

تدقیق اثر جریان‌های ثانویه در توزیع عرضی میانگین عمقی سرعت در کانال مرکب

سید محمدرضا علوی مقدم* (استادیار)

میلاذ بردبار (کارشناس ارشد)

گروه مهندسی عمران، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران

مهندسی عمران شریف، تابستان (۱۳۹۹)
دربی ۲، شماره ۱/۲، ص. ۱۵۱-۱۵۹، (یادداشت فنی)

حل تحلیلی توزیع عرضی میانگین عمقی سرعت در کانال مرکب، به روش شیونو و نایت موسوم است. عامل Γ به اثر جریان‌های ثانویه در محاسبات اشاره دارد و در خصوص تدقیق آن، پژوهش‌های زیادی صورت گرفته و در تمامی آنها، کمیت Γ در عرض هر بخش از کانال مرکب ثابت فرض شده است. در پژوهش حاضر، مقادیر دقیق Γ بر اساس داده‌های SERC-FCF محاسبه و نشان داده شده است که ثابت فرض کردن عامل Γ ، نتایج را به طور تقریبی برآورد می‌کند. رسیدن به دقت بالاتر با انتخاب مدلی با تابعی درجه سوم از Γ نسبت به عرض کانال y حاصل می‌شود. حل تحلیلی بر اساس توابع ارائه و نتایج توزیع سرعت و تنش برشی بستر بر اساس مدل پیشنهادی، در کنار نتایج روش موجود با مقادیر آزمایشگاهی مقایسه شده است. مدل ارائه شده در پژوهش حاضر، خطای نسبی میان مقادیر سرعت مشاهداتی و محاسباتی را نسبت به مدل رایج شیونو و نایت، از ۹/۱ به ۲/۳ درصد کاهش داده است.

واژگان کلیدی: کانال مرکب، روش شیونو و نایت، جریان‌های ثانویه، میانگین عمقی سرعت، تنش برشی بستر.

alavi1675@mshdiau.ac.ir
milad.bordbar@yahoo.com

۱. مقدمه

بررسی کانال مرکب در مطالعات پژوهشگران، عموماً در مقطعی کلاسیک و متقارن صورت می‌گیرد، که نیمی از آن در شکل ۱ مشاهده می‌شود، که در آن، y مختصه‌ی عرضی، ξ تابع عمق در محدوده‌های شیب‌دار، H عمق جریان در کانال اصلی، h تراز بستر سیلاب‌دشت، S شیب جانبی دیواره‌ها، $2b$ عرض کانال اصلی و $2B$ عرض کامل کانال است.

نخستین تلاش برای یافتن توزیع عرضی سرعت در کانال مرکب در جریان یکنواخت به نوشتار هاگ (۱۹۵۸) بر می‌گردد،^[۱] که در آن در باره‌ی ارتباط خطی میان تنش برشی عرضی $\bar{\tau}_{yx}$ و گرادیان مجذور توزیع عرضی سرعت بحث شده است و با توجه به آن که تنش برشی بستر τ_b نیز از طریق رابطه‌ی داریسی - وایسباخ به مجذور سرعت میانگین‌گیری شده در عمق U_d^2 ارتباط دارد، لذا با یک انتگرال‌گیری نسبت به عمق، اجزاء معادله‌ی ممتوم جریان یا همان ناویر استوکس، ساده‌سازی صورت گرفته و بر حسب مجذور سرعت نسبت به مؤلفه‌ی عرضی کانال در شکل ۱، رابطه‌ی دیفرانسیل خطی مرتبه‌ی دوم ارائه شده است. معادله‌ی ممتوم جریان در نهایت به یک پاسخ نمایی برای توزیع عرضی سرعت بر حسب مختصه‌ی عرضی y می‌رسد. ایده‌ی اشاره شده منجر به همکاری شیونو و نایت^[۲] (۱۹۸۸) و تبدیل آن به نقطه‌ی عطفی در محاسبات مربوط به کانال مرکب شد، که تا امروز با عنوان SKM^۲ مورد استفاده‌ی بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته است. شیونو و نایت، سه سال بعد ۱۹۹۱ معادلات تحلیلی پیشین را مجدداً با حضور اثر برهم‌کنش جریان‌های غیرطولی بازنویسی کردند^[۳] و بحث مفصلی پیرامون تدقیق عددی عوامل

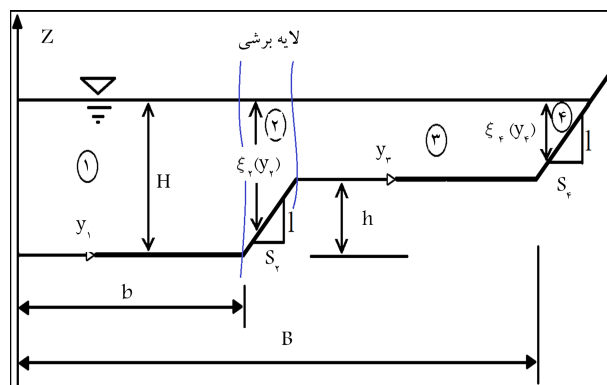
کانال مرکب، عنوانی است که به مقاطعی با دو یا چند بخش نسبتاً مجزا در برش عرضی داده شده است. در کانال‌های مرکبی، که در طبیعت به فراوانی وجود دارند، جریان‌های عادی در بخش پایین ترکانال، موسوم به کانال اصلی جریان دارد و در شرایط سیلابی، دیگر بخش‌های کانال که سیلاب‌دشت خوانده می‌شوند، درگذردهی جریان مشارکت می‌جویند. تفاوت فاحش میان سرعت‌ها در مرز کانال اصلی و سیلاب‌دشت، موجب برهم‌کنش شدید جریان بین نواحی مذکور می‌شود. پدیده‌ی اخیر، ساختارهای گردابه‌ی در کانال مرکب ایجاد می‌کند که عملاً دیدگاه یک بُعدی را در تحلیل جریان در کانال‌های مرکب، حتی در پایه‌ی‌ترین پرسش هیدرولیک، یعنی برآورد ظرفیت انتقال، با ناتوانی نسبی روبرو می‌سازد. از این رو، پژوهشگران به شبیه‌سازی سرعت‌های موضعی در کانال مرکب روی آوردند. تلاش در جهت برآورد توزیع میانگین عمقی سرعت در عرض مقطع، محور مهم‌ترین پژوهش‌های کانال مرکب در بیش از دو دهه‌ی گذشته بوده است. در دیدگاه اخیر، هر چند همانند دیدگاه‌های یک بُعدی، سرعت فقط در راستای طولی کانال برآورد می‌شود، اما محاسبه‌ی آن به یک (یا سه مقدار)، با عنوان سرعت متوسط مقطع (یا زیرمقطع) محدود نمی‌ماند، بلکه توزیع سرعت در تمامی عرض مقطع برآورد می‌شود، که در حقیقت یک دیدگاه شبه دو بُعدی را نتیجه می‌دهد.

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۷/۶/۲۴، اصلاحیه ۱۳۹۷/۹/۵، پذیرش ۱۳۹۷/۹/۲۴.

DOI:10.24200/J30.2018/51107.2372

تخت (زیرمقاطع ۱ و ۳ در شکل ۱) نیز صورت گرفته است. روش‌شناسی به کار رفته بدین شرح است که ابتدا با محاسبه‌ی دقیق Γ و تحلیل نظری ثابت شده است که تابع مناسب برای عامل Γ از درجه‌ی سوم نسبت به مختصه‌ی عرضی کانال است. سپس با تکیه بر چند سری از دقیق‌ترین داده‌های آزمایشگاهی در این زمینه (داده‌های آزمایشگاهی میانگین عمقی سرعت مربوط به آزمایشگاه SERC-FCF^{۷،۱۳}، سری‌های ۲ و ۴) و تخمین توابع مناسب در هر مورد، مقادیر سرعت در عرض مقطع، با روش مرسوم (ثابت فرض کردن Γ) و روش پیشنهادی نوشتار حاضر متغیر فرض کردن Γ ، محاسبه و مقایسه شده است. نتایج حکایت از برتری مدل پیشنهادی پژوهش حاضر در برآورد Γ و آثار مثبت آن در پیش‌بینی دقیق‌تر سرعت، به خصوص در ناحیه‌ی لایه‌ی برشی دارد.



