

ارائه‌ی یک دستور جریان خمیری برای اندرکنش خمش و برش در تیرها

محمدتقی کاظمی* (دانشیار)

مهدی شریفی (دانشجوی دکتری)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف

مهندسی عمران شریف، تابستان (۱۳۹۹)
دوره‌ی ۲، شماره‌ی ۲/۲، ص. ۷۳-۸۰

رفتار غیرارتجاعی قاب‌های مهاربندی شده‌ی واگرای فولادی با طول تیر پیوندی متوسط، ترکیبی از تسلیم برشی و خمشی است و بنابراین اندرکنش لنگر خمشی و نیروی برشی باید در تحلیل آنها در نظر گرفته شود. به منظور تحلیل غیرارتجاعی سازه علاوه بر سطح تسلیم، دستور جریان لازم است. در نوشتار حاضر، ابتدا تعدادی قاب مهاربندی شده‌ی واگرا به روش اجزاء محدود مدل‌سازی شدند. آنگاه بعد از صحت‌سنجی مدل‌سازی، با استفاده از تئوری تیر تیموشنکو، سهم تغییرشکل برشی و خمشی تفکیک شده است. با استفاده از نتایج به دست آمده یک رابطه‌ی دستور جریان برای مقاطع I- شکل فشرده‌ی لرنه‌یی پیشنهاد شده است. سپس برای نشان دادن کاربرد دستور جریان پیشنهادی، یک تیر با طول متوسط تحلیل شد، که در آن مفصل مرکب تشکیل شده است. در مثال مذکور، دستور جریان پیشنهادی منحنی بار - جابه‌جایی تا ۷/۵٪ کمتر از حالت بدون اندرکنش به دست آمده است. نتایج مثال اخیر نشان می‌دهد که اثر اندرکنش خمش و برش و دستور جریان در حالت‌های مختلف متفاوت است و در بعضی حالت‌ها، قابل اغماض نیست و باید بررسی شود.

واژگان کلیدی: اندرکنش لنگر خمشی و نیروی برشی، دستور جریان، تحلیل غیرخطی مرحله‌یی، مفصل مرکب، مقطع I شکل فولادی.

kazemi@sharif.edu
mahdi.sharifi@student.sharif.ir

۱. مقدمه و تاریخچه‌ی پژوهش‌ها

قاب‌های خمشی فولادی و قاب‌های مهاربندی شده‌ی واگرا از سیستم‌های مرسوم سازه‌یی هستند. رفتار غیرارتجاعی قاب‌های مهاربندی شده‌ی واگرا به طول تیر پیوندی بستگی دارد. بر اساس دسته‌بندی آیین‌نامه‌ی ۳۴۱-۱۶ AISC^[۱]، اگر طول تیر پیوندی از مقدار $\frac{\sqrt{6}M_p}{V_p}$ کوچک‌تر باشد، تسلیم برشی بر پاسخ غیرارتجاعی تیر پیوند حاکم است (که در آن، M_p و V_p به ترتیب لنگر خمشی خمیری مقطع تیر و برش خمیری مقطع تیر هستند). در حالی که اگر طول تیر پیوندی از $\frac{\sqrt{6}M_p}{V_p}$ بیشتر باشد، تسلیم خمشی بر پاسخ غیرارتجاعی آن حاکم است. برای طول‌های تیر پیوند بین دو مقدار اخیر، پاسخ غیرارتجاعی، ترکیبی از تسلیم برشی و خمشی خواهد بود. مشابه قاب‌های مهاربندی شده‌ی واگرا، اگر در قاب فولادی دهانه‌ی تیر کوچک، بزرگ و یا متوسط باشد، به ترتیب تسلیم برشی، تسلیم خمشی و یا ترکیبی از آنها بر رفتار غیرارتجاعی آن قاب حاکم خواهد بود. به این ترتیب در حالت‌های تیر پیوندی با طول متوسط و یا قاب با طول دهانه‌ی متوسط، اندرکنش لنگر خمشی - نیروی برشی مهم می‌شود. از آنجایی که در قاب‌های اخیر، مقاطع I شکل به عنوان تیر زیاد استفاده می‌شوند، اندرکنش برش و لنگر خمشی در مقاطع I شکل اهمیت پیدا می‌کند.

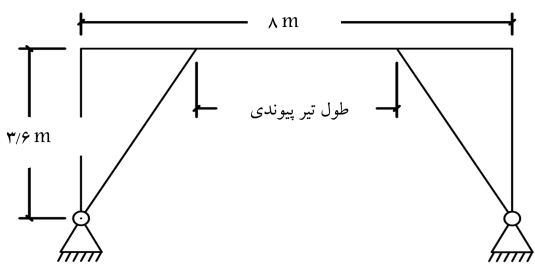
* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۷/۱۰/۰۹، اصلاحیه ۱۳۹۸/۰۲/۰۷، پذیرش ۱۳۹۸/۰۲/۱۵

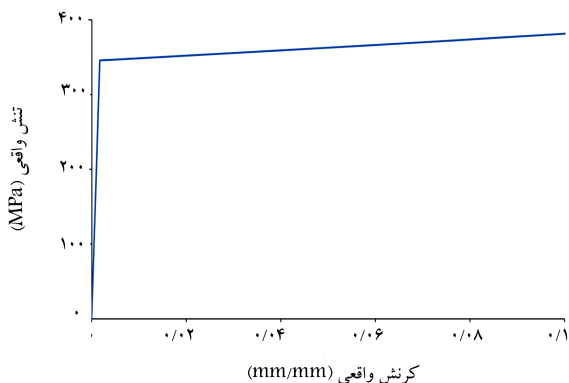
DOI:10.24200/J30.2019.52433.2476

از طرفی، برای اطمینان از عملکرد رضایت‌بخش سازه در یک زلزله‌ی شدید، تغییرشکل غیرکشسان در مفصل‌های خمیری نباید بیش از ظرفیت تغییرشکل غیرکشسان آنها باشد. از این رو مرتبط کردن تغییرشکل مفصل خمیری به زاویه‌ی گریز خمیری طبقه می‌تواند مفید باشد. برای حرکت‌های شدید زمین، زاویه‌ی گریز مورد انتظار یا طراحی به شدت زلزله بستگی دارد و می‌تواند با استفاده از آیین‌نامه‌های طراحی لرنه‌یی^[۲] تخمین زده شود. ظرفیت غیرکشسان مفصل‌های خمیری از نتایج آزمایش حاصل می‌شود و یا با تقریب با استفاده از دستورالعمل‌های معتبر^[۳] تخمین زده می‌شود. تغییرشکل‌های مفصل‌های غیرکشسان بستگی به مسیر بارگذاری دارد و نیازمند تحلیل مرحله‌یی است. در حالت وجود فقط مفصل‌های خمشی یا فقط مفصل‌های برشی، دستور جریان خمیری به صورت یک‌بعدی است و عملاً تغییرشکل‌های مفصل‌های خمیری می‌توانند فقط با ارضاء کردن الزامات سازگاری سینماتیکی تخمین زده شوند. در حالی که در صورت وجود مفصل‌های مرکب، لازم است که رابطه‌ی چرخش مفصل خمیری و تغییرشکل برشی هر مفصل مرکب با استفاده از یک دستور جریان در نظر گرفته شود.

