

اثر شکل مقطع شمع در ظرفیت باربری جانبی گروه شمع در خاک ماسه‌یی

میثم معمار (دانشجوی دکتری)

گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد استهبان

سید محمدعلی زهردیان* (دانشیار)

بخش مهندسی آب، دانشگاه شیراز

امیرحسین وکیلی (استادیار)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، مؤسسه‌ی آموزش عالی زند شیراز

مهندسی عمران شریف، پاییز (۱۳۹۹)
دوری ۲ - ۳۶، شماره‌ی ۳/۲، ص. ۳۷-۳۹

تعیین ظرفیت باربری جانبی گروه شمع، همواره از مسائل مهم در طراحی است. در پژوهش حاضر، به منظور بررسی اثر شکل مقطع شمع در ظرفیت باربری جانبی گروه شمع، آزمون‌های آزمایشگاهی با ۴ شکل شمع با سطح مقطع مساوی شامل شمع H و شمع‌های ته بسته‌ی لوله‌ی ساده، مربع و لوله‌ی بالدار انجام شده است. پارامترهای ارزیابی شده، شامل: آرایش‌های شمع در گروه، فاصله‌ی بین شمع‌ها و تراکم نسبی برای شکل‌های مختلف مقطع شمع بوده است. نتایج نشان دادند که مقاومت جانبی گروه شمع بالدار، مربعی و H نسبت به شمع لوله‌ی ساده به ترتیب برابر با ۱/۴، ۱/۱۹ و ۱/۸۵ بوده است. با افزایش فاصله بین شمع‌ها از $3D_p$ به $6D_p$ ، میزان نیروی قابل تحمل هر شمع حدود ۹۷٪ الی ۱۳۳٪ افزایش یافته است. با افزایش مقدار تراکم نسبی، اگرچه به میزان مقاومت جانبی گروه شمع افزوده می‌شود، ولی باعث کاهش ضریب تأثیر گروه تا حدود ۵۰٪ می‌شود.

واژگان کلیدی: گروه شمع، شکل مقطع شمع، مقاومت جانبی، خاک ماسه‌یی، آرایش شمع.

۱. مقدمه

در بعضی مواقع، سازه‌ها تحت تأثیر نیروهای جانبی بزرگی، مانند: زلزله، موج، باد و غیره قرار دارند و یا اینکه سازه روی خاک ضعیفی قرار می‌گیرد. در شرایط اشاره شده، به منظور افزایش باربری جانبی سازه و یا دسترسی به خاک مستحکم‌تر در عمق خاک از پی‌های شمعی استفاده می‌شود. زمانی که بار جانبی در مقایسه با بار قائم کم باشد، مهندسان طراح از نیروی جانبی صرف‌نظر می‌کنند و شمع را فقط برای بار قائم طراحی می‌کنند. در این شرایط شمع قادر خواهد بود در مقابل بار جانبی نیز مقاومت کند ولی چنانچه بار جانبی بزرگ باشد، باید اثر بار جانبی در طراحی به‌طور جداگانه در نظر گرفته شود. عوامل زیادی در طراحی شمع تأثیرگذار هستند، مانند: ابعاد شمع، جنس شمع، نوع خاک و طبقه‌بندی آن، تراکم نسبی خاک، نوع بارگذاری، روش نصب شمع و غیره. تعدد عوامل مذکور و اثر هم‌زمان آن‌ها در ظرفیت باربری شمع باعث شده است که همواره پژوهشگران نسبت به بررسی اثر پارامترها و شرایط مختلف در طراحی شمع و گروه شمع علاقه‌مند باشند.^[۱-۳]

آزمایش‌ها روی مدل‌های کوچک‌مقیاس و بزرگ‌مقیاس انجام و براساس آن رفتار شمع بررسی می‌شود. چون انجام آزمایش روی مدل‌های با مقیاس واقعی با صرف هزینه‌های زیاد و همچنین سختی‌های اجرایی زیادی همراه است، پژوهشگران ارزیابی‌های خود را روی مدل‌های کوچک‌مقیاس انجام می‌دهند.^[۴] در کارهای عملی، شمع‌ها با شکل‌های مقطع مختلفی، مانند: مقاطع دایره، مربع، H، لوله‌یی بالدار و غیره استفاده می‌شوند. یکی از پارامترهای مؤثر در ظرفیت باربری شمع، شکل مقطع آن است. عامل ظرفیت باربری جانبی شمع، اصطکاک وجوه شمع و نیروی مقاومی است که مقابل شمع به‌وجود می‌آید که مستقیماً به شکل مقطع شمع بستگی دارد.^[۷] در گروه شمع، اثر اندرکنش شمع‌ها بر یکدیگر در ظرفیت باربری گروه که خود متأثر از شکل شمع است، اثر مستقیم دارد (شکل ۱).^[۸] یکی دیگر از پارامترهای مهم در بررسی رفتار گروه شمع نسبت به شمع تکی، ضریب تأثیر (η) است. ضریب تأثیر با استفاده از رابطه‌ی ۱ محاسبه می‌شود:

$$\eta = \frac{Q_{LG}}{n_1 n_2 Q_{LS}} \quad (1)$$

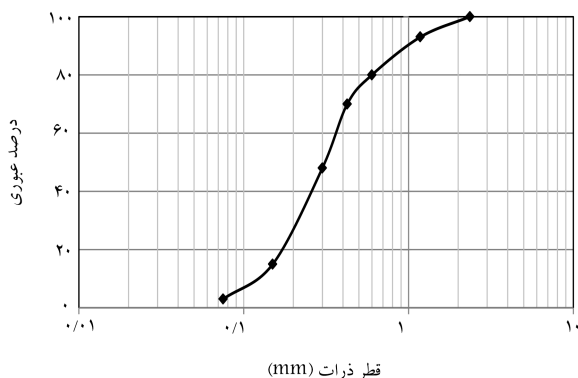
که در آن، Q_{LG} مقاومت جانبی گروه شمع در یک تغییرمکان مشخص، Q_{LS} مقاومت جانبی شمع تکی در همان تغییرمکان و n_1 و n_2 به ترتیب تعداد ردیف‌ها و ستون‌های شمع در گروه هستند. بیشتر روابط موجود برای تعیین ظرفیت باربری

مطالعات انجام شده روی ظرفیت باربری شمع را می‌توان در ۳ گروه دسته‌بندی کرد: بررسی‌های تئوریک، تحلیلی و آزمایشگاهی.^[۱۲] در مدل‌سازی آزمایشگاهی،

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۸/۲/۱۵، اصلاحیه ۱۳۹۸/۵/۵، پذیرش ۱۳۹۸/۷/۲۱

DOI:10.24200/J30.2019.53173.2536



شکل ۲. نمودار دانه‌بندی ماسه‌ی مورد استفاده.

جدول ۱. خصوصیات خاک ماسه‌یی.

