

مدل‌سازی موتور SR: بهبود مدل میلر

محسن فرشاد (دانشجوی دکتری)

کارو لوکس (استاد)

گروه برق و کامپیوتر، دانشگاه تهران

حسن غفوری فرد (دانشیار)

گروه برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

مدل میلر از جمله اولین مدل‌های ارائه شده برای موتور SR است که علی‌رغم سادگی نسبی ساختاری و پیاده‌سازی آسان و کم‌هزینه، در مدل‌سازی -پیش‌بینی رفتار موتور توانایی قابل قبولی دارد به همین دلیل، و علی‌رغم مطرح شدن مدل‌های دیگر، مدل میلر هم در فاز طراحی الکتروموتور و هم در فاز طراحی کنترل‌کننده وسیعاً مورد استفاده قرار گرفته است. در هر حال، از جمله نقاط ضعف کاملاً مشهود مدل میلر، عدم لحاظ شرط بدیهی «شیب صفر مشخصه شار در موقعیت‌های زاویه‌ی هم‌راستایی/غیرهم‌راستایی» است که به‌نوبه‌ی خود عملکرد ضعیف این مدل، به‌ویژه در حوالی موقعیت‌های زاویه‌ی فوق‌رایه‌دنبال دارد. در این نوشتار، مسئله‌ی بهبود توانایی‌های مدل میلر مورد توجه قرار گرفته است. با حفظ ساختار کلی مدل و انجام تغییرات لازم، ضمن حفظ سایر مزایا، شرط بدیهی فوق نیز برآورده شده است. اطلاعات شار موتور SR P/۴ نمونه‌ی مورد بررسی از طریق تحلیل FE دوبعدی به دست آمده‌اند. نتایج شبیه‌سازی گویای توفیق بهینه‌سازی عملکرد مدل میلر در تطابق با مشخصه‌های متنوع مغناطیسی موتور SR، به‌ویژه در حوالی موقعیت‌های زاویه‌ی هم‌راستایی/غیرهم‌راستایی است.

مقدمه

۱. توانایی مدل در مدل‌سازی/پیش‌بینی رفتار موتور یا به بیان دقیق‌تر، توانایی مدل در تطابق با مشخصه‌های واقعی موتور؛
۲. توان تحلیلی مدل، و به عبارتی امکان توسعه‌ی روابط تحلیلی سایر متغیرها و پارامترهای موتور با استناد به مدل تحلیلی ارائه شده برای متغیر شار و یا اندوکتانس؛
۳. پیاده‌سازی آسان و کم‌هزینه‌ی مدل، منظور از پیاده‌سازی مدل، مجموعه‌تلاش‌های انجام گرفته برای شناسایی پارامترهای مجهول مدل، شامل استخراج داده‌های مکانی -مغناطیسی مورد نیاز و سپس اجرای الگوریتم‌های متنوع شناسایی پارامتر است. بیشتر مدل‌های مورد اشاره مختصراً مرور و از زوایای مختلف، به‌ویژه مزایا و معایب (با توجه به عوامل ذکر شده)، مورد مقایسه قرار گرفته‌اند.^[۱]

در میان حوزه‌های مختلف تحقیقاتی موتور SR، حوزه‌ی مدل‌سازی به دلایل متعدد، از جمله کمک به فاز طراحی، نیاز عمده طرح‌های کنترل کلاسیک به داشتن مدلی حتی‌المقدور دقیق از موتور، امکان پیش‌بینی عملکرد و کارایی موتور در وضعیت‌های کاری مختلف، ایجاد قدرت تصمیم‌گیری در مواجهه با شرایط غیرمعمول احتمالی، و بالاخره توسعه‌ی نرم‌افزارهای شبیه‌سازی مورد نیاز فازهای طراحی و کنترل، از جایگاه ویژه‌ی برخوردار بوده و هست. در همین راستا و در چند دهه‌ی اخیر مدل‌های مختلفی برای موتور SR ارائه شده‌اند که وجه اشتراک عمده‌ی آنها، جست‌وجو برای یافتن یک رابطه‌ی تحلیلی در قالب فرمول بسته و یا سری‌های فوریه و غیرفوریه با جملات محدود، برای توصیف مشخصه‌ی شار یا اندوکتانس فاز موتور برحسب متغیرهای موقعیت زاویه‌ی روتور و جریان فاز است.^[۲-۹] ضمناً بیشتر مدل‌های ارائه شده وابسته به موتورند به طوری که قبل از کاربرد آنها لازم است پارامترهای مجهول‌شان را توسط داده‌های متعلق به مشخصه‌های مختلف استاتیکی و دینامیکی موتور (که حاصل اندازه‌گیری و یا نتایج تحلیل FE هستند) تعیین کنند. البته در دهه‌ی اخیر تلاش‌هایی در جهت توسعه‌ی مدل‌های پارامتری مستقل از موتور انجام گرفته است.^[۱۰]

از جمله‌ی اولین مدل‌های ارائه شده برای موتور SR، مدل میلر^[۲] است که علی‌رغم سادگی نسبی ساختار و پیاده‌سازی آسان و کم‌هزینه، از توانایی قابل قبولی در مدل‌سازی -پیش‌بینی رفتار موتور برخوردار است و به همین دلیل و علی‌رغم مطرح شدن گسترده‌ی مدل‌های دیگر هم در فاز طراحی الکتروموتور و هم در فاز طراحی کنترل‌کننده مورد استفاده قرار گرفته است. با این حال، از جمله نقاط ضعف کاملاً مشهود مدل میلر، در نظر نگرفتن شرط بدیهی «شیب صفر مشخصه شار در موقعیت‌های زاویه‌ی هم‌راستایی/غیرهم‌راستایی» است که به‌نوبه‌ی خود باعث عملکرد

مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار در امر توسعه مدل‌های جدید و نیز مقایسه مدل‌های موجود عبارتند از:

گام‌های جریان ۲ آمپری انتخاب شده‌اند. همچنین از آنجا که طول گام قطب روتور موتور برابر با $90^\circ = (360^\circ / N_p)$ درجه است و نیز با توجه به تقارن مشخصه‌های استاتیکی تحریک تک‌فاز موتور (تقارن زوج مشخصه‌ی شار و تقارن فرد مشخصه‌ی گشتاور)، کافی است که محدوده $0^\circ - 45^\circ$ درجه مورد تحلیل قرار گرفته و سپس نتایج به دست آمده به محدوده‌ی $0^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ درجه انعکاس یابند. لذا سطوح مورد بررسی زاویه‌ی روتور در محدوده‌ی $0^\circ - 45^\circ$ درجه و با گام‌های ۳ درجه‌ی انتخاب شده‌اند تا طول گام روتور در فواصل مناسب و کافی پوشش داده شود. کیفیت مشخصه‌ی شار استخراجی مندرج در شکل‌های ۱ و ۲ مؤید کفایت دقت به کار رفته در پوشش محدوده‌ی تغییرات کمیت‌های جریان و زاویه‌ی روتور است.

مشخصه‌های گشتاور تولیدی متأثر از تحریک تک‌فاز، پارامترهای اندوکتانس افزایشی L_{inc} و ضریب ولتاژ سرعتی C_w نیز به ترتیب در شکل‌های ۳ و ۴ نشان داده شده‌اند که با توجه به تعریف‌شان، از طریق اطلاعات شار مندرج در شکل‌های ۱ و ۲ استخراج شده‌اند. منحنی‌های مختلف موجود در شکل‌های فوق، متناظر با سطوح مختلف جریان فاز ۸ موتور شکل‌های ۱، ۳، ۴ یا سطوح مختلف زاویه روتور (شکل ۲) هستند. ضمناً سمت افزایش مقدار جریان فاز و یا زاویه‌ی روتور در شکل‌های فوق با علامت پیکان مشخص شده است.

نکته: افت ناگهانی مشخصه‌ی اندوکتانس L_{inc} و نیز تداخل منحنی‌های مشخصه‌ی ضریب ولتاژ سرعتی C_w در حوالی موقعیت زاویه‌ی هم‌راستایی، که با علامت * در شکل ۴ مشخص شده است، عمدتاً ناشی از خطای هرچند کم محاسباتی در برداشت اطلاعات تحلیل FE مربوط به مشخصه‌ی شار است. در هر حال، در صورت

ضعیف این مدل، به‌ویژه در حوالی موقعیت‌های زاویه‌ی هم‌راستایی/غیرهم‌راستایی می‌شود. لذا در این تحقیق، مسئله‌ی بهبود توانایی‌های مدل میلر مورد توجه قرار گرفته است.

در ادامه‌ی نوشتار، ابتدا موتور نمونه‌ی SR۶/۴ مورد بررسی معرفی و نتایج تحلیل FE دوبعدی آن ارائه شده‌اند. سپس مدل میلر مختصراً مرور و مزایا و معایب آن تشریح شده‌اند. پس از آن، بهبودهای انجام گرفته در خصوص مدل میلر، همراه با نتایج شبیه‌سازی و بالاخره مقاله، با ارائه‌ی نتیجه‌گیری، خاتمه می‌یابد.

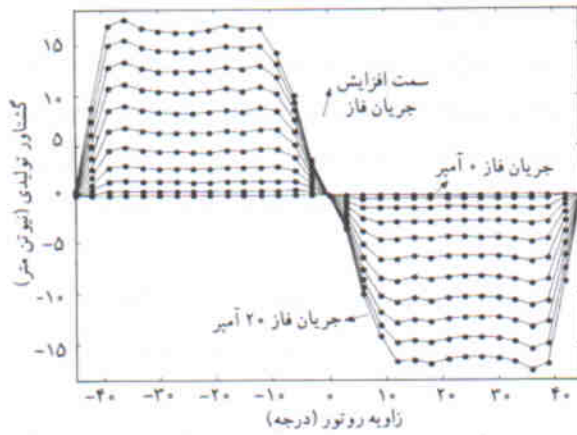
استخراج مشخصه‌های استاتیکی تحریک تک‌فاز موتور SR ۶/۴ مورد بررسی با تحلیل FE دوبعدی

موتور نمونه‌ی مورد استفاده در این تحقیق، یک موتور SR۶/۴ سه‌فاز است که با توجه به امکان‌سنجی توسعه‌ی خط تولید داخلی، طی پروژه‌ی «طراحی، ساخت و کنترل هوشمند موتور SR» طراحی شده است^[۱۲] و نمونه‌ی ساخته شده‌ی آن در آزمایشگاه کنترل گروه مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه تهران موجود و مورد آزمایش قرار گرفته است.^[۱۳] مشخصات هندسی -مغناطیسی موتور فوق‌الذکر در جدول ۱ داده شده‌اند.