بیشتر پژوهشگران برای تحلیل غیرارتجاعی از فرض دستور جریان وابسته استفاده کرده‌اند. مستراندرا و پیوسو (۲۰۰۹)^[۴] یک مدل برای اندرکنش خمش و برش



شکل ۱. رسم شماتیک قاب‌های مهاربندی واگرا.



شکل ۲. نمودار تنش واقعی - کرنش واقعی.

در تیرهای پیوندی ارائه دادند و از فرض دستور جریان وابسته برای تحلیل مکانیزم خرابی بهره بردند. همچنین مشورتی و همکاران (۲۰۱۴)،^[۵] نیز برای تحلیل صلب - خمیری قاب‌های مهاربندی واگرای Y- معکوس از فرض دستور جریان وابسته استفاده کردند. در مقابل، برخی دیگر از پژوهشگران از دستور جریان غیروابسته بهره بردند. کاظمی و عرفانی (۲۰۰۹)،^[۶] یک مدلی ارائه دادند که اندرکنش تسلیم برشی و تسلیم خمشی را در نظر می‌گرفت. مدل آنها شامل سطوح تسلیم چندگانه و غیرمشابه به همراه یک دستور سخت‌شوندگی سینماتیکی و همچنین یک دستور جریان غیروابسته است. کاظمی و حسین‌زاده (۲۰۱۱)،^[۷] برای تحلیل غیرکشسان قاب‌ها یک المان PVM بر اساس خرابی حالت خمیری ارائه دادند، که اندرکنش P، V و M را لحاظ می‌کند. آنها از اصل سطوح تسلیم چندگانه در فضای تغییرشکل بهره بردند.

در بیشتر مطالعات پیشین، برای بیان تغییرشکل‌های خمیری خمش و برشی از فرض دستور جریان وابسته استفاده شده است، ولی دقت آن بررسی نشده است. همچنین، برخی از روابط ارائه شده برای دستور جریان غیروابسته برای سطوح تسلیم چندگانه‌ی غیرمشابه است، که دقت خوبی دارند، ولی پیچیده هستند. هدف از نوشتار حاضر، بررسی و ارائه‌ی دستور جریان برای مقاطع I- شکل فشرده‌ی لرزه‌ی است، که تحت اندرکنش لنگر خمشی و نیروی برشی قرار دارند. سپس به منظور نشان دادن کاربرد دستور جریان پیشنهادی، به تحلیل مرحله‌ی یک تیر با طول متوسط پرداخته شده است، که در آن مفصل مرکب تشکیل شده است.

۲. مطالعات اجزاء محدود

۲.۱. مدل‌سازی اجزاء محدود غیرخطی

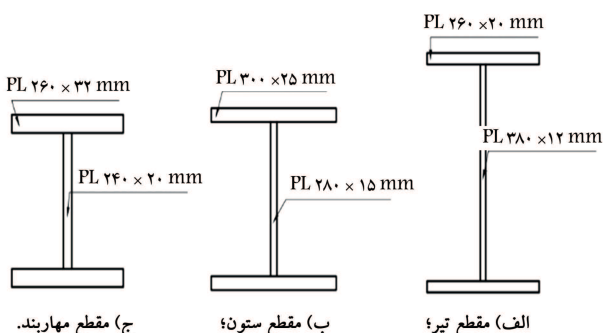
تعداد ۸ قاب مهاربندی شده مدل‌سازی شدند. مشخصات تمامی قاب‌ها، به جز طول تیر پیوندی و سخت‌کننده‌های متناظر آن، یکسان در نظر گرفته شده است. در تمامی مدل‌ها، طول تیر و ارتفاع ستون، به ترتیب ۸ متر و ۳٫۶ متر بوده است. همچنین در هر مدل، اتصال تیر به ستون و مهاربند به تیر به صورت صلب و اتصال پای ستون‌ها و مهاربندها به صورت مفصلی بودند (شکل ۱).

تمامی قاب‌ها بر اساس دستورالعمل ۱۶- AISC۳۴۱،^[۱] طراحی شدند. در طراحی‌ها، یک ماده‌ی کشسان‌خمیری ایده‌آل فون مایسز با خصوصیات $F_y = 345 MPa$ و $F_u = 450 MPa$ و $E = 200 GPa$ استفاده شده است، که نمودار تنش واقعی - کرنش واقعی آن در شکل ۲ مشاهده می‌شود. همه‌ی مقاطع I- شکل که فشرده‌ی لرزه‌ی با دو محور تقارن هستند، که در شکل ۳ نشان داده شده است.

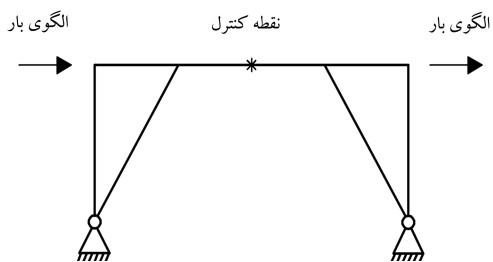
سخت‌کننده‌های عرضی میانی و دو انتهای تیر پیوند، به ترتیب ورق با ابعاد $380 \times 124 \times 12 mm$ و $380 \times 124 \times 10 mm$ است. بر اساس دستورالعمل ۱۶- AISC۳۴۱،^[۱] سخت‌کننده‌های میانی با فواصل مساوی به صورت یک طرفه و سخت‌کننده‌های دو انتها به صورت دو طرفه قرار داده شدند. در جدول ۱، طول تیر پیوندی قاب‌ها، تعداد سخت‌کننده‌های متناظر آن و دسته‌بندی پاسخ غیرارتجاعی آن طبق دستورالعمل ۱۶- AISC ۳۴۱ ارائه شده است.

تمامی قاب‌ها به روش طول کمان هل داده شدند، به این صورت که با اعمال الگوی نیرو در سمت چپ و راست قاب و کنترل جابه‌جایی نقطه‌ی وسط تیر، تحلیل صورت گرفته است (شکل ۴).

مقدار جابه‌جایی هدف ۱٫۵ برابر مقدار گریز طراحی طبقه در نظر گرفته شده است.



شکل ۳. ابعاد مقاطع.



شکل ۴. محل اعمال الگوی بار و نقطه‌ی کنترل جابه‌جایی.

