

# بررسی تأثیرگام بسامدی در میرایی مودی شناسایی شده در یک شبکه‌ی دولایه

سجاد صالحی (دانشجوی دکتری)

دانشکده‌ی هندسی عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بايل

سیدامین مصطفویان<sup>\*</sup> (استادیار)

دانشکده‌ی هندسی عمران، دانشگاه پام نور تهران

محمد رضا داودی (دانشیار)

دانشکده‌ی هندسی عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بايل

دو خطای اریبی و تصادفی در برآورد میرایی سازه‌ها از طریق روش‌های حوزه‌ی بسامد حائز اهمیت هستند و انتخاب گام بسامدی مناسب می‌تواند به کاهش آنها بینجامد. در پژوهش حاضر، گام بسامدی که کمترین خطای اریبی و تصادفی را برای تعیین میرایی مودی به دست می‌دهد، تعیین شده است. بدین منظور، میرایی ۶ مود اول یک شبکه‌ی دولایه‌ی ساخته شده با سیستم پیوندهی گویسان از طریق روش‌های شناسایی خروجی - تنها تجزیه در حوزه‌ی بسامد ارتقا یافته (EFDD) و تجزیه در حوزه‌ی بسامد با برآش منحنی (CFDD) و با گام‌های بسامدی مختلف برآورد شده است. مقادیر میرایی به دست آمده از روش‌های مذکور با روش شناسایی ورودی - خروجی حوزه‌ی زمان ابراهیم (ITD)، به عنوان میرایی مبنای مقایسه شده است. نتایج میرایی‌های به دست آمده از روش‌های حوزه‌ی بسامد EFDD و CFDD نشان داده است که میان میرایی و گام بسامدی در هر مود، رابطه‌ی تقریباً خطی برقرار است. روش‌های حوزه‌ی بسامد در گام بسامدی در ۰/۰۶۲۵ هرتز در بیشتر مودها، کمترین اختلاف نسبی را با میرایی مبنای به میزان صفر تا ۲۱/۴۳٪ نشان دادند.

sajjad.salehi.66@gmail.com  
amin.mostafavian@gmail.com  
davoodi@nit.ac.ir

واژگان کلیدی: شبکه‌ی دولایه، میرایی، روش شناسایی خروجی - تنها، گام بسامدی، روش‌های حوزه‌ی بسامد، خطای اریبی، خطای تصادفی.

## ۱. مقدمه

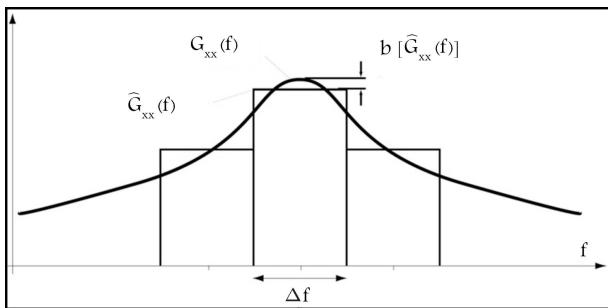
دلایل وجود مصالح مختلف در آن، حضور پیچ و نیروهای پیش‌تینیدگی، رواداری‌های ساخت، وجود نایپوستگی‌ها و فاصله‌ی آزاد بین قطعات است.<sup>[۵]</sup> تعیین تحریبی نسبت‌های میرایی مودی به عنوان یکی از پارامترهای دینامیکی سازه از دو روش کلی شناسایی مودال ورودی - خروجی و خروجی - تنها<sup>۱</sup> انجام می‌شود. در روش شناسایی مودال ورودی - خروجی، نسبت‌های میرایی بر اساس اطلاعاتی که توانان از ورودی (تحریک) و خروجی (پاسخ) سازه دریافت می‌شود، تعیین می‌شوند.<sup>[۶، ۷]</sup> حال آن‌که در روش شناسایی مودال خروجی - تنها، نسبت‌های میرایی بر اساس اطلاعاتی که فقط از خروجی سازه دریافت می‌شود، شناسایی می‌شوند.<sup>[۸]</sup> از آنجایی که روش شناسایی مودال ورودی - خروجی عمده‌تا در محیط آزمایشگاه و برای سازه‌های کوچک قبل کنترل، کاربرد دارد،<sup>[۹]</sup> بنابراین در سازه‌های واقعی با ابعاد بزرگ، مانند: شبکه‌های دولایه، تعیین پارامترهای مودال سازی از جمله میرایی، ناچاراً از روش تحلیل مودال خروجی - تنها انجام می‌گیرد.<sup>[۱۰]</sup> مراجع متعددی در زمینه‌ی برآورد میرایی از روش تحلیل مودال خروجی - تنها وجود دارد. در بعضی از مراجع،<sup>[۱۱، ۱۲]</sup> نشان داده شده است که در روش‌های خروجی - تنها، پراکنده‌ی بیشتری در برآوردهای میرایی نسبت به شکل مود و بسامد

شبکه‌های دولایه‌ی فضاکار، سیستم‌های پیش‌ساخته‌ی خاصی مشکل از دو شبکه‌ی موازی بالایی و پایینی هستند، که اتصال دو شبکه‌ی مذکور توسط اعضاء قائم و یا مورب جان در شکل‌های مختلف انجام می‌باید. سازه‌های ذکر شده عمده‌تا به صورت پیش‌ساخته در کارخانه تولید و در محل، موتاشر و نصب می‌شوند و به دلیل میرایی، مانند: سهولت و سرعت اجرا، وزن کم، سختی مناسب و قابلیت تعویض اعضا برای اجرای سقف در دهانه‌های بزرگ استفاده می‌شوند.<sup>[۱]</sup> با وجود آن‌که در سال‌های اخیر استفاده از شبکه‌های دولایه به طرز چشمگیری افزایش یافته است، اما همچنان مطالعات کافی درباره‌ی بررسی رفتار دینامیکی شان صورت نپذیرفته است. با وجود این‌که در مورد تعیین بسامد‌های طبیعی شبکه‌های دولایه با سیستم پیوندهی گویسان مطالعاتی انجام گرفته است،<sup>[۱۲، ۱۳]</sup> اما به دلیل پیچیدگی نوع خاص پیونده در سازه‌ی ذکر شده، مطالعات بسیار کمی در مورد تعیین میرایی شبکه‌های دولایه با سیستم پیوندهی گویسان انجام شده است.<sup>[۱۴]</sup> پیچیدگی رفتار پیونده‌ی گویسان به

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۹/۰۲/۱۳، اصلاحیه ۱۱، ۱۳۹۹/۰۴/۳۱، پذیرش ۱۳۹۹/۰۴/۳۱

DOI:10.24200/J30.2020.55665.2772



شکل ۱. خطای اربیبی در تخمین PSD.<sup>[۲۳]</sup>

ثابت و تکرارپذیر و ۲) خطاهای تصادفی: خطاهای تکرارنشدنی و غیردانئی.<sup>[۲۴]</sup>

## ۱.۲. خطای اربیبی در برآورد میرایی

جهت تخمین پارامتر میرایی در روش‌های حوزه‌ی بسامد ازتابع PSD استفاده می‌شود، که از محاسبه‌ی تبدیل فوریه‌یتابع خودهمبستگی مطابق رابطه‌ی ۱ به دست می‌آید:

$$G_{xx}(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (1)$$

که در آن،  $G_{xx}$  و  $R_{xx}$  به ترتیب توابع PSD و خودهمبستگی هستند و  $f$  متغیر بسامد است. هنگامی که توابع PSD به صورت تجربی محاسبه می‌شوند، توابع پیوسته‌ی مذکور مطابق شکل ۱، با تعدادی ستون‌های میله‌ی تقریب زده می‌شوند. در شکل ۱، مقدار واقعی با  $G_{XX}$  و مقدار تقریب زده شده با  $\hat{G}_{XX}$  نمایش داده شده است. تقریب‌های ذکر شده منجر به خطای اربیبی می‌شوند، که در شکل ۱ با  $[(\hat{G}_{xx}(f) - G_{xx}(f)) / G_{xx}(f)] \Delta f$  نشان داده شده است. با کاهش عرض ستون‌های میله‌ی  $\Delta f$  در

شکل ۱، خطای اربیبی نیز کاهش می‌یابد ( $\Delta f$  همان گام بسامدی است). مطابق شکل ۱، به طور کاملاً واضحی مشاهده می‌شود که جهت برآورد قله‌های تیزتر، هر چه  $\Delta f$  بزرگ‌تر باشد، منجر به خطای اربیبی بزرگ‌تری می‌شود. به منظور برآورد قله‌های ذکر شده، نیاز به  $\Delta f$  های بسیار کوچک است، که منجر به کاهش خطای اربیبی شود.

