

ارزیابی تأثیر پارامترهای برداشت در وضوح تصاویر پراکنش در روش تحلیل چندایستگاهی امواج سطحی

سهراب میرانی (استادیار)

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهرکرد

حسین رهنما* (استادیار)

دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی شیراز

مهندسی عمران شریف، زمستان (۱۳۹۹)
دوره ۲ - شماره ۱/۴، ص. ۳-۱۳

سرعت موج برشی از پارامترهای مهم برای مهندسان ژئوتکنیک، زلزله و ژئوفزیک است، که از روش تحلیل چندایستگاهی امواج سطحی (MASW) تعیین می‌شود. نظر به هدف کار در روش اخیر (عمق شناسایی، وضوح نمایش داده‌ها و غیره)، نحوه چیدمان و مشخصات تجهیزات برداشت شده و وضوح نتایج حاصل شده متفاوت است. در نوشتار حاضر، به ارزیابی پارامترهای مؤثر در دقت وضوح طیف پراکنش سرعت امواج ریلی در فضای سرعت - بسامد پرداخته شده است. نتایج به دست آمده می‌تواند به عنوان راهنمایی برای انجام برداشت‌های صحرائی و شبیه‌سازی‌های نرم‌افزاری استفاده شود. پارامترهای ذکر شده، شامل: فاصله گیرنده‌ها، طول آرایه‌ی گیرنده‌ها، دور افت و اندازه‌ی المان‌ها هستند. نتایج نشان دادند کوتاه‌ترین طول موج و ضخامت لایه‌ی سطحی، تعیین‌کننده‌ی فاصله‌ی بین گیرنده‌ها و اندازه‌ی المان است. همچنین طول آرایه‌ی گیرنده‌ها و دورافت باید براساس بزرگ‌ترین طول موج و عمق شناسایی انتخاب شوند.

واژگان کلیدی: طیف پراکنش، MASW، فاصله‌ی گیرنده‌ها، طول آرایه، برداشت امواج، امواج ریلی.

۱. مقدمه

روش امواج سطحی طی چند سال اخیر محبوبیت مناسبی در کاربردهای مهندسی، از جمله تعیین سرعت موج برشی به دست آورده است. مزیت اصلی روش‌های امواج سطحی به قابلیت غیرمخرب آن‌ها مربوط می‌شود که نیازی به نمونه‌برداری و حفرت‌گمانه ندارد. روش امواج سطحی، کاربردهای موفقیت‌آمیزی در مسائل مختلفی، همچون: تعیین پروفیل سختی خاک،^[۱] ارزیابی ضخامت و وضعیت روسازی،^[۲] تشخیص مناطق مستعد روان‌گرایی،^[۳] پروفیل سرعت موج برشی،^[۴] ناهنجاری‌های جانبی،^[۵] و شناسایی اجسام زیرسطحی،^[۶] داشته است. روش چندایستگاهی امواج سطحی با استفاده از مشخصات پراکنشی امواج ریلی، خصوصیات کشسان کرنش کوچک (کمتر از ۰/۰۰۱ یا کمتر) لایه‌های مختلف را ارزیابی می‌کند. نظر به اینکه دوسوم (۶۷٪) انرژی در اثر اعمال بار قائم لرزه‌یی توسط امواج ریلی حمل می‌شود،^[۸] و میرایی هندسی امواج ریلی در سطح زمین خیلی کمتر از امواج طولی هستند؛ لذا می‌توان از امواج ریلی به عنوان روشی مطلوب برای آزمایش‌های غیرمخرب استفاده کرد که به تناسب با انرژی کمتری تولید و در فواصل دورتر نیز ثبت می‌شوند.^[۹]

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۸/۲/۲۸، اصلاحیه ۱۳۹۸/۸/۱۲، پذیرش ۱۳۹۸/۸/۲۰

DOI:10.24200/J30.2019.53491.2551

s.mirasi@sutech.ac.ir
rahnema@sutech.ac.ir

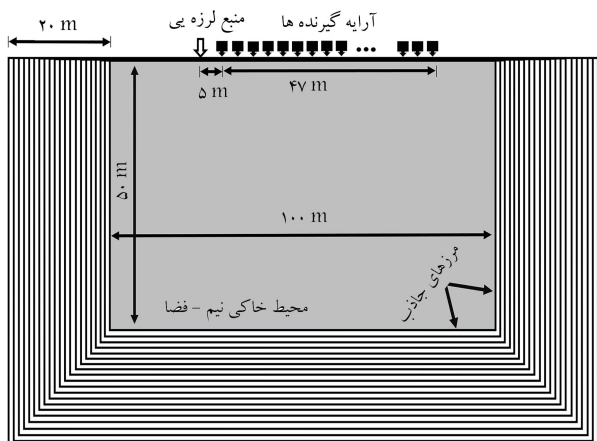
با توجه به هدف و کاربرد آزمایش امواج سطحی، نحوه‌ی پیاده‌سازی تجهیزات و انجام دقیق آزمایش از اصول مهم اولیه برای دستیابی به نتایج بهینه است. بیشتر پارامترهای برداشت لرزه‌یی به عمق هدف و وضوح موردنظر بستگی دارد.^[۱۰] پارامترهای برداشت باید براساس هدف آزمایش (به عنوان مثال عمق شناسایی و وضوح داده‌های موردنیاز برای لایه‌های سطحی) در نظر گرفته شوند. پارامترهای برداشت، شامل: طول آرایه‌ی گیرنده‌ها، فاصله‌ی گیرنده‌ها از یکدیگر، فاصله‌ی منبع لرزه‌یی تا گیرنده‌ی اول (دورافت^۱) و مشخصات زمان نمونه‌برداری (نرخ و طول زمان برداشت) هستند.^[۱۱]

چیدمان برداشت داده‌ها در روش چندایستگاهی امواج سطحی می‌تواند تأثیر به‌سزایی در کیفیت داده‌های برداشت شده داشته باشد.^[۱۲-۱۴] انتخاب پارامترهای چیدمان برداشت برای به دست آوردن داده‌ها با دقت نمایش بهتر، بسیار مهم است. به عنوان نمونه، تعداد گیرنده‌های موردنیاز در روش چندایستگاهی امواج سطحی (MASW)^۲ معمولاً در حدود ۱۲ عدد یا بیشتر است؛^[۱۵] که عموماً ۲۴، ۴۸، یا ۶۰ گیرنده برای برداشت داده‌ها کاربرد دارند.^[۱۶]

طول آرایه‌ی گیرنده‌ها و فاصله‌ی بین آن‌ها سبب تغییر در عدم قطعیت سرعت فازی^۳ می‌شود، به طوری که مدها با تمرکز بیشتر (پراکندگی کمتر) و به صورت مجزا

جدول ۱. خلاصه‌یی از پارامترهای مرتبط با چیدمان برداشت داده‌ها با روش چندایستگاهی امواج سطحی.^[۱۷]

عمق (m)	بزرگ‌ترین طول موج (m)	طول آرایه‌ی گیرنده‌ها (m)	دورافت (m)	فاصله‌ی گیرنده‌ها عدد ۲۴ (m)
۵	۱۰	۱۰ (۵-۱۵)	۵ (۱-۱۵)	۰٫۴ (۰٫۲-۰٫۷)
۱۰	۲۰	۲۰ (۱۰-۳۰)	۱۰ (۲-۳۰)	۰٫۹ (۰٫۴-۱٫۳)
۲۰	۴۰	۴۰ (۲۰-۶۰)	۲۰ (۴-۶۰)	۱٫۷ (۰٫۹-۲٫۶)
۳۰	۶۰	۶۰ (۳۰-۹۰)	۳۰ (۶-۹۰)	۲٫۶ (۱٫۳-۳٫۹)



شکل ۱. مشخصات مدل خاک تک‌لایه، بار لرزه‌یی، مرزهای جاذب و گیرنده‌ها.

که در آن، به ترتیب $[C]$ ، $[M]$ و $[K]$ ماتریس‌های میرایی، جرم و سختی و ضرایب α و β ضرایب میرایی رایلی هستند. ضرایب میرایی α و β می‌توانند براساس مدهای اول و دوم،^[۲۳] یا بسامد غالب لایه و لرزه‌ی وارده،^[۲۴] از طریق انجام آنالیز مودال به‌دست آیند که در نوشتار حاضر ضرایب میرایی رایلی پس از انجام آنالیز مودال در نرم‌افزار آباکوس مشخص شده‌اند.