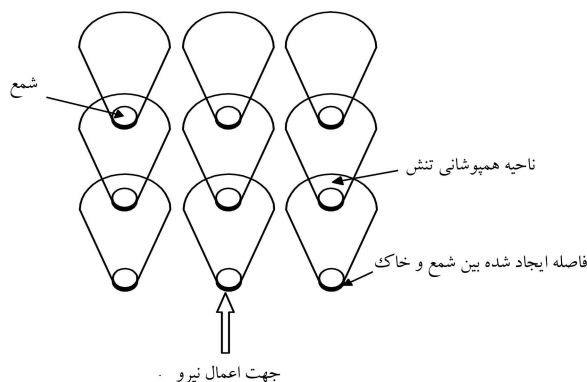
G_s	C_U	C_C	$\gamma_{d \max} (kN/m^3)$	$\gamma_{d \min} (kN/m^3)$
۲٫۷	۲٫۷۱	۰٫۹۹	۱۷٫۵۱	۱۴٫۸۱

سیستم طبقه‌بندی متحد است. [۱۸] نمودار دانه‌بندی ماسه‌ی مورد استفاده در شکل ۲ و همچنین خصوصیات آن در جدول ۱ نشان داده شده‌اند. آزمایش‌های مورد نیاز جهت تعیین کمینه و بیشینه‌ی وزن مخصوص ماسه انجام شد (ASTM D4253, D4254). خاک در سه تراکم نسبی مختلف سست (DR=۳۵٪)، متوسط (DR=۶۵٪) و متراکم (DR=۸۵٪)، در جعبه‌ی آزمایش آماده شد. همچنین به منظور رسیدن به تراکم نسبی مورد نظر از روش ریختن و کوبیدن استفاده شد. وزن مخصوص خاک در حالت‌های با تراکم نسبی سست، متوسط، و متراکم به ترتیب برابر با ۱۵٫۶۵، ۱۶٫۵۲ و ۱۷٫۱۱ کیلونیوتن بر مترمکعب بود. زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک ماسه‌یی با انجام آزمایش برش مستقیم (ASTM D3080) برای تراکم‌های نسبی سست، متوسط و متراکم به ترتیب ۳۴، ۳۶٫۵ و ۴۰ درجه به دست آمد. به منظور اطلاع از میزان تراکم ماسه در جعبه‌ی آزمایش، هنگام کوبیدن ماسه تعدادی قوطی در ترازهای مختلف خاک درون جعبه قرار دادند و بعد از انجام آزمایش وزن مخصوص خاک و تراکم نسبی خاک درون قوطی‌ها محاسبه شدند. میزان اختلاف بین درصد تراکم نسبی مورد نیاز با تراکم نسبی ایجاد شده در جعبه $\pm 2\%$ بود.

برای کمینه‌سازی اثر شرایط مرزی، ابعاد جعبه‌ی آزمایش باید به حد کافی بزرگ باشد. در شرایطی که شمع تحت بار جانبی است، نواحی تنش بیشینه در فاصله‌ی $8-12D_p$ در جهت بار جانبی و $3-4D_p$ در جهت عمود بر بارگذاری گسترش می‌یابد. [۱۹] ضخامت خاک زیر نوک شمع، دست‌کم باید ۶ برابر قطر شمع باشد، تا از اثر مرز پایین جعبه در نتایج آزمایش چشم‌پوشی شود. [۲۰] نتایج آزمون‌های آزمایشگاهی و انجام بررسی‌های عددی نشان دادند که اگر نسبت ابعاد مدل جعبه‌ی آزمایش در پلان به قطر شمع بزرگ‌تر از ۱۵ باشد، اثر شرایط مرزی قابل چشم‌پوشی است. [۲۱] ابعاد جعبه‌ی مکعبی شکل استفاده شده در مطالعه‌ی حاضر دارای طول، عرض، و ارتفاع برابر با $1000 \times 1000 \times 1000$ میلی‌متر و همچنین طول مدفون و قطر شمع‌ها به ترتیب ۲۵ و ۲۰ میلی‌متر بوده است. کنترل ابعاد جعبه‌ی مورد استفاده به وسیله‌ی نرم‌افزار Plaxis3D نیز اطمینان از عدم اثر مرزها بر نتایج را تأیید کرد.

۲.۲. شمع

چهار شمع با شکل مقطع متفاوت مربع، لوله‌یی ساده، H و لوله‌یی بالدار جهت ارزیابی اثر شکل شمع در باربری جانبی آن انتخاب شدند. به غیر از شمع H، مابقی



شکل ۱. ناحیه‌ی هم‌پوشانی تنش اطراف شمع‌ها در گروه و اندرکنش آن‌ها. [۸]

براساس تحقیقات روی مقاطع رایج دایره‌یی ارائه شده‌اند، که سپس با در نظر گرفتن فرضیات ساده‌یی، از آن‌ها برای تعیین ظرفیت باربری سایر مقاطع با شکل‌های دیگر استفاده می‌شود. [۹]

مطالعات محدودی روی شمع‌های بزرگ مقیاس جهت بررسی اثر شکل شمع در ظرفیت باربری جانبی شمع تکی انجام شده است. نتایج این‌گونه مطالعات بیانگر ظرفیت باربری بیشتر شمع‌های با مقطع مربع نسبت به شمع‌های دایره‌یی است. [۱۰، ۱۱] روش‌هایی برای در نظر گرفتن مؤلفه‌های نیروی برشی و مقاوم با استفاده از ضرایب شکل جداگانه‌یی برای شمع‌های با مقاطع دایره‌یی و مربع ارائه شده است. [۱۲] در پژوهشی با انجام آزمون‌های آزمایشگاهی روی شمع تکی کوچک مقیاس، اثر شکل مقاطع دایره‌یی و مربع در ظرفیت باربری جانبی شمع در نزدیکی شیب مسلح شده بررسی شد و نتایج نشان داد ظرفیت باربری جانبی شمع مربعی از دایره‌یی بیشتر است. [۱۳، ۱۴] انجام بررسی‌های آزمایشگاهی و تحلیلی روی رفتار شمع‌های تکی کوچک مقیاس لوله‌یی ساده و لوله‌یی بالدار تحت بار جانبی نشان داد افزودن بال به شمع لوله‌یی رایج می‌تواند ظرفیت باربری جانبی شمع را به مقدار قابل ملاحظه‌یی افزایش دهد. [۱۵] بررسی‌ها روی اضافه کردن بال با شکل‌های مختلف به شمع تکی لوله‌یی رایج کوچک مقیاس تحت بار جانبی نشان داد که بال با شکل مستطیلی، می‌تواند ظرفیت باربری جانبی شمع را به مقدار بیشتری افزایش دهد. [۱۶] مطالعات آزمایشگاهی روی اثر شکل شمع در ظرفیت باربری جانبی شمع تکی نشان داد که شمع تکی مربعی، ظرفیت باربری بیشتری نسبت به شمع تکی لوله‌یی دارد. [۱۷] با نگاهی به مطالعات انجام شده روی اثر عوامل مؤثر در ظرفیت باربری جانبی شمع مشخص می‌شود که تاکنون اثر شکل مقطع شمع در ظرفیت باربری جانبی گروه شمع ارزیابی نشده است. اندرکنش شمع‌ها در گروه در ظرفیت باربری گروه اثر مهمی دارد که مستقیماً با شکل شمع در ارتباط است. با جمع‌بندی مواردی که در مطالعات پیشین کمتر توجه شده است، بررسی اثر شکل‌های مختلف مقطع شمع در ظرفیت باربری جانبی گروه شمع در شرایط مختلف را می‌توان از مهم‌ترین اهداف مطالعه‌ی حاضر دانست. در مطالعه‌ی حاضر، اثر آرایش شمع، فاصله‌ی شمع‌ها، و همچنین میزان تراکم ماسه بر ظرفیت باربری جانبی گروه شمع برای شکل‌های مختلف شمع ارزیابی شده است.

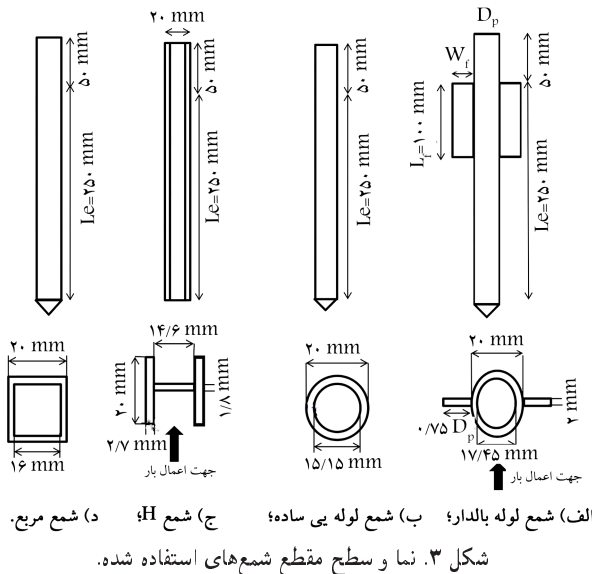
۲. مواد و روش‌ها

۲.۱. خاک

خاک مورد استفاده در پژوهش حاضر، خاک ماسه‌یی بد دانه‌بندی شده براساس

جدول ۲. مشخصات شمعی‌های استفاده شده.