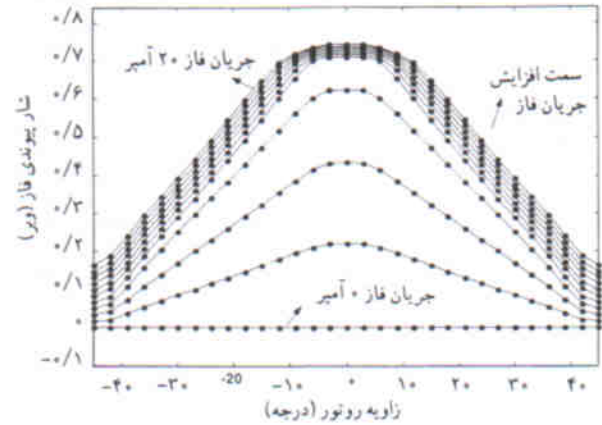
داده‌های مورد نیاز تحلیل، شامل مشخصه‌های استاتیکی شار، گشتاور موتور و پارامترهای اندوکتانس افزایشی L_{inc} و ضریب ولتاژ سرعتی C_w (در حالت تحریک تک‌فاز)، از طریق تحلیل FE دوبعدی و با استفاده از نرم‌افزار ANSYS به دست آمده‌اند. به دلیل تقارن طولی موتور، و لذا پرهیز از صرف زمان طولانی، تحلیل FE دوبعدی مورد توجه قرار گرفته است. با توجه به مقدار جریان اسمی فازهای موتور (۲۰ آمپر)، سطوح جریان فاز موتور در محدوده $20^\circ - 0^\circ$ آمپر و با

جدول ۱. مشخصات هندسی - مغناطیسی موتور SR۶/۴

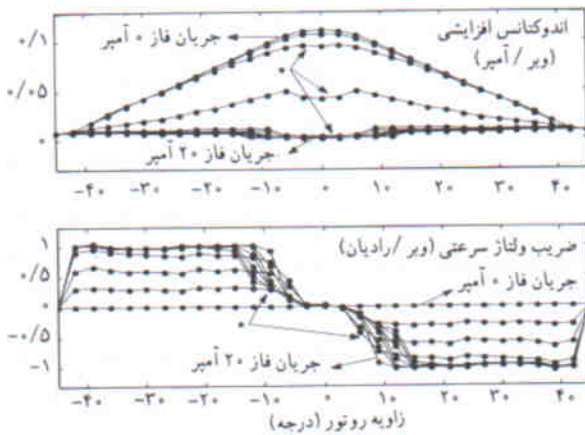
۲/۴۵cm	شعاع خارجی یوغ روتور (R_r)	۵/۵hp	قدرت نامی (P_n)
۸/۵cm	شعاع خارجی استاتور ($R_s \text{ ext}$)	۳۰۰۰rpm	سرعت نامی (N_n)
۶/۹۵cm	شعاع داخلی یوغ استاتور ($R_s \text{ yoke}$)	۵۱۰V	ولتاژ تغذیه DC
۳۸°	طول زاویه‌ی کمان قطب استاتور (β_s)	۲۰A	جریان اسمی فاز موتور (I_n)
۴۶°	طول زاویه‌ی کمان قطب روتور (β_r)	۶	تعداد قطب‌های استاتور (N_s)
۵۴	تعداد دور سیم‌پیچی در هر قطب استاتور (N)	۴	تعداد قطب‌های روتور (N_r)
۱۳/۵N·m	گشتاور بار نامی (T_{In})	۱/۹cm	شعاع محور موتور (R_{sh})
۰/۰۰۵kg·m ^۲	گشتاور اینرسی معادل موتور و بار نامی (J_n)	۴/۵cm	شعاع مؤثر روتور ($R_r \text{ g}$)
۰/۰۰۴N·m·sec/rad	ضریب اصطکاک چسبنده (B)	۱۴/۸cm	طول روتور (L_{stk})
۰/۵Ω	مقاومت سیم پیچ فاز (R)	۰/۰۳cm	طول فاصله‌ی هوایی (g)



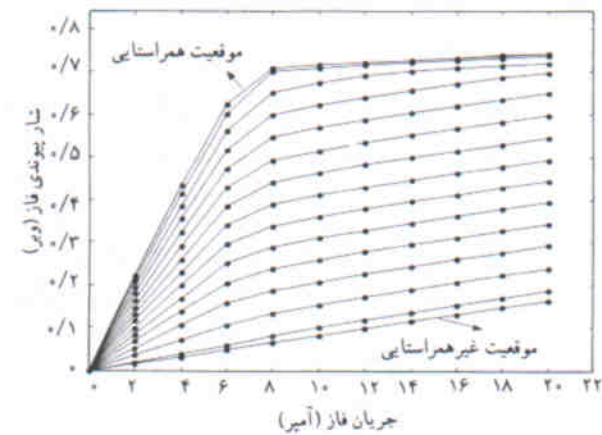
شکل ۳. مشخصه گشتاور تولیدی موتور SR ۶/۴ (استخراجی از تحلیل FE دوبعدی).



شکل ۱. مشخصه شار پیوندی موتور SR ۶/۴ (استخراجی از تحلیل FE دوبعدی).



شکل ۴. مشخصه‌های L_{inc} و C_w موتور SR ۶/۴ (استخراجی از تحلیل FE دوبعدی).



شکل ۲. نمای دیگری از مشخصه شار پیوندی موتور SR ۶/۴ (استخراجی از تحلیل FE دوبعدی).

ناحیه‌ی خطی - غیرخطی و سپس استفاده از ترکیب تکه‌یی توابع خطی - غیرخطی فرولیش برای مدل‌سازی آنها. نمونه‌هایی از مزایای مدل میلر عبارت‌اند از:

۱. استناد به اطلاعات شار به‌جای اندوکتانس، چراکه در مواجهه با ماهیت غیرخطی مکانی و مغناطیسی موتور SR، مدل‌های اندوکتانسی قطعاً به‌توان‌مندی مدل‌های شار نیستند. علاوه بر این، در موتور SR، مشخصه شار به‌تنهایی برای توصیف رفتار دینامیکی موتور کفایت می‌کند همچنان‌که در مدل میلر، با استناد به رابطه‌ی تکه‌یی تحلیلی ارائه شده برای شار، روابط تحلیلی سایر کمیت‌های مورد نظر موتور، شامل گشتاور تولیدی و پارامترهای اندوکتانس افزایشی L_{inc} و ضریب ولتاژ سرعتی C_w که در توسعه‌ی مدل فضای حالت موتور مورد نیازند، استخراج می‌شوند.

توفیق مدل میلر یا بهبود یافته‌ی آن در تطابق با مشخصه استخراج شار، رفتارهای به‌ظاهر نامطلوب فوق در مشخصه‌های پیش‌بینی شده‌ی پارامترهای L_{inc} و C_w غیرمنتظره نخواهد بود.

مدل میلر

ماهیت رفتار منحنی شار برحسب موقعیت روتور موتور SR، که نمونه‌یی از آنها برای موتور مورد مطالعه در شکل ۱ آورده شده است، - نظیر رفتار خطی در محدوده‌ی بینابین موقعیت‌های زاویه‌یی هم‌راستایی و غیرهم‌راستایی، تغییرات هموار شار برحسب جریان فاز، و همچنین نتایج شبیه‌سازی که گویای موفقیت نسبی مدل میلر در مدل‌سازی - پیش‌بینی رفتار موتور است - مبنای توجیهی مدل میلر را تشکیل می‌دهند. مدل میلر مبتنی است بر تقسیم منحنی‌های شار برحسب موقعیت روتور (با جریان فاز به‌عنوان پارامتر) به سه

۲. کارایی نسبی مدل میلر، در مقایسه با مدل‌های توسعه‌یافته‌ی مبتنی بر منحنی‌های شار برحسب جریان فاز (با موقعیت روتور به عنوان پارامتر) [۷، ۵]، چراکه ماهیت غیرخطی مکانی و مغناطیسی موتور SR به‌طور ساده‌تر و شفاف‌تری در منحنی‌های شار برحسب موقعیت روتور (با جریان فاز به عنوان پارامتر) نمایش داده می‌شوند.

