

بررسی ارتباط بسامد طبیعی سازه و بسامدهای زلزله در حوزهی بسامد با استفاده از موجک گسسته

علی حیدری* (دانشیار)

نوراله مجیدی (دانشجوی کارشناسی ارشد)
دانشکدهی فنی مهندسی، دانشگاه شهکرد

مهندسی عمران شیرین، تابستان (۱۳۹۹)
دورهی ۲، شماره ۲، ص. ۱۰۵-۱۱۳

یکی از روش‌های بررسی بسامد موج زلزله، استفاده از سری فوریه و طیف توان است. در نوشتار حاضر، به بررسی بسامد مود غالب سازه تحت زلزله با استفاده از طیف توان پرداخته شد و بسامدی از زلزله، که بیشترین تأثیر را در پاسخ سازه داشت، بررسی شده است. برای این منظور، ابتدا با استفاده از تئوری موجک گسسته، شتاب‌نگاشت زلزله تا ۵ مرحله فیلتر شده است. در هر مرحله از فیلتر، دو موج تقریبی و جزئیات حاصل شد. با توجه به مطالعات پیشین، موج تقریبی به موج زلزله‌ی اصلی نزدیک‌تر است. به همین جهت برای انجام تحلیل در حوزهی بسامد، طیف توان موج تقریبی رسم شد. سپس چند سازه (۴ سازه) تحلیل مودال شدند و سپس تحت طیف توان زلزله در حوزهی بسامد تحلیل شدند و بسامد مود غالب آن‌ها به دست آمد. با استفاده از تبدیل موجک، تعداد نقاط شتاب‌نگاشت زلزله‌ی اصلی به اندازهی ۳۲ برابر کاهش می‌یابد، در صورتی که خطای ناچیزی در تخمین بسامد غالب سازه وجود دارد.

واژگان کلیدی: زلزله، طیف فوریه، طیف توان، تبدیل موجکی، بسامد غالب.

۱. مقدمه

یکی از رسالت‌های مهم مهندسی سازه و زلزله، بررسی محتوای بسامدی زلزله و اثر آن در پاسخ سازه است. یکی از روش‌های سنتی برای شناخت محتوای بسامد یک موج، استفاده از طیف فوریه است. در مهندسی سازه و زلزله غالباً مطالعات بسامدی بر روی موج شتاب‌نگاشت زلزله انجام می‌گیرد. زلزله به عنوان نیرویی تأثیرگذار در طراحی سازه‌ها شناخته می‌شود، که یکی از پارامترهای تأثیرگذار در شناخت زلزله، بررسی محتوای بسامدی آن است.^[۱] پردازش امواج لرزه‌ی در ۳ حوزهی: زمان، بسامد و زمان - بسامد قابل بررسی است. تاکنون معمولاً از روش‌های حوزهی زمان و حوزهی بسامد برای پردازش امواج زلزله استفاده می‌شود. با توجه به کمبودهایی که روش‌های حوزهی زمان و بسامد برای پردازش امواج غیرمانا و غیرخطی دارند، در نوشتار حاضر، از روش حوزهی زمان - بسامد برای پردازش امواج زلزله و استخراج مشخصه‌های دینامیکی آن‌ها استفاده شده است.^[۲] با استفاده از سری فوریه می‌توان هر تابع متناوبی را به صورت جمعی از توابع نوسانی ساده (سینوسی، کسینوسی و یا تابع نمایی مختلط) نوشت. با بسط هر تابع متناوب به صورت سری فوریه، مؤلفه‌های بسامدی آن به دست می‌آید.^[۳-۶] به منظور مطالعه‌ی محتوای بسامدی، آنالیز طیفی با استفاده از تبدیل فوریه، یکی از ابزارهای کارآمد در مهندسی زلزله به شمار می‌آید.

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۷/۱۱/۲۶، اصلاحیه ۱۳۹۷/۱۲/۱۸، پذیرش ۱۳۹۸/۱/۱۸

DOI:10.24200/J30.2019.52464.2472

طیف فوریه، دامنه‌ی بسامدهای موجود در موج را بدون اطلاعاتی در زمینه‌ی زمان وقوع بسامدهای مذکور نشان می‌دهد.^[۴] تبدیل سریع فوریه، الگوریتمی است که از آن برای انجام تبدیلات مستقیم و معکوس فوریه به صورتی سریع و بسیار کارآمد استفاده می‌شود. تبدیل سریع فوریه در واقع تجزیه‌ی یک رشته از مقادیر به مؤلفه‌هایی با بسامدهای متفاوت است. این عملیات در بسیاری از رشته‌ها مفید است. تبدیل سریع فوریه، یک راه برای محاسبه‌ی نتایج به طور سریع‌تر است. محاسبه‌ی تبدیل فوریه‌ی گسسته برای n نقطه، $O(n^2)$ عملیات ریاضی دارد. در حالی که تبدیل فوریه‌ی سریع می‌تواند همان نتایج را در $O(n \log n)$ عملیات، محاسبه کند.^[۵-۸]

تئوری موجک، روش جدیدی است که با استفاده از آن کارهایی در خصوص تحلیل دینامیکی و بهینه‌سازی سازه‌ها در برابر زلزله انجام شده است. در نوشتار حیدری و همکارش (۲۰۰۷)،^[۱۱] پاسخ دینامیکی سازه تا ۵ مرحله با استفاده از تجزیه‌ی موجکی تخمین زده شد. نتایج نشان داد که با افزایش هر مرحله، زمان تحلیل نصف و خطای آن ۲ برابر می‌شود. در پژوهش دیگری، حیدری و همکارانش (۲۰۱۸)،^[۱۱] پارامترهای جنبش نیرومند زمین با استفاده از تبدیل موجکی و تجزیه‌ی شتاب‌نگاشت زلزله را محاسبه کردند و نتیجه گرفتند که با استفاده از تبدیل موجکی، می‌توان پارامترهای جنبش نیرومند زمین را با خطای ناچیز تخمین زد. همچنین با استفاده از تجزیه‌ی شتاب‌نگاشت زلزله و سپس استفاده از تحلیل دینامیکی، سازه به

روش ژنتیک در برابر زلزله بهینه شد. نتایج به خوبی بیان‌گر توانایی روش برای کاهش زمان بهینه‌سازی بود. [۱۳]

