسه‌ی معادله‌ی ۶ با روابط دیگر (تفعیلات فراآب بر حسب عدد فرود  $(\sigma = ۰,۳)$ ).



شکل ۱۲. مقایسه‌ی معادله‌ی ۶ با روابط دیگر (تفعیلات فراآب بر حسب نسبت تنگ‌شدگی ( $Fr = ۰,۳۵$ )).

می‌شود، معادله‌ی ۶ نسبت به رابطه‌ی قدسیان و شفیعی فر (۲۰۰۲)، فراآب را کمتر و نسبت به رابطه‌ی یارنل (۱۹۳۴) فراآب را بیشتر برآورد کرده است. در میان روابط موجود، رابطه‌ی ارائه شده در مطالعه‌ی حاضر، بیشترین مطابقت را با رابطه‌ی ایزارد (۱۹۵۸) دارد.

در شکل ۱۳، فراآب بدست آمده از اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی در مطالعه‌ی حاضر ( $\Delta h/h_{(m)}$ )، با مقادیر بدست آمده از معادله‌ی ارائه شده سایر پژوهشگران اثر

با احتساب مقدار بزرگ F-value ذکر شده، احتمال اینکه نتایج حاصل از مدل تحت تأثیر خطاهای آزمایش قرار داشته باشند، فقط حدود ۱٪ است. جدول آنالیز واریانس نشان می‌دهد که در مدل پیشنهادی برای محاسبه‌ی فراآب، مهم‌ترین پارامتر، عدد فرود و پس از آن، نسبت تنگ‌شدگی است و تأثیر زاویه و جهت کج شدن پایه، نسبت به دو پارامتر عدد فرود و نسبت تنگ‌شدگی خیلی کمتر است. به منظور استفاده از مدل در گستره‌ی آزمایش، مقدار ضریب تعیین<sup>۱۲</sup> ( $R^2$ ) در طرحی آزمایش به شیوه‌ی ترکیب مرکزی باید بزرگ‌تر از ۰,۶ باشد.<sup>۱۳</sup> مقدار  $R^2$  در مدل استفاده شده، ۰,۹۶۶ است که شرط ذکر شده را ارضاء می‌کند.

همچنین تطابق مقدار ضریب تعیین تعدیل شده<sup>۱۴</sup> (Adjusted  $R^2$ ) و ضریب تعیین پیش‌بینی (Predicted  $R^2$ )<sup>۱۵</sup> از دیگر شرط‌های لازم مدل است. به این منظور، اختلاف دو مقدار اخیر باید کمتر از ۰,۰ باشد. اختلاف مقدار  $R^2$  و Predicted  $R^2$  در مدل مورد استفاده برابر ۰,۲ است که نشان دهنده‌ی تطابق آن هاست. مقدار نسبت سیگنال به نویز (Adeq Precision)<sup>۱۶</sup> نیز ضریب اختلال مدل را اندازه‌گیری می‌کند و مقدار آن در مدل، به منظور دست‌یابی به نتایج مناسب، باید بزرگ‌تر از ۴ باشد که کمیته‌ی مقدار آن در مدل مورد استفاده، ۰,۷ است.<sup>۱۷</sup> Design Expert با توجه به نتایج و همچنین با استفاده از پیشنهاد نرم‌افزار عدد فرود، نسبت تنگ‌شدگی و زاویه و جهت کج شدنی پایه به عنوان پارامترهای مؤثر در نسبت فراآب انتخاب شدند. نرم‌افزار مذکور روابط درجه ۲ را برای محاسبه‌ی نسبت فراآب برای پایه با کج شدنی به سمت بالا دست (رابطه‌ی ۶)، پایه با کج شدنی به سمت پایین دست (رابطه‌ی ۷)، و پایه با کج شدنی به سمت دیواره‌ی کاتال (رابطه‌ی ۸) ارائه کرده است.

$$\frac{\Delta h}{h_c} = 0,458 - 2,24Fr_0 - 1,32\sigma + 3,56Fr_0\sigma + 3,08Fr_0^2 + 1,044\sigma^2 - 0,030 - 0,027\theta \quad (6)$$

$$\frac{\Delta h}{h_c} = 0,46 - 2,24Fr_0 - 1,32\sigma + 3,56Fr_0\sigma + 3,08Fr_0^2 + 1,044\sigma^2 - 0,046\theta - 0,023\theta \quad (7)$$

$$\frac{\Delta h}{h_c} = 0,46 - 2,24Fr_0 - 1,32\sigma + 3,56Fr_0\sigma + 3,08Fr_0^2 + 1,044\sigma^2 + 0,061\theta + 0,024\theta \quad (8)$$