۳. نیاز به تنها اطلاعات منحنی شار در وضعیت تطابق قطب‌ها و نیز ابعاد هندسی موتور (پیاده‌سازی آسان و کم‌هزینه).

$$\left. \frac{d\lambda(i, \theta)}{d\theta} \right|_{\theta_1} = K_a(i), \lambda(i, \theta_u) = \lambda_u(i) = L_u \cdot i \quad (2)$$

با ترکیب روابط ۱ و ۲، ثابت‌های $A(i)$ و $B(i)$ به‌صورت رابطه‌ی ۳ به‌دست می‌آیند:

$$A(i) = K_a(i), B(i) = \frac{\lambda_{1u}(i) \cdot \theta_{1u}}{K_a(i) \cdot \theta_{1u} - \lambda_{1u}(i)} \quad (3)$$

که در آن، $\lambda_{1u}(i) = \lambda_1(i) - \lambda_u(i)$ و $\theta_{1u} = \theta_1 - \theta_u$ است. رابطه‌ی تحلیلی ارائه شده برای شار در ناحیه‌ی ۲ (تقریب منحنی شار با یک خط با شیب K_a) عبارت‌است از:

$$\lambda(i, \theta) = \lambda_1(i) + K_a \cdot (\theta - \theta_1) \quad (4)$$

که در آن $K_a(i) = (\lambda_a(i) - \lambda_u(i)) / (\theta_r - \theta_1)$ است. لازم به توضیح است که به هنگام شبیه‌سازی و تست مدل از رابطه‌ی معادل $K_a(i) = (\lambda_{hr}(i) - \lambda_1(i)) / (\theta_{hr} - \theta_1)$ استفاده شده است که البته به نتایج بهتری می‌انجامد. رابطه‌ی تحلیلی ارائه شده برای شار در ناحیه‌ی ۳ (تقریب منحنی شار با یک منحنی فرویش) عبارت‌است از:

$$\lambda(i, \theta) = \lambda_{hr}(i) + \frac{A \setminus (i) \cdot (\theta - \theta_{hr})}{B \setminus (i) - (\theta - \theta_{hr})} \quad (5)$$

ساختار رابطه‌ی ارائه شده، برآورنده‌ی شرط لازم $\lambda(i, \theta_{hr}) = \lambda_{hr}(i)$ است. دیگر شرایط لازم جهت برآوری عبارت‌اند از:

$$\left. \frac{d\lambda(i, \theta)}{d\theta} \right|_{\theta_{hr}} = K_a(i), \lambda(i, \theta_u) = \lambda_a(i) \quad (6)$$

با ترکیب روابط ۵ و ۶، مقادیر ثابت‌های $A(i)$ و $B(i)$ به‌صورت رابطه‌ی ۷ به دست می‌آیند:

$$A(i) = K_a(i) \cdot B(i), B(i) = \frac{\lambda_{ahr}(i) \cdot \theta_{ahr}}{K_a(i) \cdot \theta_{ahr} - \lambda_{ahr}(i)} \quad (7)$$

که در آن، $\lambda_{ahr}(i) = \lambda_a(i) - \lambda_{hr}(i)$ و $\theta_{ahr} = \theta_a - \theta_{hr}$ است. ضمناً روابط تحلیلی مربوط به گشتاور تولیدی و نیز پارامترهای اندوکتانس افزایشی L_{inc} و ضریب ولتاژ سرعتی C_w در پیوست انتهای نوشتار آورده شده است.

از جمله‌ی عیوب مدل میلر، توان تحلیلی کم آن (انتگرال‌ناپذیر بودن روابط ارائه شده برای شار در نواحی سه‌گانه نسبت به متغیر جریان فاز i) است که امکان استخراج سراسر روابط تحلیلی

بررسی روابط حاکم

نمونه‌ی منحنی شار یک موتور SR (متناظر با سطح جریان فاز فرضی i) و تقریب میلر آن، همراه با نمایش گرافیکی وضعیت تقابل قطب‌های روتور و استاتور، در شکل ۵ نشان داده شده است. موقعیت‌های زاویه‌ی مندرج در شکل فوق عبارت‌اند از:

θ_u و θ_a : موقعیت‌های زاویه‌ی غیرهم‌راستایی و هم‌راستایی،

θ_1 : موقعیت زاویه‌ی متناظر با شروع هم‌پوشانی قطب‌های روتور و استاتور $(\theta_1 = \theta_a - (\beta_s + \beta_r) / 2)$ ،

θ_r : موقعیت زاویه‌ی متناظر با شروع هم‌پوشانی کامل قطب‌های روتور و استاتور $(\theta_r = \theta_1 + \beta_s)$ ،

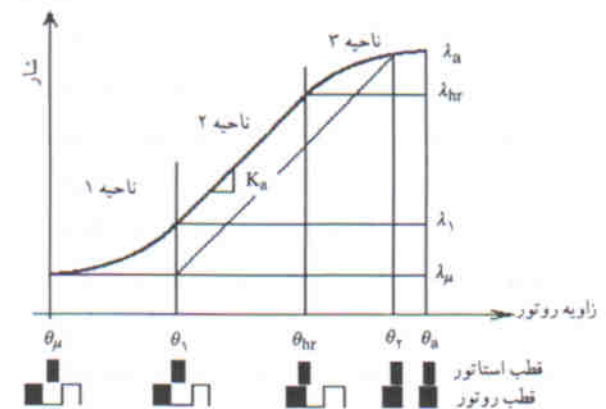
θ_{hr} : موقعیت زاویه‌ی متناظر با نقطه میانی θ_1 و θ_r $(\theta_{hr} = (\theta_1 + \theta_r) / 2)$

رابطه‌ی تحلیلی ارائه شده برای شار در ناحیه‌ی ۱ (تقریب منحنی شار با یک منحنی فرویش) عبارت‌است از:

$$\lambda(i, \theta) = \lambda_1(i) + \frac{A(i) \cdot (\theta - \theta_1)}{B(i) - (\theta - \theta_1)} \quad (8)$$

رابطه‌ی تحلیلی ارائه شده برای شار در ناحیه‌ی ۱ (تقریب منحنی شار با یک منحنی فرویش) عبارت‌است از:

$$\lambda(i, \theta) = \lambda_1(i) + \frac{A(i) \cdot (\theta - \theta_1)}{B(i) - (\theta - \theta_1)} \quad (9)$$



شکل ۵. نمونه‌ی منحنی شار یک موتور SR فرضی و تقریب میلر آن، همراه با نمایش گرافیکی وضعیت تقابل قطب‌های روتور و استاتور.

گشتاور و پارامتر اندوکنانس افزایشی L_{inc} را مختل می‌سازد و مستلزم کاربرد روش‌های تقریب انتگرال و مشتق برای تحقق آنها است. در واقع این عیب، ضعف ذاتی رویکرد به کار رفته در توسعه‌ی مدل میلر است که در مدل میلر بهبود یافته‌ی پیشنهادی ما نیز به قوت خود باقی است. در این نوشتار، از روش دوزتقه برای تقریب انتگرال موجود در روابط تحلیلی گشتاور ۱۶ و ۲۰، و از روش گوس برای تقریب مشتقات موجود در روابط تحلیلی ۱۸ و ۲۲ پارامتر اندوکنانس افزایشی L_{inc} استفاده شده است. نتایج ارائه شده در قسمت‌های بعدی نوشتار گویای دقت قابل قبول روش‌های تقریب به کار رفته است. ضمناً از جمله‌ی ویژگی‌های روش‌های تقریب مورد اشاره، سرعت بالای محاسباتی آنها است و لذا با کاربرد آنها، ضمن حفظ ویژگی بارز مدل میلر (یعنی: سرعت محاسباتی بالا و پیاده‌سازی آسان و کم‌هزینه)، دقت قابل قبول در پیش‌بینی مشخصه‌های مغناطیسی موتور نیز تضمین می‌شود.

نکته: همان‌طور که از رابطه‌ی ۱۶ یا ۲۰ پیوست انتهای نوشتار مشخص است، توسعه‌ی رابطه تحلیلی گشتاور منوط به امکان انتقال عملگر مشتق جزئی $\partial/\partial\theta$ به داخل انتگرال تابع هم‌انرژی $W'(i, \theta)$ است. در اینجا این سؤال مطرح می‌شود که تحت چه شرایطی انتقال عملگر مشتق جزئی $\partial/\partial\theta$ به داخل انتگرال تابع هم‌انرژی $W'(i, \theta)$ مجاز است؟

به بیان دیگر، تحت چه شرایطی عبارت $\int_{i^*=cle}^i \frac{\partial \lambda(i^*, \theta)}{\partial \theta} di^*$ با عبارت $\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\int_{i^*=cle}^i \lambda(i^*, \theta) di^* \right)$ برابر است؟

طبق تعریف تابع هم‌انرژی $W'(i, \theta)$ داریم:

نکته: با فرض ثابت بودن پارامترهای مدل میلر (یعنی A, B, K_a, K_b) و (B1)، رابطه‌ی تحلیلی ۱۷ برای استخراج گشتاور پیشنهاد شده است. [۳] تغییرات پارامترهای مدل میلر بر حسب متغیر جریان فاز i در شکل ۶ آورده شده است. همان‌طور که از شکل فوق پیداست، فرض ثابت بودن پارامترهای مدل میلر، فرض نادرستی است و نتایج ارائه شده در ادامه‌ی نوشتار نیز گویای این مسئله و دقت کم رابطه‌ی تحلیلی تقریبی ۱۷ در پیش‌بینی مشخصه‌ی گشتاور هستند. ضمناً ویژگی بارز رابطه‌ی تحلیلی تقریبی ۱۷، سرعت بالای محاسباتی آن است، حال آن‌که با کاربرد روش دوزتقه به منظور تقریب انتگرال موجود در رابطه‌ی تحلیلی ۱۶، سرعت بالای محاسبات همراه با دقت قابل قبول تضمین می‌شود.