برای پیاده‌سازی مرزهای جاذب در نوشتار حاضر، از لایه‌های جاذب با میرایی افزایشی (ALID)^۶ به خاطر راحتی و فراهم بودن نحوه‌ی اعمال میرایی رایلی استفاده شده است.^[۲۴،۲۵] مرز جاذب الید^۷ به صورت ۲۰ لایه‌ی الید ۱ متری با ضخامت کل ۲۰ متر در طرفین و کف مدل در نظر گرفته شده‌اند. لازم به ذکر است ضریب افزایشی ۱/۴ برای اعمال مقادیر میرایی لایه‌های الید در نظر گرفته شده است تا بتواند از برگشت امواج به داخل محیط جلوگیری کند. تعداد لایه‌های الید و ضریب افزایشی ۱/۴ براساس تحلیل‌های انجام شده و ارزیابی نتایج در فضای میدان موج (فاصله - زمان) و همچنین داده‌های ثبت شده در گیرنده‌های مستقر بر روی لایه‌های الید و محیط خاکی مشخص شده‌اند.

بار لرزه‌یی مورد استفاده، بار ریکر^۸ با بسامد مرکزی ۵۰ هرتز روی سطح خاک اعمال شده است.^[۲۷] بار لرزه‌یی ریکر به عنوان یکی از منابع لرزه‌یی فعال به‌صورت گسترده در مطالعات ژئوفیزیک استفاده می‌شود. جهت شناسایی بهتر و تفکیک موج طولی و رایلی و همچنین حذف تأثیر حوزه‌ی نزدیک، فاصله‌ی منبع بار لرزه‌یی تا اولین گیرنده، ۵ متر در نظر گرفته شده است. نرخ نمونه‌برداری ۰٫۱ میلی‌ثانیه، مدت زمان برداشت داده ۰٫۴ ثانیه و اندازه‌ی مش ۰٫۲۵ متر در نظر گرفته شده است. از تعداد ۴۸ گیرنده با فاصله‌ی ۱ متری برای برداشت داده‌ها در سطح زمین استفاده شده است (شکل ۱).

برای صحت‌سنجی خروجی نرم‌افزار آباکوس و کدهای برنامه‌ی متلب^۹ از مدل خاک تک‌لایه با مشخصات سرعت موج برشی ۵۰۰ متر بر ثانیه، سرعت موج طولی ۸۶۶ متر بر ثانیه، مدول کشسان ۱۳۷۵ مگاپاسکال، وزن مخصوص ۲۲۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب و نسبت پواسون ۰٫۲۵ استفاده شده است. با توجه به اینکه $V_R \approx 0.9237V_S = 462$ است، لذا انتظار می‌رود نتایج حاصل در طیف پراکنش مقدار سرعت ۴۶۲ متر بر ثانیه را به نمایش بگذارد؛ حال آنکه مطابق منحنی و طیف پراکنش امواج رایلی به‌دست آمده در شکل ۲ الف، سرعت ۴۶۲ متر بر ثانیه به‌دست آمده است که نشان از صحت مدل‌سازی‌ها و خروجی کدهای متلب

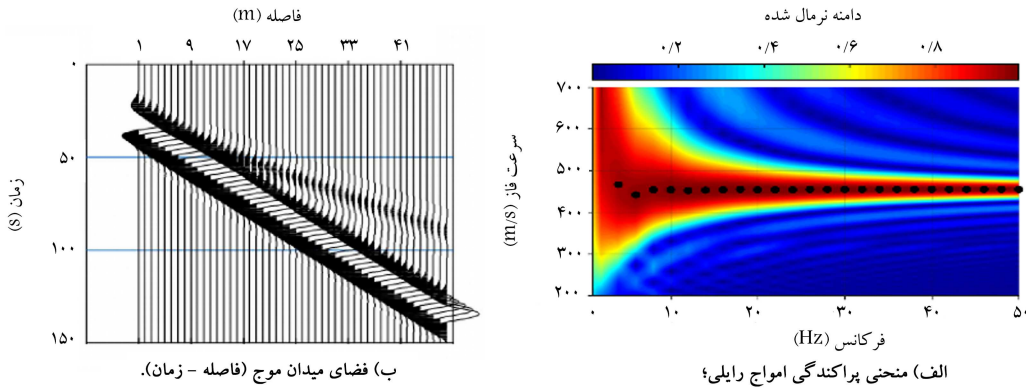
پدیدار می‌شوند.^[۱۷] پارامترهای فاصله‌ی زمانی نمونه‌برداری، مدت زمان برداشت، فاصله‌ی گیرنده‌ها، طول داده‌برداری (طول آرایه‌ی گیرنده‌ها)، بسامد طبیعی گیرنده‌ها، و مشخصات منبع از جمله پارامترهای برداشت تأثیرگذار در دقت و وضوح تصویر پراکنش طیفی هستند. طبق یک قانون سرانگشتی عمومی، طول بخش گیرنده‌ها را تقریباً برابر با بیشینه‌ی عمق شناسایی در نظر می‌گیرند.^[۱۸] در جدول ۱، خلاصه‌یی از پارامترهای برداشت صحرائی مرتبط با روش MASW آرایه شده است که مطابق آن برای هر عمق خاصی، باید چیدمان متفاوتی در نظر گرفته شود که در نهایت بتوان دقت نتایج به‌دست آمده را افزایش داد.

در نوشتار حاضر، با توجه به اهمیت چیدمان برداشت داده‌ها در روش امواج سطحی و وضوح نتایج به‌دست آمده به ارزیابی پارامترهای تأثیرگذار پرداخته شده است. پارامترهای تأثیرگذار، شامل فاصله‌ی گیرنده‌ها، طول آرایه‌ی گیرنده‌ها، فاصله‌ی منبع لرزه‌یی تا گیرنده‌ی اول (دورافت)، و اندازه‌ی المان‌ها هستند. وضوح نتایج به‌دست آمده در طیف پراکنش سرعت امواج رایلی مقایسه شده است. فاصله‌ی بین گیرنده‌ها و اندازه‌ی المان‌های مدل‌سازی متناسب با ضخامت لایه‌ی اول و با کوتاه‌ترین طول موج هستند و در مقابل، طول آرایه‌ی گیرنده‌ها و فاصله‌ی بین منبع تا گیرنده‌ی اول با بیشینه‌ی عمق مورد انتظار یا بزرگ‌ترین طول موج مرتبط است.

۲. مدل‌سازی و صحت‌سنجی

در نوشتار حاضر، روش المان محدود برای شبیه‌سازی انتشار امواج در محیط‌های کشسان خطی استفاده شده است.^[۱۹] روش المان محدود (FEM)^۴ تاکنون به عنوان یک روش موفقیت‌آمیز در مسائل انتشار امواج به کار برده شده است.^[۲۰-۲۲] تمام مدل‌سازی‌های با استفاده از روش المان محدود در نرم‌افزار آباکوس^۵ نسخه‌ی ۶٫۱۴ صورت پذیرفته است. در شکل ۱، مشخصات ابعادی، موقعیت لایه‌های مرزهای جاذب، بار لرزه‌یی و چیدمان گیرنده‌ها مربوط به مدل‌های شبیه‌سازی شده به خصوص برای قسمت صحت‌سنجی مشاهده می‌شود. مشخصات محیط در مدل‌سازی‌ها به‌صورت کشسان خطی در نظر گرفته شده است که شامل پارامترهای ورودی: مدول کشسان، نسبت پواسون، جرم مخصوص و ضرایب میرایی رایلی مصالح هستند. به منظور اعمال میرایی به سیستم از ضرایب میرایی رایلی استفاده شده است که ماتریس میرایی به صورت رابطه‌ی ۱ تعریف می‌شود:

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K] \quad (1)$$



شکل ۲. نتایج مدل خاک تک لایه.

در مطالعه‌ی دیگر، سوکو و استروویا (۲۰۰۴) اظهار داشتند که فاصله‌ی بین گیرنده‌ها، زمانی که بحث دقت داده‌ها و میزان خطا^[۱۷] مدنظر است، مهم است. بیشینه‌ی بسامد برداشت شده بدون خطا به آسانی با استفاده از تئوری نمونه‌برداری بسامد نایکوویست^[۱۳] پیدا می‌شود (رابطه‌ی ۴):

$$f_{nyq} = \frac{1}{2\Delta t} \quad (4)$$

که در آن، Δt فاصله‌ی زمانی نمونه‌برداری است. در سمت راست می‌توان $\Delta t = \Delta x/c$ را جایگزین کرد که c سرعت و Δx فاصله‌ی بین گیرنده‌هاست (رابطه‌ی ۵):

$$f_{nyq} = \frac{c}{2\Delta x} \quad (5)$$

انرژی مرتبط به $f > f_{nyq}$ ، سبب ایجاد خطا و کاهش دقت می‌شود. در ادامه، با جایگزین کردن $c = f\lambda$ که در آن λ طول موج است، معادله‌ی اخیر به صورت رابطه‌ی ۶ بیان می‌شود:

$$\lambda_{min} = 2\Delta x \quad (6)$$

معادله‌ی ۶ نشان می‌دهد که کوتاه‌ترین طول موج قابل تعیین باید ۲ برابر فاصله‌ی بین گیرنده‌ها باشد. از آنجایی که بسامدهای بیشینه در لایه‌های بالایی انتشار می‌یابند، می‌توان برای تعیین ضخامت کمیته مربوط به لایه‌های سطحی استفاده کرد. استوک و همکاران (۱۹۹۴)، رابطه‌ی بین سرعت فازی (c_{min}) برای بیشینه‌ی بسامدهای برداشت شده و ضخامت اولین لایه را ارائه دادند (رابطه‌ی ۷):^[۲۸]