شکل ۱. مقطع عرضی نیمی از کانال مرکب کلاسیک و معرفی علائم.^[۱۲]

هیدرولیکی سه‌گانه‌ی آن انجام دادند. عوامل مذکور به ترتیب عبارت‌اند از: ضریب اصطکاک دارسی وایسباخ f ، ضریب بی‌بعد لزجت گردابه‌یی λ و عبارت ناشی از اثر جریان‌های ثانویه عرضی Γ . سه عامل هیدرولیکی ذکر شده، که عموماً در هر بخش مجزا از مقطع (زیرمقطع) در عرض کانال ثابت فرض می‌شوند، به ترتیب نماینده‌ی برهم‌کنش‌های گردابه‌یی، انتقال ممتوم بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت و آثار سرعت‌های غیر طولی هستند.

مزیت SKM نسبت به سایر روش‌های برآورد دبی گذرنده از کانال مرکب، همچون: «روش تقسیم مقطع»^۳، «روش مقطع واحد»^۴ و «روش همبستگی»^۵ در محاسبه‌ی توزیع عرضی سرعت میانگین عمقی است. دبی با انتگرال‌گیری از سرعت میانگین عمقی، روی عرض مقطع محاسبه می‌شود. در حالی که در سه روش پیش‌گفته‌ی اخیر، در بهترین حالت برای هر زیرمقطع از کانال مرکب، یک مقدار سرعت میانگین در مساحت برآورد می‌شود.^[۴] البته بدیهی است که توفیق SKM به تخمین هر چه دقیق‌تر سه عامل هیدرولیکی مذکور وابسته است. از سال ۲۰۰۰ به بعد، پژوهش‌های بسیاری منحصراً به مدل‌سازی جمله‌ی مربوط به اثر جریان‌های ثانویه‌ی Γ در معادله‌ی دیفرانسیل SKM پرداخته‌اند،^[۵-۱۰] که این امر نشان‌دهنده‌ی اهمیت اثر جریان‌های غیرطولی و تأثیر به‌سزای آن در شبیه‌سازی دقیق هیدرولیکی جریان است. در سال ۲۰۰۸، پژوهش‌نویس در باب تغییرات پارامتر هیدرولیکی Γ در محدوده‌ی کف شیب‌دار (زیرمقاطع ۲ و ۴ در شکل ۱) صورت گرفت،^[۱۱] که نشان داد Γ تابعی خطی از عمق جریان است. این محدوده، که در شکل ۱ با شیب جانبی ۱:۵ نمایش داده شده است، عمق متغیر دارد و به لایه‌ی برشی^۶ معروف است و پیچیدگی‌های خاصی را در معادلات و محاسبات ایجاد می‌کند.

روشن است که اگر مقادیر عامل Γ ، اعدادی ثابت یا تابعی ساده همچون تابع خطی باشند، روش محاسباتی جذابیت کاربردی بیشتری خواهد داشت. اما از سوی دیگر، ماهیت پیچیده‌ی جریان در کانال مرکب موجب شده است که تلاش‌های قبلی، همچنان در مرز بین کانال اصلی و سیلاب‌دشت، دقت کافی در برآورد سرعت‌های مشاهداتی نداشته باشند.

از این رو در پژوهش حاضر، توابع غیرخطی برای برآورد Γ استفاده و نتیجه‌گیری شد که پارامتر Γ در هر دو زیرمقطع با کف تخت یا شیب‌دار، توابعی درجه ۳ نسبت به عرض به صورت رابطه‌ی ۱ هستند:

$$\begin{cases} \Gamma_{\text{constant depth}} = O(y^3) \\ \Gamma_{\text{sloped}} = O(\xi^3) \end{cases} \quad (1)$$

لذا هدف اصلی پژوهش حاضر، تدقیق عبارت جریان‌های ثانویه‌ی Γ در روش شیونو نایت است. این تدقیق علاوه بر محدوده‌ی لایه‌ی برشی، در محدوده‌های با کف

۲. پیش‌زمینه‌ی نظری SKM

در یک کانال باز مرکب مطابق شکل ۱، مؤلفه‌ی طولی معادله‌ی اندازه‌ی حرکت در ترکیب با معادله‌ی پیوستگی برای جریان پایدار و یکنواخت (دو‌بعدی) و تراکم‌ناپذیر یا همان RANS^۸ به صورت رابطه‌ی ۲ است:^[۳]

$$\frac{\partial}{\partial y} (-\rho \bar{u}v) + \frac{\partial}{\partial z} (-\rho \bar{u}w) + \rho g S_b = \rho \left[\frac{\partial (UV)}{\partial y} + \frac{\partial (UW)}{\partial z} \right] \quad (2)$$

که در آن، U ، V و W به ترتیب مؤلفه‌های سرعت در راستای x (راستای طولی کانال)، y (راستای عرضی)، z (راستای عمقی) و \bar{u} ، \bar{v} و \bar{w} میانگین زمانی نوسان‌های سرعت جریان آشفته به ترتیب در راستای ذکر شده هستند. ρ چگالی آب و S_b نیز شیب طولی کانال ($S_b = \sin \theta$) است. که در پژوهش حاضر، θ زاویه‌ی راستای طولی کانال x با افق است.

۱.۲. روش شیونو و نایت SKM

میانگین عمقی معادله‌ی اندازه‌ی حرکت با انتگرال‌گیری از رابطه‌ی ۲ روی مختصه‌ی عمقی و با استفاده از قاعده‌ی لاینیتز و تعریف متوسط عمقی با استفاده از اندیس d برای کمیت‌ها به دست می‌آید (رابطه‌ی ۳):^[۱۲]

$$\frac{\partial}{\partial y} (H \bar{\tau}_{yx}) - \tau_b \sqrt{1 + \frac{1}{S_f^2}} + \rho g S_b H = \frac{\partial}{\partial y} [H (\rho UV)_d] \quad (3)$$

که در آن، τ_b تنش برشی بستر کانال و S شیب جانبی است و طبق تعریف میانگین عمقی می‌توان گفت که $(\rho UV)_d$ از رابطه‌ی ۴ به دست می‌آید:^[۱۲]

$$(\rho UV)_d = \frac{1}{H} \int_0^H \rho UV dz, \bar{\tau}_{yx} = \frac{1}{H} \int_0^H (-\rho \bar{u}v) dz \quad (4)$$

حل تحلیلی معادله‌ی ۳ می‌تواند در حالت کلی بر اساس دو فرض مربوط به لزجت گردابه‌یی حاصل شود (مطابق روابط ۵):^[۱۲]

$$\bar{\tau}_{yx} = \rho \bar{\varepsilon}_{yx} \frac{\partial U_d}{\partial y} \quad \text{ii}, \quad \bar{\varepsilon}_{yx} = \lambda U_* H \quad (5)$$

که در آنها، $\bar{\varepsilon}_{yx}$ متوسط عمقی لزجت گردابه‌یی، λ ضریب بی‌بعد لزجت گردابه‌یی و $U_* = \sqrt{\tau_b / \rho}$ سرعت برشی موضعی است. با استفاده از ضریب اصطکاک دارسی - وایسباخ f ، تنش برشی بستر کانال τ_b و سرعت موضعی برشی U_* مطابق رابطه‌ی ۶ به U_d مرتبط می‌شوند:^[۱۲]

$$\tau_b = \frac{f}{\lambda} \rho U_d^2, \quad U_* = \sqrt{\frac{f}{\lambda}} U_d \quad (6)$$

در جدول اخیر، $D_r = (H - h)/H$ عمق نسبی است و سایر کمیت‌ها در مراجع مرتبط بحث شده‌اند. مطابق پیشنهاد بیشتر مراجع جهت همگن کردن معادله دیفرانسیل ۷، بهترین روش تاکنون پیشنهاد آبریل^۹ و همکاران (۲۰۰۴)^[۱۶] بوده که فرض کرده است: $\Gamma = \beta \rho g S_0 H$ و در آن ضریبی است که برای کانال اصلی ۰٫۱۵ و برای سیلاب دشت ۰٫۲۵- پیشنهاد شده است.