مقایسه‌ی بین نتایج پیش‌بینی مدل میلر و داده‌های واقعی تحلیل

$$W'(i, \theta) \triangleq \int_{i^*=cle}^i \lambda(i^*, \theta) di^* \Rightarrow \frac{\partial W'(i, \theta)}{\partial i} \Big|_{\theta=cle} = \lambda(i, \theta) \quad (A)$$

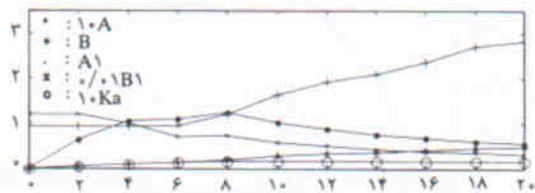
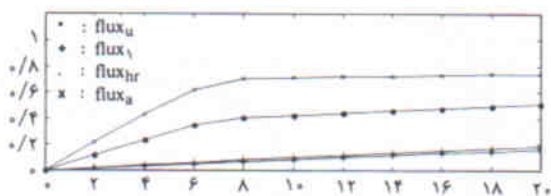
حال داریم:

$$\int_{i^*=cle}^i \frac{\partial \lambda(i^*, \theta)}{\partial \theta} di^* \stackrel{*from (A)}{=} \int_{i^*=cle}^i \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial W'(i^*, \theta)}{\partial i^*} \Big|_{\theta=cle} \right) di^* = \int_{i^*=cle}^i \frac{\partial}{\partial i^*} \left(\frac{\partial W'(i^*, \theta)}{\partial \theta} \Big|_{\theta=cle} \right) di^* = \frac{\partial W'(i, \theta)}{\partial \theta} \Big|_{i=cle}$$

که در صورت مجاز بودن تغییر ترتیب اعمال عملگرهای مشتق‌گیری جزئی $\partial/\partial\theta$ و $\partial/\partial i^*$ برابر خواهد بود با:

$$\int_{i^*=cle}^i \frac{\partial}{\partial i^*} \left(\frac{\partial W'(i^*, \theta)}{\partial \theta} \Big|_{\theta=cle} \right) di^* = \frac{\partial W'(i, \theta)}{\partial \theta} \Big|_{i=cle}$$

پس مجاز بودن انتقال عملگر مشتق جزئی $\partial/\partial\theta$ به داخل انتگرال تابع هم‌انرژی $W'(i, \theta)$ هم‌ارز با مجاز بودن تغییر ترتیب اعمال عملگرهای مشتق‌گیری جزئی $\partial/\partial\theta$ و $\partial/\partial i^*$ بر روی تابع هم‌انرژی



جریان (آمپر)

شکل ۶ تغییرات پارامترهای مدل میلر بر حسب جریان فاز برای موتور SR ۶/۴ مورد بررسی (به منظور مقایسه‌ی بهتر، پارامترهای مدل مقیاس‌دهی شده‌اند).

افزودن شرط بدیهی $\left. \frac{d\lambda}{d\theta} \right|_{\theta: \theta_0 + \frac{\pi}{N_r}} = 0$ به مدل میلر با توجه به قابلیت های قابل توجه فرولیش (نظیر انعطاف پذیری مناسب و امکان کنترل مطلوب آن و نیز سهولت در برآوری شرایط مرزی مورد نظر) در توسعه ی روابط تحلیلی برای نواحی ۱ و ۳ منحنی شار به این توابع استناد و به گونه یی تغییرات در آنها داده شده است تا شرط اضافی مورد نظر - شیب صفر مشخصی شار در موقعیت های زاویه یی هم راستایی / غیر هم راستای - نیز برآورده شود.

رابطه ی تحلیلی اصلاحی ارائه شده برای شار در ناحیه ی ۱ (تقریب منحنی شار با یک منحنی فرولیش) عبارت است از:

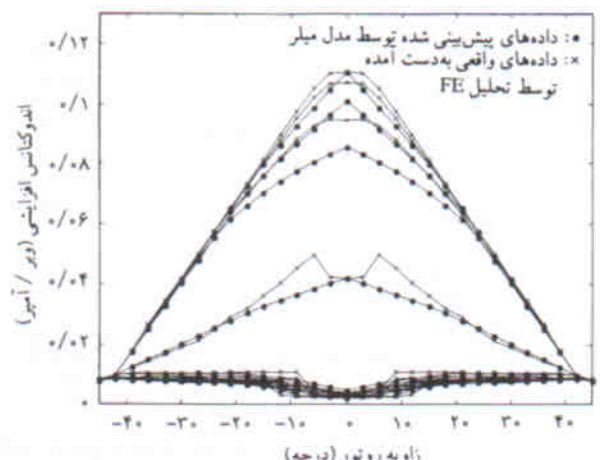
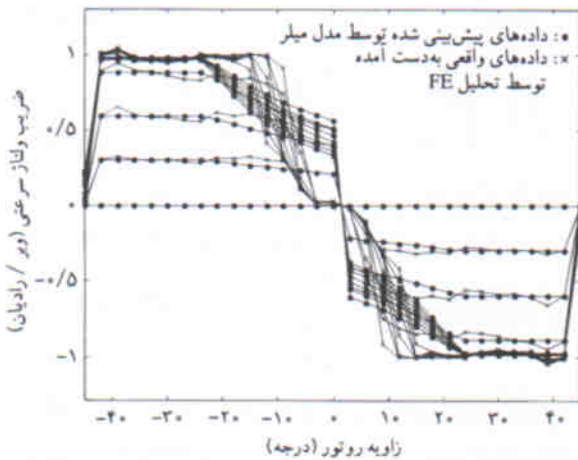
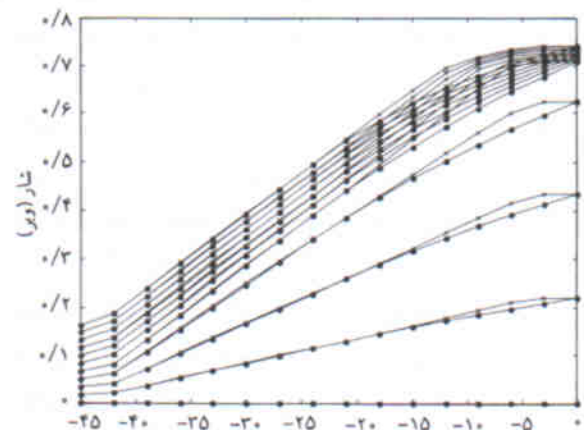
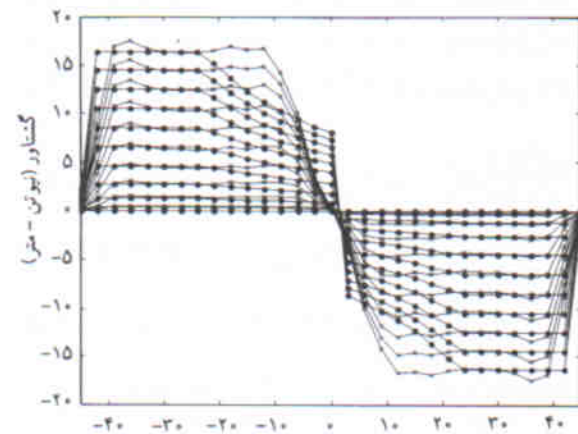
$$\lambda(i, \theta) = \lambda_u(i) + \frac{A(i) \cdot (\theta - \theta_u)^2}{1 - B(i) \cdot (\theta - \theta_u)} \quad (9)$$

ساختار رابطه ی ارائه شده، برآورنده ی شرط های لازم $\lambda(i, \theta_u) = \lambda_u(i)$ و $\left. \frac{d\lambda}{d\theta} \right|_{\theta = \theta_u} = 0$ است. دیگر شرایط لازم جهت

FE دوبعدی در شکل ۷ آورده شده است که گویای ضعف مدل میلر در پیش بینی اطلاعات حوالی موقعیت های زاویه یی هم راستایی / غیر هم راستایی است. لازم به ذکر است که در شکل فوق، استخراج مشخصه ی گشتاور پیش بینی شده توسط مدل میلر، بر پایه ی رابطه ی ۱۶ و با کاربرد تقریب ذوزنقه یی انتگرال انجام گرفته است. نتایج مقایسه بین مشخصه ی گشتاور پیش بینی شده توسط مدل میلر (مبتنی بر رابطه ی ۱۷) و مشخصه ی گشتاور استخراجی از تحلیل FE دوبعدی در شکل ۸ آورده شده است. دقت در شکل فوق و نیز مقایسه ی آن با مشخصه ی گشتاور موجود در شکل ۷، گویای دقت کم رابطه ی تحلیلی تقریبی پیشنهادی [۳] برای گشتاور است.

بهبود مدل میلر

بهبودهای انجام گرفته بر روی مدل میلر عبارت اند از: افزودن شرط بدیهی $\left. \frac{d\lambda}{d\theta} \right|_{\theta: \theta_0 + \frac{\pi}{N_r}} = 0$ و مانور بر روی پارامتر زاویه یی تأثیرگذار θ_{hr} .



شکل ۷. مقایسه ی نتایج پیش بینی مدل میلر و داده های تحلیل FE دوبعدی برای موتور SR۶/۴.

رابطه‌ی تحلیلی ارائه شده برای شار در ناحیه‌ی ۲، مشابه مدل میلر است. ضمناً روابط تحلیل مربوط به گشتاور تولیدی و نیز پارامترهای اندوکتانس افزایشی L_{inc} و ضریب ولتاژ سرعتی C_w در پیوست انتهایی نوشتار آورده شده است مقایسه‌ی نتایج پیش‌بینی مدل میلر بهبود یافته و داده‌های واقعی تحلیل FE دوبعدی در شکل ۹ آورده شده است که گویای توفیق مدل میلر بهبود یافته در تطابق بهتر با اطلاعات حوالی موقعیت‌های زاویه‌ی هم‌راستایی/غیرهم‌راستایی است.

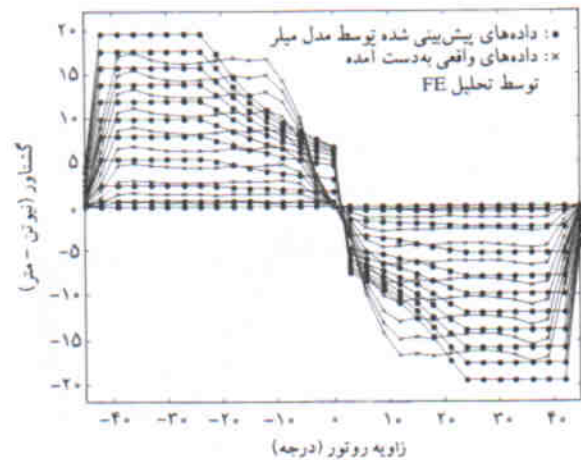
لازم به ذکر است که در شکل ۹ استخراج مشخصه‌ی گشتاور پیش‌بینی شده توسط مدل میلر بهبود یافته، بر پایه‌ی رابطه‌ی ۲۰ و با کاربرد تقریب ذوزنقه‌ی انتگرال انجام گرفته است.