ماده سست $\Psi T(mm)$	ماده با تراکم متوسط $\Psi T(mm)$	ماده یی تراکم $\Psi T(mm)$	$I_p(mm^4)$	$A(mm^2)$	
۲۷۵	۳۲۳	۴۰۷	۳۲۲۳	۱۳۴	شمع لوله بالدار
۳۱۸	۳۷۴	۴۷۰	۶۹۰۰	۱۳۴	شمع مربعی
۳۰۰	۳۵۴	۴۴۶	۵۲۷۰	۱۳۴	شمع لوله‌یی
۲۷۸	۳۲۸	۴۱۲	۳۶۰۰	۱۳۴	شمع H



شمعی‌ها از نوع شمع ته‌بسته بودند. شمع لوله‌یی بالدار، همان شمع لوله‌یی ساده است که به منظور بالا بردن ظرفیت باربری جانبی آن، بال‌هایی به طول و عرض مشخصی در موقعیت خاصی از طول شمع نصب می‌شود.^[۱۵]

با در نظر گرفتن مفهوم طراحی بهینه، سطح مقطع کلیه مقاطع شمعی یکسان در نظر گرفته شد تا بتوان از حیث هزینه‌ی یکسان برای تهیه مصالح مورد نیاز ساخت شمع، رفتار مقاطع مختلف را در مواجهه با نیروی جانبی مقایسه کرد. در این حالت، شمعی‌ها سختی خمشی قابل مقایسه با یکدیگر خواهند داشت.^[۲۳،۲۲] شمع‌ها از فولاد ST۳۷ با مدول کشسانی (E_p) برابر با $2 \times 10^4 (kN/m^2)$ و تنش تسلیم $240 (MPa)$ ساخته شدند. قطر خارجی (D_p) کلیه مقاطع شمعی‌ها ته‌بسته برابر با ۲۰ میلی‌متر و قطر داخلی آن‌ها به گونه‌ی بی در نظر گرفته شد که سطح مقطع (A) آن‌ها برابر با ۱۳۴ میلی‌متر مربع شود. طول کلی (L) و مدفون (L_e) شمع به ترتیب برابر با ۳۰۰ و ۲۵۰ میلی‌متر در نظر گرفته شد. براساس مطالعات نصر (۲۰۱۳)، ابعاد بهینه برای طول (L_f) و عرض بال (W_f) شمعی‌های لوله‌یی بالدار به ترتیب برابر $0.75 D_p$ و $0.4 L_e$ و موقعیت آن در بالای طول مدفون شمع زیر سطح خاک در نظر گرفته شد.^[۱۵] ابعاد خارجی شمعی‌های H نیز برابر با ۲۰ میلی‌متر در نظر گرفته شد و ضخامت ورق‌های آن‌ها به گونه‌ی انتخاب شد که ضمن ارضاء معیار مقطع فشرده، سطح مقطع شمع برابر با ۱۳۴ میلی‌متر مربع شود.^[۲۵،۲۴] عامل سختی (T) مهم‌ترین پارامتری است که در رفتار شمع تحت بار تأثیر می‌گذارد و در خاک‌های دانه‌یی با استفاده از رابطه‌ی ۲ محاسبه می‌شود:^[۲۶]

$$T = \sqrt[5]{\frac{E_p I_p}{n_h}} \quad (2)$$

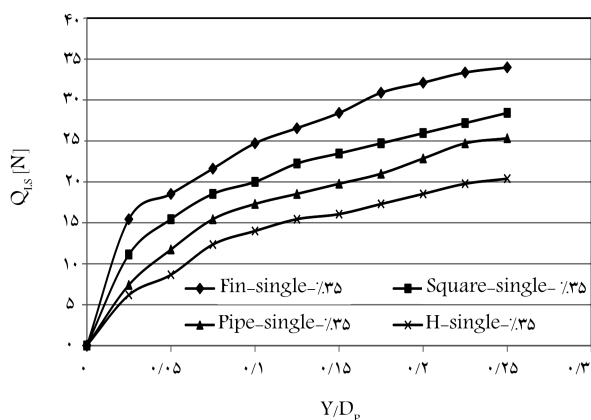
که در آن، I_p و E_p به ترتیب مدول کشسان مصالح شمع و ممان اینرسی مقطع شمع هستند و n_h نیز ضریب واکنش بستر خاک در نوک شمع است. مقادیر پیشنهادی برای ضریب واکنش بستر برای خاک ماسه‌یی با تراکم نسبی متراکم، متوسط، و سست به ترتیب برابر با $13500 (kN/m^3)$ ، 6000 و 1900 است.^[۲۷] اگر طول مدفون شمع کوچک‌تر از $2T$ باشد، شمع رفتار شمع کوتاه دارد و اگر طول مدفون شمع بزرگ‌تر از $4T$ باشد، شمع رفتار شمع‌های طویل انعطاف‌پذیر را دارد. در جدول ۲، مشخصات شمعی‌های مورد استفاده با رفتار شمع کوتاه در تراکم‌های نسبی مختلف ارائه و در شکل ۳، نما و سطح مقطع شمعی‌های مختلف نشان داده شده است. لازم به ذکر است که چون در مطالعه‌ی حاضر، شمعی‌های صلب کوتاه از جنس فولاد (مصالح با مدول کشسان قوی) استفاده شده است، لذا در تحلیل نتایج از شکست خمشی شمع صرف‌نظر شده است.

۳.۲. روش انجام آزمایش

مجموعاً تعداد ۴۸ آزمایش روی شمعی‌های تکی و گروه شمع برای ارزیابی رفتار گروه شمع تحت بار جانبی با شکل‌های مقطع متفاوت انجام شد. برنامه‌ی آزمون‌های

جدول ۳. متغیرهای بررسی شده در برنامه‌ی آزمون‌های آزمایشگاهی.

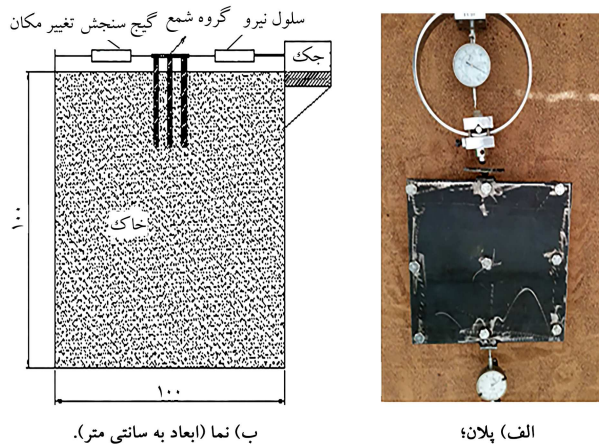
متغیر	شمع		تراکم خاک	شمع‌های مورد بررسی
	فاصله	تعداد در گروه		
شکل و آرایش شمع فاصله شمع‌ها در گروه تراکم نسبی خاک	$3DP$	۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۹	سست	لوله بالدار، مربع، لوله‌یی ساده، H
	$3DP, 4/5DP, 6DP$	۹	سست	لوله بالدار، مربع، لوله‌یی ساده، H
	$6DP$	۱, ۹	سست، متوسط، متراکم	لوله بالدار، مربع، لوله‌یی ساده، H



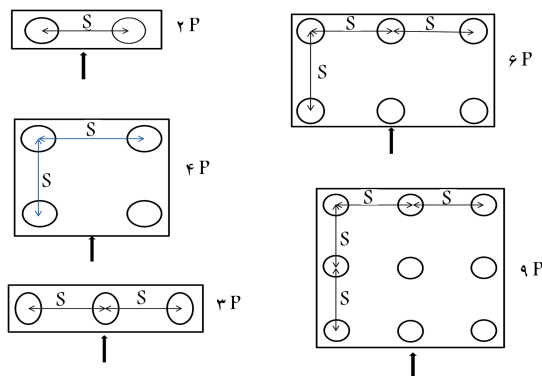
شکل ۶. تغییرات نیروی جانبی شمع تکی در مقابل تغییر مکان نرمال شمع در ماسه‌ی سست برای شکل‌های مختلف مقطع شمع.