با تبعیت از پیشنهاد اخیر، معادله ۷ به شکل نهایی مطابق رابطه ۹ می‌رسد:

$$(1 - \beta) g S_0 H - \frac{f}{\lambda} \sqrt{1 + \frac{\lambda}{S^2} U_d^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda H^2 \sqrt{\frac{f}{\lambda}} U_d \frac{\partial U_d}{\partial y} \right) \quad (9)$$

ملاحظه می‌شود که معادله ۹ بر حسب $U_d^2(y)$ خطی مرتبه‌ی دوم است و واجد حل تحلیلی خواهد بود:^[۱۲,۲۲]

- در محدوده‌ی عمق ثابت (کف تخت) مطابق روابط ۱۰ و ۱۱:

$$U_d = [A_1 e^{\gamma y} + A_2 e^{-\gamma y} + k]^{1/2} \quad (10)$$

$$k = \frac{\lambda g S_0 H}{f} (1 - \beta), \quad \gamma = \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left(\frac{f}{\lambda} \right)^{1/2} \frac{1}{H}} \quad (11)$$

- برای محدوده‌ی با شیب جانبی S : ۱ (کف شیب‌دار) مطابق روابط ۱۲ و ۱۳:^[۱۱]

$$U_d = [A_2 \xi^\alpha + A_1 \xi^{-\alpha-1} + \omega \xi]^{1/2} \quad (12)$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{S(1+S^2)^{1/2}}{\lambda} (\lambda f)^{1/2}} \quad (13)$$

$$\omega = \frac{(1-\beta) g S_0}{\frac{(1+S^2)^{1/2}}{S} \left(\frac{f}{\lambda} \right) - \frac{\lambda}{S^2} \left(\frac{f}{\lambda} \right)^{1/2}} \quad (14)$$

که در آن، ξ عمق موضعی است و بسته به موقعیت کف شیب‌دار از رابطه‌ی ۱۴ حاصل می‌شود (شکل ۱):

$$\xi = H - \frac{y-b}{S} \quad (14)$$

۲.۲. شرط‌های مرزی

در معادله‌های ۱۰ و ۱۲، ضرایب A_1 الی A_2 ثابت‌های انتگرال‌گیری هستند، که از شرایط مرزی تعیین می‌شوند. شیونو و نایت (۱۹۸۸)^[۲] در اصل دو شرط مرزی را برای هر زیرمقطع عرضی، که بخشی را به بخش دیگر متصل می‌کند (بخش‌های چهارگانه شکل ۱)، پیشنهاد کرده‌اند:

- شرط عدم لغزش ایجاب می‌کند که سرعت در انتهای سیلاب‌دشت‌ها صفر باشد (شرط مرزی دریشه).^[۱۲]

- پیوستگی میانگین عمقی سرعت (شرط مرزی دریشه) رابطه‌ی ۱۵:^[۱۲]

$$(U_d)_i = (U_d)_{i+1} \quad (15)$$

- پیوستگی مشتق عرضی میانگین عمقی سرعت، که به معنی هم شیب شدن توزیع سرعت در مرز بین دو ناحیه است (شرط مرزی نیومن) رابطه‌ی ۱۶:^[۱۲]

$$\left(\frac{\partial U_d}{\partial y} \right)_i = \left(\frac{\partial U_d}{\partial y} \right)_{i+1} \quad (16)$$

لذا با قرار گرفتن معادله‌های ۴ الی ۶ در رابطه‌ی ۳ و اشاره به این مهم که جریان در کانال باز تراکم‌پذیر است، معادله‌ی دیفرانسیل معروف SKM حاصل می‌شود (رابطه‌ی ۷):^[۱۲]

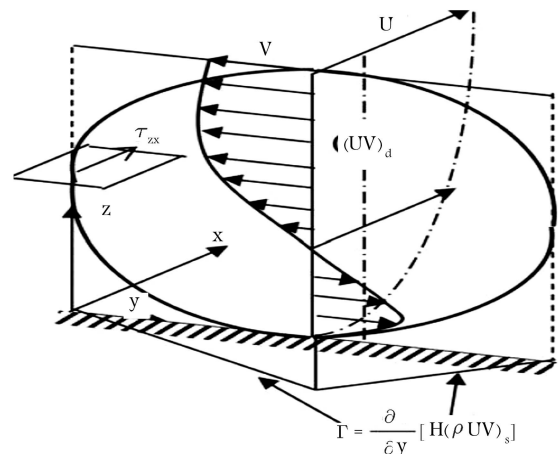
$$\rho g S_0 H - \frac{f}{\lambda} \rho \sqrt{1 + \frac{\lambda}{S^2} U_d^2} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \lambda H^2 \sqrt{\frac{f}{\lambda}} U_d \frac{\partial U_d}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} [H(\rho UV)_d] \quad (7)$$

که در آن، سمت راست معادله‌ی اخیر در حقیقت همان اثر جریان‌های غیرطولی است (رابطه‌ی ۸):^[۱۲]

$$\Gamma = \frac{\partial}{\partial y} [H(\rho UV)_d] \quad (8)$$

شکل ۲، اجزاء پارامتر Γ را در کنار بردارهای سرعت طولی و عرضی، به لحاظ مفهومی به نمایش می‌گذارد.

هر چند رفتار Γ در نهرهای طبیعی بسیار پیچیده است،^[۱۳,۱۴] اما در کانال کلاسیک شکل ۱ می‌توان فرم ریاضی معینی برای آن ارائه کرد. از سال ۱۹۸۸ تاکنون، پیشنهادهای مختلفی در باب مقدار پارامتر Γ ارائه شده است، که در جدول ۱ جمع‌بندی شده‌اند.



شکل ۲. متوسط عمقی اجزاء جریان‌های ثانویه.^[۱۵]

جدول ۱. مقادیر پیشنهادی پارامتر Γ از سال ۱۹۸۸ تا کنون.

سال	مرجع	Γ
۱۹۸۸	[۲]	۰
۱۹۹۱	[۳]	عدد ثابت
۲۰۰۰	[۸]	$\rho K \frac{\partial}{\partial y} (H U_d^2)$
۲۰۰۴	[۱۶]	$\beta \rho g S_0 H$
۲۰۰۷	[۷]	$\rho g S_0 H O (D_r, B/b)$
۲۰۰۸	[۱۱]	کف تخت $\Gamma^* H$ کف مایل $2\Gamma^* \xi - p$
۲۰۱۰	[۱۷]	$\rho g S_0 H O (B/H)$
۲۰۱۵	[۹]	$m + ny$

اما به جای دو شرط مرزی اخیر، نایت و همکاران (۲۰۰۴)^[۱۸] پیشنهاد بهتری برای فصل مشترک بخش‌های شیب‌دار شکل ۱ ارائه کرده‌اند:

- پیوستگی نیروی برشی عرضی بر واحد طول (شرط مرزی نیومن) مطابق رابطه‌ی ۱۷:

$$(H\bar{\tau}_{yx})_i = (H\bar{\tau}_{yx})_{i+1} \quad (17)$$

که با توجه به روابط ۵ به فرم رابطه‌ی ۱۸ خواهند بود:^[۱۲]

$$\mu_{i/i+1} \left(\frac{\partial U_d}{\partial y} \right)_i = \left(\frac{\partial U_d}{\partial y} \right)_{i+1}, \quad \mu_{i/i+1} = \frac{\lambda_i}{\lambda_{i+1}} \sqrt{\frac{f_i}{f_{i+1}}} \quad (18)$$

زمانی که ضریب بی‌بعد لزجت گردابه‌یی ۸ در تمام عرض کانال ثابت (برابر با ۰٫۶۷/۰٫۶۷) فرض شود،^[۱۹] تفاوت معادله‌های ۱۶ و ۱۸ متناسب با جذر نسبت ضریب اصطکاک بستر کانال f است، که قابل ملاحظه خواهد بود.

۳. بحث پیرامون روش اصلی SKM

۳.۱. محاسبه‌ی دقیق پارامتر Γ

نایت و همکاران (۲۰۰۶)^[۲۰] نشان داده‌اند که مقدار Γ به علت ابفای نقش توازن مومنتوم در رابطه‌ی ۳، حساسیت بالایی دارد. در نتیجه بررسی ویژگی‌های پارامتر Γ واجد اهمیت است. همچنین حل‌های عددی معادله‌ی ۷ نشان می‌دهد که مقدار Γ تأثیر مهمی در متوسط عمقی سرعت U_d می‌گذارد.