تحلیل‌های مودال عملیاتی برای استخراج پارامترهای مودال سیستم استفاده می‌شود و بر اساس آنالیز پاسخ سازه به تحریک ورودی انجام می‌گیرند. به دلایل مختلف از جمله پیچیده بودن شرایط تکیه‌گاهی، امکان وقوع زلزله‌های تحت شرایط محیطی و ...، امکان اندازه‌گیری دقیق ورودی برای تحریک سازه وجود ندارد. همچنین در روش مذکور، مشخصات تحریک مانند اندازه و جهت مشخص نیست. لذا روش‌های تحلیل مودال عملیاتی، فقط با پردازش سیگنال‌های پاسخ به شناسایی مشخصات مودال سازه می‌پردازند. [۱۵، ۱۴] در روش‌های معمول شناسایی مشخصات مودال سازه، سازه تحت ارتعاش کنترل شده قرار می‌گرفت که در آن صورت سازه از سرویس‌دهی خارج و عملاً در طول زمان آزمایش غیرقابل بهره‌برداری می‌شد. علاوه بر این، لرزاندن سازه برای ثبت پاسخ‌های آن با خطرهای احتمالی ایجاد خرابی در سازه همراه بود. از مزایای اصلی روش‌های تحلیل مودال عملیاتی نسبت به روش‌های معمول، استفاده از ارتعاشات محیطی برای اندازه‌گیری پارامترهای مودال سیستم است. [۱۷، ۱۶] برای انجام تحلیل مودال عملیاتی، روش‌های متعددی از جمله روش تجزیه‌ی حوزه‌ی بسامد و روش تبدیل موجک (WT) وجود دارند. [۱۸]

در سال ۱۹۵۷، از مفهوم تابع خودهمبستگی برای سازه‌های با ابعاد واقعی استفاده شد. برای این کار دو ساختمان آزمایش شد و از طریق یک دستگاه که نیروی نامنظم با چگالی طیفی قابل کنترل ولی ثابت تولید می‌کرد، به سازه نیرو وارد و عکس‌العمل آن اندازه‌گیری شد. با رقمی کردن اطلاعات و محاسبه‌ی ضرایب تابع خودهمبستگی، خصوصیات دینامیکی سازه‌ها به دست آمد. نتایج به دست آمده به روش تئوری نزدیک بود، که مؤید مناسب بودن روش مذکور است. [۱۹]

در سال ۱۹۶۵، کاواسومی و همکاران توانستند با استفاده از تبدیل فوریه‌ی تابع خودهمبستگی یک سیستم، تابع چگالی طیفی آن را که به تابع پاسخ بسامدی سیستم و چگالی طیفی ورودی بستگی دارد، به دست آورند و نتیجه گرفتند که لرزه‌های خفیف زمین، تصادفی است و چگالی طیفی آن‌ها را می‌توان ثابت فرض کرد. بنابراین تابع چگالی طیفی خروجی سیستم فقط به تابع پاسخ بسامدی سیستم بستگی دارد و تابع پاسخ بسامدی سیستم در بسامدهای طبیعی آن به میزان بیشینه بود. [۲۰]

در سال ۱۹۷۱، با استفاده از محاسبه‌ی تابع چگالی طیفی خود توان، بسامدهای طبیعی و ضرایب میرایی و با محاسبه‌ی تابع چگالی طیفی متقاطع، خصوصیات دینامیکی دو پل معلق تعیین و شکل‌های مودی آن‌ها به دست آورده شد. [۲۱]

در نوشتار حاضر، برای اولین بار به تحلیل در حوزه‌ی بسامد سازه‌ها با استفاده از تبدیل موجکی گسسته پرداخته شده است. هدف از پژوهش حاضر، نشان دادن کارآمد بودن تبدیل موجک گسسته در تخمین بسامد مود غالب سازه است. به طوری که محاسبات به اندازه‌ی ۱۶ برابر کاهش می‌یابد. برای این منظور از طیف فوریه و توان زلزله استفاده می‌شود. در این راستا، شتاب‌نگاشت زلزله تا ۵ مرحله توسط تبدیل موجکی فیلتر و طیف فوریه و توان آن محاسبه شده است. سپس ۴ سازه تحلیل مودال قرار گرفتند و بسامدهای طبیعی سازه در مودهای مختلف محاسبه شدند. در مرحله‌ی بعد با استفاده از طیف توان به دست آمده از موج اصلی زلزله و فیلترهای موجکی، سازه‌ها در حوزه‌ی بسامد تحلیل شدند. با انجام تحلیل در حوزه‌ی بسامد، پاسخ سازه در یک بسامد به خصوص بیشینه می‌شود، که نشان‌دهنده‌ی بسامد مود غالب سازه است. در پژوهش حاضر نشان داده شده است که با فیلتر موج اصلی زلزله با استفاده از تبدیل موجک، تعداد رکوردها در هر مرحله به نصف کاهش می‌یابد. در نتیجه می‌توان گفت حجم محاسبات نیز در هر مرحله به نصف

تقلیل می‌یابد. در پژوهش حاضر نشان داده شده است که با کاهش محاسبات به اندازه‌ی بیش از ۹۳٪، میزان خطا در تعیین بسامد مربوط به مود غالب سازه کمتر از ۳٪ است.

۲. طیف فوریه و توان

طیف دامنه‌ی فوریه (FAS) و طیف توان یا تابع چگالی قدرت طیفی،^۱ توابعی^۲ هستند که در سیگنال‌های گسسته با استفاده از تبدیل سریع فوریه (FFT)^۳ بر حسب زمان محاسبه می‌شوند. طیف فوریه نشان می‌دهد که چگونه موج زلزله بر اساس بسامد یا دوره‌ی تناوب توزیع شده و نشان‌دهنده محتوای بسامدی شتاب‌نگاشت زلزله است. در مقابل، طیف توان می‌تواند در برآورد خواص استاتیکی^۴ زلزله و محاسبه‌ی پاسخ احتمالی با استفاده از روش‌های ارتعاش تصادفی استفاده شود. بر اساس تبدیل فوریه می‌توان تابع دلخواه $S(t)$ را به صورت رابطه‌ی ۱ با استفاده از مجموعه‌ی توابع سینوس و کسینوس نشان داد: [۲۲]

$$S(t) = a_0 + a_1 \cos \omega t + \dots + a_n \cos n\omega t + b_1 \sin \omega t + \dots + b_n \sin n\omega t \quad (1)$$

رابطه‌ی ۱ را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۲ بازنویسی کرد:

$$S(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad (2)$$

که در آن، a_0 و a_n از روابط ۳ الی ۵ به دست می‌آیند:

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} S(t) dt \quad (3)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} S(t) \cdot \cos n\omega t dt \quad (4)$$

$$(5)$$

که در آن‌ها، T زمان تناوب تابع و ω بسامد است که با دوره‌ی تناوب رابطه‌ی ۶ را دارد:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (6)$$