مربع، H و لوله‌یی بالدار انتخاب شدند. در آرایش‌های مختلف، شمع‌ها در گروه با فاصله‌ی $3DP$ از یکدیگر در خاک ماسه‌یی با تراکم سست تحت بار جانبی قرار داده شدند. در شکل ۶، نیروی جانبی شمع‌های تکی در مقابل تغییر مکان نرمال نسبت بدون بُعد (Y/D_p) سر شمع در ماسه با تراکم ۳۵٪ مشاهده می‌شود که در آن Y تغییر مکان جانبی سر شمع و D_p قطر شمع است. مطابق شکل اخیر، شمع تکی لوله‌یی بالدار و شمع H به ترتیب بیشترین و کمترین ظرفیت باربری جانبی را دارند. به منظور مقایسه‌ی نتایج باربری جانبی شمع تکی، مطالعه‌ی حاضر با مطالعات نصر (۲۰۱۳) [۱۴] از پارامتر بدون بُعد ظرفیت باربری جانبی شمع تکی به صورت $Q_{LS}/K_P \gamma_d D_p^2 L_e$ استفاده شد است که در آن Q_{LS} نیروی جانبی شمع تکی در تغییر مکان جانبی $1/8 DP$ ، K_P ضریب فشار جانبی خاک در حالت مقاوم، γ_d وزن مخصوص خشک ماسه، D_p قطر شمع و L_e طول مدفون شمع است. [۲۰]

مقادیر به دست آمده برای نیروی جانبی بدون بُعد شمع‌های تکی لوله‌یی و لوله‌یی بالدار در خاک سست در مطالعه‌ی حاضر به ترتیب برابر با $3/13$ و $4/47$ و همچنین در مطالعات نصر (۲۰۱۳) نیز به ترتیب برابر با $3/29$ و $5/8$ به دست آمد، لذا با توجه به مقادیر مذکور، ظرفیت باربری جانبی شمع تکی لوله‌یی و لوله‌یی بالدار، مطالعه‌ی حاضر نسبت به مطالعات نصر (۲۰۱۳) به ترتیب حدود ۵ و ۲۳ درصد کمتر هستند. عرض بال شمع بالدار در مطالعات نصر (۲۰۱۳)، ۲۵٪ بیشتر از مطالعه‌ی حاضر است، که باعث ایجاد اختلاف در مقادیر ظرفیت باربری شمع لوله‌یی بالدار بین دو مطالعه‌ی حاضر و نصر (۲۰۱۳) شده است. با مقایسه‌ی نتایج مطالعه حاضر و مطالعات نصر (۲۰۱۳) مشاهده می‌شود که عرض بال شمع لوله‌یی بالدار، تأثیر قابل ملاحظه‌یی در افزایش نیروی جانبی قابل تحمل شمع دارد. در شکل ۷، تغییرات نیروی متوسط هر شمع در گروه در آرایش‌های مختلف نسبت به تغییر مکان نرمال سر شمع برای گروه شمع لوله‌یی بالدار مشاهده می‌شود. علائم به کار رفته در شکل‌ها به ترتیب از چپ به راست، نشان‌دهنده‌ی: شکل شمع، تعداد شمع در گروه، فاصله‌ی شمع‌ها



شکل ۴. دستگاه بارگذاری مورد استفاده.



شکل ۵. آرایش‌های مختلف گروه شمع و جهت اعمال نیرو.

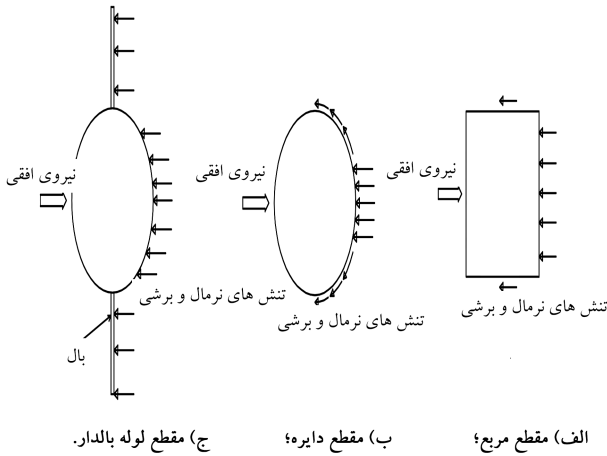
اثر مذکور به عنوان اثر مقیاس شناخته می‌شود. به منظور چشم‌پوشی از اثر مقیاس توصیه شده است که نسبت قطر شمع به قطر متوسط ذرات خاک (D_p/D_{50}) ، دست‌کم برابر با ۴۰ باشد. [۲۹]

۳. نتایج و بحث

در مطالعه‌ی آزمایشگاهی حاضر، اثر شکل شمع، آرایش و فاصله‌ی شمع‌ها در گروه، و همچنین تراکم نسبی خاک در ظرفیت باربری گروه شمع با شکل‌های مختلف مقطع بررسی و در ادامه به تفسیر نتایج پرداخته شده است.

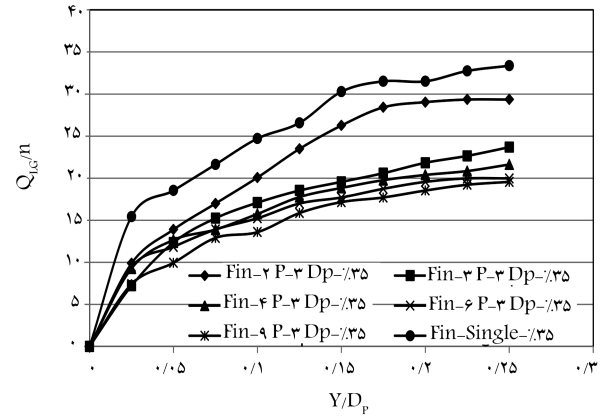
۳.۱. اثر شکل مقطع شمع و آرایش‌های مختلف

به منظور بررسی اثر شکل مقطع شمع، ۴ شکل مقطع متفاوت، شامل: لوله‌یی ساده،

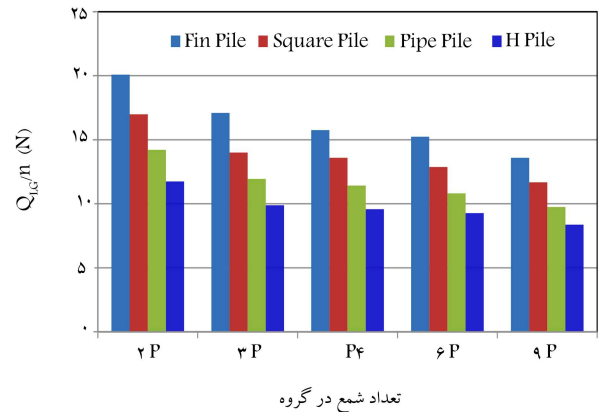


شکل ۹. توزیع تنش نرمال و برشی روی شکل‌های مختلف مقطع شمع. [۳۱،۱۵]