خطای اربیبی برابر با میانگین مقادیر اندازه‌گیری شده از یک پارامتر منهای مقدار اصلی آن پارامتر، مطابق رابطه‌ی ۲ است:

$$b[\hat{G}_{xx}(f)] = E[\hat{G}_{xx}(f)] - G_{xx}(f) \quad (2)$$

که در آن، میانگین مقادیر  $(f) \hat{G}_{xx}(f) \Delta f$  در بازه‌ی  $\Delta f$  یعنی  $E[\hat{G}_{xx}(f)]$  از رابطه‌ی ۳ محاسبه می‌شود:

$$E[\hat{G}_{xx}(f)] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{G}_{xx}(f)_i \quad (3)$$

معمولًاً خطای یک برآورد به صورت نسبی و با عبارت کسری تقسیم مقدار مطلق آن خطأ بر مقدار واقعی پارامتر بیان شده است، که خطای نرمال نامیده می‌شود. مقدار خطای نرمال اربیبی  $\varepsilon_b$  مطابق رابطه‌ی ۴ محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_b = \frac{b[\hat{G}_{xx}(f)]}{G_{xx}(f)} \quad (4)$$

طبيعي وجود دارد. در برخی مراجع دیگر<sup>[۱۸-۱۲]</sup> نشان داده است که اختلاف میان نتایج میرایی برآورد شده به کمک روش‌های مختلف شناسایی خروجی - تنها قابل ملاحظه است. در بعضی از مراجع<sup>[۱۰]</sup> برآوردهای میرایی به کمک روش‌های خروجی - تنها اغلب غیردقیق تلقی می‌شود. مطابق برخی مراجع دیگر<sup>[۲۲, ۲۱]</sup> محدوده‌ی خطای میرایی در برآوردهای تجربی می‌تواند مقداری بزرگ باشد.

در تحلیل خروجی - تنها، دو روش پرکاربرد که برای شناسایی پارامترهای مودال استفاده می‌شود، روش‌های تجزیه در حوزه‌ی بسامدی ارتقاء یافته (EFDD)<sup>۲</sup> و تجزیه در حوزه‌ی بسامدی با برازن متحنجی (CFDD)<sup>۳</sup> هستند. به دلیل این‌که شناسایی سازه‌ی در دو روش ذکر شده‌ی حوزه‌ی بسامد، براساس تحلیل طیفی داده‌های پاسخ انجام می‌شود<sup>[۲۲]</sup> تخمین‌های میرایی به کمک آنها تحت تأثیر دو خطای اربیبی<sup>۴</sup> و تصادفی<sup>۵</sup> هستند.<sup>[۲۴]</sup> خطای اربیبی، یک خطای سیستماتیک است، که ثابت و تکرارپذیر است؛ در حالی که خطای تصادفی، تکرارنشدنی و غیردانئی است و در اثر پراکنندگی داده‌ها ایجاد می‌شود.<sup>[۲۶]</sup> برای کاهش خطای اربیبی در تحلیل‌های طیفی، از گام بسامدی مناسب، یعنی به اندازه‌ی کافی کوچک، استفاده می‌شود.<sup>[۲۷]</sup> برای کاهش خطای تصادفی و در نتیجه داشتن داشتن تخمین مناسبی از طیف پاسخ، به مقدار بالایی از میانگین‌گیری یا برهمنهی نیاز است.<sup>[۲۴]</sup> برای این منظور، باید مدت زمان ثبت داده‌ها به اندازه‌ی کافی بزرگ باشد<sup>[۲۰]</sup> و یا گام بسامدی، به اندازه‌ی کافی بزرگ انتخاب شود تا تعداد میانگین‌گیری افزایش یابد. نهایتاً برای داشتن تخمین قابل اطمینانی از میرایی، باید تعداد مناسبی از میانگین‌گیری به همراه عدد مناسبی از گام بسامدی در نظر گرفته شود.<sup>[۲۱]</sup>

کوچک در نظر گرفتن گام بسامدی منجر به کاهش خطای اربیبی و افزایش خطای تصادفی می‌شود و بر عکس، انتخاب عدد بزرگی برای گام بسامدی به افزایش خطای اربیبی و کاهش خطای تصادفی می‌انجامد.<sup>[۲۷]</sup> بنابراین باید یک گام بسامدی مناسبی وجود داشته باشد، که مجموع دو خطای اربیبی و تصادفی را به میزان کمینه برساند.

نظر به پیچیدگی پدیده‌ی میرایی و نیز ضرورت تعیین میرایی برای مطالعه‌ی رفتار دینامیکی، در پژوهش حاضر میرایی‌های مودی یک شبکه‌ی دولایه دارای پیوندهای گویسان با تعیین یک گام بسامدی مناسب، به نحوی شناسایی شده است که مجموع خطاهای اربیبی و تصادفی در روش‌های حوزه‌ی بسامد، کمینه‌ی ممکن باشند. بدین منظور یک شبکه‌ی دولایه با سیستم پیوندهای گویسان در آزمایشگاه ساخته شد و با انجام آزمایش مodal خروجی - تنها، نسبت‌های میرایی مودی مربوط به چند مود اول سازه‌ی ذکر شده (مودهای با سامد طبیعی زیر ۱۰۰ هرتز) تعیین شدند. روش‌های شناسایی خروجی - تنها استفاده شده شامل EFDD و CFDD است. سپس با انجام آزمایش مodal ورودی - خروجی، همان نسبت‌های میرایی از روش شناسایی ورودی - خروجی حوزه‌ی زمان ابراهیم (ITD)<sup>۶</sup> اندازه‌گیری شدند. در ادامه، مقدار نسبت‌های میرایی به دست آمده از دو روش شناسایی خروجی - تنها با گام‌های مختلف بسامدی با مقادیر متناظر به دست آمده از دو روش شناسایی ورودی - خروجی به عنوان مقادیر مبنای مقایسه و در نهایت، یک گام بسامدی مناسب جهت تخمین میرایی برای شبکه‌ی دولایه مذکور تعیین شده است.

## ۲. تخمین میرایی و خطای آن در روش‌های حوزه‌ی بسامد

معمولًاً در تعیین تابع چگالی طیفی توان (PSD)<sup>۷</sup> جهت تخمین پارامترهای دینامیکی سازه، دو دسته خط اتفاق می‌افتد: ۱) خطاهای سیستماتیک (اربیبی)؛ خطاهای

بنداد<sup>۸</sup> و همکاران (۲۰۱۱)،<sup>[۲۳]</sup> با تعریف  $B_e$  به عنوان گام بسامدی (که همان  $\Delta f$  است)، تقریبی از خطای آریبی را مطابق رابطه‌ی ۵ ارائه کردند:

$$\begin{aligned} Var[\hat{G}_{xx}(f)] &= E\left[\left(\hat{G}_{xx}(f) - E[\hat{G}_{xx}(f)]\right)^2\right] = \\ E[\hat{G}_{xx}(f)^2] - E^2[\hat{G}_{xx}(f)] \end{aligned} \quad (11)$$

خطای تصادفی برابر انحراف استاندارد مقادیر برآورده است، که با علامت  $\sigma$  نشان داده می‌شود، که همان جذر واریانس داده هاست، که مطابق رابطه‌ی ۱۲ محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \sigma[\hat{G}_{xx}(f)] &= \sqrt{Var[\hat{G}_{xx}(f)]} = \\ \sqrt{E[\hat{G}_{xx}(f)^2] - E^2[\hat{G}_{xx}(f)]} \end{aligned} \quad (12)$$

برنده و همکاران (۲۰۰۲)،<sup>[۲۴]</sup> برای تخمین خطای تصادفی در برآورد عبارت  $Var[\hat{G}_{xx}(f)]$  را به صورت رابطه‌ی تقریبی ۱۳ بیان کردند:

$$Var[\hat{G}_{xx}(f)] \approx \frac{G'_{xx}(f)}{T_t B_e} \quad (13)$$

که در آن،  $T_t$  برابر طول کل رکورد و  $B_e$  همان گام بسامدی است. همچنین مربع خطای نرمال تصادفی (۶) از رابطه‌ی ۱۴ محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_r^2 \approx \frac{Var[\hat{G}_{xx}(f)]}{G_{xx}(f)^2} \approx \frac{1}{T_t B_e} \quad (14)$$