همچنین $n\omega$ به صورت رابطه‌ی ۷ تعریف می‌شود:

$$\omega_2 = 2\omega, \omega_3 = 3\omega, \dots, \omega_n = n\omega \quad (7)$$

طیف فوریه، جذر مجموع توان دوم a_n و b_n در تبدیل فوریه است، که از طریق رابطه‌ی ۸ محاسبه می‌شود:

$$FAS(\omega_n) = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (8)$$

فاز فوریه (FP) نیز به عنوان زاویه است و از طریق رابطه‌ی ۹ محاسبه می‌شود:

$$FP(\omega_n) = \tan^{-1} \left(\frac{a_n}{b_n} \right) \quad (9)$$

همچنین طیف توان با استفاده از رابطه‌ی ۱۰ محاسبه می‌شود:

$$PSD(\omega_n) = \frac{(FAS(\omega_n))^2}{\pi \cdot t \cdot (RMS_a)^2}, RMS = \sqrt{\frac{1}{t} \int_0^t S(t)^2 dt} \quad (10)$$

۳. تبدیل موجکی

در تبدیل موجکی توابع مادر و مقیاس متفاوتی وجود دارند.^[۱۳] از توابع مادر، در تبدیل پیوسته و گسسته موجکی و از توابع مقیاس در تبدیل سریع موجکی برای جداسازی بسامدهای مختلف استفاده می‌شود. توابع مادر و مقیاس موجکی با ψ و ϕ و نشان داده می‌شوند. بعضی از توابع مادر، رابطه‌ی صریح ریاضی دارند و بعضی از آن‌ها ندارند. در پژوهش حاضر، از تابع موجک مادر هار، که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، استفاده شده است.

تابع مادر موجک هار مطابق رابطه‌ی ۱۱ - الف است:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 0.5 \\ -1 & 0.5 \leq t < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11 - \text{الف})$$

و تابع مقیاس آن به صورت رابطه‌ی ۱۱ - ب است:

$$\varphi(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11 - \text{ب})$$

در تبدیل موجکی، دو پارامتر مقیاس و انتقال وجود دارد. پارامتر مقیاس در موجک مشابه مقیاس در نقشه‌هاست. مقیاس کوچک، متناظر با نشان دادن جزئیات و مقیاس بزرگ، متناظر با نشان ندادن تقریبات موج است. مقیاس به‌عنوان یک تابع ریاضی، یک موج را فشرده و یا منبسط می‌کند. مقیاس‌های بزرگ، متناظر با باز کردن موج و مقیاس‌های کوچک، باعث فشرده شدن موج می‌شوند. در موجک، مقیاس با بسامد رابطه‌ی عکس دارد. بسامد پایین (مقیاس بزرگ) متناظر با اطلاعات کلی موج و بسامد بزرگ، متناظر با جزئیات موج است. بسامدهای بالا برای مدت زیادی از موج طول نمی‌کشند، در حالی که بسامدهای پایین در تمام مدت موج وجود دارند. در تبدیل موجکی پیوسته، پارامترهای انتقال و مقیاس به صورت پیوسته تغییر می‌کنند. به عبارتی، میزان تغییرات در رایانه در هر مرحله، بسیار کوچک (پیوسته) است. این موضوع باعث افزایش محاسبات رایانه‌ی می‌شود.^[۸] در صورتی که در تبدیل موجکی، انتقال و مقیاس به صورت گسسته در نظر گرفته شوند، نوع دیگری از تبدیل موجکی به نام تبدیل گسسته‌ی موجکی (DWT) حاصل می‌شود.^[۲۳] در مقیاس‌های بالا (بسامدهای پایین)، نرخ نمونه‌برداری از نقاط منحنی زمان را می‌توان مطابق قاعده‌ی نایکوسیت کاهش داد و حجم محاسبات را کم کرد. نمونه‌برداری نایکوسیت، کمینه‌ی نرخ نمونه‌برداری مجاز از موج پیوسته است، که قابل بازسازی است. اگر نرخ نمونه‌برداری از صفحه‌ی زمان - مقیاس، در مقیاس a_1 برابر N_1 باشد،

این صفحه را می‌توان با نرخ نمونه‌گیری N_2 در مقیاس e_2 ، که $e_1 < e_2$ است، ساده کرد؛ که متناظر با حالت $f_1 > f_2$ (نشان‌دهنده‌ی بسامد است) و $N_2 < N_1$ است. نسبت واقعی بین N_2 و N_1 از روابط ۱۲ و ۱۳ به دست می‌آید.^[۲۴]

$$N_2 = \frac{e_1}{e_2} N_1 \quad (12)$$

$$N_2 = \frac{f_1}{f_2} N_1 \quad (13)$$

برای موج S با تعداد نقاط N ، با استفاده از فیلترهای پایین‌گذر می‌توان بسامدهای بالا را حذف کرد و تقریبی از موج اصلی را به دست آورد. با استفاده از فیلتر بالاگذر نیز می‌توان بسامدهای پائین را حذف کرد و جزئیات موج را به دست آورد. با تأثیر هم‌زمان این دو فیلتر در موج، می‌توان آن را به دو قسمت با بسامدهای بالا و پایین تجزیه کرد. تقریبات و جزئیات موج در هر مرحله با A_j و D_j نشان داده می‌شوند. اما مسئله این است که در هر مرحله با استفاده از فیلترها از موج اصلی دو موج با تعداد نقاطی برابر با موج اصلی به دست می‌آیند، که باعث افزایش تعداد نقاط موج به ۲ برابر می‌شوند. برای غلبه بر مشکل اخیر، از کاهش نمونه‌برداری استفاده می‌شود.^[۲۵] در کاهش نمونه‌برداری از هر دو نقطه‌ی متوالی، یکی حفظ و دیگری حذف می‌شود. بنابراین تعداد نقاط هر موج تقریباً نصف تعداد نقاط موج اصلی می‌شود. پس از این مرحله باز هم می‌توان تعداد نقاط موج را کاهش داد. با توجه به این‌که بیشترین انرژی موج در تقریبات آن است و شکل این قسمت از موج به موج اصلی شبیه‌تر است، بنابراین عمل فیلترگذاری برای این قسمت از موج انجام و موج A_1 به دو موج A_2 و D_2 تبدیل می‌شود،^[۱۱] که تعداد نقاط هر کدام از آن‌ها نیز تقریباً نصف تعداد نقاط A_1 است. اگرچه از نقطه نظر تئوری این کار را می‌توان به تعداد \log_2^N مرتبه انجام داد، ولیکن در تحلیل‌های دینامیکی موجی، که شباهت بیشتری به موج اولیه دارد و تعداد نقاط آن نیز به حد کافی کم باشد، مورد نیاز است. در حقیقت تبدیل سریع موجکی همانند یک بانک فیلتر عمل می‌کند.^[۲۵] در این زمینه روش‌های متعددی وجود دارد. در پژوهش حاضر از روش مالان،^[۲۶] استفاده شده است، که در آن امواج تقریبی A_j و جزئی D_j از روابط ۱۴ و ۱۵ به دست می‌آیند.^[۲۶]

$$A_j = ap_{j,k} = \sum_n s(n) h_j^*(n - 2^j k) \quad (14)$$

$$D_j = de_{j,k} = \sum_n s(n) g_j^*(n - 2^j k) \quad (15)$$

که در آن‌ها، h_j فیلتر پایین‌گذر و g_j فیلتر بالاگذر نامیده می‌شوند. مقادیر h و g از یک مرحله به مرحله بعد با استفاده از روابط ۱۶ الی ۱۹ محاسبه می‌شوند:

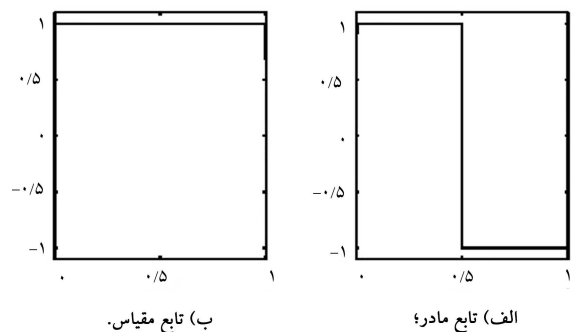
$$g_1(n) = g(n) \quad (16)$$

$$h_1(n) = h(n) \quad (17)$$

$$g_{j+1}(n) = \sum_k g_j(k) g(n - 2k) \quad (18)$$

$$h_{j+1}(n) = \sum_k h_j(k) g(n - 2k) \quad (19)$$

روابط اخیر نشان می‌دهند که روش اخیر شبیه تئوری فیلترهاست و تبدیل سریع موجکی متناظر با تجزیه‌ی بانک فیلتری است. معکوس آن نیز متناظر با ترکیب بانک فیلتری است. فیلترهایی که در تبدیل معکوس موجکی استفاده می‌شوند، با \tilde{h} و \tilde{g}



شکل ۱. توابع موجک هار.

نشان داده می‌شوند و از روابط ۲۰ و ۲۱ به دست می‌آیند:

$$\tilde{h}_j(n - 2^j k) = 2^{-s/2} \tilde{\psi}(2^{-j}(t - 2^j k)) \quad (20)$$

$$\tilde{g}_j(n - 2^j k) = 2^{-s/2} \tilde{\phi}(2^{-j}(t - 2^j k)) \quad (21)$$

که در آن‌ها، ψ و ϕ تابع مادر و تابع مقیاس هستند. با داشتن مقادیر \tilde{h} و \tilde{g} ، موج اصلی را می‌توان با استفاده از رابطه ۲۲ بازسازی کرد:

$$S(n) = \sum_{j=1}^J \sum_k ap_{j,k} \tilde{h}_j(n - 2^j k) + \sum_{j=1}^J \sum_k de_{j,k} \tilde{g}_j(n - 2^j k) \quad (22)$$

۴. تحلیل در حوزه‌ی بسامد

در بخش حاضر، توضیحاتی در مورد تحلیل سازه در حوزه‌ی بسامد داده شده است. در روش تحلیل در حوزه‌ی بسامد در معادلات جابه‌جایی مربوط به پاسخ سازه، بسامد با زمان جابه‌جا می‌شود و تحلیل انجام می‌گیرد. اگر نیروی P به‌عنوان یک نیروی گسسته و محرک برای سازه در نظر گرفته شود، با استفاده از رابطه‌ی ۲۳ به حوزه‌ی بسامد انتقال می‌یابد:

$$P_j = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} p_n e^{-i(2\pi n j/N)} \quad (23)$$

پس از انتقال نیرو در حوزه‌ی بسامد باید پاسخ سیستم را تحت این نیرو به دست آورد. برای به دست آوردن پاسخ سیستم یک درجه‌ی آزادی، با استفاده از رابطه‌ی ۲۴، محاسبه شده است:

$$U_j = H_j P_j \quad 0 \leq j \leq N - 1 \quad (24)$$

که در آن، N تعداد نقاط تابع ناپیوسته است. سپس با استفاده از رابطه‌ی ۲۵، محاسبه می‌شود:

$$H_j = H(\omega_j) = \frac{1}{k} \frac{1}{[\gamma - (\omega_j/\omega_n)^2] + i[2\zeta(\omega_j/\omega_n)]} \quad (25)$$

که در آن، ω_n بسامد طبیعی سیستم و ω_j نیز از رابطه‌ی ۲۶ به دست می‌آید:

$$\omega_j = j\omega \quad (26)$$

در نهایت برای به دست آوردن پاسخ جابه‌جایی سازه در حوزه‌ی بسامد از رابطه‌ی ۲۷ استفاده می‌شود:

$$u_n = \sum_{j=0}^{N-1} U_j e^{i(2\pi n j/N)} \quad (27)$$

۵. زلزله‌ی اصلی و فیلتر شده

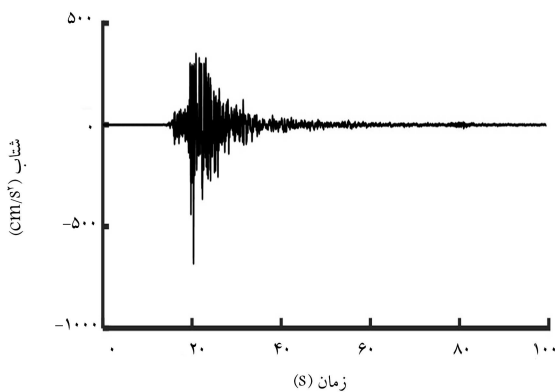
عموماً در مهندسی زلزله، ابتدا شتاب‌نگاشت زلزله فیلتر می‌شود، تا نوفه‌های آن حذف شود. در پژوهش حاضر، برای مؤلفه‌ی طولی (L) زلزله‌ی کرمانشاه، که در ایستگاه سرپل ذهاب ثبت شده است، شتاب‌نگاشت زلزله فیلتر شده و سپس چند سازه با روش ارائه شده در پژوهش حاضر بررسی شده‌اند. برای این منظور ابتدا با

استفاده از روش بانگذر،^[۲۷] با محدوده‌ی بسامدی صفر تا ۳۰ هرتز، مؤلفه‌ی طولی شتاب‌نگاشت زلزله‌ی سرپل ذهاب فیلتر شد. در شکل ۲، منحنی شتاب‌نگاشت فیلترشده‌ی مؤلفه‌ی L زلزله‌ی کرمانشاه نشان داده شده است. مقدار شتاب بیشینه‌ی زلزله‌ی فیلترشده، ۶۸۱/۴۵ سانتی‌متر بر مجذور ثانیه بوده است.