$$h_1 \geq \frac{1}{2} \lambda_{min} = \frac{c_{min}}{2f_{max}} \quad (7)$$

معادله‌ی اخیر می‌تواند به‌عنوان یک برآورد تقریبی برای تعیین کمترین ضخامت سطحی‌ترین لایه (h_1) استفاده شود. جهت جلوگیری از خطای فاصله‌ی^[۱۴]، فاصله‌ی بین گیرنده‌ها نباید بزرگ‌تر از نصف کوتاه‌ترین طول موج اندازه‌گیری شده باشد و تقریباً مساوی با ضخامت نازک‌ترین لایه در نظر گرفته می‌شود.^[۲۸] برای بررسی تأثیر فاصله‌ی گیرنده‌ها در میزان دقت و وضوح نتایج از دو مدل خاک لایه‌ی با ضخامت لایه‌ی اول به میزان ۲ و ۴ متر استفاده شده است (شکل‌های ۳ الف و ۳ ب) که با تغییر فاصله بین گیرنده‌ها وضوح نتایج ارزیابی شده است. مشخصات خاک لایه‌ی در جدول ۲ ارائه شده است. طول آرایه‌ی گیرنده‌ها ۱۳۲ متر و فاصله‌ی منبع تا اولین گیرنده (دورافت ۵ متر) در نظر گرفته شده است. با تغییر فاصله‌ی گیرنده‌ها به مقدار ۱، ۲، ۴ و ۸ متر در هر مرحله برای هر دو مدل، دقت نتایج به دست آمده در طیف پراکنش امواج رایلی ارزیابی شده است.

دارد. در میدان موج نمایش داده شده در شکل ۲ ب، امواج رایلی با دامنه‌ی بزرگ‌تر و سرعت کمتر در قسمت پایین و امواج طولی با سرعت بیشتر و دامنه‌ی ضعیف‌تر در بالای امواج رایلی مشاهده می‌شوند.

۳. تحلیل و ارزیابی نتایج

در بخش کنونی، تأثیر پارامترهای برداشت در دقت و وضوح نتایج به دست آمده در طیف پراکنش سرعت امواج رایلی ارزیابی و مقایسه شده است. پارامترهای ذکر شده، شامل: فاصله‌ی گیرنده‌ها، طول آرایه‌ی گیرنده‌ها، دورافت و اندازه‌ی المان‌هاست.

۱.۳. فاصله‌ی گیرنده‌ها

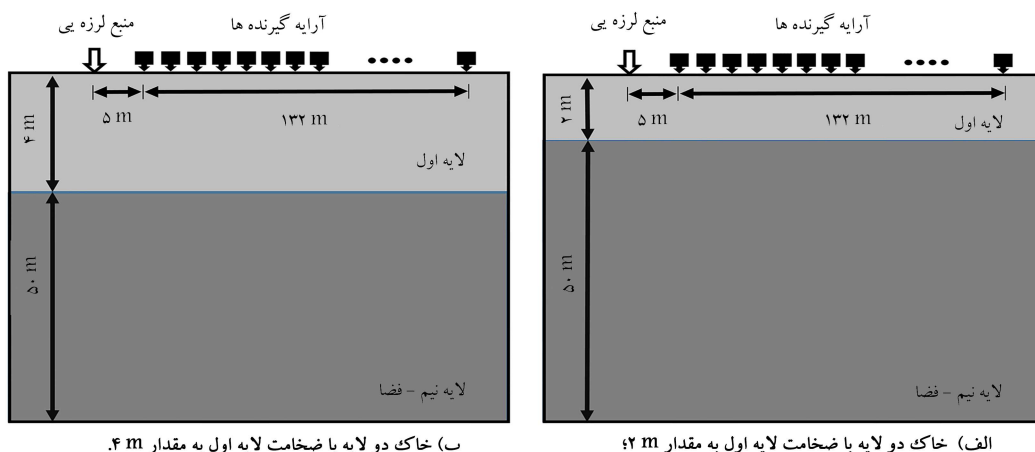
فاصله‌ی گیرنده‌ها در مقدار بیشینه‌ی عدد موج تأثیرگذار است که متناظر با کوتاه‌ترین طول موج است. در مقابل، کوتاه‌ترین طول موج، مستقیماً در وضوح داده‌های لایه‌های سطحی تأثیر می‌گذارد. به طوری که فاصله‌ی گیرنده‌ها باید به اندازه‌ی کوتاه‌ترین طول موج باشد. معمولاً فاصله‌هایی به اندازه‌ی ۱ تا ۵ متر برای شناسایی خاک‌ها استفاده می‌شود که البته فاصله‌های مذکور باید متناسب با خصوصیات مصالح انتخاب شوند.^[۱۰] برای شناسایی عمق‌های تا ۵۰ متر، فاصله‌ی بین گیرنده‌ها ۰/۵، ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۶۴ متر در نظر گرفته می‌شود؛ همچنین در شناسایی روسازی راه‌ها، فاصله‌ی مناسب گیرنده‌ها بین ۰/۷۵ تا ۲ متر است. در نتیجه، فاصله‌ی گیرنده‌ها تعیین‌کننده‌ی کوتاه‌ترین طول موج مطمئن است که بتوان از داده‌های برداشت شده استخراج کرد. پارک و همکاران (۱۹۹۹)،^[۱۵] کوتاه‌ترین طول موج را ۲ برابر فاصله‌ی گیرنده‌ها پیشنهاد دادند. در حالی که سوکو و استروویا^[۱۷]، فاصله‌ی گیرنده‌ها را برابر کوتاه‌ترین طول موج بیان کرده است. با توجه به رابطه‌ی فاصله‌ی گیرنده‌ها (dx) با کوتاه‌ترین طول موج، ژیا^[۱۱] و همکاران (۲۰۰۹)،^[۲۸] اظهار داشتند که فاصله‌ی dx نباید از نصف کوتاه‌ترین طول موج بیشتر شود (رابطه‌ی ۲):

$$dx \leq 0.5\lambda_{min} \quad (2)$$

به علاوه‌ی اینکه، فاصله‌ی گیرنده‌ها به‌عنوان راهنمایی برای تعیین ضخامت کمیته‌ی لایه‌ی سطحی در تحلیل برگردان استفاده می‌شود (رابطه‌ی ۳):^{[۲۸]، [۱۵]}

$$h_1 \geq h_{min} \approx dx \quad (3)$$

که در آن، h_1 ضخامت لایه‌ی بالایی مدل خاکی است.



شکل ۳. مشخصات مدل‌های خاک دولایه با موقعیت بار و گیرنده‌ها.

جدول ۲. مشخصات مصالح مدل‌سازی شده.

مصالح	سرعت موج (m/s)		مدول کشسان (MPa)	وزن مخصوص (kg/m ³)	نسبت پواسون -	ضریب میرایی رایلی: آلفا (α)
	برشی	طولی				
لایه‌ی اول	۲۰۰	۴۰۰	۱۹۲	۱۸۰۰	۰٫۳۳	۱٫۶۷
لایه‌ی دوم	۵۰۰	۸۶۶	۱۳۷۵	۲۲۰۰	۰٫۲۵	۰٫۸۳

بیان کرده‌اند.^[۲۸] یک معیار تجربی انتخاب شده به صورت معمول بیان می‌کند که بیشینه‌ی عمق شناسایی، حدود نصف بزرگ‌ترین طول موج است.^{[۳۰] و [۳۱]} بیشینه‌ی عمق شناسایی براساس منطقه برداشت، بسامد طبیعی گیرنده‌ها و نوع بار لرزه‌یی اعمال‌شده متغیر است. با توجه به اینکه بیشینه‌ی عمق شناسایی مطابق بلندترین طول موج رایلی تعیین می‌شود، به عنوان یک قانون سرانگشتی، طول آرایه‌ی گیرنده‌ها باید تقریباً برابر با بیشینه‌ی عمق شناسایی باشد.^[۱۱]

وضوح تصویر منحنی پراکنش در برخی بسامدهای مشخص مستقیماً با طول آرایه‌ی گیرنده‌ها و بسامد متناسب است.^[۳۱] طول آرایه‌ی گیرنده‌ها از پارامترهای مهم است، به نحوی که با افزایش طول آرایه، میزان وضوح داده‌های طیفی بیشتر می‌شود که به تناسب امکان تفکیک مدها و شناسایی طول موج‌های بلند را فراهم می‌سازد. عموماً طول آرایه‌ها در محدوده‌ی بین ۲۰ تا ۱۰۰ متر برای کاربردهای سطحی هستند. عمق شناسایی معمولاً در حدود نصف طول آرایه است.^[۱۵] در این راستا، با استفاده از مدل‌های نشان داده شده در شکل (الف و ب)، تأثیر طول آرایه‌ی گیرنده‌ها در وضوح طیف پراکنش ارزیابی شده است. برای تخمین وضوح داده‌های طیف پراکنش از اندازه‌ی علامت‌های مشخص شده (فلش‌های دوطرفه) در تصاویر پراکنش برای خاک دولایه با ضخامت ۴۸ و ۲۴ متر استفاده شده است (شکل ۷). طول آرایه‌ی گیرنده‌ها و دورافت به ترتیب ۱۳۲ و ۵ متر است. ابعاد و اندازه‌ی مدل‌ها و مرزهای جاذب یکسان است. مشخصات لایه‌های خاک، مشابه مدل‌های ارائه شده در جدول ۱ است.