گریز طراحی طبقه (Δ_d) ، مجموع گریزکشسان و خمیری طبقه $(\Delta_d = \Delta_e + \Delta_p)$ است. مشابه دستورالعمل ۱۶- AISC۳۴۱،^[۱] گریز خمیری هر قاب بر اساس زاویه‌ی چرخش غیرکشسان تیر پیوند مطابق رابطه‌ی ۱ انتخاب شده است (شکل ۵).

$$\Delta_p = \frac{eh}{L} \gamma_p \quad (1)$$

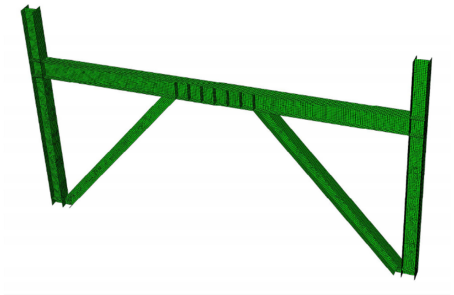
که در آن، h و L و e به ترتیب ارتفاع ستون، طول تیر و طول تیر پیوند است. γ_p زاویه‌ی

جدول ۱. دسته‌بندی تیر پیوند بر اساس دستورالعمل ۱۶-۳۴۱-AISC^[۱].

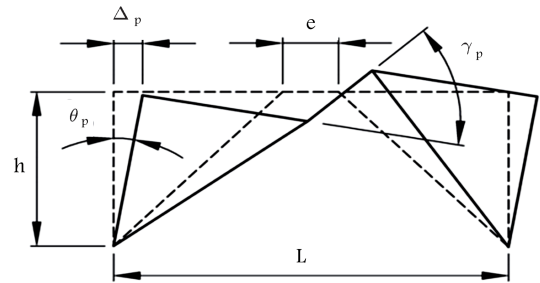
شماره‌ی مدل	طول تیر پیوند (m)	تعداد سخت‌کننده‌های میانی	پاسخ غیرکشسان غالب تیر پیوند
۱	۵٫۰	۰	لنگر کنترل
۲	۲٫۴	۴	حد پایین لنگر کنترل
۳	۲٫۰	۴	ترکیب برش و لنگر کنترل
۴	۱٫۸	۴	ترکیب برش و لنگر کنترل
۵	۱٫۷	۵	ترکیب برش و لنگر کنترل
۶	۱٫۶	۵	ترکیب برش و لنگر کنترل
۷	۱٫۵	۳	حد بالای برش کنترل
۸	۰٫۵	۱	برش کنترل

جدول ۲. زاویه‌های چرخش غیرکشسان تیر پیوند و جابه‌جایی خمیری متناظر آنها برای تمامی مدل‌ها.

شماره‌ی مدل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
چرخش غیرکشسان تیر پیوند (γ_p)	۰٫۰۲	۰٫۰۲	۰٫۰۴۷	۰٫۰۶	۰٫۰۶۷	۰٫۰۷۳	۰٫۰۸	۰٫۰۸
جابه‌جایی خمیری (Δ_p) (mm)	۴۵	۲۱٫۶	۴۲	۴۸٫۶	۵۱	۵۲٫۸	۵۴	۱۸



شکل ۶. مش‌بندی المان محدود برای قاب مهاربندی واگرا با طول تیر پیوندی ۱٫۷ متر.

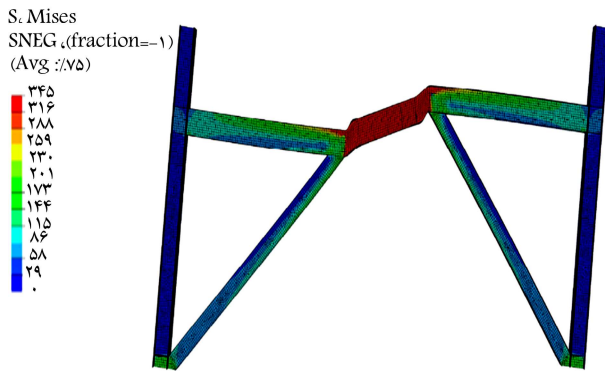


شکل ۵. گریز خمیری طبقه^[۱].

چرخش غیرکشسان تیر پیوند است، که مطابق دستورالعمل ۱۶-۳۴۱-AISC^[۱] برای تیرهای پیوند با طول مختلف به مقدار مشخصی محدود شده است. در جدول ۲، زاویه‌های چرخش غیرکشسان تیر پیوند و جابه‌جایی خمیری متناظر آنها برای تمامی مدل‌ها ارائه شده است.

۲.۲. جزئیات مدل‌سازی المان محدود

به منظور مش‌زدن هندسه‌ی تمامی مدل‌ها، از المان پوسته‌ی R۴S آباکوس استفاده شده است، که ۴ گره دارد و از روش انتگرال‌گیری کاهش یافته استفاده می‌کند. پدیده‌ی ساعت شنی به این صورت کنترل می‌شود که نسبت انرژی مصنوعی کل به انرژی داخلی کل باید کمتر از ۰٫۱ باشد. همچنین برای یافتن اندازه‌ی المان مناسب، مطالعه‌ی هم‌گرایی مش انجام شد، به طوری که دقت نتایج و زمان محاسبات بهینه به دست آید. برای تحلیل از روش ریکس اصلاح‌شده‌ی استاتیکی غیرخطی (روش طول کمان) استفاده شده است، که در آن گزینه‌ی غیرخطی هندسی نیز فعال شد. مدهای کمانش مدل‌ها توسط تحلیل کمانشی مقدار ویژه‌ی خطی محاسبه شد و با استفاده از دو مدول کمانش هر مدل، نقص هندسی اولیه به مدل‌ها اعمال شده است. با انجام مراحل بیان شده، اثر تغییرشکل‌های بزرگ، کمانش‌های موضعی و رفتار پس‌کمانشی شبیه‌سازی شد. بیشترین مقدار نقص‌های هندسی اولیه برابر $\frac{h}{30}$ در نظر گرفته شد، که در آن h_w جان تیر است. شایان ذکر است به دلیل آن‌که تمامی مقاطع انتخاب شده برای پژوهش حاضر، مقاطع I شکل با دو محور تقارن و فشرده‌ی لرنه‌ی بودند، نقص‌های

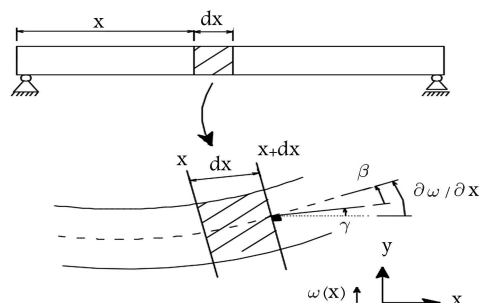


شکل ۷. توزیع تنش ون - مایسز در قاب مهاربندی واگرا با طول ۱٫۷ متر (تغییرشکل نشان داده شده، ۵ برابر بزرگ‌نمایی شده است).