شیونو و نایت در بدو طرح نظریه‌ی مشترک خود در سال ۱۹۸۸ به علت غفلت از سهم واجد اهمیت اثر جریان‌های ثانویه، سمت راست تساوی ۳ یا ۷ را صفر فرض کردند،^[۲۱] اما در سال ۱۹۹۱ انتگرال عبارت مذکور به طور دقیق در آزمایش‌های FCF سری ۲ برای چند عمق مختلف محاسبه و به صورت شکل ۳ ترسیم شد.^[۲] بدین منظور کافی است مقادیر آزمایشگاهی سمت چپ معادله‌ی ۳ در اختیار باشد تا با یک انتگرال‌گیری از محور تقارن کانال متقارن شکل ۱ تا عرض دلخواه بتوان نوشت (رابطه‌ی ۱۹):^[۲]

$$[H(\rho UV)]_d^y = [H\bar{\tau}_{yx}]_d^y + \int_0^y \left(-\tau_b \sqrt{1 + \frac{1}{S^2}} + \rho g S_b H \right) dy \quad (19)$$

نتایج شکل ۳ نشان می‌دهد تنش ناشی از جریان‌های ثانویه $H(\rho UV)_d$ در عرض کانال دوزنقه‌یی متقارن FCF به طور تقریباً خطی از صفر، در محور تقارن کانال تا

بیشینه‌ی آن در ناحیه‌ی انتقالی افزایش یافته است، سپس به طور تقریباً خطی تا انتهای سیلاب‌دشت کاهش یافته است، به صفر می‌گراید.^[۱۲] در نتیجه تاکنون تمامی مراجع به ثابت بودن شیب منحنی مذکور (مقدار Γ) اشاره کرده‌اند و با توجه به فرض مذکور، معادله‌های ۱۰ الی ۱۳ به دست آمده‌اند. به غیر از مواردی که مقطع کانال در طول مسیر تغییر جهت می‌دهد (پیچان رود)، که مقدار Γ تابعی از عرض کانال در نظر گرفته شده است، در این صورت معادلات خاص این حالت نیز ارائه شده است.^[۹]

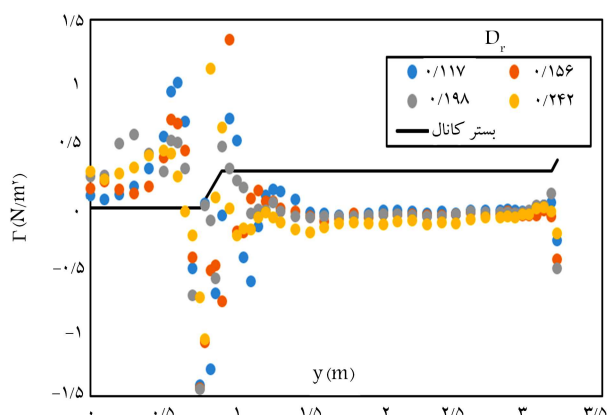
روشن است که خطی فرض کردن تغییرات تنش ناشی از جریان‌های ثانویه (انتگرال ۳)، که به ثابت شدن Γ در هر زیرمقطع می‌انجامد، با هدف ایجاد سهولت در فرایند محاسباتی SKM صورت گرفته است. اگر نه شکل ۳ گویاست که تغییرات ذکر شده چندان هم خطی نیستند، پس برای واکاوی بیشتر این امر، به جای انتگرال Γ ، خود Γ برای ۴ آزمایش از سری دوم آزمایش‌های FCF محاسبه شده است. از آن‌جا که سرعت عرضی در آزمایش‌های FCF اندازه‌گیری نشده است، لذا از عوامل اندازه‌گیری شده، که همگی در سمت چپ معادله‌ی ۳ حضور دارند، استفاده و سمت راست رابطه‌ی اخیر، یعنی Γ ، برآورد شده است. نتایج در شکل ۴ مشاهده می‌شود.

۳.۲. تحلیل پارامتر Γ

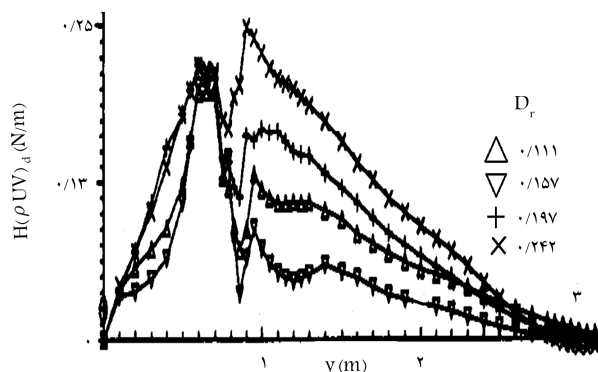
اگر محدوده‌ی کف تخت و شیب‌دار از کانال اصلی در شکل ۴ به طور مجزا ترسیم شود، شکل‌های ۵ و ۶ حاصل می‌شوند، که مطابق آنها چه در محدوده‌ی کف تخت و چه در محدوده‌ی کف شیب‌دار، عموماً پارامتر Γ در عرض کانال نه فقط ثابت نیست، بلکه منحنی‌هایی با دو اکسترمم نسبی‌اند.

تغییر علامت Γ در عرض کانال موضوعی است که توسط عمران و نایت،^[۲۲] بررسی شده است. دو نوشتار اخیر، البته در ادامه‌ی نتایج پژوهش تامیناگا و همکاران (۱۹۸۹)^[۲۳] ارائه شده‌اند. در هر سه نوشتار اخیر، مطالعه در کانال دوزنقه‌یی (و نه مرکب) متمرکز صورت گرفته است و عمران و نایت (۲۰۰۶)^[۲۱] سلول جریان‌های ثانویه در کانال دوزنقه‌یی را مطابق شکل ۷ محاسبه کرده‌اند.

در قسمت بالای شکل ۷ مشاهده می‌شود که برخی پژوهشگران،^[۲۳] متوجه حضور ۳ سلول گردشی جریان ثانویه (منحنی‌های هم‌سرعت) برای نیمی از کانال ساده با مقطع دوزنقه‌یی شده‌اند. سپس با تکیه به نتایج محاسبات مذکور، عمران و نایت (۲۰۰۶)^[۲۱] پارامتر هیدرولیکی Γ را در همین هندسه تعیین علامت کرده‌اند (قسمت پایین شکل ۷).



شکل ۴. توزیع عرضی پارامتر Γ از معادله‌ی ۳ برای کانال FCF سری دوم.



شکل ۳. توزیع عرضی نیروی ناشی از جریان‌های ثانویه بر واحد طول، در کانال FCF سری ۲ برای ۴ عمق نسبی مختلف.^[۲]

مطابق مفهوم جریان عرضی، مقدار $d(\rho UV)$ در محور تقارن هر سلول به اکستریم خود رسیده و در دو نیم سلول مجاور، شیب متضاد دارند. این منطق ایجاب می‌کند که سه تغییر شیب (به علت وجود ۳ سلول) در مقدار $d(\rho UV)$ ، یا به عبارتی ۴ بازه‌ی علامتی برای $\Gamma^* = \partial(\rho UV)_d / \partial y$ در کل عرض مقطع روی دهد. هدف از مرور سابقه‌ی پژوهش بر روی Γ آن نیست که از بررسی‌های صورت گرفته در کانال دوزنقه‌ی و تغییرات Γ در آن، تغییرات عامل مذکور در کانال مرکب نتیجه شود. اما فارغ از هرگونه نتیجه‌گیری مستقیم یا تعمیم نتایج مطالعات پیشین، تأیید عدم ثبات Γ در عرض کانال می‌تواند نگارندگان را مصمم‌تر سازد که بر مبنای مقادیر شکل‌های ۴ الی ۶، متغیر فرض کردن Γ را در عرض هر زیرمقطع از کانال مرکب پیشنهاد کنند. زیرا سیلاب‌دشت نیز یک کانال مجرای است که از همان جنس و هندسه به کانال اصلی افزوده می‌شود. با توجه به نتایج آزمایشگاهی FCF، دو تغییر علامت برای Γ در بخش کف تخت شکل ۵ و دست‌کم دو تغییر علامت در بخش کف مایل شکل ۶ پذیرفتنی است.