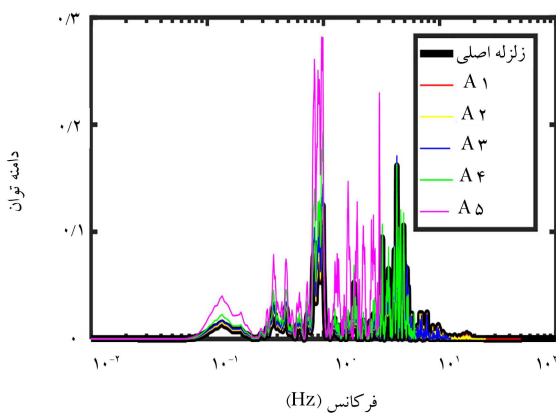
۶. طیف توان موج مقیاس شده

با توجه به مطالعات انجام شده می‌توان نتیجه گرفت که موج تقریبات نسبت به موج جزئیات به موج زلزله‌ی اصلی شبیه‌تر است.^[۱۳] همچنین برای نزدیک شدن طیف توان موج تقریبات به طیف توان موج زلزله‌ی اصلی هم‌پایه شود. برای این منظور، مقادیر منحنی موج تقریبی با ضرب کردن در شتاب بیشینه‌ی زلزله‌ی اصلی به مقدار شتاب بیشینه‌ی موجود در موج تقریبی به دست آمده، هم‌پایه می‌شود. در شکل ۳، طیف توان مؤلفه‌ی L مقیاس شده‌ی زلزله‌ی کرمانشاه نشان داده شده است. در هر مرحله از استفاده از فیلتر موجکی، تعداد نقاط شتاب‌نگاشت زلزله، تقریباً نصف تعداد نقاط مرحله‌ی قبل می‌شود. به‌عنوان مثال، برای مؤلفه‌ی طولی در زلزله‌ی سرپل ذهاب، که تعداد نقاط آن ۱۹۸۹۰ است، در مراحل اول تا پنجم (یعنی موج‌های: A_1 ، A_2 ، A_3 ، A_4 و A_5) تعداد نقاط به ترتیب ۹۹۴۵، ۴۹۷۳، ۲۴۸۷، ۱۲۴۴ و ۶۲۲ شده است.

در شکل ۴، الگوریتم طی شده تا این مرحله از پژوهش نشان داده شده است.



شکل ۲. مؤلفه‌ی فیلترشده‌ی L زلزله‌ی سرپل ذهاب.



شکل ۳. طیف توان زلزله‌ی اصلی و موج‌های A_1 تا A_5 .

جدول ۲. نتایج به دست آمده از تحلیل مودال.

زلزله	تعداد رکود استفاده شده	جابه‌جایی $\times 10^{-5}$ (cm)	بسامد (Hz)
اصلی	۱۹۸۹۰	۲,۰۰۱	۵,۳۶۸
A۱	۹۹۴۵	۲,۰۰۱	۵,۳۶۷
A۲	۴۹۷۳	۲,۰۱۱	۵,۳۶۷
A۳	۲۴۸۷	۲,۰۳۲	۵,۳۷۲
A۴	۱۲۴۴	۱,۵۲۹	۵,۳۵۷
A۵	۶۲۲	۱۲,۹۳	۵,۴۱۵

جدول ۳. بسامد مودهای مختلف به دست آمده از تحلیل مودال.

شماره مود سازه	بسامد به دست آمده از تحلیل مودال
۱	۲,۹۹
۲	۱۰,۰۸
۳	۱۹,۷۷
۴	۳۱,۶۴
۵	۴۲,۳۸
۶	۵۰,۹۰

بیشینه، که بسامد مود غالب سازه است، به‌خوبی و با دقت زیاد در هر ۵ مرحله‌ی فیلتر پیش‌بینی شده است.

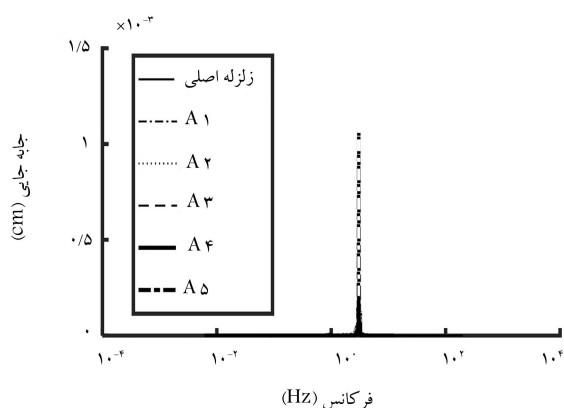
با توجه به نتایج به دست آمده که در جدول ۲ ارائه شده‌اند، بسامد وقوع جابه‌جایی بیشینه در هر ۵ مرحله‌ی فیلتر موجکی، تقریباً ۵/۴ هرتز است؛ این بدان معناست که محتوای بسامدی پاسخ بسامدی سازه تغییر نکرده است. با توجه به افزایش سرعت در محاسبات به دلیل کاهش نقاط از ۱۹۸۹۰ به ۶۲۲، می‌توان از خطای ناچیز ۰/۹٪ چشم‌پوشی کرد و از طیف توان A۵ به‌جای طیف توان موج اصلی برای به دست آوردن بسامد وقوع جابه‌جایی بیشینه یا به عبارت دیگر، بسامد مود غالب سازه استفاده کرد. با بررسی و مقایسه‌ی نتایج حاصل از تحلیل مودال و بسامدی که به ترتیب در جدول‌های ۱ و ۲ ارائه شده‌اند، می‌توان نتیجه گرفت که بسامد مود اول سازه‌ی مذکور، بسامد غالب آن است. همان‌طور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، خطای جابه‌جایی بیشینه در تحلیل با موج A۵ بسیار زیاد است، ولی بسامد وقوع جابه‌جایی بیشینه، که مد نظر پژوهش حاضر است، با خطایی ناچیز پیش‌بینی شده است.

۲.۷. ساختمان دو‌بُعدی ۵ طبقه

در بخش حاضر، به یک ساختمان دو‌بُعدی ۵ طبقه، که مقاطع تیرها و ستون‌های آن به ترتیب IPE ۳۰۰ و IPE ۲۲۰ است، پرداخته و شش بسامد اول آن در جدول ۳ ارائه شده است. تحلیل در حوزه‌ی بسامد برای سازه انجام و پاسخ نقطه‌ی مرجع به‌دست آورده شده است. بسامد معادل با جابه‌جایی بیشینه به‌عنوان بسامد غالب در نظر گرفته شده و با بسامدهای به دست آمده از تحلیل مودال مقایسه صورت گرفته است.