هندسی اولیه فقط در رفتار پس‌کمانشی اثر می‌گذارد. افزایش نواقص هندسی اولیه باعث می‌شود که کمانش موضعی زودتر اتفاق بیفتد، اما نه زودتر از تسلیم مقطع. بر اساس فرضیات ذکر شده، ۸ قاب مهاربندی واگرا که قبلاً توضیح داده شدند، مدل‌سازی و تحلیل شدند. در شکل ۶، مدل المان محدود برای قاب مهاربندی واگرا با طول ۱٫۷ متر نشان داده شده است. برای مدل قاب مهاربندی واگرای ذکر شده، مطالعه‌ی هم‌گرایی مش به ۲۵۸۲۳ المان منجر شد. همچنین، شکل ۷، توزیع

جدول ۳. درصد اختلاف بین نتایج تحلیل اجزاء محدود حاضر با نتایج آزمایشگاهی در بخش غیرارتجاعی.

خیز وسط دهانه (mm)	۲٫۷	۴٫۲	۶٫۷	۱۰٫۵	۱۴	۱۶٫۵
درصد اختلاف	۴٫۱	۱٫۶	۱٫۱	۱٫۱	-۰٫۵	۱٫۲
خیز وسط دهانه (mm)	۱۷٫۸	۲۰٫۸	۲۷٫۷	۳۳٫۶	۳۹٫۸	۴۵٫۴
درصد اختلاف	۰٫۸	-۱٫۱	-۳٫۲	-۴٫۴	-۴٫۹	-۴٫۲



شکل ۹. سینماتیک تغییرشکل یک المان خمشی.

همچنین جدول ۳، درصد اختلاف نتایج تحلیل اجزاء محدود حاضر با نتایج آزمایشگاهی را در بخش غیرارتجاعی نشان می‌دهد.

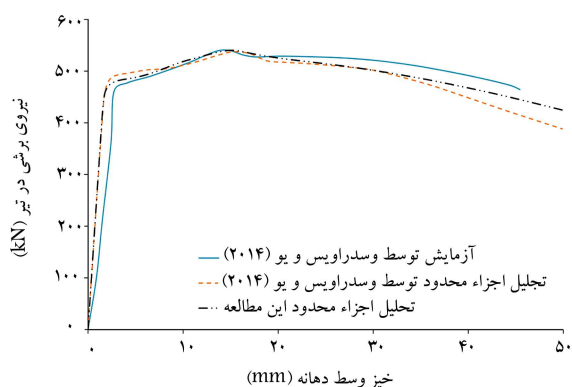
۳. دستور جریان پیشنهادی

در انجام تحلیل‌های غیرخطی مرحله‌بی در حالت‌هایی مشابه شکل ۷، که تغییرشکل‌های برشی قابل صرف‌نظر نیست، باید تغییرشکل‌های برشی را در نظر گرفت. بدین منظور با توجه به شکل ۷، مفصل خمیری مرکب را می‌توان به صورت یک مفصل مدل‌سازی کرد، که تغییرشکل توأمان خمشی و برشی داشته باشد.

اکنون به منظور یافتن تابع پتانسیل برای بیان تغییرشکل‌ها، با استفاده از نتایج تحلیل اجزاء محدود و فرضیات تیر تیموشنکو سهم تغییرشکل برشی و خمشی تفکیک و سپس با استفاده از نتایج آن، رابطه‌ی دستور جریان برای سطح تسلیم پیشنهادی ارائه شده است. از آنجایی که توری تیر اوایلر - برنولی تغییرشکل‌های برشی را لحاظ نمی‌کند، در نوشتار حاضر، از توری تیر تیموشنکو استفاده شده است. ابتدا مختصری در مورد توری تیر تیموشنکو توضیح داده شده و سپس به نحوه‌ی استفاده از آن در نوشتار حاضر پرداخته شده است.

در مدل تیر تیموشنکو آثار لنگر خمشی، تغییرشکل برشی، جابه‌جایی جانبی و اینرسی دورانی لحاظ شده است. در مدل تیر اوایلر - برنولی مقاطع تیر بعد از تغییرشکل، در تمام طول آن به صورت صفحه باقی می‌مانند و دچار اعوجاج نمی‌شوند. همچنین تمامی صفحات، عمود بر تار خنثی باقی می‌مانند. در مدل تیر تیموشنکو برخلاف مدل تیر اوایلر - برنولی بعد از تغییرشکل، صفحات به صورت عمود بر تار خنثی باقی نمی‌مانند، ولی البته به صورت صفحه باقی می‌مانند. در نتیجه مطابق شکل ۹، سه زاویه خواهیم داشت: (۱) زاویه‌ی تار خنثی با خط افق (حالت اولیه‌ی تیر) $\frac{\partial w}{\partial x}$ ، که برابر با مجموع دو زاویه‌ی حاصل از تغییرشکل برشی و خمشی است. (۲) زاویه‌ی عمود بر سطح مقطع با خط افق γ ، که ناشی از تغییرشکل خمشی است. (۳) زاویه‌ی تار خنثی تا عمود بر سطح مقطع β ، که ناشی از تغییرشکل برشی است رابطه‌ی ۲:

$$\beta = \frac{\partial w}{\partial x} - \gamma \quad (2)$$



شکل ۸. مقایسه بین نتایج مدل‌سازی المان محدود حاضر، و نتایج آزمایشگاهی و عددی گزارش شده توسط وسدراویس و یو (۲۰۱۴). [۸]

تنش فون - مایسز را برای مدل تغییرشکل داده نشان می‌دهد، که در آن اثر اندرکنش خمشی - برش در تغییرشکل‌ها مشاهده می‌شود؛ به این صورت که تیر پیوندی نسبت به تیر خارج از ناحیه‌ی پیوندی، نه فقط چرخیده است، بلکه به صورت قائم لغزیده است.

به منظور صحت‌سنجی روش‌های مدل‌سازی که اخیراً شرح داده شدند، تعدادی صحت‌سنجی در بخش بعد ارائه شده است.

۳.۲. صحت‌سنجی مدل‌سازی

به منظور صحت‌سنجی روش‌های مدل‌سازی شرح داده شده، یک مطالعه‌ی اولیه با استفاده از نتایج آزمایشگاهی نمونه‌ی BS-۱ از نوشتار وسدراویس و یو (۲۰۱۴) [۸] انجام شد. نمونه‌ی مذکور یک تیر با مقطع I شکل و با تکیه‌گاه ساده بود، که توسط یک نیروی متمرکز در وسط دهانه بارگذاری شده است. مقطع تیر IPE۳۳۰ و طول دهانه‌ی تیر ۰٫۸ متر بوده است.