خطای میانگین سه معادله‌ی ۶ الی ۸، به ترتیب ۱۱,۲۳٪، ۱۰,۲٪ و ۱۲,۵٪ بوده است. بنابراین با داشتن عمق اولیه‌ی جریان، عدد فرود اولیه‌ی جریان، نسبت تنگ‌شدگی، زاویه (رادیان) و جهت کج شدنی پایه می‌توان نسبت فراآب که متناسب با آن‌ها ایجاد می‌شود، را پیش‌بینی کرد. در حالت پایه‌ی قائم (زاویه‌ی صفر درجه)، (۶) از معادلات حذف می‌شود. در شکل ۱۰، مقادیر پیش‌بینی شده توسط نرم‌افزار طراحی آزمایش ( $\Delta h/h_{(c)}$ ) همراه با مقادیر اندازه‌گیری شده<sup>۱۸</sup> ( $\Delta h/h_{(m)}$ ) مقایسه شده است که پراکنندگی کم نقاط اشاره شده، نشان دهنده‌ی نزدیک بودن مقادیر مذکور است.

### ۵.۳ مقایسه با روابط پژوهشگران دیگر

در بخش حاضر، به مقایسه‌ی نتایج برخی از روابط ارائه شده توسط پژوهشگران پیشین با استفاده از معادله‌ی ۶، (با قرار دادن  $\theta = 0$ ) پرداخته شده است. با توجه به اینکه در گذشته فقط پایه‌ی قائم بررسی شده است، لذا مقایسه فقط برای پایه‌ی قائم انجام شده است (جدول ۵). همان‌طور که در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ مشاهده

زاویه‌ی کج شدگی پایه را در نظر نگرفته‌اند، فقط از آزمایش‌هایی که با زاویه‌ی صفر درجه (پایه‌ی قائم) انجام شده‌اند، برای مقایسه استفاده شده است. با توجه به شکل ۱۳ مشاهده می‌شود که رابطه‌ی قدسیان و شفیعی فر (۲۰۰۲)، فرآب را بیشتر و رابطه‌های هاشمی (۱۹۷۸) و یارنل (۱۹۳۴)، فرآب را کمتر از مقادیر به دست آمده در مطالعه‌ی حاضر برآورد کرده‌اند. این اختلاف‌ها می‌توانند ناشی از تفاوت شرایط آزمایشگاهی و محدوده‌های درنظر گرفته شده برای پارامترهای مؤثر باشد. برای مثال، یارنل (۱۹۳۴) مقدار نسبت تنگ شدگی را بین  $0.5-0.12$  و عدد فرود را بین  $37-0.465$  در نظر گرفته است.<sup>[۱]</sup> همچنین قدسیان و شفیعی فر (۲۰۰۲)، مقدار تنگ شدگی را بین  $0.62-0.16$  و عدد فرود را به ترتیب بین  $25-0.61$  و  $1-0.63$  در نظر گرفته‌اند.<sup>[۸]</sup>

همچنین شکل ۱۳، نزدیکی نتایج پژوهش حاضر به نتایج برخی پژوهشگران را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه نتایج حاصل از آزمایشها، مطابقت نسبتاً خوبی با نتایج برخی پژوهشگران دارد، به نظر می‌رسد با کاهش تعداد آزمایش‌ها با روش استفاده شده در پژوهش حاضر، می‌توان نتایج مناسبی به دست آورد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت طراحی آزمایش به روش RSM و کاهش تعداد آزمایش‌ها، نتایج خوبی را داده است.