در عمل، کل زمان اندازه‌گیری  $T_t$ ، مطابق رابطه‌ی ۱۵ به  $n_d$  زیربخش با مدت زمان  $T$  تقسیم می‌شود. نمودار PSD با محاسبه‌ی تعداد  $n_d$  برآورده با طول زمان  $T$  و میانگین‌گیری از نتایج حاصل جهت یک برآورد دقیق به دست می‌آید. این نتایج ممکن است با تقسیم یک رکورد طولانی به  $n_d$  قسمت با مدت زمان  $T$  اتفاق یافته و یا ممکن است با تکرار یک آزمایش به تعداد  $n_d$  بار در شرایط مشابه رخ دهد. در واقع، تعداد  $n_d$  نشان‌دهنده‌ی میانگین رکوردهای مختلف در هر بازه‌ی زمانی است.<sup>[۲۵]</sup>

$$T_t = n_d T \quad (15)$$

با توجه به تعریف  $B_e$  و رابطه‌ی گام بسامدی  $f$  با مدت زمان  $T$ ، معادله‌ی ۱۴ به صورت معادله‌ی ۱۶ بازنویسی می‌شود:

$$\varepsilon_r^2 = \frac{1}{n_d} \quad (16)$$

مطابق رابطه‌ی ۱۶ به دست آمده می‌توان بیان کرد که مقدار خطای تصادفی، به تعداد میانگین  $n_d$  وابسته است. با توجه به روابط ۱۵ و ۱۶ می‌توان بیان کرد که با ثابت  $T_t$ ، برای کاهش خطای تصادفی باید تعداد  $n_d$  ها به اندازه‌ی کافی بزرگ باشد. همچنین جهت کاهش خطای آریبی، با توجه به روابط ۸ و ۱۵، مدت زمان  $T$  باید به اندازه‌ی ممکن بزرگ باشد. همچنین مطابق روابط ۸ و ۱۶ می‌توان گفت که با ثابت  $T_t$ ، مقادیر خطای آریبی و تصادفی به صورت عکس یکدیگر تغییر می‌کنند؛ زیرا با افزایش تعداد  $n_d$ ، مقدار خطای تصادفی، کاهش می‌یابد؛ اما در مقابل با توجه به رابطه‌ی ۱۵، مقدار  $T$  کاهش و در نتیجه، گام بسامدی و خطای آریبی افزایش می‌یابند.

بنداد<sup>۹</sup> و همکاران (۲۰۱۱)،<sup>[۲۶]</sup> با تعریف  $B_e$  به عنوان گام بسامدی (که همان  $\Delta f$  است)، تقریبی از خطای آریبی را مطابق رابطه‌ی ۵ ارائه کردند:

$$b[\hat{G}_{xx}(f)] \approx \frac{B_e^2}{2^4} \ddot{G}_{xx}(f) \quad (5)$$

که در آن،  $(f)$  مشتق دوم تابع  $G_{xx}$  نسبت به متغیر بسامد است و از طرق رابطه‌ی ۶ محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \ddot{G}_{xx}(f) &= \\ -8\pi^2 \int_{-\infty}^{\infty} \tau^2 R_{xx}(\tau) e^{-j\pi f \tau} d\tau &\approx \left(-\frac{\Lambda}{Br}\right) G_{xx}(f) \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن،  $B_r$  پهنای باند روش نیم - توان است. به کمک دو رابطه‌ی ۵ و ۶، خطای نرمال آریبی مطابق رابطه‌ی ۷ محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_b = \frac{b[\hat{G}_{xx}(f)]}{G_{xx}(f)} = -\frac{1}{3} \left(\frac{B_e}{B_r}\right)^2 \quad (7)$$

همان طور که اشاره شد، در رابطه‌ی ۷،  $B_e$  برابر  $\Delta f$  و  $B_r$  همان  $2\xi_n \omega_n$  (پهنای باند روش نیم - توان) است که در آن  $\xi_n$  و  $\omega_n$  به ترتیب میرایی و بسامد زاویه‌ی مود  $\lambda$  هستند. در نتیجه، قدر مطلق رابطه‌ی ۷ به فرم معادله‌ی ۸ بازنویسی می‌شود:<sup>[۲۷]</sup>

$$|\varepsilon_b| = \frac{1}{3} \left(\frac{B_e}{Br}\right)^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta f}{2\xi_n \omega_n}\right)^2 \quad (8)$$

همچنین برنده<sup>۹</sup> و همکاران (۲۰۱۱)،<sup>[۲۸]</sup> بیان داشتند هرگاه مدت زمان ثبت داده به اندازه‌ی کافی باشد، در نظر گرفتن خطای آریبی حدود ۲٪ در برآورد  $\Delta f$ ، معمول است. بنابراین در رابطه‌ی ۸ با در نظر گرفتن  $|\varepsilon_b| \approx 2\%$  و با توجه به این که  $\omega_n = 2\pi f_n$  در آن  $f_n$  بسامد طبیعی مود  $\lambda$  است، اندازه‌ی میرایی مطابق رابطه‌ی تقریبی ۹ محاسبه می‌شود:

$$\frac{\Delta f}{\pi f_n} = \frac{1}{\pi \frac{f_n}{\Delta f}} \quad (9)$$

همان طور که در رابطه‌ی ۹ مشاهده می‌شود، مقدار میرایی در معادله‌ی اخیر (۶)، میرایی با لحاظ کردن خطای آریبی حدود ۲٪ در برآورد PSD است، که با میرایی آریبی شناخته می‌شود.<sup>[۲۹]</sup> همچنین مشاهده می‌شود که با بزرگتر شدن گام بسامدی، مطابق رابطه‌ی ۹، اندازه‌ی میرایی بزرگ‌تر می‌شود. از آنجا که مطابق رابطه‌ی نایکوئیست - شانون<sup>۱۰</sup>، گام بسامدی  $\Delta f$  با مدت زمان  $T$  نیز برقراز است. عکس دارد رابطه‌ی ۱۰، نتیجه‌گیری اخیر با کوچک شدن زمان  $T$  نیز برقراز است. بنابراین در مرحله‌ی انجام تبدیلات فوریه، از تعداد غیرصحیحی از نتایج یک سیگنال تبدیل فوریه گرفته می‌شود، که منجر به خطای آریبی بیشتری ناشی از نشت می‌شود.<sup>[۲۶]</sup> در نتیجه، قله‌های طیف PSD به همان اندازه‌ی واقعی خودشان تعیین نمی‌شوند.

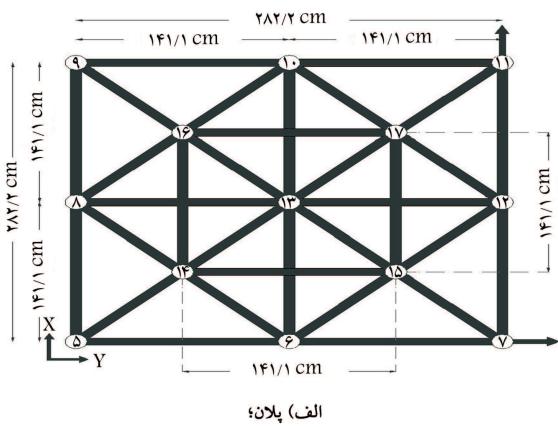
$$\Delta f = \frac{1}{T} \quad (10)$$

## ۲. خطای تصادفی در برآورد میرایی

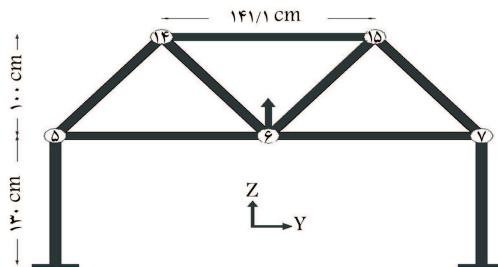
واریانس مقادیر  $(f)$ ،  $\hat{G}_{xx}(f)$ ، با عبارت  $Var[\hat{G}_{xx}(f)]$  نشان داده می‌شود، که طبق تعریف، مقدار آن برابر با میانگین مرتع تفاوت میان میانگین مقادیر  $(f)$   $\hat{G}_{xx}$  از تک



شکل ۲. شبکه‌ی دولایه‌ی بررسی شده.



الف) پلان؛



ب) نمای جانبی شبکه‌ی دولایه مطالعه شده.

شکل ۳. پلان و نمای جانبی شبکه‌ی دولایه مطالعه شده. (پیکان‌ها نمایانگر شتاب سنج‌های مرجع هستند).



شکل ۴. یک نمونه پیوندهای گویسان در شبکه‌ی دولایه مطالعه.

مطابق روابط ارائه شده می‌توان گفت که با انتخاب یک گام بسامدی مناسب، مجموع خطاهای ذکر شده کمینه می‌شوند. بنابراین در پژوهش حاضر، میرایی سازه‌ی مورد مطالعه با استفاده از روش‌های حوزه‌ی بسامد EFDD و CFDD، با گام‌های بسامدی مختلف تخمین زده شده است. سپس با انتخاب یک مبنای مناسب جهت مقایسه، گام بسامدی مناسب جهت کمینه‌سازی خطاهای تعیین شده است.