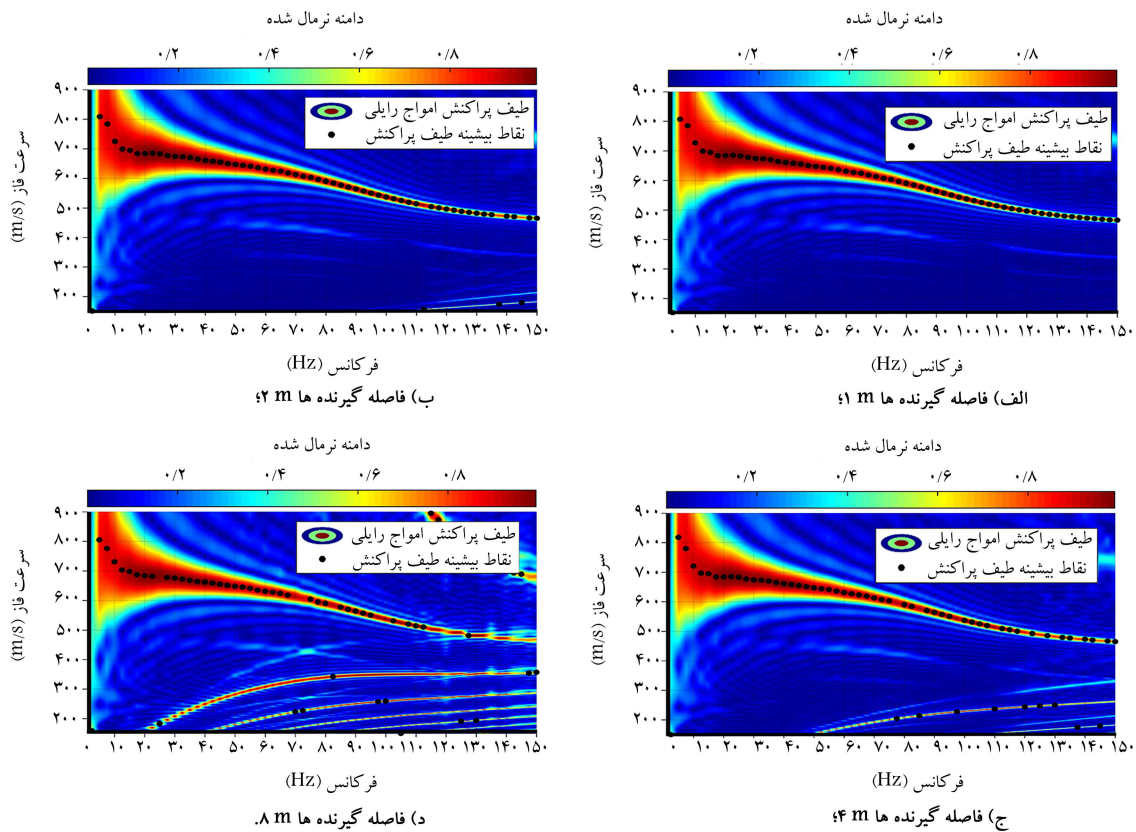
در شکل ۷، نتایج طیف پراکنش سرعت امواج رایلی و تأثیر تغییرات اندازه‌ی آرایه‌ی گیرنده‌ها به طول‌های ۹۶، ۴۸، ۲۴ و ۱۲ متر نشان داده شده است. نقاط مشکلی‌رنگ، نشانگر نقاط پیک طیف پراکنش و خط نقطه‌ی قرمز رنگ، بیانگر مرزهای بالا و پایین هستند، که بیانگر دقت وضوح نتایج در بسامدهای مختلف هستند. بیشترین دقت وضوح سرعت امواج مربوط به طول آرایه‌ی ۹۶ متر با محدوده‌ی (پهنای) وضوح ۸۵ متر بر ثانیه در بسامد ۲۰ هرتز است که با فلش در

در شکل ۴، نتایج مدل خاک دولایه با ضخامت لایه‌ی اول به میزان ۲ متر مشاهده می‌شود. در هر مرحله، فاصله‌ی بین گیرنده‌ها در یک طول ثابت (۱۳۲ متر) به میزان ۲ برابر افزایش داده شده است. طیف پراکنش سرعت امواج رایلی به صورت کانتور رنگی و نقاط بیشینه‌ی آن در بسامدهای مختلف با دایره‌های توپر مشکی مشخص شده است. پراکنندگی نقاط بیشینه، نشان دهنده‌ی کاهش دقت و وضوح نتایج حاصل است. همچنین می‌توان گفت با افزایش فاصله‌ی گیرنده و پدیدار شدن مدهای بالاتر، وضوح داده‌ها در مد اصلی کاهش می‌یابد. در شکل‌های الف و ب که مربوط به فاصله‌ی گیرنده‌های ۱ و ۲ متر است، نقاط ذکر شده با پراکنندگی کمتر و پیوسته‌تر ظاهر شده‌اند اما برای فاصله‌ی گیرنده‌ها به میزان ۴ و ۸ متر، پراکنندگی نقاط در بسامدها و سرعت‌های مختلف بیشتر شده است (شکل‌های ج و د). پس به نوعی می‌توان گفت فاصله‌های ۱ و ۲ متر گیرنده‌ها که به ترتیب برابر و نصف کمترین ضخامت لایه‌ی سطحی مدل خاکی (۲ متر) هستند، نتایج قابل قبولی ارائه کرده‌اند.

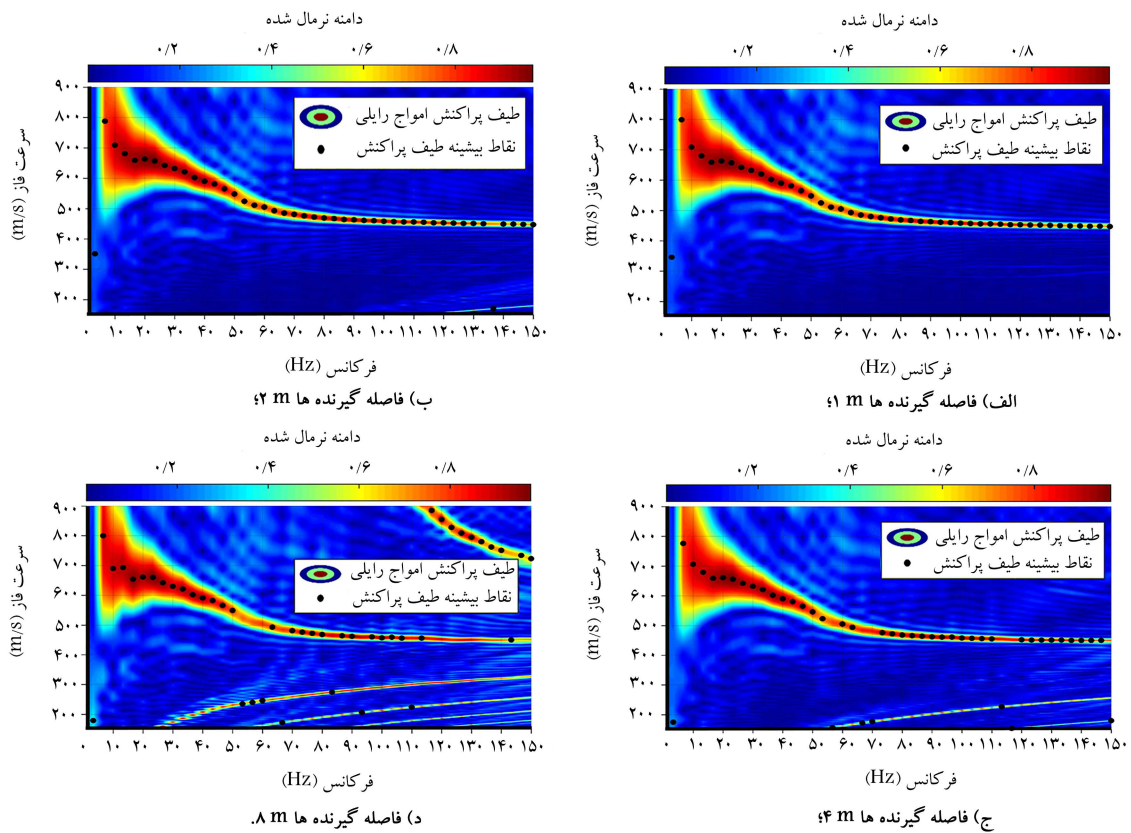
همچنین در شکل ۵، در نتایج خاک لایه‌یی با ضخامت لایه‌ی اول به میزان ۴ متر مشاهده می‌شود که با افزایش فاصله‌ی گیرنده‌ها (۴ متر) از نصف ضخامت لایه‌ی اول (۲ متر)، نقاط بیشینه دچار پراکنندگی شده‌اند (شکل ۵ ب) و این پراکنندگی زمانی قابل ملاحظه شده است که فاصله‌ی گیرنده‌ها از ضخامت لایه‌ی سطحی (۴ متر) بیشتر شده است (شکل ۵ د). همان‌گونه که نتایج برای فاصله‌ی ۸ متر بین گیرنده‌ها نشان از پراکنندگی نقاط بیشینه و به تناسب کمترین دقت را دارد.