منحنی تنش - کرنش فولاد، مشابه منحنی گزارش شده توسط کیرکلند [۲] و همکاران (۲۰۱۵) [۹] فرض و تنش تسلیم ۳۵۸MPa در نظر گرفته شد. در شکل ۸، نمودارهای نیروی برشی بر حسب جابه‌جایی در وسط دهانه برای نتایج پژوهش حاضر و نتایج آزمایشگاهی و عددی گزارش شده توسط وسدراویس و یو (۲۰۱۴) [۸] مشاهده می‌شود، که مطابق آن، سختی اولیه‌ی نمونه در تحلیل‌های عددی بیش از نتایج آزمایشگاهی به دست آمده است. این اختلاف ممکن است به دلیل تغییرشکل‌ها و لغزش‌های محل اعمال بار و تکیه‌گاه‌ها در آزمایشگاه باشد. همچنین ممکن است به دلیل خطای اندازه‌گیری در حس‌گرها و محل آنها در آزمایش باشد. بیشینه‌ی مقاومت ارتجاعی در آزمایش و مدل‌سازی ۴۶۶MPa و مقادیر خیز وسط تیر متناظر با آن در آزمایش و مدل‌سازی به ترتیب ۲٫۷۲mm و ۱٫۹۶mm بوده است. در نتیجه بیشترین اختلاف خیز وسط تیر بین آزمایش و مدل‌سازی در بخش ارتجاعی برابر با ۰٫۷۶mm است، که با توجه به این‌که نتایج تحلیل عددی پژوهش حاضر با تحلیل عددی گزارش شده توسط وسدراویس و یو (۲۰۱۴) [۸] تطبیق خوبی دارند، اختلاف ذکر شده، خطای مدل‌سازی پژوهش حاضر نیست. برای تطبیق دادن نتایج مدل‌سازی و آزمایش می‌توان مقادیر خیز وسط دهانه‌ی آزمایش را با استفاده از بیشترین اختلاف و متناسب با نسبت نیروی وارده به مقاومت ارتجاعی کاهش داد. مقایسه‌ی اخیر نشان می‌دهد که مدل المان محدود حاضر می‌تواند سختی اولیه، مقاومت نهایی و رفتار پست - کمانشی نمونه را به دقت پیش‌بینی کند (شکل ۸).

این در شکل، ربع دایره‌ی نقطه‌چین ترسیم شده، سطح تسلیم به دست آمده از اجزاء محدود است و ربع دایره‌ی رسم شده با خط ممند سطح تسلیم ارائه شده توسط کاظمی و همکاران (۲۰۱۹)^[۱۱] است. بردارهای خط‌چین ترسیم شده، بردارهای $(\frac{\theta_p^H}{\delta_{y^0}}, \frac{\delta_p^H}{\delta_{y^0}})$ حاصل از تحلیل اجزاء محدود هستند و بردارهای رسم شده با خطوط ممند، عمود بر سطح تسلیم ارائه شده‌اند.

با توجه به شکل ۱۰ و با نادیده گرفتن اختلاف بردارهای عمود بر سطح تسلیم با نتایج تحلیل در حدود کاربردهای مهندسی، می‌توان پیشنهاد کرد که بردارهای عمود بر سطح تسلیم در فضای نگاشت شده‌ی $(\frac{M-M_y}{M_p-M_y}, \frac{V-V_y}{V_p-V_y})$ به عنوان دستور جریان استفاده شود. در نتیجه، در محدوده‌ی اندرکنش خمش و برش، رابطه‌ی ۷ برای دستور جریان برای تغییرشکل‌های برشی و خمشی برقرار است:

$$\frac{\partial \left(\frac{\delta_p^H}{\delta_{y^0}} \right)}{\partial \left(\frac{\theta_p^H}{\theta_{y^0}} \right)} = \frac{|V| - V_y}{V_p - V_y} \frac{M_p - M_y}{M_p - M_y} \quad (7)$$

از بازنویسی رابطه‌ی ۷، رابطه‌ی ۸ نتیجه می‌شود:

$$\frac{\partial \delta_p^H}{\partial \theta_p^H} = \frac{\delta_{y^0}}{\theta_{y^0}} \frac{|V| - V_y}{|M| - M_y} \frac{M_p - M_y}{V_p - V_y} \quad (8)$$

که در آنها، V_p, V_y, M_p, M_y از روابط ۹ الی ۱۲ به دست می‌آیند:

$$V_y = \frac{2}{3} V_p \quad (9)$$

$$V_p = \frac{1}{\sqrt{3}} F_y A_v \quad (10)$$

$$M_y = S F_y \quad (11)$$

$$M_p = Z F_y \quad (12)$$

و V و M مقدار برش و خمش متناظر نقطه‌ی تسلیم در مفصل مرکب هستند. با جایگذاری روابط ۵ و ۶ در رابطه‌ی ۸ استفاده از $G = E/2(1 + \nu)$ و فرض $\nu = 0.3$ برای فولاد، رابطه‌ی ۱۳ به دست می‌آید:

$$\frac{\partial \delta_p^H}{\partial \theta_p^H} = 0.72 \sqrt{3} \frac{I}{Z} \frac{|V| - V_y}{|M| - M_y} \frac{M_p - M_y}{V_p - V_y} \quad (13)$$

رابطه‌ی ۱۳، با استفاده از نتایج تحلیل عددی و تئوری تیر تیموشنکو به دست آمده است.

از طرفی دیگر، با توجه به رابطه‌ی ارائه شده‌ی کاظمی و همکاران (۲۰۱۹)^[۱۱]:

$$f = \left(\frac{|M| - M_y}{M_p - M_y} \right)^2 + \left(\frac{|V| - V_y}{V_p - V_y} \right)^2 - 1 = 0 \quad (14)$$

و با فرض دستور جریان وابسته، رابطه‌ی ۱۵ برای نسبت تغییرشکل خمیری برشی به تغییرشکل خمیری خمشی به دست خواهد آمد:

$$\frac{\partial \delta_p^H}{\partial \theta_p^H} = \frac{\lambda \frac{\partial f}{\partial V}}{\lambda \frac{\partial f}{\partial M}} = \frac{|V| - V_y}{|M| - M_y} \left(\frac{M_p - M_y}{V_p - V_y} \right)^2 \quad (15)$$

با مقایسه‌ی رابطه‌های ۱۳ و ۱۵ مشاهده می‌شود که رابطه‌ی ۱۳، یک دستور جریان غیروابسته برای رابطه‌ی ارائه شده‌ی کاظمی و همکاران (۲۰۱۹)^[۱۱] است. با استفاده از رابطه‌ی ۱۳، تابع پتانسیل غیروابسته‌ی ۱۶ برای دستور جریان ارائه شده است:

$$g = \frac{1.73 (|V| - V_y)^2}{\sqrt{3} V_p - V_y} + \frac{Z (|M| - M_y)^2}{6I M_p - M_y} \quad (16)$$

با استفاده از تعریف زوایا در تیر تیموشنکو و همچنین نتایج تحلیل اجزاء محدود برای قاب‌های واگرا، که جابه‌جایی گره‌های المان‌ها در هر مرحله مشخص است، با محاسبه‌ی زوایای خمشی و برشی برای هر المان و میانگین‌گیری برای یک مقطع در ارتفاع تیر، زوایای خمشی و برشی معادل برای یک مقطع به دست می‌آیند.