مانور بر روی پارامتر تأثیرگذار θ_{hr}

با توجه به نتایج پیش‌بینی مدل میلر و مدل میلر بهبود یافته مندرج در شکل‌های ۷ و ۹، پر واضح است که با انتخاب θ_{hr} ثابت و یکسان برای تمام منحنی‌های شار، تا حدودی از توانایی تطبیق مدل کاسته می‌شود. با دقت در شکل نمادین ۵ و نیز با توجه به ماهیت روش میلر، پرواضح است که تنها متغیرهای قابل تنظیم برای کنترل مطلوب‌تر عملکرد مدل میلر در تطابق با مشخصه‌های واقعی شار، پارامترهای زاویه‌ی θ_{hr} و θ_1 مشخص‌کننده‌ی محدوده‌ی تعریف و تفکیک عمل نواحی سه‌گانه‌ی مطرح در روش میلر هستند.

با ملاحظه‌ی مشخصه‌ی نمونه‌ی مندرج در شکل ۱ مشاهده می‌شود که پارامتر زاویه‌ی θ_1 ، برای همه‌ی مشخصه‌های شار مرتبط با سطوح مختلف جریان، تقریباً ثابت است. به بیان دیگر، مقدار θ_1 تا حد زیادی مستقل از مقدار جریان تحریک است و به‌خوبی توسط رابطه پیشنهادی ارائه شده^[۱۲] قابل تقریب است (مقدار پیشنهادی θ_1 برای موتور SR۶/۴ برابر با ۴۲- درجه است.^[۱۲] که به‌خوبی با اطلاعات مندرج در شکل ۱ تطابق دارد). البته برای این مسئله می‌توان توجیهی ساده بدین شرح ارائه کرد: همان‌طور که در شکل ۵ پیداست ناحیه‌ی ۱ منحنی شار، طبق تعریف، در محدوده‌ی غیرهم‌پوشانی قطب‌های روتور و استاتور قرار دارد و بدیهی است که به دلیل بزرگ بودن مقاومت مغناطیسی، رفتار خطی یا تقریباً خطی از موتور در این ناحیه برحسب مقادیر مختلف جریان، مورد انتظار است؛ همچنان‌که مشخصه‌ی نمونه‌ی شار مندرج در شکل ۱ مؤید این واقعیت است.

این مسئله به‌نوبه‌ی خود تعیین‌کننده‌ی رفتار تقریباً مستقل و ثابت θ_1 در ازای مقادیر مختلف جریان است. قابل ذکر است که



شکل ۸. مقایسه‌ی مشخصه‌ی گشتاور پیش‌بینی شده توسط مدل میلر (مبتنی بر رابطه‌ی تحلیلی تقریبی ارائه شده^[۱۲]) و نتایج تحلیل FE دوبعدی برای موتور SR۶/۴

برآوری عبارت‌اند از:

$$\left. \frac{d\lambda(i, \theta)}{d\theta} \right|_{\theta_1} = k_a = (i) \quad , \quad \lambda(i, \theta_1) = \lambda_1(i) \quad (10)$$

با ترکیب روابط ۹ و ۱۰، مقادیر ثابت‌های $A(i)$ و $B(i)$ به‌صورت رابطه‌ی ۱۱ به دست می‌آیند:

$$A(i) = \frac{K_a(i)}{\theta_{1u} \cdot (\gamma + B(i) \cdot \theta_{1u})} \quad , \quad B(i) = \frac{K_a(i) \cdot \theta_{1u} - \gamma}{\theta_{1u} \cdot \lambda_1(i)} \quad (11)$$

رابطه‌ی تحلیلی اصلاحی ارائه شده برای شار در ناحیه‌ی ۳ (تقریب منحنی شار با یک منحنی فرولیش) عبارت است از:

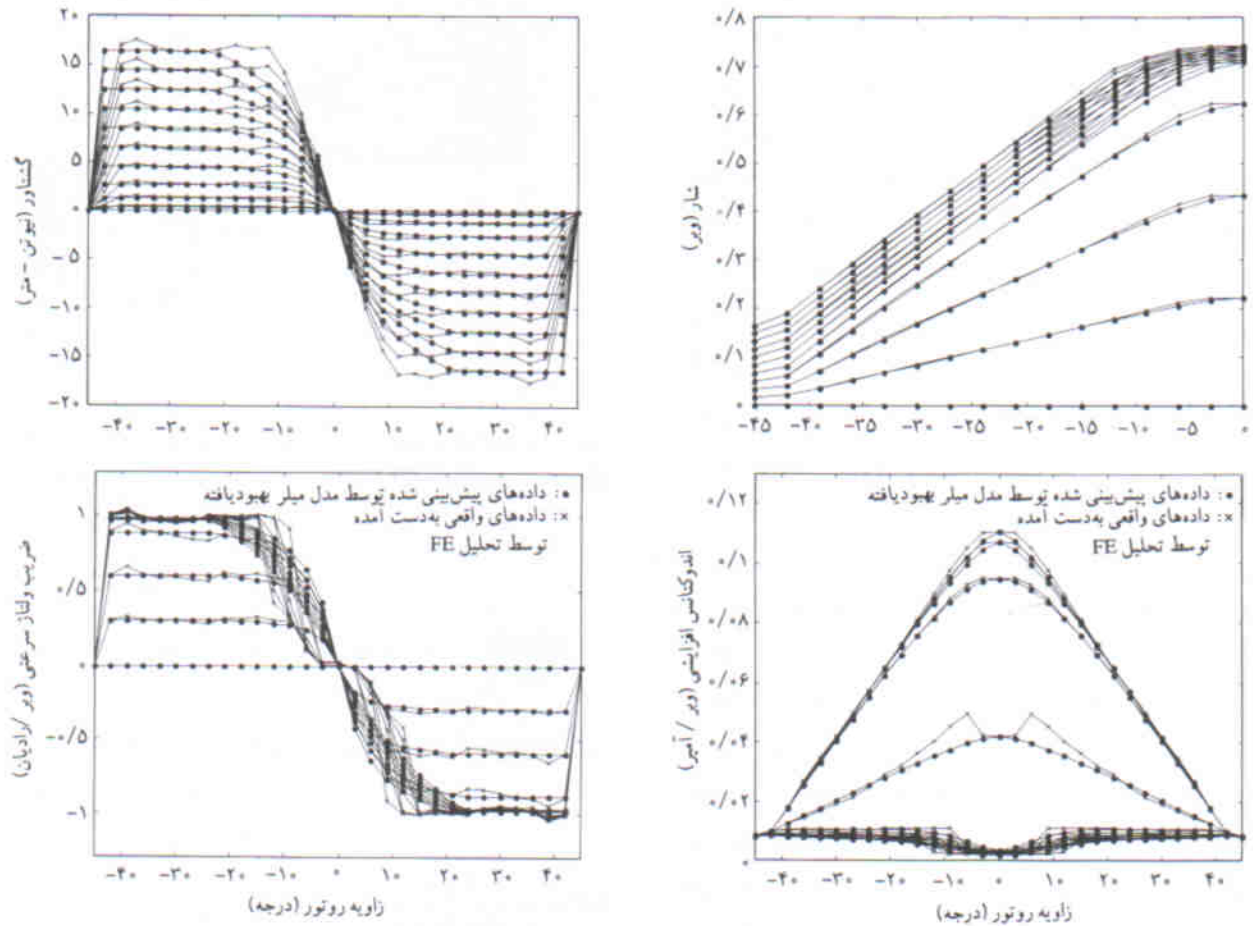
$$\lambda(i, \theta) = \lambda_a(i) + \frac{A \setminus (i) \cdot (\theta - \theta_a)^2}{1 + B \setminus (i) \cdot (\theta - \theta_{hr})} \quad (12)$$

ساختار رابطه‌ی ارائه شده، برآورنده‌ی شرط‌های لازم $\left. \frac{d\lambda}{d\theta} \right|_{\theta=\theta_a} = 0$ و $\lambda(i, \theta_a) = \lambda_a(i)$ است. دیگر شرایط لازم برای برآوری عبارت‌اند از:

$$\left. \frac{d\lambda(i, \theta)}{d\theta} \right|_{\theta_{hr}} = k_a = (i) \quad , \quad \lambda(i, \theta_{hr}) = \lambda_{hr}(i) \quad (13)$$

با ترکیب روابط ۱۲ و ۱۳، مقادیر ثابت‌های $A \setminus (i)$ و $B \setminus (i)$ به‌صورت رابطه‌ی ۱۴ به دست می‌آیند:

$$A \setminus (i) = - \frac{K_a(i)}{\theta_{ahr} \cdot (\gamma + B \setminus (i) \cdot \theta_{ahr})} \quad , \quad B \setminus (i) = \frac{K_a(i) \cdot \theta_{ahr} - \gamma}{\theta_{ahr} \cdot \lambda_{ahr}(i)} \quad (14)$$



شکل ۹. مقایسه‌ی نتایج پیش‌بینی مدل میلر بهبود یافته و داده‌های تحلیل FE دوبعدی برای موتور SR6/4

موتور و مشخصه‌های رفتاری آن (از جمله پارامتر θ_{hr}) رفتار غیرخطی وابسته به جریان داشته باشند. همچنین به‌علت وقوع سریع‌تر پدیده‌ی اشباع با افزایش i ، انتظار داریم ناحیه‌ی غیرخطی ۳ به سمت ناحیه‌ی خطی ۲ توسعه یابد و به تبع آن پارامتر θ_{hr} کاهش یکنواخت داشته باشد.

در هر حال، در سطوح بالای جریان، به‌علت ورود بیش از حد موتور در ناحیه اشباع، تغییرات جریان سبب تغییرات آنچنانی در محدوده‌ی نواحی ۲ و ۳ نمی‌شود و به واقع به نوعی کمرانداری در تغییرات θ_{hr} برحسب i خواهیم رسید. البته بدیهی است که میزان تغییرات θ_{hr} برحسب i برای موتورهای مختلف (از نظر ابعاد هندسی و مؤلفه‌های مغناطیسی) متفاوت است ولی فرم کلی آن (یکنوای کاهش‌ی کران‌دار) یکسان خواهد بود.