۲.۳. طول آرایه‌ی گیرنده‌ها و بیشینه‌ی عمق شناسایی

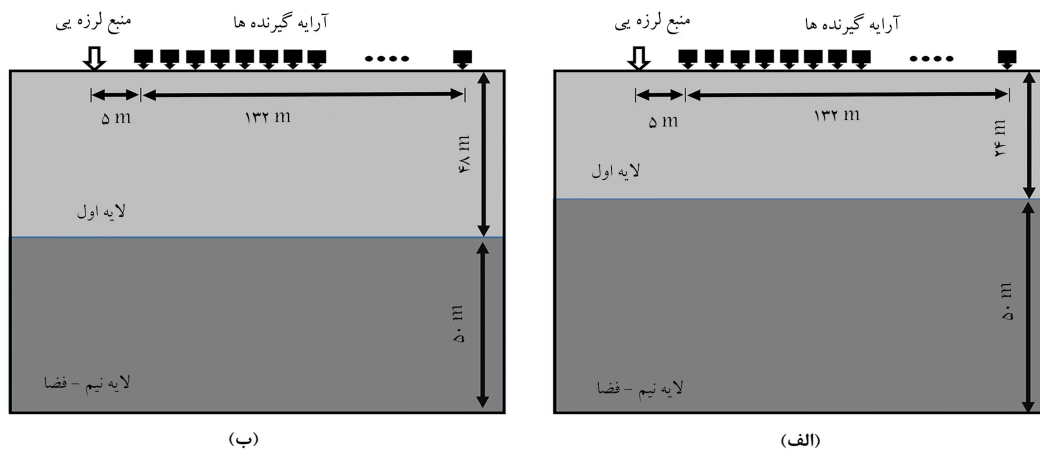
فاصله‌ی بین اولین تا آخرین گیرنده به عنوان طول آرایه‌ی گیرنده‌ها شناخته می‌شود که براساس مطالعات مختلف، اندازه‌های متفاوتی دارد که به عنوان نمونه ژیا و همکاران (۲۰۰۹)، اندازه‌ی اشاره شده را حدوداً ۲ برابر بیشینه‌ی عمق شناسایی



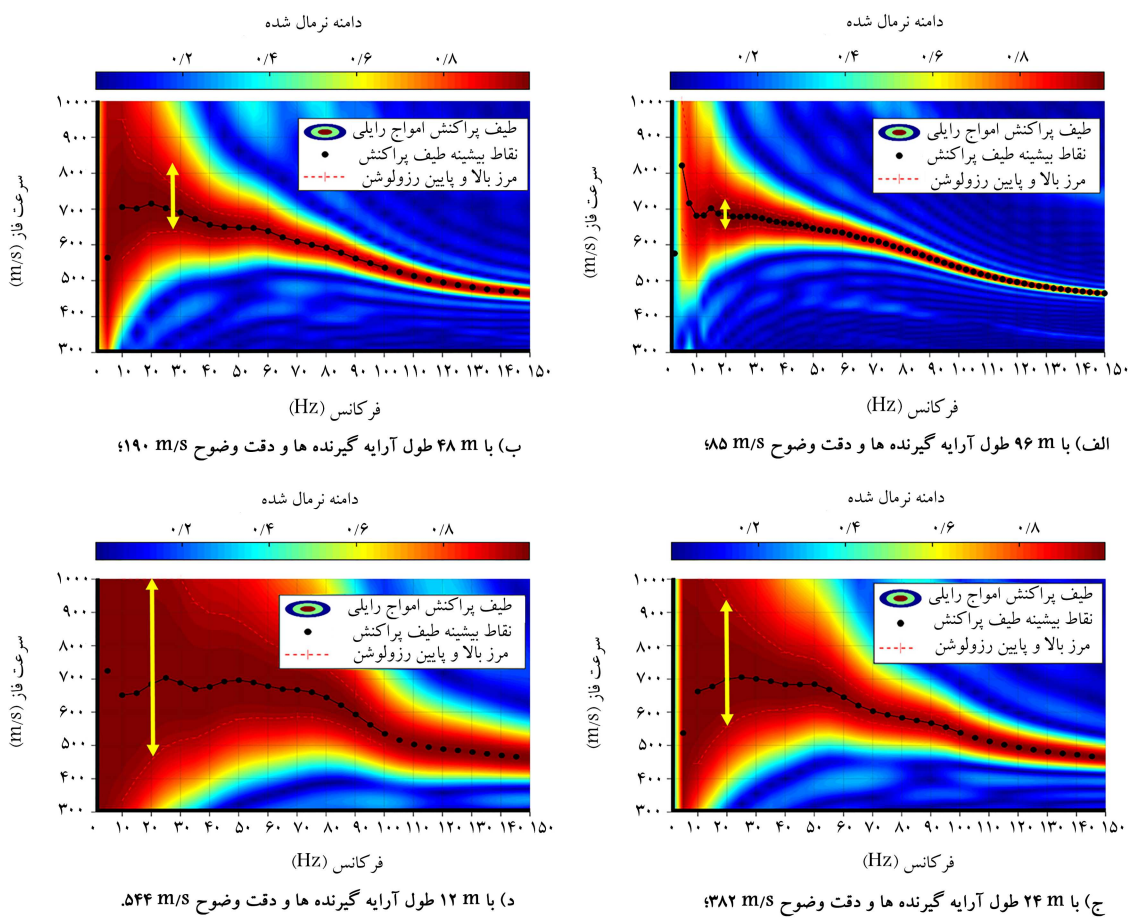
شکل ۴. طیف پراکنش سرعت امواج رایلی در خاک دولایه با ضخامت ۲ متر لایه‌ی اول.



شکل ۵. طیف پراکنش سرعت امواج رایلی در خاک دولایه با ضخامت ۴ متر لایه‌ی اول.



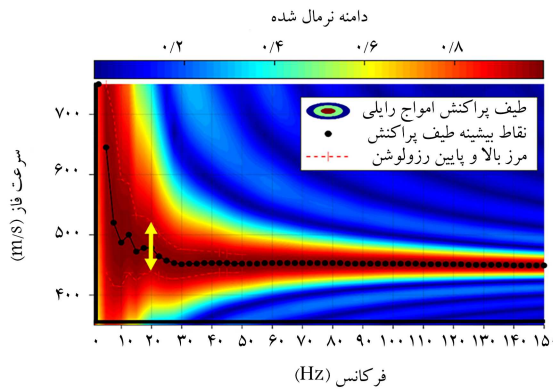
شکل ۶. مشخصات مدل‌های مورد بررسی جهت ارزیابی تاثیر طول آرایه‌ی گیرنده‌ها.



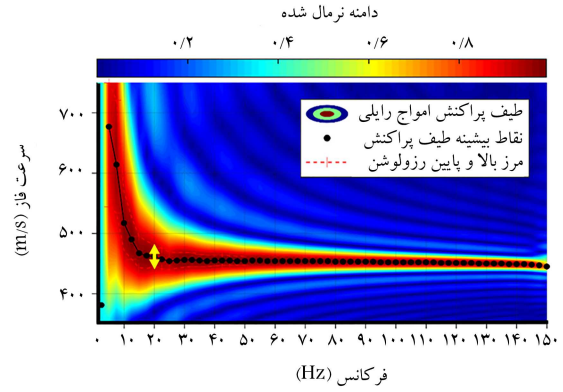
شکل ۷. طیف پراکنش سرعت امواج رایلی در خاک دولایه با ضخامت ۴۸ متر لایه‌ی اول.