### ۳. مدل فیزیکی شبکه‌ی دولایه

مطابق شکل ۲، یک شبکه‌ی دولایه با سیستم پیوندهای گویسان با دو دهانه در دو دهانه در آزمایشگاه ساخته شد. شبکه‌ی دولایه ذکر شده در چهار گوشی بر روی ۴ لوله‌ی فولادی به عنوان تکیه‌گاه قرار گرفت. پلان و نمای جانبی مدل شبکه‌ی اخیر در شکل ۳ ملاحظه می‌شود. شبکه‌ی دولایه مذکور ۳۲ جزء قابی و ۱۳ گوی پیش‌ساخته دارد، که همگی مشابه هستند. اجزاء قابی در وسط، شامل یک لوله‌ی میانی به طول، قطر و ضخامت جداره‌ی اسمی به ترتیب ۱۲۰ و ۷۶۴ و ۰،۳۵ متری متر و در دو انتهای دارای اجزاء اتصال دهنده شامل قطعه‌ی مخروطی انتهایی، پیچ و غلاف هستند. وزن تقریبی سازه، ۳۶ کیلوگرم و ارتفاع کلی آن شامل ارتفاع ستون ۱/۳ (متر) و فاصله‌ی بین دولایه ۱۰ (متر) بوده است، که در مجموع برابر ۲/۳ متر است. همان‌طوری که اشاره شد، پیوندهای شبکه‌ی اخیر از نوع گویسان است، که در شکل ۴، یک نمونه از آن نشان داده است. همچنین قابل ذکر است، برای اتصال اجزاء شبکه تا قبل از مونتاژ تمامی اعضاء، کلیه‌ی پیچ‌ها در حالت شل بوده و پس از آن طی دو مرحله، پیچ‌ها تا حد امکان سفت شده‌اند.

### ۴. آزمایش مودال خروجی - تنها

جهت انجام آزمایش مودال خروجی - تنها، از یک تحلیل‌گر طیفی ۴ کاتالوگ مربوط به شرکت K B&K مدل C PULSE<sup>۳۵۶۰</sup> استفاده شده است. مطابق توصیه‌ی برینکر و ونچورا<sup>[۲۰ ۱۵]</sup>، برای یک سازه‌ی سه‌بعدی، دستکم سه شتاب سنج مرجع، که هرکدام در یکی از جهات دستگاه مختصات کارتزین قرار می‌گیرند، مورد نیاز است. موقعیت سه شتاب سنج اخیر، که در تمام اندازه‌گیری‌ها ثابت نگه داشته می‌شود، به کمک نتایج تحلیلی اولیه تعیین شد، به نحوی که موقعیت‌های مذکور بیشترین میانگین شتاب مودی را برای مودهای مدنظر یعنی مودهای با بسامد طبیعی ۱۰۰ هرتز داشته‌اند. قرارداد شماره‌گذاری گره‌های شبکه‌ی اشاره شده در شکل ۳ مشاهده می‌شود، که مطابق آن، جهت و محل قرارگیری شتاب سنج‌های مرجع در گره‌های ۱۱، ۷ و ۶ و به ترتیب در جهات x, y و z است. با توجه به این که تعداد درجه‌های آزادی شبکه ۳۹ از تعداد کانال‌های دستگاه ۴ بیشتر است، بنابراین چاره‌یی جز چینش نوبتی شتاب سنج چهارم در نقاط مختلف شبکه وجود نداشته است، که به صورت متغیر بر روی گره‌های سازه (گوی‌ها) و در هر یک از جهات دستگاه مختصات کارتزین به نوبت جایه‌جا شده است. بدین ترتیب در مجموع ۳۶ اندازه‌گیری انجام شد.

مدت زمان هر اندازه‌گیری پاسخ بر اساس رابطه‌ی پیشنهادی برینکر و ونچورا<sup>[۲۰ ۱۵]</sup> و اطلاعات به دست آمده از آزمایش‌های اولیه، برابر ۳۶۰ ثانیه ( $T_t = 360 \text{ Sec}$ ) انتخاب شد. تحریک سازه توسط ضربه‌های متواالی به سازه در طول زمان اندازه‌گیری پاسخ بوده است. ضربه‌های اخیر به گره‌های مختلف و در جهات مختلف به صورت کاملاً تصادفی به سازه اعمال شد. گام زمانی اندازه‌گیری

جدول ۱. مقادیر گام بسامدی  $\Delta f$  مدت زمان T در نظر گرفته شده است.

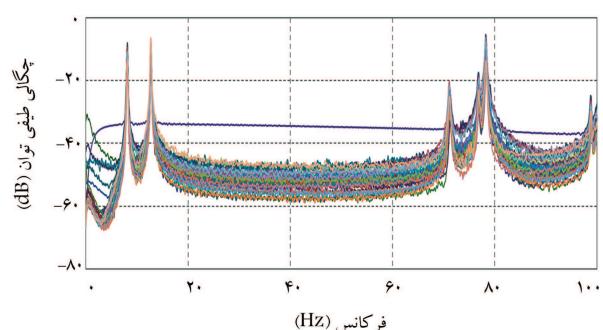
$\Delta f$	(ثانیه) $T = \frac{1}{\Delta f}$
۰,۲۵۰	۴
۰,۱۲۵	۸
۰,۰۶۲۵	۱۶
۰,۰۳۱۳	۳۲
۰,۰۱۵۶	۶۴
۰,۰۰۷۸	۱۲۸

میانه، مقدار بیشینه دارند. بسیاری از توابع توزیع احتمال رایج، از نوع بل هستند. توابع گوسی و توزیع احتمال کوشی، نمونه هایی از توابع بل هستند که کاهش مقدار واریانس، آنها را به توزیع دلتای دایرک نزدیک می سازد. تابع چگالی طیف توان یک درجه‌ی آزادی شناسایی شده در حوالی قله‌ی ریزونанс، با استفاده از تبدیل فوریه‌ی گسسته‌ی معکوس به حوزه‌ی زمان بازگردانده می‌شود. بسامد طبیعی از طریق تعیین زمان‌های گذر از صفر و میرایی به وسیله‌ی کاهش لگاریتمی تابع خودهمبستگی نرمال شده‌ی سیستم یک درجه‌ی آزادی مرتبط به دست می‌آید.<sup>[۲۱]</sup>

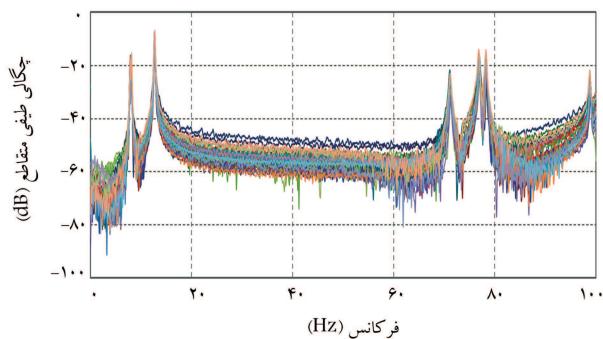
- روش تجزیه در حوزه‌ی بسامدی با برآش منحنی: در روش مذکور، تابع طیفی یک درجه‌ی آزادی بل تشکیل می‌شوند. با برآش تابع طیفی بل یک درجه‌ی آزادی، به کمک تخمین کمینه‌ی مرتعات حوزه‌ی بسامد، بسامدهای طبیعی و نسبت‌های میرایی هر مود تعیین می‌شود. با توجه به این‌که که تابع طیفی یک درجه‌ی آزادی تشکیل شده مستقل از تأثیر مودهای دیگر هستند، بنابراین فقط یک مقدار ویژه برای برآش وجود دارد و بسامدهای طبیعی و نسبت‌های میرایی از مقادیر ویژه اشاره شده استخراج می‌شوند. از مزایای روش تجزیه در حوزه‌ی بسامد با برآش منحنی، تخمین دقیق بسامد طبیعی و نسبت میرایی به ویژه در صورت تحریک هارمونیک است. شکل‌های مودی در روش اخیر نیز دقیقاً مشابه روش EFDD محاسبه می‌شود.<sup>[۲۲]</sup>

همان طورکه اشاره شد، یکی از مهم‌ترین پارامترهایی که تأثیر بسیار زیادی در شناسایی پارامترهای مودال و به خصوص میرایی، از روش‌های حوزه‌ی خروجی - تنها دارد، گام بسامدی است. در پژوهش حاضر مقادیر بسامدها و میرایی‌های مودی با انتخاب گام‌های مختلف با استفاده از نرم‌افزار ARTeMIS Modal<sup>[۲۳]</sup> تخمین زده شده و همچنین، محدوده‌ی وسیعی از گام‌های بسامدی در نظر گرفته شده است. مقادیر گام‌های در نظر گرفته شده به همراه مقادیر متناظر مدت زمان T در جدول ۱ ارائه شده‌اند.

نتایج بسامدهای طبیعی و نسبت‌های میرایی از دو روش EFDD و CFDD به ترتیب در جدول‌های ۲ و ۳ ارائه شده است. از آن‌جا که با تغییر گام بسامدی، تغییرات محسوسی در مقادیر بسامدی‌های طبیعی رخ نداده است، نتایج آنها در جدول‌های مذکور در همه‌ی گام‌ها ثابت بوده و فقط نتایج میرایی، در گام‌های مختلف گزارش شده است. بسامد طبیعی مودهای ۱ و ۲ نیز مودهای ۵ و ۶ بسیار نزدیک هستند، که نشان‌گر وجود مودهای با فاصله‌ی کم یا مودهای زوج (از ویژگی‌های سازه‌های متقاضی) در ساره است. اما روش‌های EFDD و CFDD به خوبی توانستند آنها را شناسایی کنند. همچنین مقایسه‌ی نتایج بسامدهای طبیعی شناسایی شده از دو روش اخیر نشان می‌دهد عملانداختی میان نتایج آنها وجود ندارد. مطابق نتایج جدول‌های



(الف) تابع PSD حاصل مربوط به شتاب سنج مرجع در گره ۷



(ب) تابع CSD حاصل میان شتاب سنج های مرجع در گره ۷ و ۱۱

شکل ۵. تابع چگالی طیفی توان و متقاطع، مربوط به شتاب سنج های مرجع نصب شده در شبکه دولایه.