حال اگر فرآیند مذکور برای مقاطع مختلف در طول مفصل مرکب تکرار شود و در هر مقطع، زاویه‌ی برشی در طول المان نظیر ضرب شود؛ جابه‌جایی کل برشی در طول مفصل مرکب به دست می‌آید. همچنین از تفاضل زاویه‌ی خمشی انتها و ابتدای مفصل مرکب، چرخش کل مفصل مرکب تحت خمش به دست می‌آید. سپس با کسر کردن بخش کشسان آنها، مقدار خمیری آنها مطابق روابط ۳ و ۴ محاسبه می‌شود:

$$\delta_p^H = \delta^H - \delta_e^H \quad (3)$$

$$\theta_p^H = \theta^H - \theta_e^H \quad (4)$$

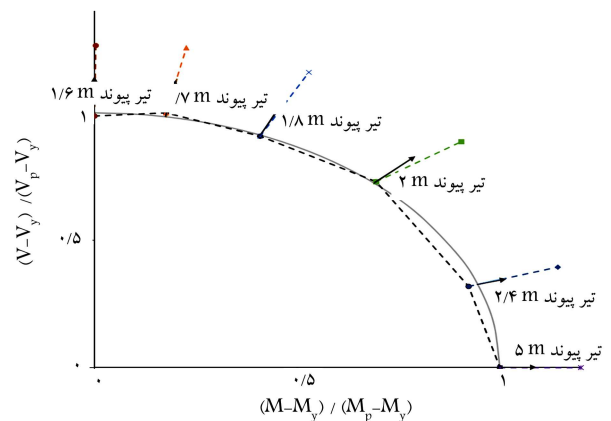
حال برای تعمیم دادن، ابتدا مقادیر δ_p^H و θ_p^H به ترتیب بر δ_{y^0} (جابه‌جایی تسلیم) و θ_{y^0} (زاویه‌ی تسلیم تیر) تقسیم می‌شوند تا بی‌بعد شوند روابط ۵ و ۶:

$$\delta_{y^0} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{F_y e}{G} \quad (5)$$

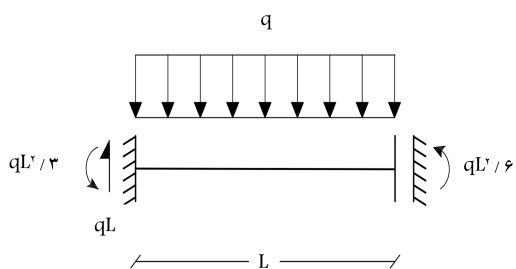
$$\theta_{y^0} = \frac{Z F_y e}{6EI} \quad (6)$$

که در آن، F_y تنش تسلیم فولاد، e طول تیر پیوندی، E مدول ارتجاعی، G مدول برشی، I ممانه اینرسی و Z اساس مقطع خمیری است. نحوه‌ی به دست آمدن رابطه‌های ۵ و ۶ بدین صورت است که مطابق آیین‌نامه‌ی ASCE ۱۳-۱۱^[۱۰]، سختی برشی و خمشی برای تیر پیوندی به ترتیب $k_b = \frac{12EI}{e^3}$ و $k_s = \frac{GA_e}{e}$ است. جابه‌جایی تسلیم برشی برای یک مفصل برابر با نصف تقسیم مقاومت برشی بر سختی $(\frac{F_y A_w}{2\sqrt{3}} / k_s)$ است. توجه شود که تقسیم بر ۲ به علت وجود دو مفصل در تیر پیوندی است. همچنین چرخش تسلیم خمشی برای هر دو مفصل تیر پیوندی برابر با تقسیم مقاومت خمشی بر سختی $(\frac{12M_p e}{k_b})$ است.

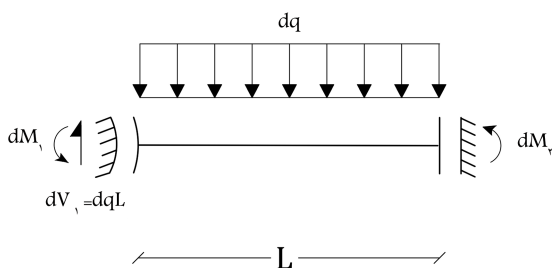
به منظور یافتن دستور جریان با استفاده از نتایج تحلیل‌های اجزاء محدود انجام شده بر روی قاب‌های مهاربندی شده‌ی واگرا، تغییرشکل‌های خمیری استخراج شده و بی‌بعد شده $(\frac{\theta_p^H}{\theta_{y^0}}, \frac{\delta_p^H}{\delta_{y^0}})$ در فضای $(\frac{M-M_y}{M_p-M_y}, \frac{V-V_y}{V_p-V_y})$ رسم شده است (شکل ۱۰).



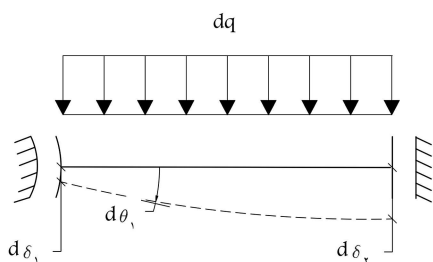
شکل ۱۰. رسم چرخش و لغزش بی‌بعد شده‌ی مفصل مرکب در فضای نیرویی خمش و برش.



شکل ۱۲. تیر تحت بار q و عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی آن.



شکل ۱۳. تیر تحت بار dq با یک مفصل مرکب در تکیه‌گاه چپ.