آرایه‌ی گیرنده‌ها به طول‌های ۹۶، ۴۸، ۲۴ و ۱۲ متر به ترتیب در شکل‌های ۸ الف، ۸ ب، ۸ ج و ۸ د مشاهده می‌شود. بیشترین وضوح طیف پراکنش مربوط به طول آرایه‌ی ۹۶ متر با محدوده‌ی وضوح ۳۷ متر بر ثانیه در بسامد ۲۵ هرتز است (شکل ۸ الف) در محدوده‌ی اخیر، وضوح برای طول آرایه‌ی گیرنده‌ها به اندازه‌های ۴۸، ۲۴ و ۱۲ به ترتیب به اندازه‌های ۸۳، ۱۵۲ و ۲۰۶ تغییر می‌یابد؛ یعنی با کاهش ۵۰ درصدی طول آرایه‌ی گیرنده‌ها، فاصله‌ی بین مرزهای بالا و پایین سرعت تخمینی ۲ برابر و به

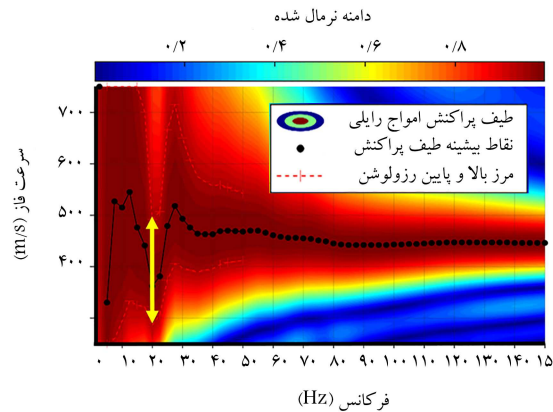
شکل ۷ الف مشاهده می‌شود. با کوتاه‌تر شدن طول آرایه‌ی گیرنده‌ها به ۴۸، ۲۴ و ۱۲ به ترتیب محدوده‌ی وضوح سرعت امواج به ۱۹۰، ۳۸۲ و ۵۴۴ تغییر می‌یابد (شکل‌های ۷ ب، ۷ ج و ۷ د). به بیان دیگر، وضوح نمایش داده‌های طیف پراکنش آرایه‌ی ۹۶ متری حدود ۶ برابر آرایه‌ی ۱۲ متری است. در شکل ۸، نتایج طیف پراکنش سرعت امواج رایلی، برای خاک لایه‌ی بی با ضخامت لایه‌ی اول به میزان ۲۴ متر نشان داده شده است. تاثیر تغییرات اندازه‌ی



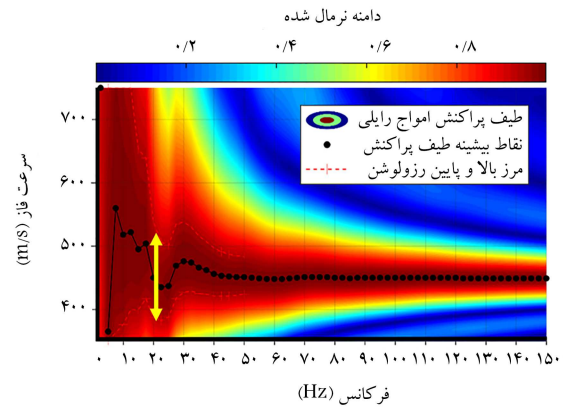
ب) با ۴۸ m طول آرایه گیرنده ها و دقت وضوح ۸۳ m/s



الف) با ۹۶ m طول آرایه گیرنده ها و دقت وضوح ۳۷ m/s

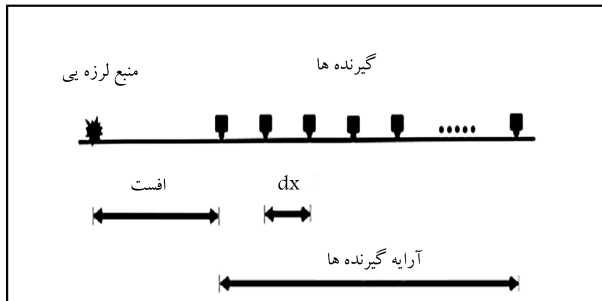


د) با ۱۲ m طول آرایه گیرنده ها و دقت وضوح ۲۰۶ m/s



ج) با ۲۴ m طول آرایه گیرنده ها و دقت وضوح ۱۵۲ m/s

شکل ۸. طیف پراکنش سرعت امواج رابلی در خاک دولایه با ضخامت ۲۴ متر لایه ی اول.



شکل ۹. چیدمان روش برداشت داده با روش چندایستگاهی امواج سطحی.

با ترکیب دو معادله ۸ و ۹، با یک محاسبه ی سرانگشتی، فاصله ی بین منبع لرزه یی تا اولین گیرنده (دورافت) باید مساوی یا بزرگ تر از عمق شناسایی مورد انتظار مطابق رابطه ی ۱۰ در نظر گرفته شود: [۲۴]

$$x_s \geq z \quad (10)$$

ناکانو [۲۴]، (۱۹۲۵)، با استفاده از داده های زلزله نشان داد که امواج رابلی در نزدیکی منبع لرزه یی پدیدار نمی شوند، به عنوان مثال، مطابق رابطه ی ۱۱، فاصله ی ذکر شده ی رومرکز (x) زمین لرزه کوچک تر است از:

$$x \leq \frac{c_R h}{\sqrt{V_P^2 - V_R^2}} \text{ or } x \leq \frac{c_R h}{\sqrt{V_S^2 - V_R^2}} \quad (11)$$

تناسب، دقت وضوح به نصف کاهش داده شده است. به عبارتی دیگر، دقت وضوح نمایش داده های طیف پراکنش مربوط به طول آرایه ی ۹۶ متری حدود ۵/۶ برابر طول آرایه ی ۱۲ متری است.

۳.۳. تأثیر فاصله ی منبع تا گیرنده ها

دورافت (دورافت دور و نزدیک در امواج رابلی و تصویر پراکنش امواج تأثیرگذار است. دورافت نزدیک یا اینکه گیرنده ی اول در چه فاصله یی از منبع لرزه یی قرار داده شود، یکی از مهم ترین پارامترها در برداشت امواج سطحی با بسامد بالاست. در برداشت بهینه، امواج رابلی باید صفحه یی^{۱۵} بشوند، حال آنکه به علت انتشار هندسی، امواج رابلی فقط زمانی می توانند به صورت صفحه یی حرکت کنند که یک مسافت مشخصی (x_s) را از محل بار لرزه یی طی کرده باشند. [۲۳] استوک و همکاران (۱۹۹۴)، پیشنهاد دادند که انتشار صفحه یی امواج سطحی در اغلب موارد اتفاق نمی افتد، مگر اینکه فاصله ی بین منبع لرزه یی تا نزدیک ترین گیرنده، بزرگ تر از نصف بلندترین طول موج (λ_{max}) قابل انتظار باشد (رابطه ی ۸): [۲۹]

$$x_s \geq \frac{1}{2} \lambda_{max} \quad (8)$$

با توجه به اینکه بیشینه ی عمق شناسایی به اندازه ی نصف بزرگ ترین طول موج محدود می شود (رابطه ی ۹): [۳۰]

$$z = \frac{1}{2} \lambda_{max} \quad (9)$$

که در آن، h عمق منبع، CR و V_P و V_S به ترتیب سرعت امواج رایلی، طولی و برشی هستند. همچنین اثبات شده است که امواج رایلی در محدوده‌ی ذکر شده‌ی فاصله‌ی x ، دامنه‌ی کامل ندارند و این به خاطر تداخل با دیگر انواع موج‌هاست. با توجه به معادله‌ی ۱۱، در اثر اعمال منبع لرزه‌ی روی زمین همچون ضربه‌ی چکش، امواج رایلی در فواصل خیلی نزدیک مشاهده می‌شوند.^[۳۲] دورافت کمینه (x) زمانی است که امواج برشی مستقیم با امواج طولی انعکاسی برخورد می‌کنند (شرایط ضروری برای تشکیل و پراکنش امواج رایلی)^[۳۱] (رابطه‌ی ۱۲):

که در آن، h عمق تا اولین مرز لایه است. میزان VP/VS برای مصالح سطحی خاک حدود ۲ تا ۵ است. پس x در محدوده‌ی $1/2h \approx 0.4h$ به دست می‌آید. با فرض VP/VS برابر ۴، میزان $x \approx h/2$ حاصل می‌شود که نشان می‌دهد امواج رایلی در دورافتی بزرگ‌تر از نصف ضخامت اولین لایه پدیدار می‌شوند. به خاطر اینکه مؤلفه‌های طول موج بلندتر در امواج رایلی نیاز به زمان بیشتری برای دورافت بزرگ‌تر برای تبدیل به امواج صفحه‌ی دارند، لذا معادله‌ی ۱۲ ممکن است دورافت بهینه را برای بیشتر مؤلفه‌های امواج سطحی فراهم نسازد. در این راستا، ژانگ و همکاران (۲۰۰۴)، یک دورافت بهینه براساس مدل خاک لایه‌بندی شده مطابق رابطه‌ی ۱۳ پیشنهاد داده‌اند:^[۳۱]

$$x = \frac{2hV_S}{\sqrt{V_P^2 - V_S^2}} = \frac{2h}{\sqrt{(VP/VS)^2 - 1}} \quad (12)$$