از شمع‌های مربعی است و در نتیجه شمع‌های لوله‌یی در خاک راحت‌تر حرکت می‌کنند و بنابراین ظرفیت باربری جانبی آن‌ها کمتر از شمع‌های مربعی است. [۱۱] شمع لوله‌یی به علت شکل دایره‌یی خود برخلاف شمع مربعی، وقتی تحت نیروی جانبی قرار می‌گیرد، تماس نیمه‌ی پشتی خود با خاک را از دست می‌دهد و بنابراین نیروهای برشی و اصطکاک‌کی کمتری روی وجوه شمع دایره‌یی نسبت به شمع مربعی ایجاد می‌شود که در نتیجه مقاومت جانبی شمع دایره‌یی نسبت به شمع مربعی کمتر می‌شود. [۱۲] با توجه به ابعاد شمع‌های استفاده شده، طولی از محیط شمع که هنگام بارگذاری جانبی در تماس با خاک باقی می‌ماند، برای شمع‌های لوله‌یی بالدار و لوله‌یی ساده به ترتیب برابر با $61/4$ و $31/4$ میلی‌متر (نصف محیط شمع) و برای شمع مربعی و H برابر با 60 میلی‌متر (مجموع سه ضلع) است. با در نظر گرفتن ابعاد مذکور و همچنین طول مدفون شمع که برابر با 250 میلی‌متر است، سطحی از شمع که نیروی برشی بسیج شده روی آن ایجاد می‌شود، به دست می‌آید. هر چه سطحی که نیروی برشی روی آن بسیج می‌شود، بزرگ‌تر باشد، ظرفیت باربری جانبی بزرگ‌تری ایجاد می‌شود. مقدار طولی از محیط شمع که نیروی مقاوم جلوی آن تشکیل می‌شود، نیز پارامتر مهمی در میزان باربری جانبی شمع است. هر چه قدر مقدار اخیر از طول محیط شمع بزرگ‌تر باشد، ظرفیت باربری جانبی بزرگ‌تری برای شمع فراهم می‌شود. طولی از محیط شمع‌های لوله‌یی بالدار، مربعی، لوله‌یی ساده و H مورد استفاده، که نیروی مقاوم مقابل آن تشکیل می‌شود، به ترتیب برابر با $61/4$ ، 20 ، $31/4$ و 20 میلی‌متر است. البته باید در نظر داشت که تنش‌های برشی و نرمال روی سطوح منحنی، دو مؤلفه‌ی افقی و قائم دارند که باعث کاهش ظرفیت باربری شمع لوله‌یی نسبت به شمع مربعی می‌شود. اگرچه طولی از محیط شمع H که هنگام بارگذاری جانبی در تماس با خاک باقی می‌ماند، برابر با شمع مربعی است، ولی تراکم خاک اطراف شمع H هنگام کوبش شمع در خاک و همچنین شکل‌گیری گوه‌ی مقاوم جلوی شمع نیز متفاوت است. از دلایل تفاوت در ایجاد گوه‌ی مقابل شمع H می‌توان به شکل مقطع آن و همچنین تفاوت در مقدار زاویه‌ی اصطکاک داخلی خاک با زاویه‌ی اصطکاک وجه مشترک خاک و شمع اشاره کرد. [۱۰] زیرا در شمع H، مغزه‌ی خاکی تشکیل شده در بین بال‌ها جزئی از مقطع شمع H است و بنابراین در وجه مقابل جهت بارگذاری شمع H، خاک با خاک در تماس است، برخلاف شمع مربعی که وجه شمع مستقیماً با خاک در ارتباط است. [۳۲] میزان فشردگی خاک بین بال‌های شمع H نیز در میزان نیروی مقاوم ایجاد شده جلوی شمع تأثیرگذار است. [۱۱] از عوامل مهمی که باعث افزایش ظرفیت باربری شمع می‌شود، میزان تراکم خاک



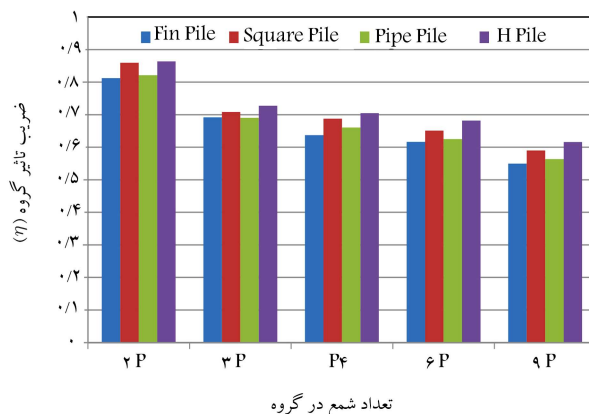
شکل ۷. تغییرات نیروی جانبی در مقابل تغییر مکان نرمال برای گروه شمع بالدار.



شکل ۸. باربری جانبی آرایش‌های مختلف شمع در گروه برای شکل‌های مختلف مقطع.

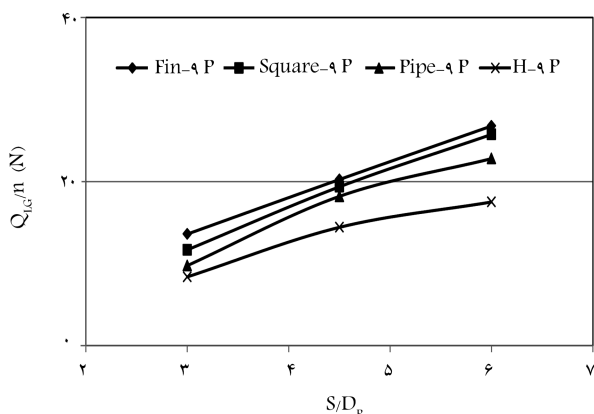
در گروه و درصد تراکم نسبی خاک ماسه‌یی هستند. همان‌طور که در شکل اخیر مشاهده می‌شود، با افزایش تعداد شمع‌ها در گروه، میزان بار جانبی متوسط هر شمع به علت اثر اندرکنش شمع‌ها کاهش یافته است، که رفتار اخیر در همه‌ی شکل‌های مقاطع مورد آزمایش دیگر نیز مشاهده شد. در شکل ۸، به‌طور گرافیکی میزان نیروی جانبی متوسط هر شمع در گروه با شکل‌های مقاطع مختلف در تغییر مکان $0.1 D_p$ برای آرایش‌های مختلف مشاهده می‌شود، که مطابق آن، شمع لوله‌یی بالدار و شمع H به ترتیب بیشترین و کمترین میزان باربری جانبی را داشتند. علت تفاوت در میزان ظرفیت باربری جانبی شمع‌ها با شکل مقطع متفاوت، بستگی به نیروی اصطکاک ایجاد شده روی وجوه شمع و همچنین نیروی مقاوم ایجاد شده جلوی شمع دارد که مستقیماً وابسته به شکل شمع هستند. [۱۸]

در شکل ۹، تأثیر شکل سطوح جانبی شمع در توزیع نیروی جانبی نشان داده شده است. پیکان‌های از سمت راست به چپ، تنش‌های برشی و نرمال روی شمع را نشان می‌دهند. در حالت شکل مقطع مربع، همه‌ی پیکان‌ها موازی با جهت اعمال بار هستند، ولی در حالت شکل شمع دایره‌یی، تنش دو مؤلفه‌ی افقی و قائم دارد که باعث کاهش ظرفیت باربری شمع با مقطع دایره نسبت به مقطع مربعی می‌شود. [۹] با توجه به وجود بال در شمع‌های بالدار، مقابل آن‌ها نیروی مقاوم بیشتری نسبت به دیگر شکل مقاطع تشکیل می‌شود، بنابراین، شمع بالدار توانایی تحمل بار جانبی بیشتری را دارد. [۱۵] در شرایط یکسان، میزان نیروی اصطکاک ایجاد شده روی وجوه شمع‌های لوله‌یی تحت بار جانبی با توجه به سطح دایره‌یی که دارند، کمتر



شکل ۱۱. نسبت ظرفیت باربری شمع‌های با شکل مقطوع متفاوت نسبت به شمع دایره‌ای در آرایش‌های مختلف در ماسه‌ی سُست.