۴. مدل پیشنهادی برای تدقیق اثر جریان ثانویه

با توجه به شکل‌های ۵ و ۶ و مطالبی که در انتهای بخش ۳ اشاره شد، می‌توان ادعا کرد پارامتر Γ از درجه‌ی ۳ نسبت به مختصه‌ی عرضی y است، و از آن‌جا که در محدوده‌ی کف مایل، محور y مطابق رابطه‌ی ۱۴، با عمق کانال ξ ارتباط خطی دارد، بازتولید معادلات ۱ به فرم روابط ۲۰ پیشنهاد می‌شود:

$$\begin{cases} \Gamma_{constant depth} = \rho g S_0 H (\Gamma_1 + \Gamma_2 y + \Gamma_3 y^2 + \Gamma_4 y^3) \\ \Gamma_{side slope} = \rho g S_0 \xi (\Gamma_5 + \Gamma_6 \xi + \Gamma_7 \xi^2) \end{cases} \quad (20)$$

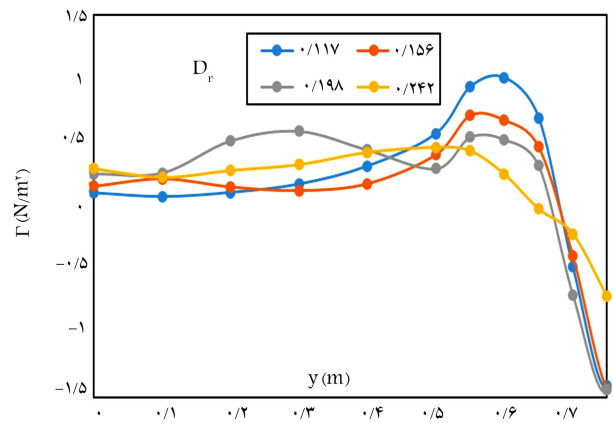
علت این‌که در محدوده‌ی کف مایل، چندجمله‌ی ناقص درجه ۳ از ξ برگزیده شده است، ارضا کردن شرط عدم لغزش است که ایجاب می‌کند در مرز انتهایی سیلاب‌دشت، که عمق جریان ξ به صفر می‌گراید، سرعت و تمام کمیات وابسته به آن (از جمله Γ) نیز صفر شود.^[۱۱] پیشنهادهای ذکر شده هنگامی که در معادله‌ی ۷ اعمال شوند، به ترتیب به این موارد منجر می‌شوند:

- در محدوده‌ی عمق ثابت (کف تخت) رابطه‌ی ۲۱:

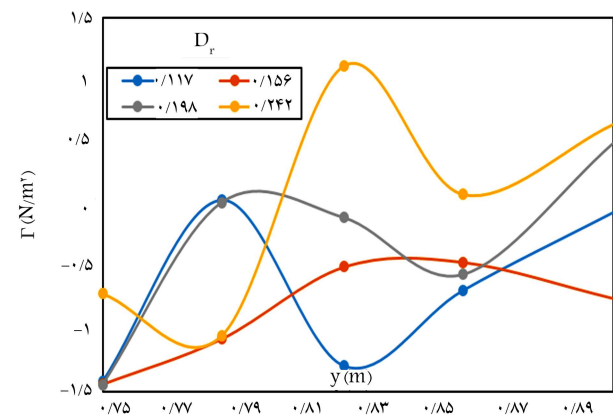
$$U_d = [A_1 e^{\gamma y} + A_2 e^{-\gamma y} + F_1(y)]^{1/2} \quad (21)$$

جدول ۲. شرط‌های مرزی محاسبات، بر اساس نمادهای شکل ۱.

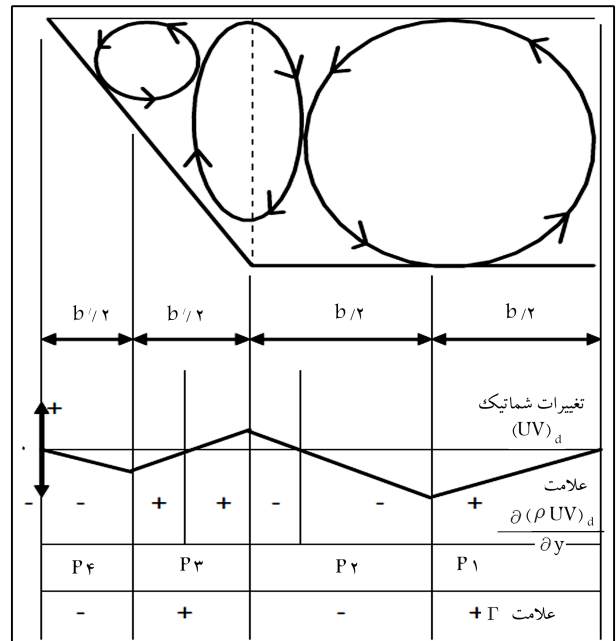
شرط مرزی	مرز محاسباتی	معادله‌ی مرتبط
۱. تقارن کانال	$y_1 = 0$	$\frac{\partial U_{d1}}{\partial y_1} = 0$
۲. پیوستگی سرعت	$y_2 = b$	$U_{d1} = U_{d2}$
۳. پیوستگی نیرو	$\xi_2 = H$	$-S_2 \mu_{1/2} \frac{\partial U_{d1}}{\partial y_1} = \frac{\partial U_{d2}}{\partial \xi_2}$
۴. پیوستگی سرعت	$y_3 = 0$	$U_{d2} = U_{d3}$
۵. پیوستگی نیرو	$\xi_2 = H_f$	$\frac{\partial U_{d2}}{\partial \xi_2} = -S_2 \mu_{2/2} \frac{\partial U_{d3}}{\partial y_2}$
۶. پیوستگی سرعت	$y_3 = b_f$	$U_{d3} = U_{d4}$
۷. پیوستگی نیرو	$\xi_4 = H_f$	$-S_2 \mu_{3/2} \frac{\partial U_{d3}}{\partial y_2} = \frac{\partial U_{d4}}{\partial \xi_4}$
۸. شرط عدم لغزش	$\xi_4 = 0$	$U_{d4} = 0$



شکل ۵. توزیع عرضی پارامتر Γ برای بخش کف تخت کانال اصلی FCF سری دوم.



شکل ۶. توزیع عرضی پارامتر Γ برای بخش کف مایل کانال اصلی FCF سری دوم.



شکل ۷. سلول جریان‌های ثانویه در کنار علامت Γ برای کانال دوزنقه‌ی. [۲۱]

جدول ۳. ضرایب انتخابی برای سری معادلات ۲۰ در کانال اصلی.

Γ_7	Γ_6	Γ_5	Γ_4	Γ_3	Γ_2	Γ_1	آزمایشگاه FCF
-۲۰۳٫۹۲	۵۱٫۱۴	-۲٫۷۲	-۱٫۸۵	۲٫۵۸	-۱٫۳۳	۰٫۴۹	۰۲۰۴۰۱
-۳۹۰٫۵۸	۱۰۸٫۷۵	-۷٫۲۷	۱۲٫۰۱	-۱۳٫۶۳	۷٫۸	-۱٫۶۲	۰۲۰۶۰۱
-۱۰۹٫۳۷	۱۹٫۲۱	-۰٫۷۳	-۰٫۴۲	۱٫۲۲	-۰٫۵۳	۰٫۲۵	۱۰۰۳۰۱
-۱۹۸٫۰۳	۷۸٫۹۴	-۷٫۵	-۰٫۳۲	-۰٫۱۴	۰٫۲۸	۰٫۳۳	۱۰۰۷۰۱

جدول ۴. ضرایب انتخابی برای سری معادلات ۲۰ در سیلاب دشت.