که در آن، h عمق تا اولین مرز لایه است. میزان VP/VS برای مصالح سطحی خاک حدود ۲ تا ۵ است. پس x در محدوده‌ی $1/2h \approx 0.4h$ به دست می‌آید. با فرض VP/VS برابر ۴، میزان $x \approx h/2$ حاصل می‌شود که نشان می‌دهد امواج رایلی در دورافتی بزرگ‌تر از نصف ضخامت اولین لایه پدیدار می‌شوند. به خاطر اینکه مؤلفه‌های طول موج بلندتر در امواج رایلی نیاز به زمان بیشتری برای دورافت بزرگ‌تر برای تبدیل به امواج صفحه‌ی دارند، لذا معادله‌ی ۱۲ ممکن است دورافت بهینه را برای بیشتر مؤلفه‌های امواج سطحی فراهم نسازد. در این راستا، ژانگ و همکاران (۲۰۰۴)، یک دورافت بهینه براساس مدل خاک لایه‌بندی شده مطابق رابطه‌ی ۱۳ پیشنهاد داده‌اند:^[۳۱]

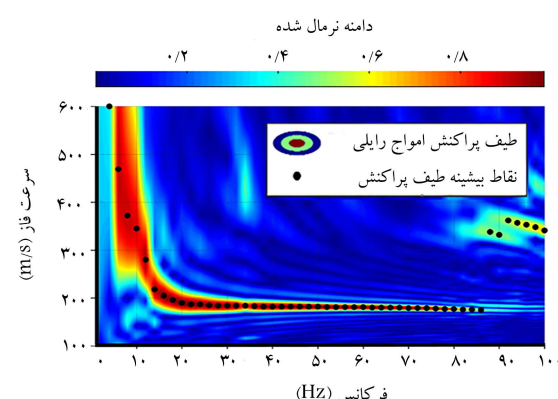
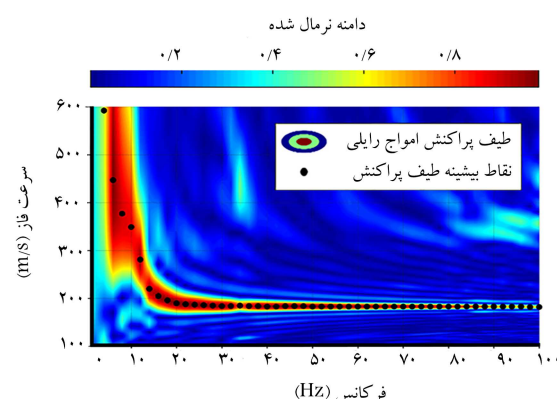
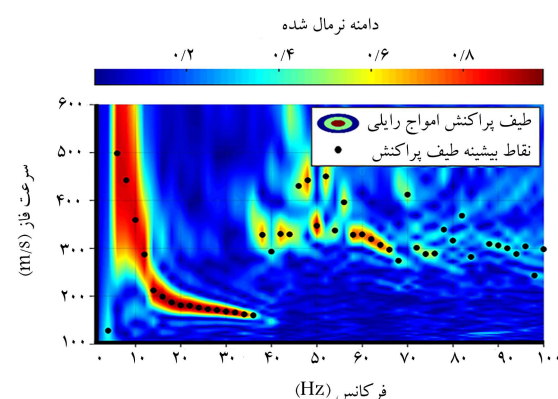
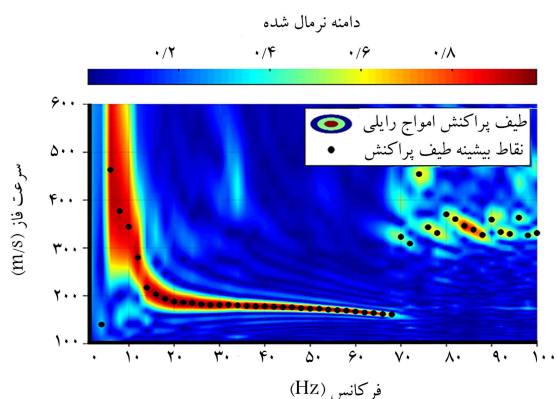
$$A = \frac{\lambda_{\max} CR_{\min}}{4\Delta CR} \quad (13)$$

۴.۳. اندازه‌ی مش

اندازه‌ی المان (Δx) کاملاً به طول موج انتشار یافته در المان وابسته است. اندازه‌ی المان باید به میزان کافی کوچک باشد تا بتواند طول کوچک‌ترین موج را بگیرد و نباید خیلی هم کوچک باشد که موج در یک طول موج از المان بگذرد. برای دقت در مدل‌سازی، برخی پژوهشگران در نظر گرفتن کمینه‌ی ۱۰ المان در یک طول موج (N) را پیشنهاد داده‌اند (رابطه‌ی ۱۴):^[۳۵]

$$\Delta x = \frac{\lambda_{\min}}{N} \quad (14)$$

نرخ زمانی نمونه‌برداری Δt می‌تواند با استفاده از معادله‌ی ۱۵ محاسبه شود،



شکل ۱۰. طیف پراکنش سرعت امواج رایلی در خاک دولایه با ۴۸ متر اندازه‌ی آرایه‌ی گیرنده‌ها.

که Δt_{cr} بیان‌کننده‌ی نرخ زمان بحرانی است: [۳۶]

$$\Delta t \leq \Delta t_{cr} \approx \frac{\Delta x}{C_P} \quad (15)$$

که در آن، C_P سرعت موج طولی است.

به عنوان یک قانون سرانگشتی در شبیه‌سازی‌های عددی، هر طول موج باید دست‌کم با ۵ نمونه (المان) برداشت شود. [۳۷] همچنین مطالعات دیگر نشان داد وجود ۶ المان در کوتاه‌ترین طول موج (λ_{min}) می‌تواند دقت مناسب را فراهم سازد. [۳۸] در این خصوص، با مدل‌سازی اندازه‌های مختلف المان، میزان دقت داده‌های برداشت شده در طیف پراکنش امواج ارزیابی شده است. خاک دولابه با مشخصات لایه‌ی اول: سرعت موج برشی 200° متر بر ثانیه، چگالی 1800 کیلوگرم بر ثانیه، نسبت پواسون 0.33 و مشخصات لایه‌ی دوم: سرعت موج برشی 500° متر بر ثانیه، چگالی 2200 کیلوگرم بر ثانیه، و نسبت پواسون 0.25 در نظر گرفته شده است. ۴ اندازه‌ی المان مختلف به میزان 1 ، 0.5 ، 0.25 و 0.125 متر برای مدل‌سازی و مقایسه نتایج استفاده شده است (شکل ۱۰).

با توجه به سرعت موج برشی 200° متر بر ثانیه برای لایه‌ی اول و بار لرزه‌ی ریکر 5° هرگز طول کوتاه‌ترین موج حدود ۴ متر به دست می‌آید و با در نظر گرفتن دست‌کم ۶ نمونه در یک طول موج، باید مش 0.5 متری در مدل‌سازی لحاظ شود؛ و با فرض در نظر گرفتن دست‌کم 10 نمونه در یک طول موج باید مش 0.25 متر مدل شود. نتایج مش 0.5 متری تا بسامد حدود 60 نتایجی مناسبی ارائه داده است (شکل ۱۰ ب) و اعمال مش 0.25 متری وضوح بهتری را به نمایش گذاشته است (شکل ۱۰ ج). همچنان که مشاهده می‌شود، هر چه اندازه‌ی مش کوچک‌تر می‌شود (0.125)، نتایج بهتری در بسامدهای بالاتر نیز حاصل می‌شود (شکل ۱۰ د). لازم

به ذکر است کوچک‌تر کردن اندازه‌ی مش یا المان تأثیر بیشتری در بسامدهای بالا یا به نوعی لایه‌ی سطحی دارد و در بسامدهای پایین، که مربوط به لایه‌های پایین می‌شوند، تأثیر به‌سزایی ندارد.

۴. نتیجه‌گیری

در نوشتار حاضر، به ارزیابی چیدمان تجهیزات برداشت داده‌ها در روش چندایستگاهی امواج سطحی (MASW) پرداخته شده است. نتایج نشان دادند که جهت افزایش دقت و وضوح طیف پراکنش، فاصله‌ی گیرنده‌ها باید براساس نصف کوچک‌ترین طول موج و دست‌کم برابر با کمترین ضخامت لایه‌ی سطحی انتخاب شود. به عبارت دیگر، کوتاه‌ترین طول موج قابل تعیین، ۲ برابر فاصله‌ی بین گیرنده‌هاست؛ به‌گونه‌ی که برای مدل‌های با ضخامت لایه‌های سطحی ۲ و ۴ متر، افزایش فاصله‌ی گیرنده به ترتیب بیش از ۲ و ۴ متر سبب پراکندگی نقاط بیشینه در طیف پراکنش می‌شود. نظر به اینکه طول آرایه‌ی گیرنده و دورافت ارتباط مستقیمی با بیشینه‌ی عمق شناسایی و بزرگ‌ترین طول موج رایلی دارد، نتایج دو مدل خاک لایه‌ی با کاهش طول آرایه‌ی گیرنده‌ها به نصف (از ۹۶ به ۴۸، ۲۴ و ۱۲ متر) نشان دادند که محدوده‌ی وضوح طیف پراکنش حدود 50% کاهش می‌یابد و وضوح نمایش نتایج در طول آرایه‌ی ۹۶ متر حدود ۶ برابر طول آرایه‌ی ۱۲ متر است. تأثیر اندازه‌ی المان در مدل‌سازی‌های نشان داد در نظر گرفتن ۸ المان و بیشتر در یک طول موج، نتایج قابل قبولی را حاصل کرده است. در نهایت می‌توان اظهار داشت نتایج تحلیل‌ها و مطالعات انجام شده در نوشتار حاضر می‌تواند راهنمای خوبی برای تعیین پارامترهای انجام آزمایش‌های صحرایی و شبیه‌سازی‌های نرم‌افزاری باشد.