عمده مزیت استفاده از θ_{hr} ثابت، سادگی مدل و به‌تبع آن پیاده‌سازی آسان و کم‌هزینه‌تر مدل است که در صوت استفاده از ایده θ_{hr} متغیر، تا حدودی تقض خواهد شد. با توجه به مباحث اخیر، تنها

انحنای منحنی شار برحسب زاویه در این ناحیه عمدتاً ناشی از اثر لبه^۱ است و نباید با رفتار خطی اشتباه شود.

از طرف دیگر، با دقت در شکل نمونه‌ی ۱، پرواضح است که پارامتر زاویه‌ی θ_{hr} عملاً ثابت نیست و برای منحنی‌های مختلف شار متناظر با مقادیر مختلف جریان i ، تغییرات قابل ملاحظه‌ی دارد. از شکل فوق پیداست که مقدار این پارامتر از حدود ۶- درجه برای $i=2$ تا ۱۵- درجه می‌رسد حال آن‌که مقدار پیشنهادی برای موتور مورد بررسی ۲۳- درجه است.^[۲]

ویژگی ارزشمند و البته قابل توجه در این حالت، رفتار یکنوای کاهش‌ی کران در θ_{hr} با افزایش i است. مجدداً بدون وارد شدن در جزئیات مباحث الکترومغناطیسی می‌توان توجیهی ساده برای این مسئله داشت: برخلاف مورد θ_1 ، نواحی ۲ و ۳ مورد اشاره در روش میلر، در محدوده‌ی همپوشانی قطب‌های روتور و استاتور قرار داشته و طبعاً به‌دلیل کوچک بودن مقدار مقاومت مغناطیسی، انتظار می‌رود

که در آن $\theta_{hr}^{i=0}$ و $\theta_{hr}^{i=\infty}$ به ترتیب مقدار θ_{hr} در $i=0$ و $i=\infty$ (مقادیر به اندازگی کافی بزرگ i)، و τ ثابت زمانی تابع تغییرات فوق است. البته این رابطه دارای ۳ مجهول ($\theta_{hr}^{i=0}$ ، $\theta_{hr}^{i=\infty}$ و τ) است که برای تعیین مقدار آنها نیاز به اطلاعات دو منحنی شار (به جز منحنی شار متناظر با $i=0$) است. در ادامه، برای توصیف و تعیین تغییرات θ_{hr} برحسب i به رابطه‌ی ۱۵ با مقادیر $\theta_{hr}^{i=0} = -6^\circ$ و $\theta_{hr}^{i=\infty} = -18^\circ$ و $\tau = 15^A$ استناد شده است.

از مقایسه‌ی نتایج پیش‌بینی مدل میلر بهبود یافته با θ_{hr} متغیر و داده‌های واقعی تحلیل FE دوبعدی شکل ۱۰ (ایده‌ی فوق θ_{hr} متغیر) در بهبود هرچه بیشتر توانایی تطبیق مدل میلر بهبود یافته با داده‌های واقعی شار، به‌ویژه در حوالی موقعیت زاویه‌ی هم‌راستایی اثربخش است. دقت شود که با کاربرد ایده‌ی θ_{hr} متغیر و در صورت تنظیم صحیح آن، طبیعاً باید انتظار بهبود عملکرد مدل را در حوالی موقعیت زاویه‌ی هم‌راستایی داشت. لازم به ذکر است که در شکل فوق، استخراج مشخصه‌ی گشتاور پیش‌بینی شده توسط مدل میلر بهبود یافته، بر پایه‌ی رابطه‌ی ۲۰ و با کاربرد تقریب دوزنقه‌ی انتگرال انجام گرفته است.

برای مقایسه‌ی بهتر، مقادیر کمی شاخص‌های متنوع عملکردی مدل میلر و مدل میلر بهبود یافته، براساس نتایج مندرج در شکل‌های ۹، ۷ و ۱۰، در جدول ۲ خلاصه شده‌اند. شاخص‌های فوق شامل متوسط قدرمطلق خطای پیش‌بینی مشخصه‌های شار، گشتاور تولیدی، و پارامترهای اندوکنانس افزایشی L_{inc} و ضریب ولتاژ سرعتی C_w هستند که بر روی تمام داده‌های مربوط به هر مشخصه معدل‌گیری شده‌اند. ضمناً در ستون مربوط به گشتاور تولیدی دو دسته اعداد درج شده است که اعداد خارج از پرانتز مربوط به روابط تحلیلی گشتاور ۱۶ و ۲۰ و با کاربرد روش تقریب دوزنقه‌ی انتگرال، و اعداد داخل پرانتز مربوط به روابط تحلیلی تقریبی گشتاور ۱۷ و ۲۱ هستند. مقایسه‌ی نتایج مندرج در ستون فوق، بار دیگر گویای دقت کم روابط تحلیلی تقریبی پیشنهادی گشتاور است. اطلاعات مندرج در جدول ۲ بیانگر کاهش تقریبی ۵۰٪ کلیه‌ی شاخص‌های عملکردی در مدل میلر بهبود یافته نسبت به مدل میلر است. همچنین استفاده از ایده‌ی θ_{hr} متغیر، به کاهش قابل ملاحظه‌ی ۶۰٪ در شاخص عملکردی مربوط به شار و ۴۴٪ در شاخص عملکردی مربوط به C_w ، و البته کاهش به‌مراتب کم‌تر از ۲٪ در شاخص عملکردی مربوط به گشتاور و ۹٪ در شاخص عملکردی مربوط به L_{inc} منجر شده است. در هر حال، دقت در نتایج مقایسه‌ی مندرج در جدول ۲ و نیز شکل‌های ۹، ۷ و ۱۰ نشان‌دهنده‌ی توفیق قابل

هزینه‌ی اضافی پرداختی در صورت استفاده از ایده‌ی θ_{hr} متغیر، لزوم توسعه‌ی سازوکاری برای توصیف نحوه‌ی تغییرات θ_{hr} برحسب i است. باید دقت داشت که در خصوص کاربرد مدل میلر دو حالت امکان‌پذیر است:

۱. مشخصه‌ی کامل شار یک موتور SR خاص فرضی از قبل فراهم است و می‌خواهیم از مدل میلر برای مدل‌سازی مشخصه‌ی فوق استفاده کنیم. بدیهی است که در این حالت شناسایی نحوه‌ی تغییرات θ_{hr} برحسب i به‌سادگی و با کم‌ترین هزینه از روی مشخصه‌ی فوق امکان‌پذیر است.

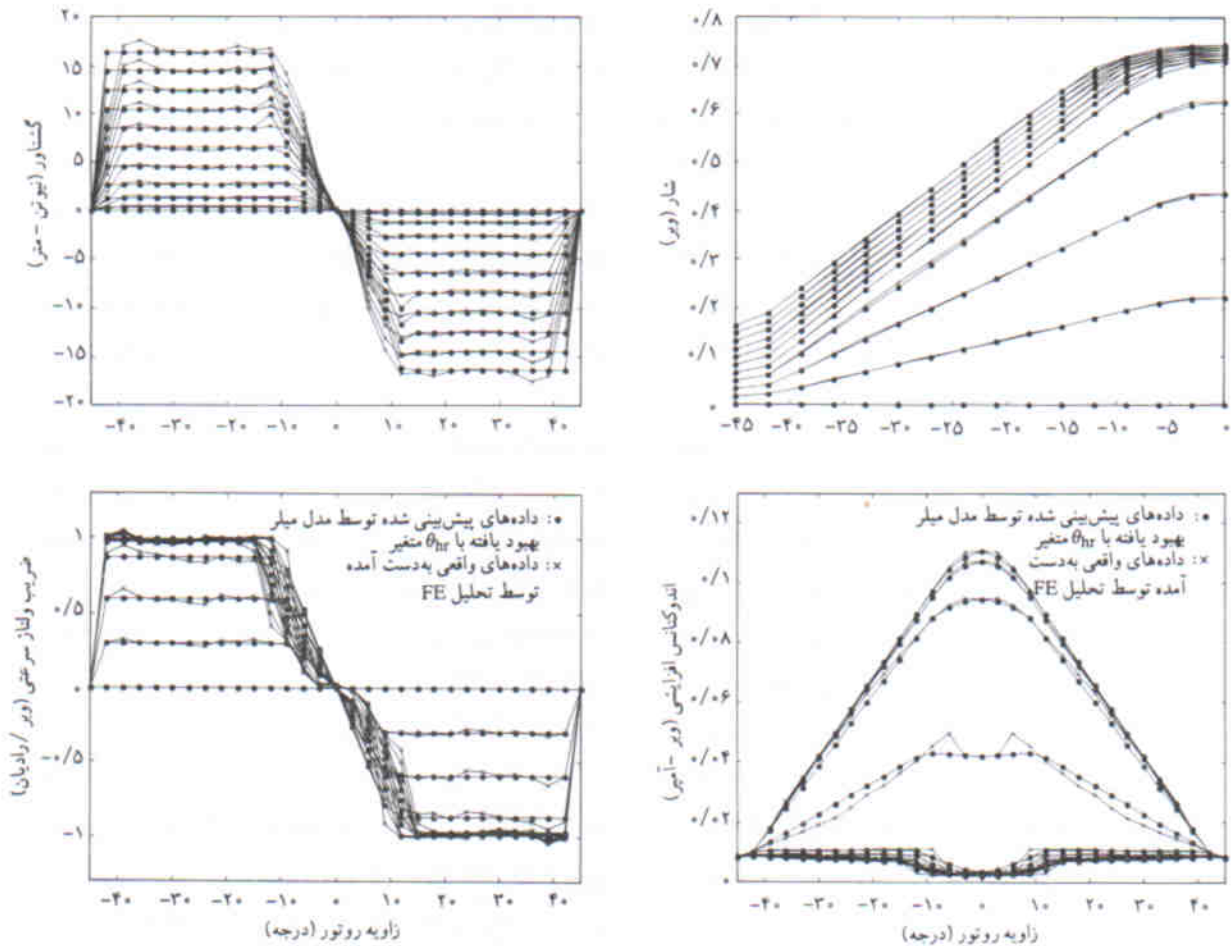
۲. مشخصه‌ی شاری از قبل فراهم نیست، بلکه می‌خواهیم با استناد به ماهیت مدل میلر و با طرح یک آزمایش، نسبت به استخراج مشخصه‌ی شار موتور SR فرضی مورد نظر در حداقل نقاط زاویه‌ی مورد نیاز برای پیاده‌سازی مدل میلر (زوایای θ_{hr} ، θ_{α} و θ_{β}) اقدام کنیم، و سپس از مدل میلر برای پیش‌بینی اطلاعات در زوایای استخراج نشده بهره بگیریم. بدیهی است که در حالت اخیر لزوم توسعه‌ی سازوکار توصیف رفتار θ_{hr} برحسب i ضروری است.