#### ۴. نتیجه‌گیری

- با افزایش عدد فرود اولیه‌ی جریان، مقدار نسبت فرآب افزایش می‌یابد. اما در مقادیر عدد فرود کوچک‌تر از حدود  $3^{\circ}$ ، تغییرات عدد فرود تأثیرکمتری در مقدار فرآب دارد.
- با افزایش نسبت تنگ شدگی، مقدار نسبت فرآب افزایش می‌یابد. اما در مقادیر کوچک‌تر نسبت تنگ شدگی، تغییرات نسبت فرآب، تأثیرکمتری در فرآب می‌گذارد و در مقادیر ضریب تنگ شدگی بزرگ‌تر از حدود  $3^{\circ}$ ، نسبت فرآب از پارامتر نسبت تنگ شدگی، اثر پذیرتر است.
- نسبت فرآب با افزایش زاویه‌ی کج شدگی پایه به سمت پایین دست و دیواره‌ی کanal افزایش می‌یابد. اما در حالت کج شدگی به سمت دیواره افزایش ایجاد شده بیشتر است.
- با افزایش زاویه‌ی کج شدگی پایه به سمت بالا دست، فرآب کاهش می‌یابد. تأثیر زاویه‌ی کج شدگی به سمت بالا دست نسبت به دو حالت دیگر (پایین دست و دیواره) کمتر است.
- مهم‌ترین پارامترها در محاسبه‌ی نسبت فرآب، عدد فرود و نسبت تنگ شدگی هستند و تأثیر زاویه و جهت کج شدگی پایه در مقدار نسبت فرآب، کمتر از عدد فرود و نسبت تنگ شدگی است.

#### فهرست علاوه

عرض کanal:  $B$ :

قطر پایه:  $D$ :

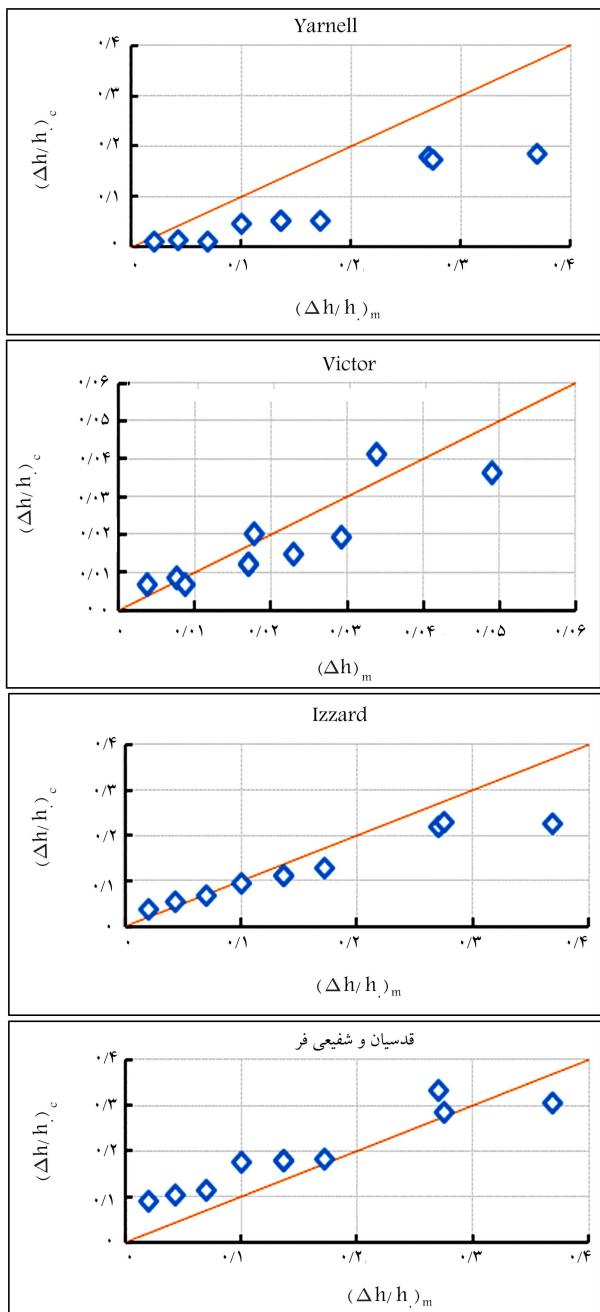
عدد فرود جریان با عمق نرمال:  $Fr = \frac{D}{h}$

شتات نقل:  $g$ :

عمق جریان:  $h$ :

جدول ۵. روابط ارائه شده توسط برخی پژوهشگران.