شکل ۱۰. تغییرات ضریب تأثیر گروه برای آرایش‌های مختلف شمع در گروه.



شکل ۱۲. تغییر نیروی جانبی متوسط هر شمع در گروه نسبت به تغییر فاصله بین شمع‌ها در خاک سُست.

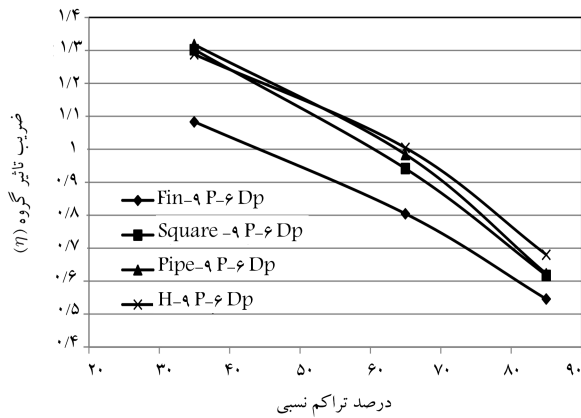
و کمترین ظرفیت باربری جانبی را دارند. ظرفیت باربری جانبی شمع H حدود ۶۱ الی ۷۱ درصد ظرفیت باربری جانبی شمع لوله‌ی بالدار برای فاصله‌های مختلف شمع است. همچنین در یک نیروی جانبی یکسان، شمع‌های H باید در فاصله‌ی دورتری نسبت به هم قرار گیرند، تا بتوانند همان نیروی جانبی تحمل شده توسط مقاطع دیگر را تحمل کنند. به طور مثال، ظرفیت باربری جانبی گروه شمع H در فاصله‌ی $6DP$ تقریباً برابر با ظرفیت باربری جانبی گروه شمع لوله‌ی بالدار $4.5DP$ است، همچنین ظرفیت باربری جانبی گروه شمع H با فاصله‌ی $4.5DP$ تقریباً برابر با ظرفیت باربری جانبی گروه شمع لوله‌ی بالدار در فاصله‌ی $3DP$ است. در شکل ۱۳، پارامتر ضریب تأثیر گروه برای شکل مقاطع مختلف با توجه به افزایش فاصله‌ی بین شمع‌ها در گروه مشاهده می‌شود، که مطابق آن مشخص است که کمترین و بیشترین ضریب تأثیر گروه به ترتیب مربوط به شمع‌های لوله‌ی بالدار و شمع‌های H است. ناحیه‌ی تنش ایجاد شده در اطراف شمع‌های بالدار در مقایسه با دیگر شکل‌های مقاطع شمع، بزرگ‌تر است که نتیجه‌ی آن ضریب تأثیر کوچک‌تر است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، ضریب تأثیر همه‌ی شکل‌های مقاطع در فاصله‌ی $(S/D_p = 6)$ بزرگ‌تر از ۱ است. ضریب تأثیر گروه بیشتر از واحد بیانگر آن است که در شرایطی، شمع در گروه بیشتر از ظرفیت یک شمع تکی نیرو تحمل می‌کند که در این موارد مهندسان در طراحی، مقدار ضریب تأثیر گروه را برابر با ۱ در نظر می‌گیرند. تراکم خاک بین شمع‌ها هنگام کوبیدن شمع‌ها در خاک باعث

است که در میان تشکیل نیروی مقاوم جلوی شمع اثر مهمی دارد. هنگام کوبیدن شمع در خاک، خاک اطراف شمع‌ها و همچنین خاک بین شمع‌ها متراکم می‌شود که باعث افزایش ظرفیت باربری جانبی شمع می‌شود. این مسئله نیز می‌تواند مقدار ضریب تأثیر را بیشتر از ۱ کند (کارایی گروه شمع از تک‌شمع بیشتر می‌شود). [۳۲] میزان تراکم خاک بین بال‌های شمع H نیز در ظرفیت باربری جانبی آن اثر قابل ملاحظه‌ی دارد. [۱۱] شمع H از نوع شمع ته‌باز است که هنگام کوبیدن آن در خاک سُست، نسبت به دیگر مقاطع ته‌بسته‌ی استفاده شده در مطالعه‌ی حاضر، تراکم کمتری در خاک اطراف خود و بین شمع‌ها ایجاد می‌کند و بنابراین نیروی مقاومی که جلوی آن تشکیل می‌شود، نسبت به دیگر مقاطع کمتر است و لذا بار جانبی کمتری را تحمل می‌کند. شکل ۱۰، ضریب تأثیر گروه برای شکل مقاطع مختلف شمع در آرایش‌های مختلف در خاک با تراکم سُست را نشان می‌دهد.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، ضریب تأثیر گروه کلیه‌ی مقاطع در همه‌ی آرایش‌ها کمتر از ۱ است. بیشترین و کمترین مقدار ضریب تأثیر گروه به ترتیب مربوط به شمع‌های H و شمع‌های لوله‌ی بالدار است. ضریب تأثیر کوچک‌تر بیانگر اندرکنش بیشتر سیستم شمع - خاک - شمع است. با توجه به اینکه شمع‌های H، خاک اطراف خود را کمتر متراکم می‌کنند و خاک کمتری در هنگام کوبیدن آن‌ها جابه‌جا می‌شود، ناحیه‌ی تنش ایجاد شده پیرامون آن‌ها و نتیجتاً اندرکنش شمع‌ها کمتر است و بنابراین ضریب تأثیر گروه بیشتر برای شمع H را در پی خواهد داشت. با توجه به شکل ۱۱، نسبت ظرفیت باربری جانبی گروه شمع‌های لوله‌ی بالدار، مربعی، و H نسبت به ظرفیت باربری جانبی شمع لوله‌ی ساده (RLR) به ترتیب حدود ۱/۱۹، ۱/۴ و ۰/۸۵ به‌دست آمد.

۲.۳. بررسی اثر فاصله‌ی شمع‌ها در گروه

برای ارزیابی اثر فاصله‌ی شمع‌ها در ظرفیت باربری جانبی گروه شمع، گروه شمع‌ها با تعداد ۹ شمع در فاصله‌های مرکز به مرکز $3DP$ ، $4.5DP$ و $6DP$ قرار داده شدند و در خاک با تراکم سُست تحت بارگذاری جانبی قرار گرفتند. شکل ۱۲، تغییرات نیروی جانبی متوسط هر شمع در گروه را نسبت به تغییر فاصله‌ی نرمال شمع‌ها (S/D_p) برای شکل مقاطع مختلف شمع نشان می‌دهد. با توجه به شکل ۱۲ مشاهده می‌شود که با افزایش فاصله‌ی بین شمع‌ها از $3DP$ به $6DP$ ، میزان نیروی قابل تحمل هر شمع به میزان قابل توجهی (حدود ۹۷ الی ۱۳۳ درصد) افزایش می‌یابد که علت آن کاهش اندرکنش شمع‌های گروه است. مطابق شکل ۱۲ مشخص است که در فواصل مختلف، گروه شمع لوله‌ی بالدار و گروه شمع H به ترتیب بیشترین



شکل ۱۵. تغییرات ضریب تأثیر گروه نسبت به تغییرات درصد تراکم نسبی خاک.