راه حل مستقیم و البته حجیم این مسئله، انجام یک‌سری آزمایش‌های متنوع بر روی موتورهای SR مختلف همراه با طرح مباحث الکترومغناطیسی مرتبط و سپس تلاش برای توسعه‌ی رابطه‌ی تحلیلی و کلی برای θ_{hr} برحسب i و نیز پارامترهای هندسی و مغناطیسی موتور است.^[۱۰]

این رویکرد می‌تواند مبنای تحقیقات آتی باشد. در هر حال، در ادامه‌ی مقاله و با پرهیز از ورود به جزئیات الکترومغناطیسی مسئله، راه حلی به‌مراتب ساده‌تر و البته قابل توجیه در این خصوص (برای یک موتور SR فرضی) ارائه می‌شود. ارزشمندی ویژگی کاهش یکنوای کران‌دار پارامتر زاویه‌ی θ_{hr} برحسب i (مورد اشاره و توجیه شده در قسمت‌های قبل) از آن جهت است که می‌تواند به‌سادگی راه‌گشای ما در حل مشکل موجود باشد.

از آنجا که ویژگی تابع نمایی، تغییرات یکنوای کران‌دار کاهش/افزایشی آن است، می‌توان بدون از دست دادن کلیت مسئله چنین فرض کرد که تغییرات θ_{hr} برحسب i از نوع نمایی است. با استخراج مقادیر θ_{hr} متناظر با مقادیر مختلف i در شکل ۱ می‌توان دقت قابل قبول فرض فوق را تأیید کرد، ضمن آن‌که بهبود عملکرد به‌دست آمده از کاربرد ایده‌ی فوق در ادامه‌ی مقاله نیز به‌توعی مؤید این مطلب است. خواهیم داشت:

$$\theta_{hr}(i) = \theta_{hr}^{i=\infty} + (\theta_{hr}^{i=0} - \theta_{hr}^{i=\infty}) e^{-i/\tau} \quad (15)$$



شکل ۱۰. مقایسه‌ی نتایج پیش‌بینی مدل میلر بهبود یافته با θ_{HZ} متغیر و داده‌های تحلیل FE دوبعدی برای موتور SR ۶/۴ مورد بررسی.

جدول ۲. مقایسه‌ی کمی عملکرد مدل میلر و مدل میلر بهبود یافته (براساس نتایج مندرج در شکل‌های ۹.۷ و ۱۰).

متوسط قدر مطلق خطای پیش‌بینی مشخصه‌های:			شاخص عملکرد	
ضریب ولتاژ سرعتهی (رادیان/ویر)	اندوکتانس افزایشی L_{inc} (آمپر/ویر)	گشتاور تولیدی ($N \cdot m$)	شار (ویر)	مدل
۰/۱۲۴۶	۰/۰۰۱۴	۱/۲۰۴۹ (۲/۳۲۰۵)	۰/۰۰۹۴	مدل میلر
۰/۰۶۹۱	$۶/۷۵۴۶ \times ۱۰^{-۴}$	۰/۶۹۴۴ (۱/۹۰۳۱)	۰/۰۰۴۹	مدل میلر بهبود یافته
۰/۰۳۸۱	$۶/۱۶۹۳ \times ۱۰^{-۴}$	۰/۵۵۳۶ (۲/۱۹۰۱)	۰/۰۰۱۹	مدل میلر بهبود یافته با θ_{HZ} متغیر

قدرت، مورد توجه ویژه محققان و صنعت‌گران قرار گرفته است و در حال حاضر به‌عنوان رقیب جدی جایگزین فناوری‌های متداول تولید الکتروموتور مطرح است. در میان حوزه‌های مختلف تحقیقاتی موتور SR، حوزه مدل‌سازی به‌دلایل متعدد، از جمله کمک شایان به فازهای طراحی و کنترل، اتکاء عمده طرح‌های کنترل کلاسیک به مدلی حتی المقدور دقیق از موتور، امکان پیش‌بینی عملکرد موتور و برآوری قدرت تصمیم‌گیری در مواجهه با شرایط غیر معمول

ملاحظه‌ی فرایند بهبودسازی عملکرد مدل میلر ارائه شده، در تطابق با مشخصه‌های متنوع مغناطیسی موتور SR، به‌ویژه در حوالی موقعیت‌های زاویه‌ی هم‌راستایی / غیر هم‌راستایی است.

نتیجه‌گیری

فناوری SR، علی‌رغم برخورداری از سابقه‌ی نسبتاً طولانی، در سال‌های اخیر و همگام با توسعه‌ی حوزه‌های دیجیتال و الکترونیک

۳. پیاده‌سازی آسان و کم‌هزینه (نیاز به تنها اطلاعات منحنی شار در وضعیت تطابق قطب‌ها و نیز ابعاد هندسی موتور).
در هر حال، از جمله نقاط ضعف کاملاً مشهود مدل میلر، ملحوظ نداشتن شرط بدیهی «شیب صفر مشخصه‌ی شار در موقعیت‌های زاویه‌ی هم‌راستایی/غیرهم‌راستایی» است که به‌نوبه‌ی خود عملکرد ضعیف این مدل، به‌ویژه در حوالی موقعیت‌های زاویه‌ی هم‌راستایی/غیرهم‌راستایی را به دنبال دارد. به‌همین دلیل، در این تحقیق، مسئله‌ی بهبود توانایی‌های مدل میلر (رفع ضعف فوق) مورد توجه قرار گرفته است. با حفظ ساختار کلی مدل میلر (تقریب تک‌یی خطی / غیرخطی منحنی‌های شار) و انجام تغییرات لازم، ضمن حفظ مزایای برشمرده شده، شرط بدیهی فوق نیز برآورده شده است. اطلاعات شار موتور SR ۶/۴ از طریق تحلیل FE دوبعدی به دست آمده‌اند و سایر اطلاعات مورد نیاز تحقیق، شامل گشتاور تولیدی و پارامترهای اندوکتانس افزایشی L_{inc} و ضریب ولتاژ سرعتی C_w ، با توجه به تعریف هر یک و از طریق اطلاعات شار استخراج شده‌اند. نتایج شبیه‌سازی گویای توفیق فرایند بهبودسازی عملکرد مدل میلر در تطابق با مشخصه‌های متنوع مغناطیسی موتور SR، به‌ویژه در حوالی موقعیت‌های زاویه‌ی هم‌راستایی - غیرهم‌راستایی است.

احتمالی، از جایگاه ویژه‌ی برخوردار بوده و هست. در همین راستا، و در چند دهه‌ی اخیر، مدل‌های مختلفی برای موتور SR ارائه شده‌اند.^[۱۰-۱۱] از جمله مدل‌های اولیه‌ی ارائه شده برای موتور SR، مدل میلر^[۱۲] است که به دلیل مزایای قابل توجه و علی‌رغم مطرح شدن مدل‌های دیگر، در فازهای طراحی الکتروموتور و کنترل‌کننده مورد استفاده‌ی بسیار گسترده‌ی یافته است. از جمله مزایای مدل میلر عبارت‌اند از:
۱. استناد به اطلاعات شار به‌جای اندوکتانس، چراکه در مواجهه با ماهیت غیرخطی مکانی و مغناطیسی موتور SR، مدل‌های اندوکتانسی قطعاً به توانان‌مندی مدل‌های شار نیستند؛ ضمناً در موتور SR، مشخصه‌ی شار به‌تنهایی برای توصیف رفتار دینامیکی موتور کفایت می‌کند به‌طوری‌که اطلاعات (و روابط تحلیلی) سایر کمیت‌های مورد نیاز، شامل: گشتاور تولیدی و پارامترهای اندوکتانس افزایشی، L_{inc} و ضریب ولتاژ سرعتی، C_w ، را می‌توان از طریق اطلاعات (و رابطه‌ی تحلیلی) شار استخراج کرد، همچنان‌که در مدل میلر چنین کاری انجام می‌شود.
۲. سادگی نسبی ساختاری مدل، با توجهی مستقیم، که از طریق بررسی ماهیت رفتاری منحنی‌های شار قابل استنباط است.