یارنل (۱۹۳۴)	$\Delta h = h \cdot Fr^r (1 + 5Fr^r - 0.6)(\sigma + 15\sigma^4)$	[۲]
ایزارد (۱۹۸۵)	$\frac{\Delta h}{h} = 0.45 \left( \frac{Fr_r}{\sigma} \right)^2$	[۴]
ویکتور (۱۹۷۳)	$\Delta h = \frac{V_r^r}{T_g} \left( \frac{B}{C^r(B-b)} - 1 \right)$	[۵]
قدسیان و شفیعی فر (۲۰۰۲)	$\frac{\Delta h}{h} = 0.375 Fr_r^{1.245} \sigma^{-1.1812}$	[۸]



شکل ۱۳. مقایسه‌ی مقادیر اندازه‌گیری شده در پژوهش حاضر با مقدار محاسباتی سایر پژوهشگران.

عمق نرمال جریان:  $h_*$   
 عمق جریان بالادست محل تنگ شدگی:  $h_1$   
 عمق جریان پایین دست محل تنگ شدگی:  $h_2$   
 دبی جریان:  $Q$ :  
 نسبت فرآب:  $\Delta h/h_*$

فرآب:  $\Delta h = h_* - h$   
 زاویه کج شدن پایه پل:  $\theta$   
 نسبت تنگ شدگی کanal:  $\sigma$   
 محاسبه شده:  $(\cdot)_c$   
 اندازه‌گیری شده:  $(\cdot)_m$ .

## پابنوشت‌ها

1. US geological survey (USGS)
2. US bureau of public roads (USBPR)
3. lattice boltzmann method
4. artificial neural network (ANN)
5. response surface methodology (RSM)
6. full-factorial
7. response surface methodology (RSM)
8. central composition design (CCD)
9. numeric factors
10. categoric factors

11. آزمونی برای مقایسه‌ی واریانس مدل با واریانس باقیمانده (خطا)
12. مقایسه‌ی برای اندازه‌گیری مقندر تغییرات در اطراف میانگین مدل
13. مقایسه‌ی برای اندازه‌گیری مقندر تغییرات در اطراف میانگین مدل که برای تعداد ترم ها در مدل تصحیح شده است.
14. مقایسه‌ی برای اندازه‌گیری مقندر تغییرات در داده‌های جدید تولید شده توسط مدل
15. یک نسبت سیکنال به نویز است که محدوده‌ی مقادیر پیش‌بینی شده در نقاط طراحی به میانگین خطای پیش‌بینی را مقایسه می‌کند.

## منابع (References)

1. Hamill, L. "Bridge hydraulics", CRC Press (1998).
2. Yarnell, D.L. "Bridge piers as channel obstructions", US Dept. of Agriculture, 52 p. (1934).
3. Bradley, J.N. "Hydraulics of bridge waterways", US Federal Highway Administration (1978).
4. Izzard, C.F. "Discussions of Backwater effects of open channel constrictions", by Tracy, H.J. and Carter, R.W., *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, **120**, pp. 1008-1013 (1955).
5. Victor, D.J. "Essentials of bridge engineering", Oxford & IBH Publishing Company (1980).
6. Ranga Raju, K.G., Rana, O.P.S., Asawa, G.L. and et al. "Rational assessment of blockage effect in channel flow past smooth circular cylinders", *Journal of Hydraulic Research*, **21**(4), pp. 289-302 (1983).
7. Hashemi, J. "Investigation of afflux at bridge piers", Master's Thesis, Tarbiat Modares University (1999).
8. Ghodsian, M. and Shafieefar, M. "Effect of shape of bridge pier on afflux", *Advances in Hydraulics and Water Engineering*, **I & II**, pp. 131-134 (2002)
9. Daneshmand, P. "The effect of the length of rectangular piers of bridge on afflux", Master's Thesis, Tarbiat Modares University (2003).
10. Seckin, G., Akoz, M.S., Cobaner, M. and et al. "Application of ANN techniques for estimating backwater through bridge constrictions in Mississippi River basin", *Advances in Engineering Software*, **40**(10), pp. 1039-1046 (2009).
11. Liu, H., Li, M., Zhou, J.G. and et al. "Bridge afflux predictions using the lattice Boltzmann method", *Procedia Environmental Sciences*, **2**, pp. 1881-1893 (2010).
12. Mahdipur.H. "Hydraulic design of bridges with numerical methods", Master's Thesis, Khajeh Nasir Toosi University (2011).
13. Atabay, S., Abdalla, J.A., Erduran, K.S. and et al. "Prediction of backwater level of bridge constriction using an artificial neural network", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Water, Management*, **166**(10), Thomas Telford Ltd. (2013).
14. Atabay, S., Ali, T.A. and Mortula, M.M. "A Parametric Study on the Backwater Level Due to a Bridge Constriction", World Academy of Science, Engineering and Technology, *International Journal of Civil, Environmental, Structural, Construction and Architectural Engineering*, **9**(3), pp. 316-319 (2015).
15. Bozkus, Z. and Yildiz, O. "Effects of inclination of bridge piers on scouring depth", *Journal of Hydraulic Engineering*, **130**(8), pp. 827-832 (2004).
16. Bozkus.Z. and Cesme, M. "Reduction of scouring depth by using inclined piers", *Canadian Journal of Civil Engineering*, **37.12**, pp. 1621-1630, (2010).
17. Salimi, S. "Effects of inclination of circular bridge piers on scouring depth", Master's Thesis, Tarbiat Modares University (2008).
18. Vaghefi, M., Ghodsian, M. and Salimi, S. "Scour formation due to laterally inclined circular pier", *Arabian Journal for Science and Engineering*, **41**(4), pp. 1311-1318 (2016).
19. Vaghefi, M., Ghodsian, M. and Salimi, S. "The effect of circular bridge piers with different inclination angles toward downstream on scour", *Sadhana*, **41**(1), pp. 75-86 (2016).
20. Karimi, N., Heidarnejad, M. and Masjedi, A. "Scour depth at inclined bridge piers along a straight path: a laboratory study", *Engineering Science and Technology, An International Journal*, **20**(4), pp. 1302-1307 (2017).
21. Montgomery, D.C. "Design and analysis of experiments: Response Surface Method and Designs", John Wiley & Sons (2005).