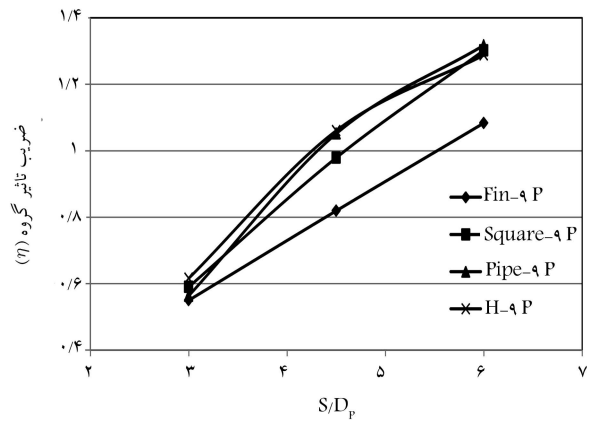
۳۵٪ بوده است. ضریب تأثیر گروه شمعه‌های مربعی، دایره‌یی ساده و H در تراکم نسبی ۳۵٪، تقریباً با هم برابر است. اما در تراکم‌های نسبی بالاتر، بیشترین ضریب تأثیر گروه مربوط به شمعه H است، که نشان می‌دهد شمعه H کمترین اندرکنش را دارد، چون شمعه H نه‌باز است و هنگام کوبیدن شمعه‌های H در خاک، مقدار خاک کمتری نسبت به شمعه‌های ته‌بسته جا‌به‌جا می‌شود، که باعث کاهش اندرکنش بین شمعه‌های H می‌شود. زمانی که گروه شمعه درون خاک سُست کوبیده می‌شود، خاک اطراف و بین شمعه‌ها کوبیده می‌شود و نتیجتاً کارایی گروه شمعه می‌تواند بیشتر از شمعه تکی شود و لذا ضریب تأثیر گروه بیشتر از ۱ شود، ولی در ماسه‌ی متراکم کوبش شمعه باعث سُست شدن خاک می‌شود و بنابراین ضریب تأثیر گروه کاهش می‌یابد. شکل شمعه هنگام کوبش در تراکم خاک اطراف نیز اثر مهمی دارد، به‌گونه‌یی که سطوح منحنی شمعه مانند سطح شمعه لوله‌یی در خاک به راحتی در خاک فرو می‌رود و بنابراین کمتر باعث سُست شدن خاک می‌شود. این مسئله باعث می‌شود که ضریب تأثیر گروه شمعه مربعی در خاک سُست به علت تراکم بیشتر خاک اطراف از شمعه لوله‌یی بیشتر باشد (شکل ۱۰) و برعکس شمعه لوله‌یی در خاک متراکم، ضریب تأثیر بیشتری نسبت به شمعه مربعی دارد (شکل ۱۵). [۱۱]۱۰

۴. نتیجه‌گیری

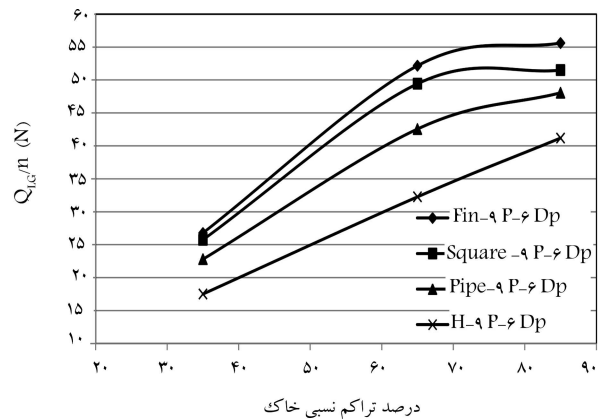
برای ارزیابی رفتار گروه شمعه‌های با شکل‌های متفاوت مقطع، انجام آزمون‌های آزمایشگاهی ترتیب داده شد و عملکرد گروه شمعه‌ها در آرایش‌های مختلف شمعه، فاصله‌های مختلف بین شمعه‌ها و در تراکم نسبی متفاوت بررسی شد. لازم به ذکر است نتایج ارائه شده مربوط به شمعه‌ها و شرایط اختصاصی آزمایش‌های مذکور است، و ممکن است اعداد ذکر شده در آزمایش‌ها با شرایط دیگر تغییر کنند. به عبارت دیگر، نتیجه‌گیری انجام شده وابسته به شرایط آزمایش‌هاست و به‌طور کلی قابل تعمیم نیست.

این نتایج برآمده از مطالعه‌ی حاضر است:

۱. مقاومت جانبی شمعه‌های لوله‌یی بالدار، مربعی و H نسبت به مقاومت جانبی شمعه‌های لوله‌یی ساده به ترتیب برابر با ۱/۴، ۱/۱۹ و ۰/۸۵ بوده است. تفاوت در میزان مقاومت جانبی شکل‌های مختلف مقطع مربوط به نیروی اصطکاک ایجاد شده روی وجوه شمعه و همچنین نیروی مقاومی است که جلوی شمعه ایجاد می‌شود، که مستقیماً به شکل شمعه وابسته هستند.



شکل ۱۳. تغییرات ضریب تأثیر گروه نسبت به تغییرات فاصله‌ی نرمال شمعه‌ها در گروه برای شکل‌های مختلف مقطع در خاک سُست.



شکل ۱۴. تغییرات نیروی متوسط هر شمعه نسبت به تغییرات درصد تراکم خاک.

می‌شود که ضریب تأثیر گروه از ۱ بیشتر شود. [۲۲] ضریب تأثیر بیشتر از واحد در مطالعات پیشین نیز گزارش شده است. [۲۰، ۲۸]

۳.۳. اثر تراکم نسبی خاک در ظرفیت باربری جانبی گروه شمعه

جهت بررسی اثر تراکم خاک در ظرفیت باربری گروه شمعه، خاک در جعبه‌ی آزمایش در سه حالت تراکم سُست ($DR = 35\%$)، متوسط ($DR = 65\%$) و متراکم ($DR = 85\%$) آماده شد. گروه‌های شمعه با شکل‌های مقاطع متفاوت با تعداد ۹ شمعه با فاصله‌ی بین شمعه برابر با $6D_p$ آزمایش شدند. در شکل ۱۴، تغییرات نیروی متوسط هر شمعه در مقابل تغییر تراکم نسبی خاک مشاهده می‌شود که مطابق آن با افزایش تراکم نسبی خاک، میزان نیروی متوسط هر شمعه افزایش یافته است. میزان افزایش نیروی جانبی متوسط هر شمعه در تراکم نسبی ۶۵٪ بین ۸۴ تا ۹۴ درصد بیشتر از نتایج به‌دست آمده در تراکم نسبی ۳۵٪ است. اما با افزایش تراکم نسبی تا ۸۵٪، روند افزایش مقاومت جانبی شمعه‌ها کاهش یافته است، به‌گونه‌یی که میزان افزایش نیروی جانبی متوسط هر شمعه در تراکم نسبی ۸۵٪ نسبت به تراکم نسبی ۶۵٪، برای شکل‌های مختلف مقطع بین ۴ تا ۲۷ درصد بوده است. در شکل ۱۵، تغییرات ضریب تأثیر گروه نسبت به تغییرات تراکم نسبی خاک مشاهده می‌شود که مطابق آن با افزایش درصد تراکم نسبی خاک، ضریب تأثیر گروه به‌طور قابل ملاحظه‌یی کاهش یافته است، به‌گونه‌یی که ضریب تأثیر گروه در تراکم نسبی ۸۵٪ حدود ۴۷ الی ۵۲ درصد برای شکل‌های متفاوت مقطع کمتر از حالت تراکم نسبی

۲. با افزایش فاصله بین شمع‌ها در گروه، نیروی جانبی برای تغییر مکان مشخص و ضریب تأثیر گروه برای همه‌ی شکل‌های مقطع افزایش می‌یابد.
۳. با افزایش تراکم نسبی خاک، ضریب تأثیر گروه به میزان قابل توجهی کاهش می‌یابد. گروه شمع H و شمع لوله‌یی بالدار به ترتیب بیشترین و کمترین ضریب تأثیر گروه را به خود اختصاص دادند. بنابراین شاید انتخاب شمع H در جایی که اندرکنش شمع‌ها زیاد باشد، گزینه‌ی مناسبی باشد.