پانویس

1. Fringing

منابع

- فرشاد، محسن. شکرالهی‌مغانی، جواد. لوکس، کارو. و غفوری‌فرد، حسن. «توسعه مدل‌های استاتیکی تحریک تک‌فاز موتور SR ۶/۴ با استفاده از شبکه‌های عصبی MLP»، ارائه شده به مجله بین‌المللی علوم مهندسی، دانشگاه علم و صنعت ایران، (پاییز ۱۳۸۱).
- Miller, T.J.E. and McGilp, M. "Nonlinear theory of the switched reluctance motor for rapid computer-aided design", *IEE Proc.*, **137**, Part B, (6), pp 337-347 Nov (1990).
- Torry, D.A. and Lang, J.H. "Modelling a nonlinear variable-reluctance motor drive", *IEE Proc.*, **137**, Part B (5), pp 314-326 Sep (1990).
- Materu, P. and Krishnan, R. "Analytic prediction of SRM inductance profile and steady-state average torque", *IAS Annual Meeting*, **1**, pp 214-223 (1990).
- Buja, G.S. and Valia, M.I. "Control characteristics of the SRM drives - part I: operation in the linear region", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, **38** (5), pp 313-321 (Oct 1991).
- Corda, J. & Masic S. and Stephenson, J.M. "Computation and experimental determination of running torque waveforms in switched reluctance motors", *IEE Proc.*, **140** (6), pp 387-392 (Nov 1993).
- Buja, G.S. and Valia, M.I. "Control characteristics of the SRM

- drives - part II: operation in the saturated region", *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, **41** (3), pp 316-325 (1994).
- Arkadan, A.A. and Kielgas, B.W. "Switched reluctance motor drive system dynamic performance prediction and experimental verification", *IEEE Trans. on Energy Conversion*, **9**(1) pp 36-44 (1994).
- Chan, W.M. and Weldon, W.F. "Development of a simple nonlinear switched reluctance motor model using measured flux linkage data and curve fit", *IEEE IAS Annual Meeting*, pp 318-325 (Oct 1997).
- Radun, A.V. "Design consideration for switched reluctance motor", *Proc. of the 1994 IAS Annual Meeting*, **1**, pp 290-297.
- Faiz, J. & Raddadi, J. and Finch, J.W. "Spice-Based dynamic analysis of a switched reluctance motor with multiple teeth per stator pole", *IEEE Trans. on Magnetics*, **38** (4), pp 1780-1788 (2002).
- Farhangi, Sh. & Mahboubkhaah, A. and Deihimi, A. "Dynamical and nonlinear modeling of SR motors with PSPICE", *8th Conference of Iranian Electrical Engineering*, pp 49-56 (May 2000).
- Lucas, C. & Modir Shanehchi, M. & Asadi, P. and Mellati Rad, P. "A robust speed controller for switched reluctance motor with nonlinear QFT design approach", *Proc. of 35th IAS Annual Meeting and World Conference on International Applications of Electrical Energy*, **3**, pp 1573-1577 (July 2000).

پیوست

- مدل میلر: روابط تحلیلی گشتاور تولیدی و پارامتری اندوکتانس افزایشی L_{inc} و ضریب ولتاژ سرعتی C_w :

$$T(i, \theta) = \frac{\Delta W'(i, \theta)}{\partial \theta} \Big|_{i=cle} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\int_{i^*=cle}^i \lambda(i^*, \theta) \cdot di^* \right) \Big|_{i=cle}$$

$$\stackrel{?}{=} \int_{i^*=cle}^i \frac{\partial \lambda(i^*, \theta)}{\partial \theta} \cdot di^* = \begin{cases} \int_{i^*=cle}^i \frac{A(i^*) \cdot B(i^*)}{[B(i^*) - (\theta - \theta_{\nu})]^2} \cdot di^* & ; \text{region } \text{۱} \\ K_a(i^*) \cdot di^* & ; \text{region } \text{۲} \\ \int_{i^*=cle}^i \frac{A \setminus (i^*) \cdot B \setminus (i^*)}{[B \setminus (i^*) + (\theta - \theta_{hr})]^2} \cdot di^* & ; \text{region } \text{۳} \end{cases} \quad (۱۶)$$

و با فرض ثابت بودن پارامترهای مدل، یعنی: $A, B, K_a, A \setminus$ و $B \setminus$ (مشابه پیشنهاد ارائه شده در دیگر منابع^[۲]).

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{A \cdot B}{[B - (\theta - \theta_{\nu})]^2} \cdot i & ; \text{region } \text{۱} \\ K_a \cdot i & ; \text{region } \text{۲} \\ \frac{A \setminus \cdot B \setminus}{[B \setminus + (\theta - \theta_{hr})]^2} \cdot i & ; \text{region } \text{۳} \end{array} \right. \quad (۱۷)$$

$$L_{inc}(i, \theta) \frac{\Delta \partial \lambda(i, \theta)}{\partial i} \Big|_{\theta=cle} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\lambda_{\nu}(i)}{di} + \frac{(\theta - \theta_{\nu}) \cdot \frac{dA(i)}{di} \cdot [B(i) - (\theta - \theta_{\nu})] \frac{dB(i)}{di} \cdot [A(i) \cdot (\theta - \theta_{\nu})]}{[B(i) - (\theta - \theta_{\nu})]^2} & ; \text{region } \text{۱} \\ \frac{d\lambda_{\nu}(i)}{di} + \frac{dK_a(i)}{di} \cdot (\theta - \theta_{\nu}) & ; \text{region } \text{۲} \\ \frac{d\lambda_{hr}(i)}{di} + \frac{(\theta - \theta_{hr}) \cdot \frac{dA \setminus (i)}{di} \cdot [B \setminus (i) + (\theta - \theta_{hr})] \frac{dB \setminus (i)}{di} \cdot [A \setminus (i) \cdot (\theta - \theta_{hr})]}{[B \setminus (i) + (\theta - \theta_{hr})]^2} & ; \text{region } \text{۳} \end{array} \right. \quad (۱۸)$$

$$C_w(i, \theta) = \frac{\Delta \partial \lambda(i, \theta)}{\partial \theta} \Big|_{i=cle} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{A(i) \cdot B(i)}{[B(i) - (\theta - \theta_{\nu})]^2} & ; \text{region } \text{۱} \\ K_a(i) & ; \text{region } \text{۲} \\ \frac{A \setminus (i) \cdot B \setminus (i)}{[B \setminus (i) + (\theta - \theta_{hr})]^2} & ; \text{region } \text{۳} \end{array} \right. \quad (۱۹)$$

ادامه‌ی پیوست

- مدل میلر بهبود یافته: روابط تحلیلی گشتاور تولیدی و پارامترهای اندوکنانس افزایشی L_{inc} و ضریب ولتاژ سرعتی C_w :

$$T(i, \theta) = \frac{\Delta W'(i, \theta)}{\partial \theta} \Big|_{i=cle} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\int_{\cdot}^i \lambda(i^*, \theta) \cdot di^* \right) \Big|_{i=cle} \stackrel{?}{=} \int_{\cdot}^i \frac{\partial \lambda(i^*, \theta)}{\partial \theta} \Big|_{i^*=cle} \cdot di^*$$

$$= \begin{cases} \int_{\cdot}^i \frac{\gamma A(i^*) \cdot (\theta - \theta_u) [1 - B(i^*) \cdot (\theta - \theta_v)] + A(i^*) \cdot B(i^*) \cdot (\theta - \theta_u)^{\gamma}}{[1 - B(i^*) \cdot (\theta - \theta_v)]^{\gamma}} \cdot di^* & ; \text{region 1} \\ \int_{\cdot}^i K_a(i^*) \cdot di^* & ; \text{region 2} \\ \int_{\cdot}^i \frac{\gamma A \setminus (i^*) \cdot (\theta - \theta_a) [1 + B \setminus (i^*) \cdot (\theta - \theta_{hr})] - A \setminus (i^*) \cdot B \setminus (i^*) \cdot (\theta - \theta_a)^{\gamma}}{[1 + B \setminus (i^*) \cdot (\theta - \theta_{hr})]^{\gamma}} \cdot di^* & ; \text{region 3} \end{cases} \quad (20)$$

و با فرض ثابت بودن پارامترهای مدل، یعنی $B, A, K_a, B \setminus, A \setminus$

$$= \begin{cases} \frac{\gamma A \cdot (\theta - \theta_u) [1 - B \cdot (\theta - \theta_v)] + A \cdot B \cdot (\theta - \theta_u)^{\gamma}}{[1 - B \cdot (\theta - \theta_v)]^{\gamma}} \cdot i & ; \text{region 1} \\ K_a \cdot i & ; \text{region 2} \\ \frac{\gamma A \setminus \cdot (\theta - \theta_a) [1 + B \setminus \cdot (\theta - \theta_{hr})] - A \setminus \cdot B \setminus \cdot (\theta - \theta_a)^{\gamma}}{[1 + B \setminus \cdot (\theta - \theta_{hr})]^{\gamma}} \cdot i^* & ; \text{region 3} \end{cases} \quad (21)$$

$$L_{inc}(i, \theta) = \frac{\Delta \lambda(i, \theta)}{\partial i} \Big|_{\theta=cle} = \begin{cases} \frac{d\lambda_u(i)}{di} + \frac{(\theta - \theta_u)^{\gamma} \cdot \frac{dA(i)}{di} \cdot [1 - B(i) \cdot (\theta - \theta_v)] + (\theta - \theta_v) \cdot \frac{dB(i)}{di} \cdot A(i) \cdot (\theta - \theta_u)^{\gamma}}{[1 - B(i) \cdot (\theta - \theta_v)]^{\gamma}} & ; \text{region 1} \\ \frac{d\lambda_v(i)}{di} + \frac{dK_a(i)}{di} \cdot (\theta - \theta_v) & ; \text{region 2} \\ \frac{d\lambda_a(i)}{di} + \frac{(\theta - \theta_a)^{\gamma} \cdot \frac{dA \setminus (i)}{di} \cdot [1 + B \setminus (i) \cdot (\theta - \theta_{hr})] - (\theta - \theta_{hr}) \cdot \frac{dB \setminus (i)}{di} \cdot A \setminus (i) \cdot (\theta - \theta_a)^{\gamma}}{[1 + B \setminus (i) \cdot (\theta - \theta_{hr})]^{\gamma}} & ; \text{region 3} \end{cases} \quad (22)$$

$$C_w(i, \theta) = \frac{\Delta \lambda(i, \theta)}{\partial \theta} \Big|_{i=cle} = \begin{cases} \frac{\gamma A(i) \cdot (\theta - \theta_u) [1 - B(i) \cdot (\theta - \theta_v)] + A(i) \cdot B(i) \cdot (\theta - \theta_u)^{\gamma}}{[1 - B(i) \cdot (\theta - \theta_v)]^{\gamma}} & ; \text{region 1} \\ K_a(i) & ; \text{region 2} \\ \frac{\gamma A \setminus (i) \cdot (\theta - \theta_a) [1 + B \setminus (i) \cdot (\theta - \theta_{hr})] - A \setminus (i) \cdot B \setminus (i) \cdot (\theta - \theta_a)^{\gamma}}{[1 + B \setminus (i) \cdot (\theta - \theta_{hr})]^{\gamma}} & ; \text{region 3} \end{cases} \quad (23)$$