در شکل ۷، پاسخ گره مرجع برای سازه‌ی ۵ طبقه مشاهده می‌شود. مشابه قبل، بسامد مود غالب سازه با دقتی مناسب پیش‌بینی شده است. مطابق شکل اخیر، بسامد وقوع جابه‌جایی بیشینه، که بسامد مود غالب سازه است، به‌خوبی و با دقت زیاد در هر ۵ مرحله‌ی موجک پیش‌بینی شده است.

با توجه به نتایج به دست آمده از جدول ۴، بسامد وقوع جابه‌جایی بیشینه



شکل ۷. مقایسه‌ی طیف پاسخ سازه‌ی ۵ طبقه تحت زلزله‌ی اصلی و فیلترهای موجکی.

جدول ۴. نتایج به دست آمده از مثال دو‌بُعدی.

زلزله	تعداد رکود استفاده شده	جابه‌جایی $\times 10^{-5}$ (cm)	بسامد (Hz)
اصلی	۱۹۸۹۰	۹,۸۳۰	۳,۰۱۹
A۱	۹۹۴۵	۹,۸۶۵	۳,۰۱۹
A۲	۴۹۷۳	۱۰,۰۰۹	۳,۰۱۹
A۳	۲۴۸۷	۱۰,۰۸۵	۳,۰۱۸
A۴	۱۲۴۴	۱۹,۷۱	۳,۰۲۳
A۵	۶۲۲	۱۰۷,۵۰	۳,۰۲۸

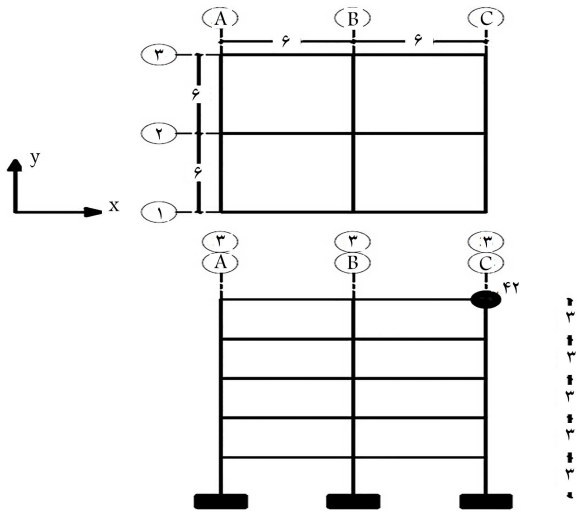
در هر ۵ مرحله‌ی فیلتر موجکی، تقریباً ۳/۰۲ هرتز است؛ این بدان معناست که محتوای بسامدی پاسخ بسامدی سازه تغییر نکرده است. با توجه به افزایش سرعت در محاسبات به دلیل کاهش نقاط از ۱۹۸۹۰ به ۶۲۲ می‌توان از خطای ناچیز ۰/۳٪ چشم‌پوشی کرد و از طیف توان A۵ به‌جای طیف توان موج اصلی برای به دست آوردن بسامد وقوع جابه‌جایی بیشینه یا به عبارت دیگر، بسامد مود غالب سازه استفاده کرد. با بررسی و مقایسه‌ی نتایج حاصل از تحلیل مودال و بسامدی که به ترتیب در جدول‌های ۳ و ۴ ارائه شده است، می‌توان نتیجه گرفت که بسامد مود اول سازه‌ی مذکور، بسامد غالب آن است. همان‌طور که در جدول ۴ مشاهده می‌شود، خطای جابه‌جایی بیشینه در تحلیل با موج A۵ بسیار زیاد است، ولی بسامد وقوع جابه‌جایی بیشینه که مد نظر پژوهش حاضر است، با خطایی ناچیز پیش‌بینی شده است.

۳.۷. ساختمان دو‌بُعدی ۱۰ طبقه

در بخش کنونی، یک ساختمان دو‌بُعدی ۱۰ طبقه، که مقاطع تیرها و ستون‌های آن به ترتیب IPE ۶۰۰ و IPE ۳۰۰ است، بررسی و شش بسامد اول آن در جدول ۵ ارائه شده است. تحلیل در حوزه‌ی بسامد برای سازه انجام شده و پاسخ نقطه‌ی مرجع به دست آمده است. بسامد معادل با جابه‌جایی بیشینه به‌عنوان بسامد غالب در نظر گرفته شده و با بسامدهای به دست آمده از تحلیل مودال مقایسه شده است.

در شکل ۸، پاسخ نقطه‌ی مرجع برای سازه‌ی ۵ طبقه مشاهده می‌شود، که مطابق آن بسامد وقوع جابه‌جایی بیشینه، که بسامد مود غالب سازه است، به‌خوبی و با دقت زیاد در هر ۵ مرحله‌ی موجک پیش‌بینی شده است.

با توجه به نتایج به دست آمده از جدول ۶، بسامد وقوع جابه‌جایی بیشینه در هر ۵ مرحله‌ی موجک، تقریباً ۱/۸ هرتز است. این بدان معناست که محتوای بسامدی



شکل ۹. قاب سه‌بُعدی.

جدول ۷. بسامد مودهای مختلف به دست آمده از تحلیل مودال.

شماره مود سازه	بسامد به دست آمده از تحلیل مودال
۱	۰٫۵۹۲
۲	۱٫۲۹۱
۳	۱٫۷۴۱
۴	۱٫۷۴۲
۵	۲٫۷۸۵
۶	۳٫۶۲۶

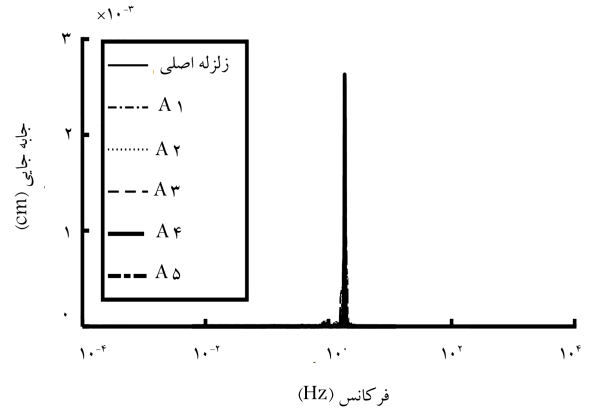
۳۰۰ متر، طول تمامی دهانه‌ها ۶ متر، مقاطع ستون‌ها IPE ۵۵۰، و مقاطع تیرها IPE ۲۷۰ بوده است. همچنین در مثال حاضر، وزن مخصوص، مدول کشسانی و تنش جاری شدن فولاد به ترتیب (Kg/m^3) ۷۸۵، (Kg/m^2) $2/1 \times 10^1$ و (Kg/m^2) ۳۵۰ بوده است. وزن مخصوص، مدول کشسانی و مقاومت ۲۸ روزه بتن نیز به ترتیب: (Kg/m^3) ۲۴۰۰، (Kg/m^2) $2/53 \times 10^1$ و (MPa) ۲۸، بوده است. نتایج حاصل از تحلیل مودال مربوط به شش بسامد اول سازه در جدول ۷ ارائه شده است. قاب مورد نظر تحت طیف توان زلزله‌ی اصلی و موج تقریبات مقیاس شده تحلیل و در انتهای هر تحلیل، منحنی طیف نقطه‌ی مرجع رسم شده است.