پاسخ ۱۹۵ ± ۰,۰۰ ثانیه و معادل بسامد نمونه برداری ۵۱۲ هرتز با بسامد نایکوپست ۲۵۶ هرتز بوده است، که خیلی بزرگ‌تر از بیشترین بسامد طبیعی مدنظر سازه، یعنی ۱۰۰ هرتز است.

به عنوان نمونه، در شکل ۵ - الف، نمودار PSD همه‌ی ۳۶ اندازه‌گیری برای شتاب سنج مرجع در گره ۷ و در شکل ۵ - ب، نمودار چگالی طیفی متقاطع (CSD) مربوط به شتاب سنج های مرجع در گره‌های ۷ و ۱۱ راهه شده است. مطابق نمودارهای اشاره شده، در همه‌ی اندازه‌گیری‌ها، محل قله‌ها تغییری نداشته است، که نشان‌دهنده‌ی محل بسامدهای طبیعی سازه است.

## ۵. تحلیل مودال خروجی - تنها

به منظور استخراج پارامترهای مودال در روش شناسایی خروجی - تنها، از روش‌های CFDD و EFDD استفاده شده است، که خلاصه‌ی از مبانی هر یک از دو روش مذکور در ادامه ارائه شده است:

- روش تجزیه در حوزه‌ی بسامدی ارتقاء یافته: روش ذکر شده در مقایسه با روش تجزیه در حوزه‌ی بسامدی (FDD)<sup>[۱۱, ۲۹]</sup> با افزایش یک لایه‌ی برآورد مودال، دقت تخمین بسامدهای طبیعی و شکل مودهای را ارتقاء می‌دهد و امکان تخمین میرایی را نیز ایجاد می‌کند. برآورد مودال در روش تجزیه در حوزه‌ی بسامدی ارتقاء یافته، شامل دو گام است: در گام اول، قله‌ها مشابه روش FDD انتخاب می‌شوند و در گام دوم، با استفاده از شکل مودهای شناسایی شده از روش FDD نتایج طیفی یک درجه‌ی آزادی بل<sup>[۱۲]</sup> تشکیل می‌شود. نتایج بل، یک تابع ریاضی است که مشخصه‌ی آن، منحنی زنگوله‌ی شکل است. نتایج بل معمولاً پیوسته و متقاضی هستند و در ابتدا و انتهای به سمت صفر نزدیک می‌شوند و تقریباً در

جدول ۲. بسامد طبیعی و میرایی شناسایی شده از روش EFDD به ازاء گام‌های بسامدی مختلف.

شماره‌ی مود	بسامد طبیعی (هرتز)	گام بسامد (هرتز)	میرایی (درصد)	مود ۳	مود ۴	مود ۵	مود ۶
شماره‌ی مود	بسامد طبیعی (هرتز)	گام بسامد (هرتز)	میرایی (درصد)	مود ۱	مود ۲	مود ۳	مود ۴
۷,۹۲	۱,۸۸	۰,۲۵۰۰	۰,۲۹	۰,۳۶	۰,۸۴	۰,۲۱	۰,۲۹
۷,۹۹	۰,۱۲۵۰	۰,۱۲۵۰	۰,۲۲	۰,۲۴	۰,۵۱	۰,۱۵	۰,۲۲
۰,۵۵	۰,۰۶۲۵	۰,۰۶۲۵	۰,۱۸	۰,۱۷	۰,۳۱	۰,۱۲	۰,۱۸
۰,۳۵	۰,۰۳۱۳	۰,۰۳۱۳	۰,۱۶	۰,۱۳	۰,۱۸	۰,۱۰	۰,۱۶
۰,۲۷	۰,۰۱۵۶	۰,۰۱۵۶	۰,۱۵	۰,۱۱	۰,۱۲	۰,۰۹	۰,۱۵
۰,۲۳	۰,۰۰۷۸	۰,۰۰۷۸	۰,۱۴	۰,۱۱	۰,۰۹	۰,۰۸	۰,۱۴
۸,۰۰	۱,۲۸	۱,۸۸	۲,۰۷	۲,۲۷	۹,۳۳	۲,۶۳	۱,۲۸
۷,۹۲	۸,۱۷	Max/min					

جدول ۳. بسامد طبیعی و میرایی شناسایی شده از روش CFDD به ازاء گام‌های بسامدی مختلف.

شماره‌ی مود	بسامد طبیعی (هرتز)	گام بسامد (هرتز)	میرایی (درصد)	مود ۳	مود ۴	مود ۵	مود ۶
شماره‌ی مود	بسامد طبیعی (هرتز)	گام بسامد (هرتز)	میرایی (درصد)	مود ۱	مود ۲	مود ۳	مود ۴
۷,۹۲	۲,۲۶	۰,۲۵۰۰	۰,۳۷	۰,۸۸	۰,۳۷	۰,۲۲	۰,۲۲
۱,۱۱	۰,۱۲۵۰	۰,۱۲۵۰	۰,۲۳	۰,۵۲	۰,۲۳	۰,۱۶	۰,۲۴
۰,۵۹	۰,۰۶۲۵	۰,۰۶۲۵	۰,۱۷	۰,۲۹	۰,۲۹	۰,۱۳	۰,۱۹
۰,۳۸	۰,۰۳۱۳	۰,۰۳۱۳	۰,۱۴	۰,۱۶	۰,۱۶	۰,۱۱	۰,۱۶
۰,۲۵	۰,۰۱۵۶	۰,۰۱۵۶	۰,۱۲	۰,۱۱	۰,۱۲	۰,۱۰	۰,۱۴
۰,۲۱	۰,۰۰۷۸	۰,۰۰۷۸	۰,۱۱	۰,۰۹	۰,۱۵	۰,۰۹	۰,۱۳
۹,۷۶	۱۰,۷۶	Max/min					
۹,۷۸	۹,۷۸						
۲,۵۴	۲,۵۴						
۳,۳۶	۳,۳۶						
۲,۴۴	۲,۴۴						

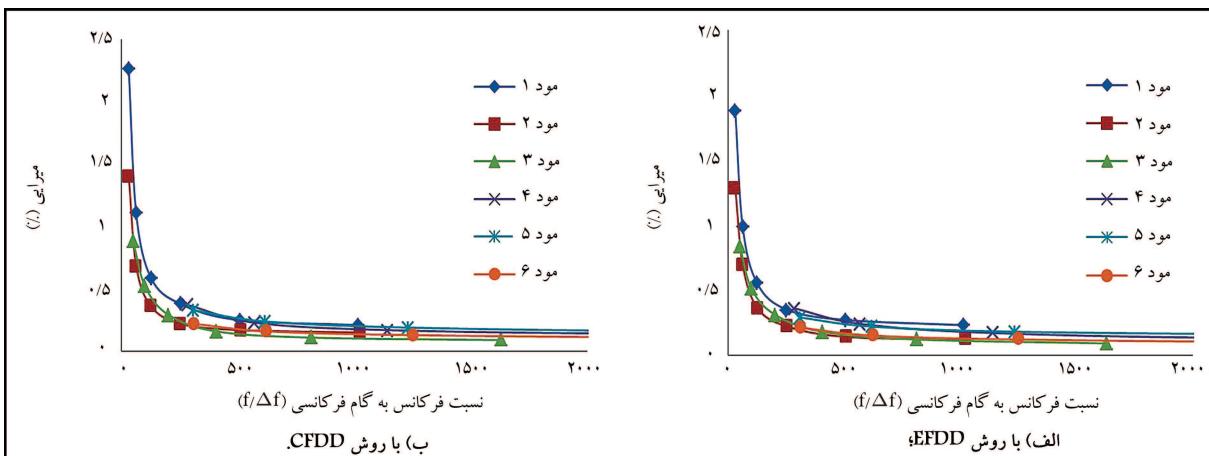
الف و ۷ - ب مشاهده می‌شود. همچنین مقایسه‌ی شکل‌های ۷ - الف و ۷ - ب با شکل ۷ - ج نشان می‌دهد که مقادیر میرایی به دست آمده در هر مود از مقادیر متناظر تئوری در نمودار ۷ - ج بزرگ‌تر است. منحنی‌های ترسیم شده در شکل ۷ - ج با فرض وجود خطای اربیتی ۰/۲٪ به دست آمده است، که اختلاف نمودارها می‌تواند به علت بزرگ‌تر بودن خطای اربیتی از ۰/۲٪ و همچنین وجود خطاهای دیگر ایجاد کنند، میرایی بیشتری نشان می‌دهند.<sup>[۲۴]</sup> با مقایسه‌ی نسبت میرایی بیشتری به کمینه‌ی به دست آمده در گام‌های مختلف برای هر مود، به عنوان معیاری برای نشان دادن پراکندگی نتایج میرایی مشاهده می‌شود، که این نسبت در جدول‌های ۲ و ۳، با افزایش شماره‌ی مود در هر دو روش EFDD و CFDD کاهش می‌یابد.