Γ_7	Γ_6	Γ_5	Γ_4	Γ_3	Γ_2	Γ_1	آزمایشگاه FCF
-۴۹۱٫۶	-۲۱٫۲۶	۲٫۷۴	۰٫۰۶	-۰٫۲۳	۰٫۳۸	-۰٫۴	۰۲۰۴۰۱
-۶۳۹٫۸۲	۳۹۵٫۷	-۱٫۰۳	۰٫۱۳	-۰٫۳۴	۰٫۳۵	-۰٫۴۳	۰۲۰۶۰۱
-۲۸۷۴۲	۸۲۱٫۱۶	۲٫۹۲	۰٫۴	-۱٫۹۷	۳٫۱۱	-۱٫۷۵	۱۰۰۳۰۱
-۳۹۵۲٫۶	۴۴۹٫۲	-۸٫۹۴	-۰٫۱	۰٫۲	۰٫۰۱	۰٫۰۳	۱۰۰۷۰۱

که در آن $F_1(y)$ مطابق رابطه ۲۲ محاسبه می‌شود:

$$F_1(y) = K \left[1 - \Gamma_1 - \frac{2\Gamma_2}{\gamma^2} - \left(\Gamma_2 + \frac{6\Gamma_2}{\gamma^2} \right) y - \Gamma_2 y^2 - \Gamma_2 y^3 \right]$$

$$K = \frac{\lambda g S_0 H}{f}, \gamma = \sqrt{\frac{2}{\lambda} \left(\frac{f}{\lambda} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{1}{H}} \quad (22)$$

• و برای محدوده‌ی با شیب کناری S : ۱ (کف شیبدار) رابطه ۲۳:

$$U_d = \left[A_1 \xi^\alpha + A_2 \xi^{-\alpha-1} + F_2(\xi) \right]^{1/2} \quad (23)$$

که در آن، $F_2(\xi)$ از رابطه ۲۴ محاسبه می‌شود:

$$F_2(\xi) = g S_0 \xi \left(\frac{1 - \Gamma_5}{\theta - \psi} - \frac{\Gamma_6 \xi}{\theta - 3\psi} - \frac{\Gamma_7 \xi^2}{\theta - 6\psi} \right) \quad (24)$$

تعریف شده‌اند. اکنون پرسش این‌جاست که نتایج معادلات پیشنهادی پژوهش حاضر در مقایسه با پژوهش‌های پیشین، چه بهبودی در پیش‌بینی توزیع عرضی سرعت ایجاد خواهند کرد؟

۵. مقایسه‌ی مدل پیشنهادی با روش موجود SKM

به منظور پاسخ به پرسش اخیر لازم است که نتایج دو روش با داده‌های مشاهداتی دقیق مقایسه شود. هر چند معادله‌های ۱۰ و ۱۲ در روش متداول SKM (روش موجود) و معادله‌های ۲۱ و ۲۳ در مدل پیشنهادی پژوهش حاضر، معادلاتی تحلیلی برای برآورد سرعت میانگین عمقی‌اند، اما دو معادله‌ی اخیر واجد ضرایب مجهولی هستند که محاسبه‌ی آنها از طریق اعمال شرایط مرزی صورت می‌گیرد و این امر نیازمند نگارش یک برنامه‌ی رایانه‌ی است. شرایط مرزی به طور کلی در بخش ۲.۲ معرفی شده است، اما یک مقطع ۴ بخشی دوزنقه‌ی با نمادهای شکل ۱، چهار معادله‌ی U_d-y خواهد داشت که منجر به ظهور ۸ ضریب ثابت A می‌شود. این مهم ایجاب می‌کند که ۸ شرط مرزی نیز به مسئله اعمال شود. با توجه به مباحث بخش ۲.۲، شرط‌های مرزی مذکور در جدول ۲ ارائه شده‌اند.

با اعمال شرط‌های ذکر شده به معادلات ۱۰ و ۱۲، دستگاه ضرایب در روش موجود^[۲۴] و با اعمال به معادله‌های ۲۱ و ۲۳، دستگاه ضرایب در مدل پیشنهادی پژوهش حاضر حاصل می‌شوند (سری معادلات ۲۵).

جستجو در نتایج پژوهش‌های پیشین روشن می‌سازد که در خصوص انتخاب داده‌های مشاهداتی به منظور مقایسه‌ی نتایج دو روش ذکر شده، آزمایش‌های سری دوم FCF، به علت دقت بالا و داشتن مقطع متقارن با سیلاب‌دشت دوزنقه‌ی، مناسب‌ترین است. چهار سری ۰۲۰۴۰۱، ۰۲۰۶۰۱، ۱۰۰۳۰۱ و ۱۰۰۷۰۱ به ترتیب با عمق‌های ۱۸٫۶۹۵، ۲۱٫۳۵۵، ۱۷٫۶۵۴ و ۲۰٫۰۳۳ سانتی‌متر انتخاب شدند. شیب دیواره‌ی جانبی کانال اصلی در دو مورد اول $S_1 = 1$ و در دو مورد دوم $S_2 = 2$ است. لذا مقادیر Γ_1 الی Γ_7 موجود در روابط ۲۰ مطابق جدول‌های ۳ و ۴ برگزیده شدند.

انتخاب‌های اخیر بر اساس بهترین انطباق نمودار محاسباتی با آزمایشگاهی برآورد شده است. با توجه به علائم شکل ۱، در چهار کانال مذکور، شیب طولی $S_0 = 0/001027$ ، عرض نیمه‌ی کانال اصلی $b = 0/75m$ ، تراز بستر سیلاب‌دشت $h = 0/15m$ و عرض سیلاب‌دشت $bf = 2/25m$ است. مقدار استاندارد $\lambda = 0/067$ در کانال اصلی انتخاب^[۱۹] و برای سیلاب‌دشت از رابطه‌ی معتبر در نوشتار ابریل و نایت (۲۰۰۴)^[۱۶] استفاده شده است رابطه‌ی ۲۶:

$$\lambda_{fp} = \lambda_{mc} \left(-0/2 + 1/2 D_r^{-1/44} \right) \quad (26)$$

مقادیر ضریب اصطکاک نیز جهت بهترین انطباق با نتایج آزمایشگاهی τ_b ، از اولین معادله‌ی ۶ به صورت رابطه‌ی ۲۷ انتخاب شده است:

$$f = \text{Average} \left(\frac{\lambda \tau_b}{\rho U_d^2} \right) \quad (27)$$

در شکل‌های ۸ الی ۱۱، مقایسه‌ی بین نتایج سرعت‌های محاسباتی دو روش با مقادیر آزمایشگاهی مشاهده می‌شوند.

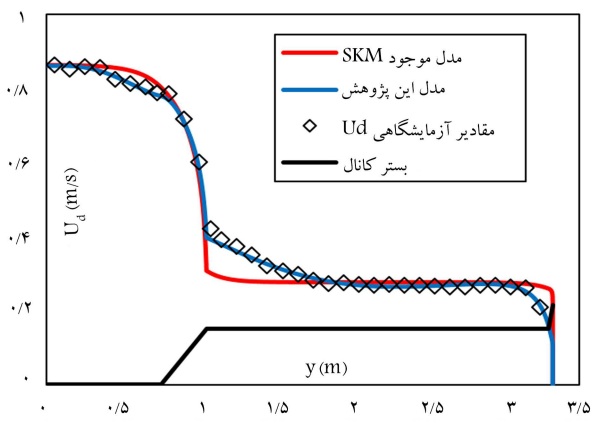
همچنین درصد خطای نسبی میان n مقدار مشاهداتی (Experiment) و محاسباتی (Calculated)، از معادله‌ی ۲۸ محاسبه و در جدول ۵ درج شده‌اند.

$$\% \text{Error} = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{U_i^{\text{Experiment}} - U_i^{\text{Calculated}}}{U_i^{\text{Experiment}}} \right| \quad (28)$$