پانویس‌ها

1. offset
2. multi-channel analysis of surface waves (MASW)
3. phase uncertainty
4. finite-difference modeling (FEM)
5. Abaqus
6. absorbing layers using increasing damping (ALID)
7. ALID
8. Ricker
9. Matlab
10. Socco & Strobbia
11. Xia
12. aliasing
13. Nyquist

14. spatial aliasing
15. planar

منابع (References)

1. Foti, S. "Small-strain stiffness and damping ratio of Pisa clay from surface wave tests", *Geotechnique*, **53**(5), pp. 455-461 (2003).
2. Ryden, N., Choon, B.P., Peter, U. and et al. "Multimodal approach to seismic pavement testing", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **130**(6), pp. 636-645 (2004).

3. Lin, C.P., Chang, C.C. and Chang, T.S. "The use of MASW method in the assessment of soil liquefaction potential", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **24**(9-10), pp. 689-698 (2004).
4. Joshi, A. and Parul B. "Site characterisation using Multi-channel analysis of surface waves at various locations in kumaon himalayas, India", *J. Ind. Geophys*, **22**(3), pp. 265-278 (2018).
5. Jokar, M.H., Boaga, J., Petronio, L. and et al. "Detection of lateral discontinuities via surface waves analysis: A case study at a derelict industrial site", *Journal of Applied Geophysics*, **164**, pp. 65-74 (2019).
6. Bashir, N., Alhaj, A., Anderson, N.L. and et al. "Application of multi-channel analysis of surface waves method to determine optimum parameter settings in karst terrain in southwest missouri", *International Journal of Science and Research*, **7**(1), pp. 427-431 (2018).
7. Allo, O.J., Ayolabi, E.A. and Oladele, S. "Investigation of near-surface structures using seismic refraction and multi-channel analysis of surface waves methods-a case study of the university of Lagos main campus", *Arabian Journal of Geoscience*, **12**(257), pp. 1-12 (2019).
8. Ebelhar, R.J. and Drnevich, V.P. "Dynamic geotechnical testing II", *ASTM International*, **SPT 1213**, p. 392 (1994).
9. Woods, R.D. "Screening of surface waves in soils", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, **94**(SM4), pp. 951-979 (1968).
10. Foti, S., Lai, C., Rix, G.J. and et al. "Surface wave methods for near-surface site characterization", CRC press (2014).
11. Olafsdottir, E.A. "Multichannel analysis of surface waves for assessing soil stiffness", PhD dissertation (2016).
12. Park, C.B., Miller, R.D. and Xia, J. "Offset and resolution of dispersion curve in multichannel analysis of surface waves (MASW)", In Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems, pp. SSM4-SSM4, Society of Exploration Geophysicists (2001).
13. Park, C.B., Miller, R.D. and Miura, H. "Optimum field parameters of an MASW survey", Japanese Society of Exploration Geophysics (SEG-J) Extended Abstracts, Tokyo, Japan (2002).
14. Park, C.B. and Mario C. "Optimum MASW survey-revisit after a decade of use", *Proceedings of GeoFlorida*, pp. 1303-1312 (2010).
15. Park, C.B., Miller, R.D. and Xia, J. "Multichannel analysis of surface waves", *Geophysics*, **64**(3), pp. 800-808 (1999).
16. Donohue, S., Forristal, D. and Donohue, L.A. "Detection of soil compaction using seismic surface waves", *Soil and Tillage Research*, **128**, pp. 54-60 (2013).
17. Socco, L.V. and Strobbia, C. "Surface-wave method for near-surface characterization: A tutorial", *Near Surface Geophysics*, **2**(4), pp. 165-185 (2004).
18. Nolan, J.J. "Near-surface void characterization and sensitivity analysis using enhanced processing procedures on passive multi-channel analysis of surface waves (MASW) data", PhD Dissertation, University of Kansas (2016).
19. Drozd, M.B. "Efficient finite element modelling of ultrasound waves in elastic media", PhD Dissertation, Imperial College London (2008).
20. Castaings, M., Bacon, C., Hosten, B. and et al. "Finite element predictions for the dynamic response of thermo-viscoelastic material structures", *The Journal of the Acoustical Society of America*, **115**(3), pp. 1125-1133 (2004).
21. Hesse, D. and Cawley, P. "Surface wave modes in rails", *The Journal of the Acoustical Society of America*, **120**(2), pp. 733-740 (2006).
22. Luo, W. and Rose, J.L. "Phased array focusing with guided waves in a viscoelastic coated hollow cylinder", *The Journal of the Acoustical Society of America*, **121**(4), pp. 1945-1955 (2007).
23. Khazaei, J. and Amiri, A. "Evaluation of the dynamic responses of high rise buildings with respect to the direct methods for soil-foundation-structure interaction effects and comparison with the approximate methods", *Journal of Structural and Construction Engineering*, **4**(2), pp. 106-122 (2017).
24. Miriano, C., Cattoni, E. and Tamagnini, C. "Advanced numerical modeling of seismic response of a propped rc diaphragm wall", *Acta Geotechnica*, **11**(1), pp. 161-175 (2016).
25. Lin, S. and Ashlock, J.C. "Multimode Rayleigh wave profiling by hybrid surface and borehole methods", *Geophysical Journal International*, **197**(2), pp. 1184-1195 (2014).
26. Lin, S. and Ashlock, J.C. "Surface-wave testing of soil sites using multichannel simulation with one-receiver", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **87**, pp. 82-92 (2016).
27. Mirassi, S. and Rahnama, H. "Effect of frequency content of seismic source load on Rayleigh and P waves in soil media with cavity", *Journal of Structural and Construction Engineering*, (In Persian) (2019).
28. Xia, J., Miller, R.D., Xu, Y. and et al. "High-frequency Rayleigh-wave method", *Journal of Earth Science*, **20**(3), pp. 563-579 (2009).
29. Stokoe, K.H., Wright, S.G., Bay, J.A. and et al. "Characterization of geotechnical sites by SASW method, in Geophysical characterization of sites", ISSMFE Technical Committee# 10 (1994).
30. Rix, G.J. and Leipski E.A. "Accuracy and resolution of surface wave inversion, Recent advances in instrumentation, data acquisition and testing in soil dynamics", *Proceedings of Sessions Sponsored by the Geotechnical Engineering Division of the American Society of Civil Engineers in Conjunction with the ASCE Convention Orlando, Florida* (Oct. 21, 1991).

31. Zhang, S.X., Lung S.C. and Xia, J. "The selection of field acquisition parameters for dispersion images from multichannel surface wave data", *Pure and Applied Geophysics*, **161**(1), pp. 185-201 (2004).
32. Xia, J., Xu, Y., Chen, C. and et al. "Simple equations guide high-frequency surface-wave investigation techniques", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **26**(5), pp. 395-403 (2006).
33. Richart, F.E. "Vibrations of soils and foundations Prentice-Hall", Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, NJ: Prentice-Hall (1970).
34. Nakano, H. "On Rayleigh waves", *Jap. J. Astr. Geophys.*, **2**, pp. 1-94 (1925).
35. Seron, F.J., Sanz, F.J., Kindelan, M. "Finite-element method for elastic wave propagation", *Communications in Applied Numerical Methods*, **6**(5), pp. 359-368 (1990).
36. Pradhan, T. "Finite element modeling of impact-generated stress wave propagation in concrete Plates for non-destructive evaluation", Master of Science Thesis, Lehigh University (2015).
37. Olivier, G., Brenguier, F., Campillo, M. and et al. "Body-wave reconstruction from ambient seismic noise correlations in an underground mine", *Geophysics*, **80**(3), pp. KS11-KS25 (2015).
38. Moczo, P., Kristek, J., Vavrycuk, V. and et al. "3D heterogeneous staggered-grid finite-difference modeling of seismic motion with volume harmonic and arithmetic averaging of elastic moduli and densities", *Bulletin of the Seismological Society of America*, **92**(8), pp. 3042-3066 (2002).