کاهش پراکندگی نتایج در مودهای بالاتر به دلیل تأثیر مقدار بسامد در خطای اربیتی مطابق رابطه‌ی ۹ است.

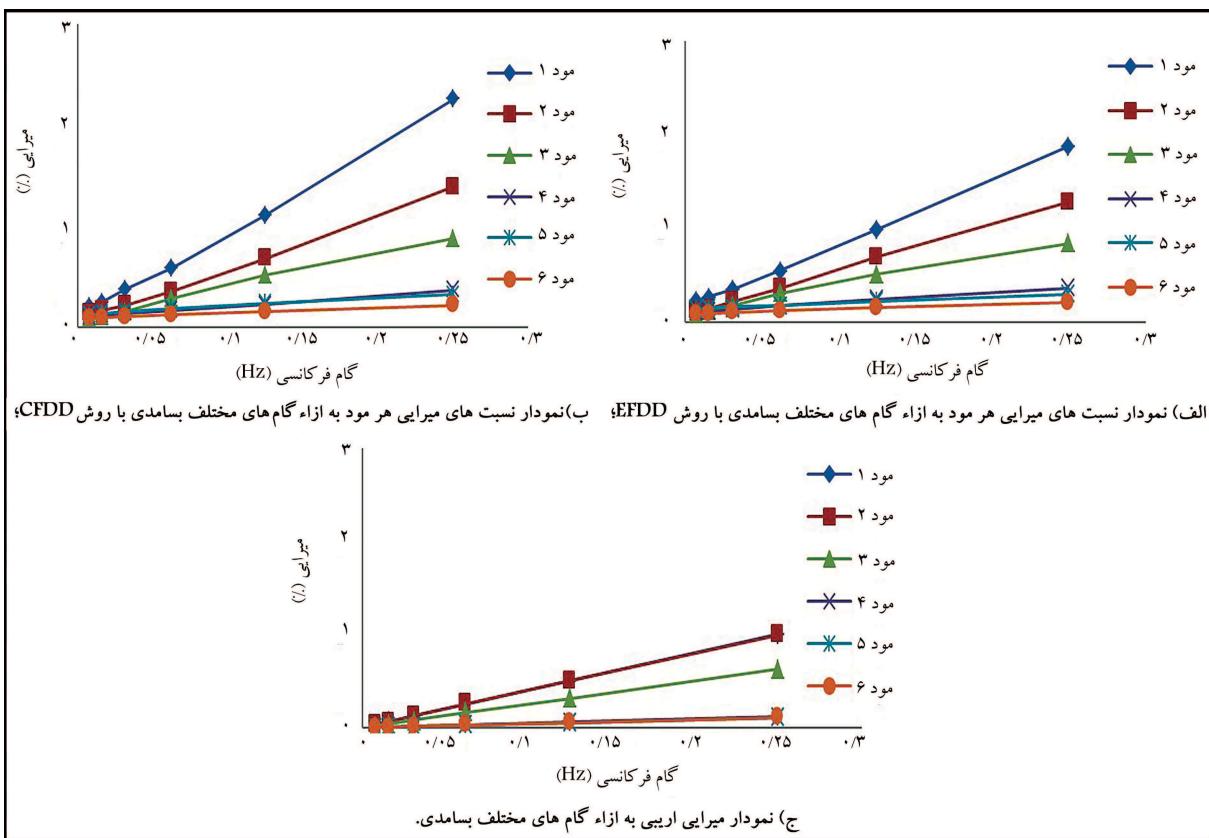
مطابق جدول‌های ۲ و ۳، مقادیر میرایی با کاهش گام بسامدی کاهش یافته‌اند. برای نشان دادن این روند کاهشی، نمودار تغییرات میرایی ۶ مود اول سازه در مقابل نسبت بسامد طبیعی به گام بسامدی ( $\frac{f}{\Delta f}$ ) از روش‌های EFDD و CFDD به ترتیب در شکل ۶ الف و ب ارائه شده است. با کاهش گام بسامدی  $\Delta f$ ، قله‌های نمودار تخمین زده شده PSD تیزتر شده و در نتیجه، مقدار میرایی کاهش یافته است. روند تغییرات میرایی به ازاء گام‌های مختلف در دو روش EFDD و CFDD به ترتیب در شکل‌های ۷ - الف و ۷ - ب ملاحظه می‌شود. نمودار میرایی تئوری اربیتی نیز با استفاده از رابطه‌ی تئوری ۹، در شکل ۷ - ج ارائه شده است، که نشان می‌دهد روند تغییرات میرایی با افزایش گام بسامدی، خطی است. روند خطی بودن تقریباً در نتایج به دست آمده از روش‌های EFDD و CFDD به ترتیب در شکل‌های ۷ -

## ۶. تعیین گام بسامدی مناسب

با توجه به نتایج جدول‌های ۲ و ۳ مشاهده می‌شود که مقادیر میرایی با تغییرات گام بسامدی دستخوش تغییر می‌شوند. همان طوری که قبل از اشاره شده است، وجود دو نوع خطای اربیتی و تصادفی در اطلاعات خروجی و در حین تبدیلات فوریه در روش‌های حوزه‌ی بسامد، دلیل اصلی تغییرات اخیر است. از آنجایی که مطابق روابط ارائه شده‌ی خطاهای در قسمت ۲، با افزایش گام بسامدی  $f$ ، خطای اربیتی افزایش و خطای تصادفی کاهش می‌یابد. بنابراین، در صورت استفاده از روش‌های حوزه‌ی بسامد جهت شناسایی میرایی از آزمایش خروجی - تنها، باید یک گام بسامدی مناسب که مجموع خطاهای مذکور را کمینه سازد، تعیین شود. بدین منظور، باید یک مقدار مینا (مرجع) برای میرایی، جهت مقایسه با نتایج حاصل تعیین شود. گام بسامدی مناسب جهت تخمین میرایی، گامی است که کمترین اختلاف میان نتایج میرایی شناسایی شده در آن گام با مقدار مینا وجود داشته باشد. در پژوهش حاضر، با انجام یک آزمایش مودال ورودی - خروجی بر روی سازه و استفاده از روش



شکل ۶. نمودار نسبت‌های میرایی هر مود به نسبت بسامد مودی بر گام بسامدی.



شکل ۷. نمودار نسبت‌های میرایی هر مود به ازاء گام‌های مختلف بسامدی با روش‌های مختلف.

جدول ۴. نتایج میرایی شناسایی شده از روش ورودی - خروجی حوزه زمان ITD.

شماره‌ی مود	مود ۱	مود ۲	مود ۳	مود ۴	مود ۵	مود ۶
میرایی (درصد)	۰,۱۲	۰,۱۹	۰,۱۴	۰,۳۰	۰,۳۹	۰,۵۸

CFDD با روش ITD به ترتیب در جدول‌های ۵ و ۶ ارائه شده است. مطابق جدول‌های مذکور، عمدها در مودهای پایین، اختلاف نتایج شناسایی شده با مقدار مینما بیشتر بوده و در مودهای بالاتر، اختلاف مذکور کاهش یافته است. همچنین اختلاف

[۴۵] یک مقدار مینما جهت مقایسه با نتایج گام‌های مختلف تعیین شده است. انتخاب این نتایج به عنوان مینما به این دلیل است که اولاً پاسخ‌های به دست آمده از روش‌های ورودی - خروجی نسبت به روش‌های خروجی - تنها، به واسطه‌ی کنترل و اندازه‌گیری تحریک ورودی، قابل اعتمادتر و دارای عدم قطعیت کمتری می‌باشد. و ثانیاً، در روش‌های شناسایی حوزه زمان، خطای اربی اشاره شده در بخش ۱.۲، که یکی از دو منبع اصلی بروز خطا در نتایج میرایی است، وجود ندارد. [۴۶] نتایج میرایی به دست آمده از روش ITD در جدول ۴ ارائه شده است. اندازه‌ی درصد اختلاف نسبی نتایج میرایی شناسایی شده از روش‌های EFDD

جدول ۵. اندازه درصد اختلاف نسبی نتایج میرایی با گام‌های مختلف در روش EFDD با روش ITD به همراه مقدار RMS.