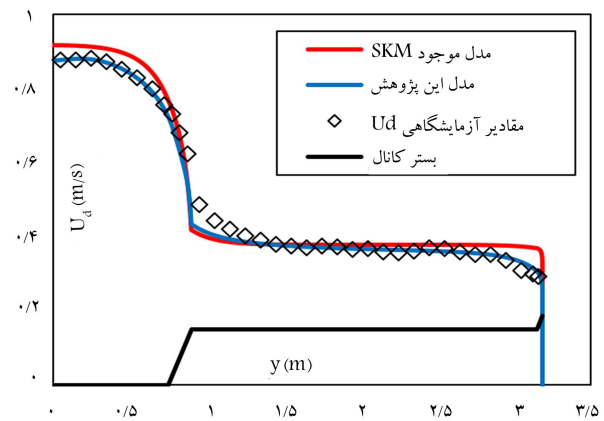
$$\begin{array}{cccccccc}
 \lambda & -\lambda & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\
 e^{\gamma_1 b} & e^{-\gamma_1 b} & -H^{\alpha_r} & -H^{-(\alpha_r+1)} & \circ & \circ & \circ & \circ \\
 -S_r \mu_{1/r} \gamma_1 e^{\gamma_1 b} & S_r \mu_{1/r} \gamma_1 e^{-\gamma_1 b} & -a_r H^{\alpha_r-1} & (\alpha_r+1) H^{-(\alpha_r+1)} & \circ & \circ & \circ & \circ \\
 \circ & \circ & H_f^{\alpha_r} & H_f^{-(\alpha_r+1)} & -\lambda & -\lambda & \circ & \circ \\
 \circ & \circ & -\alpha_r H_f^{\alpha_r-1} & -(\alpha_r+1) H_f^{-(\alpha_r+1)} & S_r \mu_{r/r} \gamma_r & -S_r \mu_{r/r} \gamma_r & \circ & \circ \\
 \circ & \circ & \circ & \circ & e^{\gamma_r b_f} & e^{-\gamma_r b_f} & -H_f^{\alpha_r} & \circ \\
 \circ & \circ & \circ & \circ & -S_r \mu_{r/r} \gamma_r e^{\gamma_r b_f} & S_r \mu_{r/r} \gamma_r e^{-\gamma_r b_f} & -\alpha_r H_f^{\alpha_r-1} & \circ \\
 \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \circ & \lambda
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 A_1 \\
 A_2 \\
 A_3 \\
 A_4 \\
 A_5 \\
 A_6 \\
 A_7 \\
 A_8
 \end{array}
 = \text{برای مدل SKM موجود}
 \begin{array}{c}
 \circ \\
 \omega_r H - k_r \\
 \omega_r \\
 -\omega_r H_f + k_r \\
 -\omega_r \\
 \omega_r H_f - k_r \\
 \omega_r \\
 \circ
 \end{array}
 = \text{برای مدل پیشنهادی این پژوهش}$$

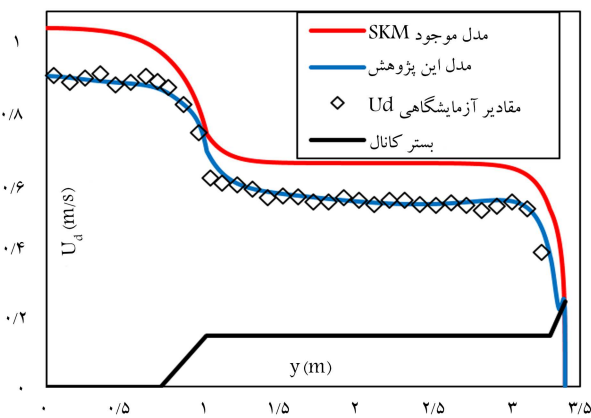
$$\begin{array}{c}
 -\frac{1}{\gamma_1} F_\lambda |_{y_1=0} \\
 F_r |_{\xi_r=H} - F_\lambda |_{y_1=b} \\
 \frac{\partial F_r}{\partial \xi_r} |_{\xi_r=H} + S_r \mu_{1/r} \frac{\partial F_\lambda}{\partial y_1} |_{y_1=b} \\
 F_r |_{y_r=0} - F_r |_{\xi_r=H_f} \\
 -S_r \mu_{r/r} \frac{\partial F_r}{\partial y_r} |_{y_r=0} - \frac{\partial F_r}{\partial \xi_r} |_{\xi_r=H_f} \\
 F_r |_{\xi_r=H_f} - F_r |_{y_r=b_f} \\
 \frac{\partial F_r}{\partial \xi_r} |_{\xi_r=H_f} + S_r \mu_{r/r} \frac{\partial F_r}{\partial y_r} |_{y_r=b_f}
 \end{array}
 \quad (25)$$



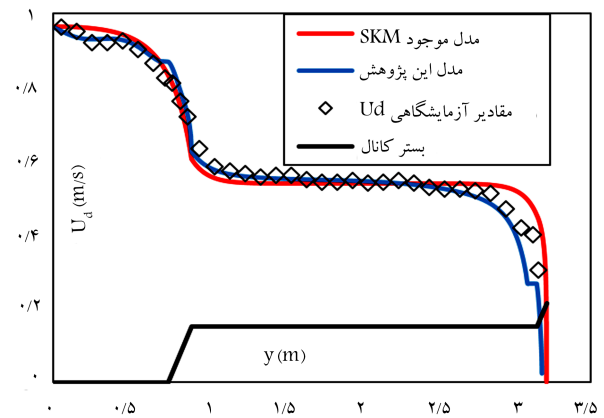
شکل ۷. توزیع عرضی متوسط عمقی سرعت در کانال FCF سری ۱۰۰۳۰۱.



شکل ۸. توزیع عرضی متوسط عمقی سرعت در کانال FCF سری ۱۰۰۴۰۱.



شکل ۹. توزیع عرضی متوسط عمقی سرعت در کانال FCF سری ۱۰۰۷۰۱.



شکل ۱۰. توزیع عرضی متوسط عمقی سرعت در کانال FCF سری ۱۰۰۶۰۱.

جدول ۵. درصد خطای محاسباتی از مشاهداتی مطابق معادله ۲۸.

مدل پژوهش حاضر	مدل موجود SKM	آزمایشگاه FCF
۲,۷۳	۶,۶۴	۰,۴۰۱
۲,۵۲	۵,۲۹	۰,۶۰۱
۱,۶۵	۶,۶۴	۱,۰۳۰
۲,۲۴	۱۸,۱۳	۱,۰۷۰

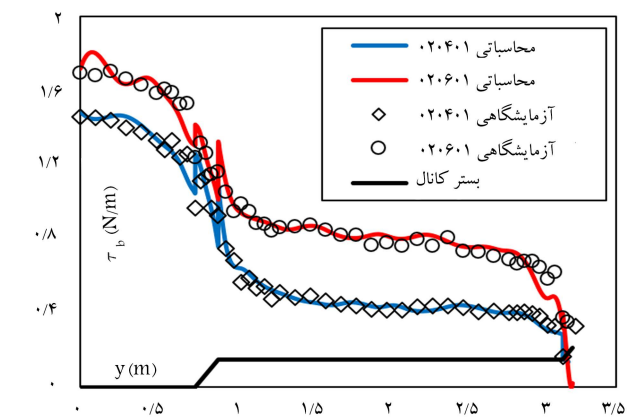
کانال (در هر دو بخش با کف تخت و شیب دار) با وجود ساده سازی، از دقت روش محاسباتی می کاهد. لذا در نوشتار حاضر، مدل نوینی جهت شبیه سازی دقیق Γ در عرض کانال، بر اساس نتایج آزمایشگاهی ارائه شده است. مقایسه ای نتایج حاصل از دو روش مذکور، که در شکل های ۸ الی ۱۱ و جدول ۵ به تصویر کشیده شده اند، به این قرار است:

(۱) بر پایه ی تحلیل تغییرات Γ در عرض کانال، مناسب ترین تابع تغییرات عامل Γ ، چندجمله ای درجه ی سوم تشخیص داده شد و متناسب با مقادیر مشاهداتی، بهترین توابع برای نمونه های مورد تحلیل در نوشتار حاضر، برآزش داده شدند.

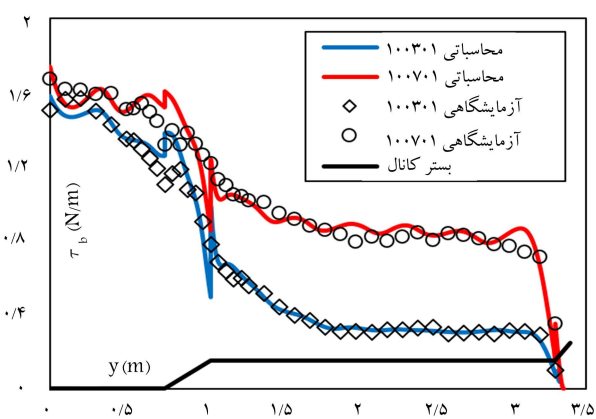
(۲) نتایج مدل پیشنهادی پژوهش حاضر نشان می دهد که مدل برآمده از معادلات درجه ی سه Γ نسبت به y ، در حالی که با همان شروط مرزی مدل موجود SKM حل شوند و همان ضرایب λ و f را در کانال اصلی و سیلاب دشت داشته باشند، بسیار به مقادیر آزمایشگاهی U_d نزدیک تر خواهند بود، که این مهم نشان دهنده ی برتری مدل پیشنهادی به سایر مدل های جدول ۱ است.