فهرست علائم

- H Pile: شمع H؛
 C_e : ضریب دانه‌بندی؛
 T : فاکتور سختی؛
 EP : مدول کشسانی مصالح شمع؛
 IP : ممان اینرسی مقطع شمع؛
 n_h : ثابت واکنش بستر در نوک شمع؛
 A : سطح مقطع شمع؛
 Q_{LS} : ظرفیت باربری جانبی شمع تک؛
 Q_{LG} : ظرفیت باربری جانبی گروه شمع؛
 n : تعداد شمع‌ها در گروه؛
 n_1 : تعداد ردیف شمع‌ها در گروه؛
 n_2 : تعداد ستون شمع‌ها در گروه؛
 S : فاصله‌ی مرکز به مرکز بین شمع‌ها در گروه؛
 DR : تراکم نسبی خاک؛
 η : ضریب تأثیر گروه؛
 L : طول کلی شمع؛
 L_e : طول مدفون شمع؛
 L_f : طول بال شمع بالدار؛
 W_f : عرض بال شمع بالدار.

- D_P : قطر شمع؛
 D_{50} : قطر ذرات خاک که ۵۰٪ ذرات از آن ریزتر هستند؛
 $\gamma_{d \min}$: کمینه‌ی وزن مخصوص خشک خاک؛
 $\gamma_{d \max}$: بیشینه‌ی وزن مخصوص خشک خاک؛
 G_s : چگالی دانه‌های خاک؛
 C_u : ضریب یکنواختی؛
 Y : تغییر مکان سر شمع؛
 Fin Pile: شمع لوله‌یی بالدار؛
 Square Pile: شمع مربع؛
 Pipe pile: شمع لوله‌یی؛

پانویس

1. Lateral Resistance Ratio (RLR)

منابع (References)

- Al-Shamary, J.M.A., Chik, Z. and Taha, M.R. "Modeling the lateral response of pile groups in cohesionless and cohesive soils", *International of Geo-Engineering- Springer*, **9(1)**, pp. 1-17 (2018).
- Baziar, M.H., Rafiee, F., Saedi Azizkandi, A. and et al. "Effect of super-structure frequency on the seismic behavior of pile-raft foundation using physical modeling", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **104**, pp. 196-209 (2018).
- Padmavathi, M., Padmavathi V. and Madhav M.R. "Response of two-pile group subjected to vertical eccentric load", *International Journal of Geotechnical Engineering*, pp.1-10 (2019).
- Kavitha, P.E., Beena, K.S. and Narayanan, K.P. "A review on soil-structure interaction analysis of laterally loaded piles", *Innovative Infrastructure Solutions*, **1(1)**, pp. 1-15 (2016).
- Iskander, M. "Behavior of pipe piles in sand: Plugging & pore-water pressure generation during installation and loading", Springer Science & Business Media, 269 p. (2011).
- Sawada, K. and Takemura, J. "Centrifuge model tests on piled raft foundation in sand subjected to lateral and moment loads", *Soils and Foundations*, **54(2)**, pp. 126-140 (2014).
- Briaud, J.L., Smith, T. and Meyer, B. "Laterally loaded piles and the pressuremeter: Comparison of existing methods, in Laterally loaded deep foundations: Analysis and performance", *ASTM International*, pp. 97-111 (1984).
- Brown, D.A., Morrison, C. and Reese, L.C. "Lateral load behavior of pile group in sand", *Geotechnical Engineering*, **114(11)**, pp. 1261-1276 (1988).
- Reese, L.C. and Van Impe, W.F. "Single piles and pile groups under lateral loading", A.A. Balkema, Rotterdam, Netherlands, CRC Press (2001).
- Bustamante, G. "Influence of pile shape on resistance to lateral loading", Brigham Young University - Provo (2014).
- Russell, D.N. "The influence of pile shape and pile sleeves on lateral load resistance", Brigham Young University - Provo (2016).
- Smith, T.D. "Friction mobilization F-y curves for laterally loaded piles from the pressuremeter", in Proceedings of the International Symposium on Predictions and Per-

- formance in Geotechnical Engineering, Calgary, Canada (1987).
13. Zomorodian, S.M.A. and Dehghan, M. "Lateral resistance of a pile installed near a reinforced slope", *International Journal of Physical Modelling in Geotechnics*, **11**(4), pp. 156-165 (2011).
 14. Zomorodian, S.M.A. and Sadeghi, H. "Assessment of lateral bearing capacity of a single vertical pile near the reinforced slope with geogrid", *Sharif Civil Engineering*, **28-2**(2), pp. 89-98 (in Persian) (2011).
 15. Nasr, A.M. "Experimental and theoretical studies of laterally loaded finned piles in sand", *Canadian Geotechnical Journal*, **51**(4) pp. 381-393 (2013).
 16. Grabe, J. and Duhrkop, J. "Laterally loaded piles with bulge", in *Proceedings of 26th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, Electronically published under No. OMAE2007-29046 (2007).
 17. Abbasa, J.M. and Ibrahim, H.Q. "The effect of pile cross section on the lateral behavior of piles under combined loading", *Journal of Engineering Science and Technology Review*, **11**(3), pp. 174-177. (2018).
 18. ASTM, "Standard practice for classification of soils for engineering purposes (Unified Soil Classification System)", ASTM International West Conshohocken (PA) (2010).
 19. Poulos, H.G. and Davis, E.H. "Pile foundation analysis and design", Wiley, New York, NY, USA (1980).
 20. Kim, B.T. and Yoon, G.L. "Laboratory modeling of laterally loaded pile groups in sand", *KSCE Journal of Civil Engineering*, **15**(1), pp. 65-75 (2011).
 21. Dong, J., Chen, F., Zhou, M. and et al. "Numerical analysis of the boundary effect in model tests for single pile under lateral load", *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, pp. 1-12 (2017).
 22. Ugural, A.C. "Mechanics of Materials", John Wiley and sons (2007).
 23. Pedram, B. "Effects of pile shape in improving the performance of monopiles embedded in onshore clays", *Canadian Geotechnical Journal*, **52**(8), pp. 1144-1158 (2015).
 24. AISC, "Manual of steel construction", (2005).
 25. Amde, A., Chini, S. and Mafi, M. "Model study of H-piles subjected to combined loading", *Geotechnical & Geological Engineering*, **15**(4), pp. 343-35 (1997).
 26. Broms, B.B. "Lateral resistance of piles in cohesionless soils", *Journal of the Soil Mechanics Foundations Division*, **90**(3), pp. 123-158 (1964).
 27. Terzaghi, K. "Evaluation of coefficients of subgrade reaction", *Geotechnique*, **5**(4), pp. 297-326 (1955).
 28. Chandrasekaran, S., Boominathan, A. and Dodagoudar, G. "Group interaction effects on laterally loaded piles in clay", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **136**(4), pp. 573-58 (2009).
 29. Ovesen, N.K. "The scaling law relationship-panel discussion", *In Proc. 7th European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering* (1979).
 30. Bienen, B., Duhrkop, J., Grabe, J. and et al. "Response of piles with wings to monotonic and cyclic lateral loading in sand", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **138**(3), pp. 364-375 (2012).
 31. Zhang, L., Silva, F. and Grismala, R. "Ultimate lateral resistance to piles in cohesionless soils", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **131**(1), pp. 78-83 (2005).
 32. Das, B.M., *Principles of Foundation Engineering*, 6th Edition, Thomson (2007).