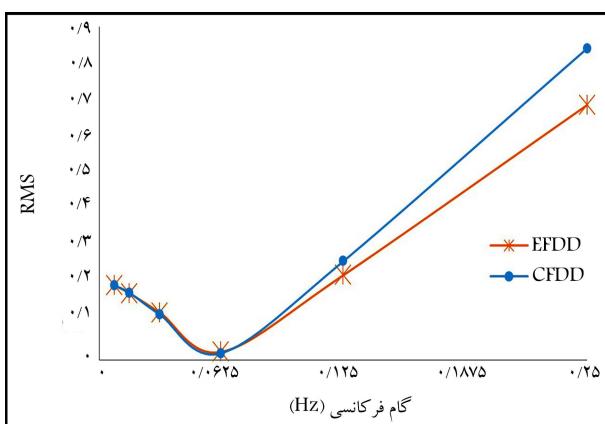
RMS	شماره مود						گام بسامدی (هرتز)
	۶ مود	۵ مود	۴ مود	۳ مود	۲ مود	۱ مود	
۰,۶۹	۷۵,۰۰	۵۲,۶۳	۱۵۷,۱۴	۱۸۰,۰۰	۲۲۸,۱۴	۲۲۴,۱۴	۰,۲۵۰۰
۰,۲۳	۲۵,۰۰	۱۵,۷۹	۷۱,۴۳	۷۰,۰۰	۷۶,۹۲	۷۰,۶۹	۰,۱۲۵۰
۰,۰۲	۰,۰۰	۵,۲۶	۲۱,۴۳	۳,۳۳	۷,۶۹	۵,۱۷	۰,۰۶۲۵
۰,۱۳	۱۶,۶۷	۱۵,۷۹	۷,۱۴	۴۰,۰۰	۴۳,۵۹	۳۹,۶۶	۰,۰۳۱۳
۰,۱۸	۲۵,۰۰	۲۱,۰۵	۲۰,۷۱	۶۰,۰۰	۶۴,۱۰	۵۳,۴۵	۰,۰۱۵۶
۰,۲	۲۳,۳۳	۲۶,۳۲	۲۱,۴۳	۷۰,۰۰	۶۹,۲۳	۶۰,۳۴	۰,۰۰۷۸

جدول ۶. اندازه درصد اختلاف نسبی نتایج میرایی با گام‌های مختلف در روش CFDD با روش ITD به همراه مقدار RMS.

RMS	شماره مود						گام بسامدی (هرتز)
	۶ مود	۵ مود	۴ مود	۳ مود	۲ مود	۱ مود	
۰,۸۴	۸۳,۳۳	۷۳,۶۸	۱۶۴,۲۹	۱۹۲,۳۳	۲۵۶,۴۱	۲۸۹,۶۶	۰,۲۵۰۰
۰,۲۳	۲۲,۳۳	۲۶,۳۲	۶۴,۲۹	۷۳,۲۲	۷۴,۳۶	۹۱,۳۸	۰,۱۲۵۰
۰,۰۲	۸,۳۳	۰,۰۰	۲۱,۴۳	۳,۳۳	۷,۶۹	۱,۷۲	۰,۰۶۲۵
۰,۱۳	۸,۳۳	۱۵,۷۹	۰,۰۰	۴۶,۶۷	۴۳,۵۹	۳۴,۴۸	۰,۰۳۱۳
۰,۱۸	۱۶,۶۷	۲۶,۳۲	۱۴,۲۹	۶۳,۳۳	۵۶,۴۱	۵۶,۹۰	۰,۰۱۵۶
۰,۲	۲۵,۰۰	۳۱,۵۸	۲۱,۴۳	۷۰,۰۰	۶۱,۵۴	۶۲,۷۹	۰,۰۰۷۸

جدول ۷. خلاصه نتایج اندازه‌گیری میرایی به روشهای مختلف.

RMS	۶ مود	۵ مود	۴ مود	۳ مود	۲ مود	۱ مود	روش
۰,۱۲	۰,۱۸	۰,۱۷	۰,۳۱	۰,۳۶	۰,۵۵	(%)EFDD	میرایی
۰,۱۳	۰,۱۹	۰,۱۷	۰,۲۹	۰,۳۶	۰,۵۹	(%)CFDD	میرایی
۰,۱۲	۰,۱۹	۰,۱۴	۰,۳۰	۰,۳۹	۰,۵۸	(%)ITD	میرایی
۰,۰۰	۵,۲۶	۲۱,۴۳	۳,۳۳	۷,۶۹	۵,۱۷	(%)EFDD با ITD	اختلاف نسبی
۸,۳۳	۰,۰۰	۲۱,۴۳	۳,۳۳	۷,۶۹	۱,۷۲	(%)CFDD با ITD	اختلاف نسبی



شکل ۸. RMS اختلافات مربوط به ۶ مود اول شبکه در گام‌های مختلف با روشهای EFDD و CFDD.

روش خروجی - تنهای EFDD و CFDD با وجود اختلاف الگوریتم شناسایی، بسیار به هم نزدیک بودند، که نشان دهنده دقت برآورده است. همچنین نتایج دو روش اخیر، با نتایج روش درودی - خروجی ITD نیز نزدیکی مناسبی دارند. صرف

نسبی نتایج میرایی با مقدار مبنا در گام بسامدی ۰,۰۶۲۵ هرتز عمدهاً در همه مودها کمترین مقدار را داشته است. به عنوان معیاری برای مقایسه، جذر میانگین مریع (RMSE) ۱۴٪ اختلاف‌های مقدار میرایی در هر گام در ستون آخر جدول‌های ذکر شده ارائه شده است. ملاحظه می‌شود که در هر دو روش EFDD و CFDD، کمترین اختلاف جذر میانگین مریع داده‌ها در گام بسامدی ۰,۰۶۲۵ هرتز اتفاق افتاده است، که برابر ۲٪ است.

## ۷. مقایسه و بحث

نمودارهای RMS اختلافات مربوط به ۶ مود اول شبکه در گام‌های مختلف و با روشهای EFDD و CFDD در شکل ۸ رسم شده است، که مطابق آن کمترین خطای بین میرایی روشهای حوزه‌ی سامد و میرایی مبنا (حوزه‌ی زمان روش ورودی - خروجی) در گام بسامدی ۰,۰۶۲۵ هرتز ایجاد شده است. با توجه به این‌که گام اخیر، گامی مناسب برای سازه‌ی مذکور تعیین شده است، خلاصه نتایج اندازه‌گیری میرایی با روشهای مختلف در گام بسامدی ۰,۰۶۲۵ هرتز و اختلاف نتایج با هم در جدول ۷ ارائه شده است، که مطابق آن، نتایج میرایی شناسایی شده از دو

نظر از اختلاف میرایی میان روش‌های خروجی - تنها و ورودی - خروجی در مود چهارم، که حدود ۲۲٪ شده است، در سایر مودها بیشینه‌ی حدود ۸٪ خطا مشاهده می‌شود. مطابق نتایج جدول ۷، سیستم سازه‌یی مورد مطالعه، میرایی کمی دارد، که برای یک سازه و بدون اجزاء غیرسازه‌یی، منطقی است.

در مقایسه با کار دیگران، مطابق نتایج به دست آمده در پژوهش حاضر در جدول‌های ۲ و ۳، پراکندگی بیشتری در مقادیر میرایی نسبت به بسامد‌های طبیعی شناسایی شده این شبکه مشاهده شده است، که با نتایج ارائه شده در برخی مراجع<sup>[۱۱] و [۱۲]</sup> مطابقت دارد. همچنین علی‌رغم نتایج ارائه شده در مراجع دیگر<sup>[۲۱] و [۲۲]</sup> که محدوده‌ی خطای برآورده میرایی به کمک روش شناسایی خروجی - تنها قابل ملاحظه گزارش شده است، در پژوهش حاضر نشان داده شده است که با انتخاب گام بسامدی مناسب به منظور برآورده میرایی یک سازه، می‌توان مجموع خطاهای موجود را کمینه ساخت و به یک جواب با دقت بالا دست یافته؛ برخلاف آنچه که در برخی مراجع<sup>[۱۹] و [۲۰]</sup> به غیردقیق بودن نتایج میرایی از روش خروجی - تنها اشاره شد. در حالی که در مراجع دیگر<sup>[۱۸-۱۴]</sup> به اختلاف نتایج میرایی شناسایی شده میان روش‌های مختلف خروجی - تنها اشاره شد، در این شبکه تفاوت قابل ملاحظه‌یی بین برآوردهای میرایی از دو روش خروجی - تنها و روش خروجی - تنها در مشاهده نشده است.