شکل ۱۴. شکل تغییرشکل یافته‌ی تیر.

$$\frac{(M_1 - M_y)}{(M_p - M_y)} dM_1 + \frac{(V_1 - V_y)}{(V_p - V_y)} dV_1 = 0 \quad (20)$$

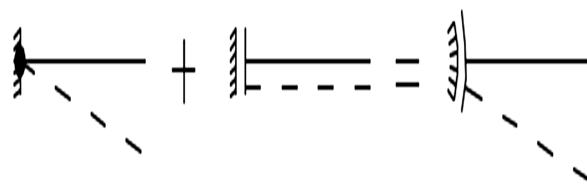
توجه به این نکته ضروری است که رابطه‌ی ۲۰ تا وقتی برقرار است که $M_y < M_p$ و $V_y < V_p$ و این امکان وجود دارد که در حین تحلیل مفصل مرکب به مفصل برشی یا خمشی تبدیل شود. اکنون با داشتن dM_1 و dV_1 نوشتن معادله‌ی تعادل لنگر برای شکل ۱۳، تغییرات لنگر در طول تیر $dM(x)$ در تکیه‌گاه راست dM_2 ، مطابق روابط ۲۱ و ۲۲ به دست می‌آید:

$$dM(x) = dM_1 + x dV_1 - dq \frac{x^2}{2} \quad (21)$$

$$dM_2 = dM_1 + dq \frac{L^2}{2} \quad (22)$$

به منظور محاسبه‌ی تغییرشکل‌ها با توجه به شکل ۱۴ ابتدا با انتگرال‌گیری از رابطه‌ی $dv'' = dM(x)/EI$ و اعمال شرط مرزی $dv'(L) = 0$ ، رابطه‌ی تغییرشکل چرخشی مطابق رابطه‌ی ۲۳ به دست می‌آید:

$$dv'(x) = \frac{1}{EI} \left\{ dM_1 x + dV_1 \frac{x^2}{2} - dq \frac{x^3}{6} + C_1 \right\} \quad (23)$$



شکل ۱۱. مدل‌سازی مفصل مرکب.

رابطه‌ی ۷ بیان می‌کند که با مشخص بودن V و M متناظر نقطه‌ی تسلیم، مفصل مرکب را می‌توان به صورت شکل ۱۱ مدل‌سازی کرد: به طوری که شعاع مفصل مرکب α ، از رابطه‌ی ۱۷ به دست می‌آید، که روابط ۱۳ یا ۱۵ را می‌توان برای آن استفاده کرد:

$$\alpha = \frac{\partial \delta_p^H}{\partial \theta_p^H} \quad (17)$$

در بخش بعد، به منظور نشان دادن کاربرد دستور جریان در تحلیل مرحله‌ی تیرها، یک مثال عددی حل شده است.

۴. مثال عددی حل تیر با مفصل مرکب با استفاده از

دستور جریان

در بخش حاضر، به تحلیل مرحله‌ی یک تیر اختصاصی پرداخته شده است. تیر نشان داده شده در شکل ۱۲ تحت بارگذاری گسترده‌ی q به همراه یک تکیه‌گاه گیردار در سمت چپ و یک تکیه‌گاه برشی در سمت راست قرار گرفته و بنابراین یک درجه، نامعین است.

همچنین شکل ۱۲، عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی ناشی از تحلیل ارتجاعی تیر را نشان می‌دهد. مقطع تیر IPE ۲۷۰ و طول آن ۲ متر است. با توجه به نسبت لنگر به برش در تکیه‌گاه گیردار $(M/V = L/3)$ ، که بین دو مقدار $M_p/V_y = 706 \text{ mm}$ و $M_y/V_p = 417 \text{ mm}$ قرار دارد رابطه‌ی ۱۸، در تکیه‌گاه سمت چپ مفصل مرکب تشکیل شده است:

$$\frac{M_y}{V_p} < \frac{M}{V} < \frac{M_p}{V_y} \quad (18)$$

با استفاده از تحلیل ارتجاعی تیر و قرار دادن لنگر و برش تکیه‌گاه سمت چپ در رابطه‌ی سطح تسلیم رابطه‌ی ۱۴ و حل آن، بار q متناظر با اولین مفصل که همان مفصل مرکب است برابر 87.05 kN/m به دست آمده است. همچنین با استفاده از روش بار واحد برای تحلیل سازه‌ها، مقدار جابه‌جایی قائم تکیه‌گاه راست متناظر با بار q به دست آمده برابر $-qL^4/24EI$ بوده است. سپس برای ادامه‌ی تحلیل، نیاز به حل مرحله‌ی است. به این منظور تیر شکل ۱۳ تحت بار dq در نظر گرفته شده است، که یک مفصل مرکب در تکیه‌گاه چپ دارد.

با توجه به شکل ۱۳ و نوشتن تعادل استاتیکی در راستای قائم، رابطه‌ی ۱۹ به دست می‌آید، که با استفاده از آن با مشخص بودن dq پارامتر dV_1 به دست می‌آید:

$$dV_1 = Ldq \quad (19)$$

با فرض عدم سخت‌شوندگی برای فولاد، مقدار لنگر و برش در مفصل مرکب باید روی سطح تسلیم حرکت کنند ($df = 0$) و بنابراین رابطه‌ی ۲۰ باید برقرار باشد. با استفاده از روابط ۱۹ و ۲۰ می‌توان dM_1 را بر حسب dq به دست آورد:

نتایج تحلیل مرحله‌ی برای تیر ذکر شده، در شکل ۱۵ نشان داده شده است، که در آن نمودار بار ثقلی گسترده بر حسب جابه‌جایی قائم تکیه‌گاه سمت راست رسم شده است. خط‌چین‌ها بیان‌گر نمودار مذکور با استفاده از دستور جریان وابسته هستند و خطوط ممتد با استفاده از دستور جریان غیروابسته‌ی پیشنهادی رسم شده‌اند. همچنین نقطه‌چین‌ها بیان‌گر نمودار بدون در نظر گرفتن اندرکنش خمش و برش است. همان‌طور که در شکل ۱۵ مشخص است، حالت بدون اندرکنش، ظرفیت نهایی تیر مورد مثال را ۲/۶۵٪ بیشتر از دو حالت دیگر به دست می‌دهد. مثال قبل مجدد برای IPB۱۰۰۰ و طول ۵ متر حل شد و نتایج آن در شکل ۱۶ ترسیم شده است. در شکل اخیر، نقطه‌چین‌ها و خط ممتد به ترتیب حالت بدون اندرکنش و حالت استفاده از دستور جریان وابسته را نشان می‌دهند. خط‌چین‌ها هم بیان‌گر حالت استفاده از دستور جریان غیروابسته هستند. نتایج نشان می‌دهد که حالت دستور جریان غیروابسته‌ی پیشنهادی در بیشترین اختلاف ۷/۵٪ ظرفیت را کمتر از دو حالت دیگر نشان می‌دهد.