در شکل ۱۰، پاسخ نقطه‌ی مرجع برای سازه‌ی ۵ طبقه‌ی سه‌بُعدی مشاهده می‌شود، که مطابق آن سازه‌های دو‌بُعدی بسامد وقوع جابه‌جایی بیشینه، که بسامد مود غالب سازه است، به‌خوبی و با دقت زیاد در هر ۵ مرحله‌ی موجک پیش‌بینی شده است.

با توجه به نتایج به دست آمده از جدول ۸، بسامد وقوع جابه‌جایی بیشینه در هر ۵ مرحله‌ی فیلتر موجکی، تقریباً ۱٫۷ هرترز است؛ این بدان معناست که محتوای بسامدی پاسخ بسامدی سازه تغییر نکرده است. با توجه به افزایش سرعت در محاسبات به دلیل کاهش نقاط از ۱۹۸۹۰ به ۶۲۲ می‌توان از خطای ناچیز ۳٪ چشم‌پوشی کرد و از طیف توان A5 به‌جای طیف توان اصلی برای به دست آوردن بسامد وقوع جابه‌جایی بیشینه یا به‌عبارت دیگر، بسامد مود غالب سازه استفاده کرد. با بررسی و مقایسه‌ی نتایج حاصل از تحلیل مودال و بسامدی، که به ترتیب در جدول‌های ۷ و

جدول ۵. بسامد مودهای مختلف به دست آمده از تحلیل مودال.

شماره مود سازه	بسامد به دست آمده از تحلیل مودال
۱	۱٫۸۱
۲	۶٫۱۶
۳	۱۲٫۳۵
۴	۲۰٫۷۴
۵	۳۰٫۵۸
۶	۳۱٫۲۸



شکل ۸. مقایسه‌ی طیف پاسخ سازه‌ی ۱۰ طبقه تحت زلزله‌ی اصلی و فیلترهای موجکی.

جدول ۶. نتایج به دست آمده از مثال دو‌بُعدی.

زلزله	تعداد رکود استفاده شده	جابه‌جایی $(\text{cm}) \times 10^{-3}$	بسامد (Hz)
اصلی	۱۹۸۹۰	۲٫۰۸۱	۱٫۸۳۰
A1	۹۹۴۵	۲٫۰۳۱	۱٫۸۳۰
A2	۴۹۷۳	۲٫۰۹۳	۱٫۸۳۰
A3	۲۴۸۷	۲٫۲۹۶	۱٫۸۲۹
A4	۱۲۴۴	۲٫۶۳۵	۱٫۸۲۸
A5	۶۲۲	۱٫۸۱۷	۱٫۸۴۰

پاسخ بسامدی سازه تغییر نکرده است. با توجه به افزایش سرعت در محاسبات به دلیل کاهش نقاط از ۱۹۸۹۰ به ۶۲۲ می‌توان از خطای ناچیز ۵۴٪ چشم‌پوشی کرد و از طیف توان A5 به‌جای طیف توان موج اصلی برای به دست آوردن بسامد وقوع جابه‌جایی بیشینه یا به‌عبارت دیگر، بسامد مود غالب سازه استفاده کرد. با بررسی و مقایسه‌ی نتایج حاصل از تحلیل مودال و بسامدی که به ترتیب در جدول‌های ۵ و ۶ ارائه شده است، می‌توان نتیجه گرفت که بسامد مود اول سازه‌ی مذکور، بسامد غالب آن است. همان‌طور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، خطای جابه‌جایی بیشینه در تحلیل با موج A5 بسیار زیاد است؛ ولی بسامد وقوع جابه‌جایی بیشینه، که مدنظر پژوهش حاضر است، با خطایی ناچیز پیش‌بینی شده است.

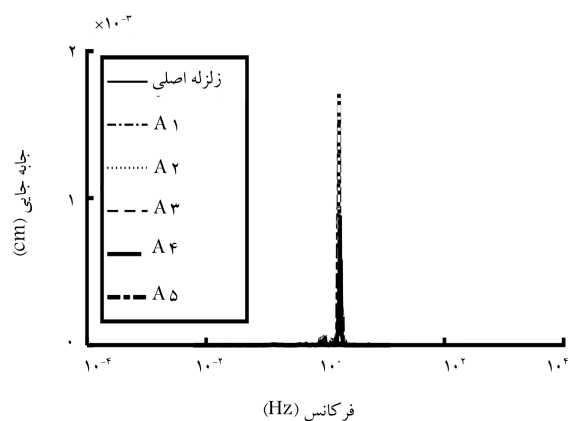
۴.۷. مثال سه‌بُعدی ۵ طبقه

در مثال حاضر، برای تحلیل در حوزه‌ی بسامد سازه از موج تقریبی هم‌پایه شده و از یک قاب فولادی سه‌بُعدی ۵ طبقه (مطابق شکل ۹) و اتصالات خمشی و سقف صلب به ضخامت ۲۵ سانتی‌متر استفاده شده است. ارتفاع همه‌ی طبقات

۸ ارائه شده است، می‌توان نتیجه گرفت که بسامد مود چهارم سازه مذکور، بسامد غالب آن است. همان‌طور که در جدول ۶ مشاهده می‌شود، خطای جابه‌جایی بیشینه در تحلیل با موج A5 بسیار زیاد است. ولی بسامد وقوع جابه‌جایی بیشینه، که مدنظر پژوهش حاضر است، با خطایی ناچیز پیش‌بینی شده است.