22. Saldana-Robles, A., Guerra-Sanchez, R., Maldonado-Rubio, M.I. and et al. "Optimization of the operating parameters using RSM for the Fenton oxidation process and adsorption on vegetal carbon of MO solutions", *Journal of Industrial and Engineering Chemistry*, **20**(3), pp. 848-857 (2014).
23. Khataee, A.R., Kasiri, M.B. and Alidokht, L. "Application of response surface methodology in the optimization of photocatalytic removal of environmental pollutants using nanocatalysts", *Environmental Technology*, **32**(15), pp. 1669-1684 (2011).
24. Melville, B.W. and Coleman, S.E. "Bridge Scour, Water Resources Publications", Colorado, USA (2000).
25. Design Expert 7.00 software, Help section.
26. Chen, S., Wang, D. and Sun, S. "Bionic fan optimization based on Taguchi method", *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, **5**(3), pp. 302-314 (2011).
27. Ghanbari, H.R. and Shariati, M. "Experimental analysis of spot welded parameters on tensile behavior of ferrite-martensite dual phase steel with Taguchi statistical method", *The Modares Scientific Research Quarterly Journal of Mechanical Engineering*, **17**(6), pp. 342-350 (2017).
28. Radaei, E., Alavi Moghaddam, M.R. and Arami, M. "Optimization of Reactive Blue 19 adsorption from aqueous solution by pomegranate residual-based activated carbon using Taguchi method", *The Modares Scientific Research Quarterly Journal of Civil Engineering*, **14**(1), pp. 159-167 (2014).
29. Rostamabadi, M., Salehi Neyshabouri, A.A. and Zarrati, A.R. "Optimization of geometric parameters of submerged vane in straight alluvial channel with taguchi method and GRA", *The Modares Scientific Research Quarterly Journal of Civil Engineering*, **13**(2), pp. 79-93 (2013).
30. Sangsefidi, Y., Mehraein, M., Ghodsian, M. and et al. "Evaluation and analysis of flow over arced weirs using traditional and response surface methodologies", *Journal of Hydraulic Engineering*, **143**(11), 143(11), pp. (2017).
31. Ahmed, F. and Rajaratnam, N. "Flow around bridge piers", *Journal of Hydraulic Engineering*, **124**(3), pp. 288-300 (1998).
32. Shirani Bidabadi, B. "Numerical and experimental study of transforming the hole in cold roll forming process of Pre-notch section", Master's Thesis, Tarbiat Modares University (2013).