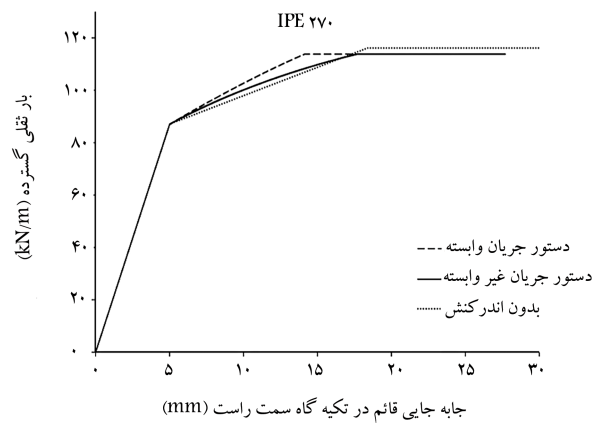
۵. نتیجه‌گیری

تحلیل خمیری قاب‌ها و قاب‌های مهاربندی شده‌ی واگرا با طول تیر پیوند متوسط، تحت ترکیب تسلیم خمشی و برشی کنترل می‌شود. به منظور تحلیل غیرخطی مرحله‌ی، علاوه بر سطح تسلیم به یک دستور جریان نیاز است. لذا یک دستور جریان کاربردی و ساده، که اندرکنش خمش و برش مقاطع I- شکل فشرده‌ی لرنه‌ی را در چهارچوب تحلیل غیرخطی مرحله‌ی لحاظ می‌کند، به دست آمد. دستور جریان پیشنهادی برای برنامه‌های رایانه‌ی که قصد تحلیل غیرخطی با در نظر گرفتن اندرکنش خمش و برش را دارند، مناسب است. همچنین برای سازه‌های کوچک، مشابه مثال حل شده در نوشتار حاضر نیز کاربرد دارد.

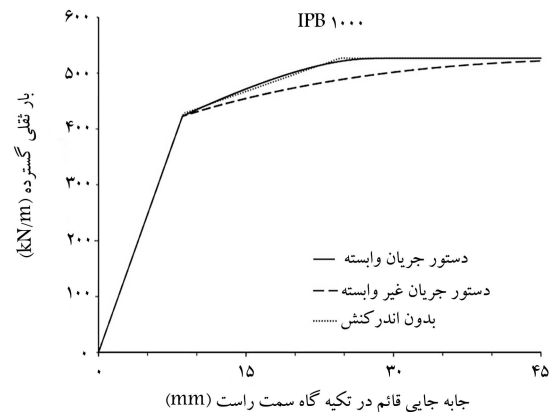
برای این منظور، ۸ قاب EBF با طول تیر پیوند مختلف، که کاملاً با استفاده از AISC طراحی شده بودند، با استفاده از آنالیز المان محدود مدل‌سازی و حل داده شدند و سپس با روش کنترل طول کمان تحلیل شدند. مقدار جابه‌جایی خمیری هر قاب، براساس آیین‌نامه‌ی AISC، با استفاده از چرخش غیرخطی تیر پیوند به دست آمد. به منظور یافتن تابع پتانسیل برای بیان تغییرشکل‌ها، با استفاده از فرضیات تیر تیموشنکو، سهم تغییرشکل برشی و خمشی تفکیک و با استفاده از نتایج آن، رابطه‌ی دستور جریان برای سطح تسلیم پیشنهادی ارائه شد. همچنین برای نشان دادن کاربرد رابطه‌ی پیشنهادی در تحلیل مرحله‌ی، دو مثال عددی بر روی یک تیر، که در آن مفصل مرکب تشکیل شده است، تحلیل شد. نتایج نشان می‌دهد که اثر اندرکنش خمش و برش و دستور جریان در حالت‌های مختلف متفاوت است و در بعضی حالت‌ها قابل اغماض نیست.

پانویس‌ها

1. Vasdravellis and Uy
2. Kirkland



شکل ۱۵. نمودار بار ثقلی گسترده بر حسب جابه‌جایی قائم تکیه‌گاه سمت راست برای تیر با مقطع IPE 270 و طول ۲ متر.



شکل ۱۶. نمودار بار ثقلی گسترده بر حسب جابه‌جایی قائم تکیه‌گاه سمت راست برای تیر با مقطع IPB 1000 و طول ۵ متر.

که در آن C_1 مطابق رابطه‌ی ۲۴ است:

$$C_1 = -dM_1 L - dV_1 \frac{L^2}{2} + dq \frac{L^3}{6} \quad (24)$$

با انتگرال‌گیری مجدد از رابطه‌ی ۲۳ و اعمال شرط مرزی، رابطه‌ی تغییرمکان تیر طبق رابطه‌ی ۲۵ به دست می‌آید. شرط مرزی مورد استفاده $d\delta_1 = \alpha d\theta_1$ است، که در آن α شعاع مفصل مرکب است و از رابطه‌ی ۱۷ محاسبه می‌شود.

$$dv(x) = \frac{1}{EI} \left\{ dM_1 \frac{x^2}{2} + dV_1 \frac{x^3}{6} - dq \frac{x^4}{24} + C_1 x + C_2 \right\} \quad (25)$$

که در آن $C_2 = \alpha C_1$ است. بنابراین، تغییرمکان انتهای راست تیر $(d\delta_2)$ ، با جایگذاری L در رابطه‌ی ۲۵ به دست می‌آید.

منابع (References)

1. AISC 341-16, "Seismic Provisions for structural steel buildings (ANSI/AISC 341)", American Institute of Steel Construction, Chicago, Illinois (2016).
2. ASCE/SEI, 7-16, "Minimum design loads and associated

criteria for Buildings and other structures”, *American Society of Civil Engineers* (2017).

3. ASCE/SEI, 41-17, “Seismic evaluation and retrofit of existing buildings”, *American Society of Civil Engineers* (2017).
4. Mastrandrea, L. and Piluso, V. “Plastic design of eccentrically braced frames, I: Moment–shear interaction”, *Journal of constructional steel research*, **65**(5), pp. 1007-1014 (2009).
5. Montuori, R., Nastri, E. and Piluso, V. “Rigid-plastic analysis and moment–shear interaction for hierarchy criteria of inverted Y EB-Frames”, *Journal of Constructional Steel Research*, **95**, pp. 71-80 (2014).
6. Kazemi, M.T. and Erfani, S. “Special VM link element for modeling of shear–flexural interaction in frames”, *Structural Design of Tall And Special Buildings*, **18**(2), pp. 119-135 (2009).
7. Kazemi, M.T. and Hoseinzadeh Asl, M. “Damage-plasticity model for mixed hinges in steel frames”, *Journal of Constructional Steel Research*, **67**(8), pp. 1272-1281 (2011).
8. Vasdravellis, G. and Uy, B. “Shear strength and moment-shear interaction in steel-concrete composite beams”, *Journal of Structural Engineering*, **140**(11), pp. 1-11 (2014).
9. Kirkland, B., Kim, P., Uy, B. and et al. “Moment–shear–axial force interaction in composite beams”, *Journal of Constructional Steel Research*, **114**, pp. 66-76 (2015).
10. ASCE/SEI, 41-13, “Seismic evaluation and retrofit of existing buildings”, *American Society of Civil Engineers* (2014).
11. Kazemi, M.T., Sharifi, M. and Yang, J. “Mechanism analysis of steel frames considering moment–shear interaction”, *Advances in Structural Engineering*, **22**(1), pp. 254-267 (2019).