(۳) سایر پارامترهای مدل SKM در محاسبات پژوهش حاضر ثابت فرض شده اند. با وجود پیشنهادهایی که در مراجع برای تدقیق f پیشنهاد شده است، مقایسه ی مقادیر آزمایشگاهی توزیع عرضی تنش برشی بستر کانال با مقادیر حاصل از اولین معادله ی ۶ در شکل های ۱۲ و ۱۳ نشان می دهد که تخمین معادله ی ۲۷ همچنان تقریب خوبی دارد.

(۴) همان طور که شکل ۱۱ و آخرین سطر جدول ۵ نشان می دهد، با وجود استفاده از شرط های مرزی نوین نوشتار تانگ و نایت (۲۰۱۰)^[۱۷] و انتخاب ضرایب λ و f مطابق توصیه ی مرجع اخیر، باز هم نتایج مدل موجود SKM، با مقادیر آزمایشگاهی، اختلاف قابل ملاحظه یی دارد. این مهم نشان دهنده ی عدم اعتبار نظریه ی پیشین اثر جریان های عرضی در عمق های بالا، به ویژه انتخاب $\Gamma = \beta \rho g S_0 H$ است.



شکل ۱۲. مقادیر آزمایشگاهی و محاسباتی $\tau_b(y)$ از معادله ی ۲۷ و اولین معادله ی ۶.



شکل ۱۳. مقادیر آزمایشگاهی و محاسباتی $\tau_b(y)$ از معادله ی ۲۷ و اولین معادله ی ۶.

۶. نتیجه گیری

در مدل SKM^[۱۵]، با شرط های مرزی، که در نوشتار تانگ و نایت (۲۰۱۰)^[۱۷] معرفی شده است، حل تحلیلی توزیع عرضی متوسط عمقی سرعت طولی در کانال مرکب ارائه شده است. در نوشتار حاضر، اهمیت تأثیر آثار جریان های غیرطولی به طور مفصل بررسی و تبیین شد که فرض ثابت بودن پارامتر هیدرولیکی Γ در عرض

پانوشت ها

1. Shiono & Knight
2. Shiono and Knight Method
3. Divided channel Method
4. Single channel method
5. Coherence method
6. shear layer
7. science and engineering research council - flood channel facility
8. reynolds averaged navier-stokes equations

9. Abril

منابع (References)

1. Haque, S. "The effect of eddy viscosity profiles of steady flow in a uniform rough channel", *J. Fluid. Mech.*, **5(2)**, pp. 310-316 (1958).
2. Shiono, K. and Knight, D.W. "Two-dimensional analyt-

- ical solution for a compound channel”, in *Proceedings of 3rd international symposium on refined flow modelling and turbulence measurements*, pp. 503-510, Tokyo, Japan (1988).
3. Shiono, K. and Knight, D.W. “Turbulent open channel flows with variable depth across the channel”, *J. Fluid. Mech.*, **222**, pp. 617-646 (1991).
 4. Liao, H. and Knight, D.W. “Analytic stage-discharge formulas for flow in straight prismatic channels”, *J. Hyd. Eng.*, **113**(10), pp. 1111-1122 (2007).
 5. Rameshwaran, P. and Shiono, K. “The averaged modelling of overbank flow in meandering channels”, in *River Flow 2004, Proc., 2nd Int. Conf. on Fluvial Hyd.*, pp. 329-335, Napoli, Italy (23-25 June, 2004).
 6. Tominaga, A. and Knight, D.W. “Numerical evaluation of secondary flow effects on lateral momentum transfer in overbank flows”, in *River Flow 2004, Proc., 2nd Int. Conf. on Fluvial Hyd.*, pp. 353-361, Napoli, Italy (23-25 June, 2004).
 7. Omran, M. “New developments in predicting stage-discharge curves, velocity”, *Wat. Env. J.*, **22**(2), pp. 131-136 (2007).
 8. Ervine, D.A., Koopaie, K.B. and Sellin, R.H.J. “Two dimensional solution for straight and meandering overbank flows”, *J. Hyd. Eng.*, **126**(9), pp. 653-669 (2000).
 9. Tang, X. and Knight, D.W. “The lateral distribution of depth-averaged velocity in a channel flow bend”, *J. Hyd. Env. Res.*, **9**(4), pp. 532-541 (2015).
 10. Gunawan, B., Sun, X., Sterling, M. and et al. “The application of LS-PIV to a small irregular river for inbank and overbank flows”, *Flow. Meas. Inst.*, **24**, pp. 1-12 (2012).
 11. Tang, X. and Knight, D.W. “A general model of lateral depth-averaged velocity distributions for open channel flows”, *Ad. Wat. Res.*, **31**(5), pp. 846-857 (2008).
 12. Knight, D.W., Hazlewood, C., Lamb, R. and et al. “Practical channel hydraulics”, *Roughness, Conveyance and Afflux*, London, UK: *CRC Press/Balkema; Taylor & Francis Group* (2018).
 13. Knight, D. and Sellin, R.H.J. “The SERC flood channel facility”, *J. Inst. Wat. Env. Man.*, London, **1**(2), pp. 198-204, (1987).
 14. Gunawan, B., Sterling, M., Tang, X. and et al. “Measuring and modelling flow structures in a small river”, in *River Flow 2010, Proc., 5nd Int. Conf. on Fluvial Hyd.*, pp. 179-186, Braunschweig, Germany (8-10 Sept., 2010).
 15. Chlebek, J. and Knight, D.W. “A new perspective on sidewall correction procedures, based on SKM modelling?”, in *River Flow 2004, Proc., 2nd Int. Conf. on Fluvial Hyd.*, pp. 329-335, Napoli, Italy (23-25 June, 2004).
 16. Abril, J. and Knight, D.W. “Stage-discharge prediction for rivers in flood applying a depth averaged model”, *J. Hyd. Res. IAHR*, **42**(6), pp. 616-629 (2004).
 17. Tang, X. and Knight, D.W. “Analytical models for velocity distributions in open channel flows”, *J. Hyd. Res. IAHR*, **47**(4), pp. 418-428 (2010).
 18. Knight, D.W., Omran, M. and Abril, B.J. “Boundary conditions between panels in depth-averaged flow models revisited”, in *River Flow 2004, Proc., 2nd Int. Conf. on Fluvial Hyd.*, pp. 371-380, Napoli, Italy (23-25 June, 2004).
 19. Knight, D.W. and Abril, J. “Refined calibration of a depth-averaged model for turbulent flow in a compound channel”, *Pros. Ins. Civ. Eng. Wat. Marit. Ene.*, **118**(3), pp. 151-159 (1996).
 20. McGahey, C., Samuels, P.G. and Knight, D.W. “A practical approach to estimating the flow capacity of rivers-application and analysis”, in *River Flow 2006, Proc., 3rd Int. Conf. on Fluvial Hyd.*, pp. 303-312, Lisbon, Portugal (6-8 Sept., 2006).
 21. Omran, M. and Knight, D.W. “Modelling the distribution of boundary shear stress in open channel flows”, in *River Flow 2006, Proc., 3rd Int. Conf. on Fluvial Hyd.*, pp. 397-404, Lisbon, Portugal 6-8 Sept., 2006).
 22. Knight, D.W. and Omran, M. “Modelling depth-averaged velocity and boundary shear in trapezoidal channels with secondary flows”, *J. Hyd. Eng.*, **133**(1), pp. 39-47 (2007).
 23. Tominaga, A., Nezu, I., Ezaki, K. and Nakagawa, H. “Tree-dimensional turbulent structure in straight open channel flows”, *J. Hyd. Res. IAHR*, **27**(1), pp. 149-173 (1989).
 24. Knight, D.W. “Hydraulic problems in flooding: from data to theory and from theory to practice”, in *Experimental and Computational Solutions of Hydraulic Problems, International School of Hydraulics*, pp. 1-34, Luchow, Poland, Springer (May, 2012).
 25. Tang, X. and Knight, D.W. “A general model of lateral depth-averaged velocity distributions for open channel flows”, *Ad. Wat. Res.*, **31**(5), pp. 846-857 (2008).