۸. نتیجه‌گیری

در نوشتار حاضر، برای اولین بار از تئوری موجک برای انجام تحلیل سازه در حوزهی بسامد استفاده شده است. در این راستا، زلزله‌ی اصلی با استفاده از تبدیل موجکی هار فیلتر شد. در هر مرحله از فیلتر دو موج تقریبات و جزئیات حاصل شد. با توجه به این‌که محتوای بسامدی موج تقریبات به زلزله‌ی اصلی نزدیک‌تر بود، از آن برای مطالعات بعدی استفاده و با شتاب بیشینه‌ی زلزله‌ی اصلی هم‌پایه شد. در مرحله‌ی بعد، طیف توان موج تقریبات هم‌پایه شده ترسیم و از آن برای تحلیل در حوزه‌ی بسامد سازه استفاده شد. مطابق نتایج به دست آمده از تحلیل در حوزه‌ی بسامد سازه‌ها می‌توان نتیجه گرفت که اگر هدف از تحلیل در حوزه‌ی بسامد، یافتن مود غالب سازه باشد، می‌توان به‌جای استفاده از موج اصلی زلزله از موج A5 به‌عنوان جایگزین موج زلزله‌ی اصلی استفاده کرد. فیلتر موجکی A5 با تعداد رکورد $\frac{1}{33}$ زلزله‌ی اصلی می‌تواند بسامد مود غالب سازه را با خطایی کمتر از ۳٪ پیش‌بینی کند. در همین راستا، زمان تحلیل در حوزه‌ی بسامد سازه‌ها با استفاده از موج A5 به اندازه‌ی ۳٪ تحلیل در حوزه‌ی بسامد سازه‌ها با استفاده از موج زلزله‌ی اصلی است، که میزان اندازه‌ی کاهش در زمان تحلیل بسیار چشم‌گیر است.



شکل ۱۰. مقایسه‌ی طیف پاسخ گره‌ی ۴۲ سازه‌ی سه‌بُعدی.

جدول ۸. نتایج به دست آمده از مثال سه‌بُعدی.

زلزله	جابه‌جایی $\times 10^{-4}$ (cm)	بسامد (Hz)
اصلی	۶٫۸۱۳	۱٫۷۶۹
A1	۶٫۸۴۲	۱٫۷۶۹
A2	۷٫۰۳۸	۱٫۷۶۹
A3	۷٫۷۳۰	۱٫۷۶۸
A4	۸٫۷۳۰	۱٫۷۷۴
A5	۱۷٫۱۴	۱٫۷۰۰

پانویس‌ها

1. power spectral density
2. function
3. fast fourier transform
4. statistical properties
5. discrete wavelet transform
6. Mallat
7. ref. node

منابع (References)

1. Katoh, S., Iio, Y., Katao, H. and et al. "The relationship between s-wave reflectors and deep low-frequency earthquakes in the northern kinki district, southwestern Japan", *Earth, Planets and Space*, **70**(1), pp. 1-11 (2018).
2. De Stefano, A., Ceravolo, R. and Sabia, D. "Output only dynamic identification in time-frequency domain", *American Control Conference, Proceedings of the IEEE*, **1**, pp. 447-452 (2001).
3. Arfken, G. *Mathematical Methods for Physicists*, 3rd Edn, San Diego, Ca: Academic, pp. 760-793 (1985).
4. Askey, R. and Haimo, D.T. "Similarities between fourier and power series", *The American Mathematical Monthly*, **103**(4), pp. 297-304 (1996).
5. Beyer, W.H., *CRC Standard Mathematical Tables*, Boca Raton, Florida: CRC Press, 28th ed (1987).
6. Churchill, R.V. and Brown, J.W. "Fourier series and boundary value problems", McGraw-Hill New York, pp. 248 (1963).
7. Kramer, S.L. "Geotechnical earthquake engineering", In *Prentice-Hall International Series in Civil Engineering and Engineering Mechanics*, Prentice-Hall, New Jersey (1996).
8. Misiti, M., Misiti, Y., Oppenheim, G. and et al. "Wavelet toolbox: for use with Matlab", (1996).
9. Percival, D.B. and Walden, A.T., *Wavelet Methods for Time Series Analysis*, Cambridge university press, **4** (2006).
10. Zhao, H. and Bentsman, J. "Block diagram reduction of the interconnected linear time-varying systems in the time-frequency domain", *Multidimensional Systems and Signal Processing*, **13**(1), pp. 7-34 (2002).
11. Heidari, A. and Salajegheh, E. "Approximate dynamic analysis of structures for earthquake loading using fwt", **20**(1), pp. 37-47 (2007).
12. Heidari, A., Raeisi, J. and Kamgar, R. "Application of wavelet theory in determining of strong ground motion parameters", *Int. J. Optim. Civil Eng*, **8**(1), pp. 103-115 (2018).
13. Heidari, A. and Raeisi, J. "Optimum design of structures against earthquake by simulated annealing using wavelet

- transform”, *Soft Computing in Civil Engineering*, **2**(4), pp. 23-33 (2018).
14. Ewins, D.J. “Modal testing: theory, practice and application (mechanical engineering research studies: engineering dynamics series)”, John Wiley and Sons, Research Studies Pre., 2nd ed., **13** (2000).
 15. Kohler, M.D., Davis, P.M. and Safak, E. “Earthquake and ambient vibration monitoring of the steel-frame ucla factor building”, *Earthquake Spectra*, **21**(3), pp. 715-736 (2005).
 16. Tarinejad, R. and Damadipour, M. “Modal identification of structures by a novel approach based on fdd-wavelet method”, *Journal of Sound and Vibration*, **333**(3), pp. 1024-1045 (2014).
 17. Tarinejad, R. and Damadipour, M. “Extended fdd-wt method based on correcting the errors due to non-synchronous sensing of sensors”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, **72-73**, pp. 547-566 (2016).
 18. Brincker, R., Zhang, L. and Andersen, P. “Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition”, *Proc. of the 18th International Modal Analysis Conference (IMAC)*, San Antonio, Texas (2000).
 19. Cherry, S. and Brady, A.G. “Determination of structural dynamic properties”, *Statistical Analysis of Random Vibrations* (1965).
 20. Kawasumi, H. and Shima, E. “Some applications of a correlator to engineering problems”, III WCEE 2 (1965).
 21. Mclamore, V.R., Hart, G.C. and Stubbs, I. R. “Ambient vibration of two suspension bridges”, *Journal of the Structural Division*, **99**(st7) (1971).
 22. Owen, J.Sh. “A power spectral approach to the analysis of the dynamic response of cable stayed bridges to spatially varying excitation”, University of Bristol (1994).
 23. Polikar, R. “The wavelet tutorial”, *The Engineers' ultimate Guide Towavelet Analysis*, Rowan University (1996).
 24. Strang, G. and Nguyen, T. “Wavelets and Filter Banks”, SIAM (1996).
 25. Rioul, O. and Duhamel, P. “Fast algorithms for discrete and continuous wavelet transforms”, *IEEE Transactions on Information Theory*, **38**(2), pp. 569-586 (1992).
 26. Mallat, S.G. “A theory for multiresolution signal decomposition: the Wavelet representation”, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **11**(7), pp. 674-693 (1989).
 27. Kanasewich, E.R. “Time sequence analysis in geophysics”, University of Alberta (1981).