## ۸. نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، روند تغییرات میرایی یک شبکه‌ی دولایه با سیستم پیونده‌ی گویسان با تغییرات گام بسامدی مد نظر قرار گرفت. بدین منظور، یک شبکه‌ی دولایه در محیط آزمایشگاه ساخته شد و با انجام آزمایش مodal خروجی - تنها، نسبت میرایی مودی ۶ مود اول این سازه (مودهای با بسامد طبیعی زیر ۱۰۰ هرتز) استخراج شد. نسبت‌های میرایی به کمک روش‌های حوزه‌ی بسامد EFDD و CFDD و با گام‌های مختلف تعیین شد و نتایج این برآورد با روش ورودی - خروجی ITD، که

## پانوشت‌ها

1. output-only and input-output modal identification
2. enhanced frequency domain decomposition
3. curve-fit frequency domain decomposition
4. bias error
5. random error
6. ibrahimtime domain
7. power spectral density
8. Bendat
9. Brandt
10. Nyquist-Shannon
11. Brincker & Ventura
12. frequency domain decomposition
13. Bell
14. root mean square

## منابع (References)

1. Davoodi, M.R., Amiri, J.V., Gholampour, S. and et al. "Determination of nonlinear behavior of a ball joint system by model updating", *J. Constr. Steel Res.*, **71**, pp. 52-62 (2012).
2. Mostafavian, S.A., Davoodi, M.R. and Amiri, J.V. "Experimental determination of the natural frequencies of a full scale double layer grid with ball joint system", *15th World Conf. Earthq. Eng* (2012).
3. Mostafavian, S.A., Davoodi, M.R. and Amiri, J.V. "Ball joint behavior in a double layer grid by dynamic model updating", *J. Constr. Steel Res.*, **76**, pp. 28-38 (2012).
4. Salehi, S., Davoodi, M.R. and Mostafavian, S.A. "Estimation of damping for a double-layer grid us-

- ing input-output and output-only modal identification techniques”, *Civil Engineering Infrastructures Journal*, **53**(2), pp. 295-311 (2020).
5. Davoodi, M.R., Pashaei, M.H. and Mostafavian, S.A. “Experimental study of the effects of bolt tightness on the behaviour of MERO-type double-layer grids”, *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, **48**(1), pp. 45-52 (2007).
  6. Davoodi, M.R., Mahdavi, M. and Mostafavian, S.A. “Experimental and analytical determination of dynamic properties of a steel frame with bolted flange joints”, In *Proceedings of International Conference on Engineering and Information Technology, Toronto, Canada*, pp. 17-18 (Sep 2012).
  7. Ghods, A., Esfahani, M.R. and Keivani, A.H. “Experimental investigation and numerical analysis of vibrational behavior of rectangular concrete water storage tanks”, *Sharif Journal of Civil Engineering*, **4**, pp. 105-113 (2012) (in person).
  8. Mostafavian, S.A., Nabavian, S.R., Davoodi, M.R. and et al. “Output-only modal analysis of a beam via frequency domain decomposition method using noisy data”, **32**(12), pp. 1753-1761 (2019).
  9. Davoodi, M.R., Navayi neya, B., Mostafavian, S.A. and et al. “Determining minimum number of required accelerometer for output-only structural identification of frames”, *7th International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC' 17)*, Ingolstadt, Germany, (May 10-12 2017).
  10. Orlowitz, E. and Brandt, A. “Comparison of experimental and operational modal analysis on a laboratory test plate”, *Measurement*, **102**, pp. 121-130 (2017).
  11. Chiaia, B., Marasco, G., Ventura, G. and et al. “Customised active monitoring system for structural control and maintenance optimisation”, *Journal of Civil Structural Health Monitoring*, **10**(2), pp. 267-282 (Jan 28 2020).
  12. Kudu, F.N., Uçak, S., Osmancikili, G. and et al. “Estimation of damping ratios of steel structures by Operational Modal Analysis method”, *J. Constr. Steel Res.*, **112**, pp. 61-68 (2015).
  13. Nouri, A. and Hajirezaee, S. “A comparison between modal damping ratios identified by NExT-ERA and frequency domain impact test”, *Journal of Computational & Applied Research in Mechanical Engineering (JCARME)*, **8**(1), pp. 15-24 (Sep 2018).
  14. Bajrić, A., Hogsberg, J. and Rüdinger, F. “Evaluation of damping estimates by automated Operational Modal Analysis for offshore wind turbine tower vibrations”, *Renew. Energy*, **116**, pp. 153-163 (2018).
  15. Cantieni, R., Bajrić, A. and Brincker, R. “Damping characteristics of a footbridge: mysteries and truths”, *InDynamics of Coupled Structures*, **4**, pp. 283-292, Springer, Cham (2016).
  16. Castellanos-Toro, S., Marmolejo, M., Marulanda, J. and. et al. “Frequencies and damping ratios of bridges through operational modal analysis using smartphones”, *Construction and Building Materials*, **10**(188), pp. 490-504 (Nov 2018).
  17. Kvåle, K.A., Oiseth, O. and Ronnquist, A. “Operational modal analysis of an end-supported pontoon bridge”, *Eng. Struct.*, **148**, pp. 410-423 (2017).
  18. Diord, S., Magalhães, F., Cunha, A. and et al. “High spatial resolution modal identification of a stadium suspension roof: assessment of the estimates uncertainty and of modal contributions”, *Eng. Struct.*, **135**, pp. 117-135 (2017).
  19. Chauhan, S. “Parameter estimation and signal processing techniques for operational modal analysis”, *PhD Thesis, University of Cincinnati*, USA (2008).
  20. Avitabile, P. “MODAL SPACE: Someone told me that operating modal analysis produces better results and that damping is much more realistic”, *Exp. Tech.*, **30**, pp. 25-26 (2006).
  21. Rainieri, C., Fabbrocino, G. and Cosenza, E. “Some remarks on experimental estimation of damping for seismic design of civil constructions”, *Shock and Vibration*, **17**(4-5), pp. 383-395, (2010).
  22. Rainieri, C. and Fabbrocino, G. “Accurate damping estimation by automated OMA procedures”, *Topics in Dynamics of Civil Structures*, **4**, pp. 1-9, Springer, New York, NY, (2013).
  23. Bendat, J.S. and Piersol, A.G. “Random data: analysis and measurement procedures”, *John Wiley & Sons*, New York, USA, (2011).
  24. Reynders, E. “System identification methods for (operational) modal analysis: review and comparison”, *Archives of Computational Methods in Engineering*, **19**(1), pp. 51-124 (Mar, 2012).
  25. Josefsson, A., Ahlin, K. and Broman, G. “Bias errors due to leakage effects when estimating frequency response functions”, *Shock and Vibration*, **19**(6), pp. 1257-1266 (2012).
  26. Purekar, D. “A study of modal testing measurement errors, sensor placement and modal complexity on the process of finite element correlation”, *Doctoral Dissertation, University of Cincinnati* (2005).
  27. Rainieri, C., Fabbrocino, G. and Cosenza, E. “On damping experimental estimation”, *Proceedings of the 10th International Conference on Computational Structures Technology, Civil-Comp Press, Stirlingshire, Scotland* (2010).
  28. Dahl, J.F. and Smith, C.C. “Better narrowband spectral measurements”, *Mechanical systems and signal processing*, **21**(6), pp. 2474-2495 (Aug 2007).
  29. Brownjohn, J.M.W. “Assessment of Structural Integrity by Dynamic Measurements”, *Ph.D. Thesis, University of Bristol*, Bristol, England (1988).
  30. Tamura, Y., Yoshida, A., Zhang, L. and et al. “Examples of modal identification of structures in Japan by FDD and MRD techniques”, *Proceedings of the 1st International Operational Modal Analysis Conference*, Copenhagen, Denmark (2005).
  31. Antoni, J. and Schoukens, J. “A comprehensive study of the bias and variance of frequency-response-function measurements: Optimal window selection and overlapping strategies”, *Automatica*, **43**(10), pp. 1723-1736 (Oct 2007).

32. Verboven, P. "Frequency-domain system identification for modal analysis", *Vrije Universiteit Brussel, Brussels* (May 2002).
33. Brandt, A., Brincker, R. and Ahlin, K. "Welchs method for PSD estimation - revisited", *Presentation at International Operational Modal Analysis Conference Workshop*, Copenhagen, Denmark (2006).
34. Brandt, A. "Noise and vibration analysis: signal analysis and experimental procedures", *John Wiley & Sons* (2011).
35. Kipnis, A., Eldar, Y.C. and Goldsmith, A.J. "Analog-to-digital compression: a new paradigm for converting signals to bits", *IEEE Signal Processing Magazine*, **35**(3), pp. 16-39 (2018).
36. Rainieri, C. and Fabbrocino, G. "Operational modal analysis of civil engineering structures: an introduction and guide for applications", *Springer* (2014).
37. Batel, M. "Operational modal analysis-Another way of doing modal testing", *Sound Vib.*, pp. 22-27,(2002).
38. Brincker, R. and Ventura, C. "Introduction to operational modal analysis", *1st ed., John Wiley & Sons* (2015).
39. Brincker, R., Zhang, L. and Andersen, P. "Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition", *Proceedings of the 18th SEM International Modal Analysis Conference, San Antonio, TX, USA* (2000).
40. Brincker, R., Zhang, L. and Andersen, P. "Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition", *Smart Mater. Struct.*, **10**, pp. 441-445 (2001).
41. Gade, S., Mooler, NB., Herlufsen, and et al. "Frequency domain techniques for operational modal analysis", *Proceedings of the 1st International Operational Modal Analysis Conference, Denmark* (2005).
42. Jacobsen, N.J., Andersen, P. and Brincker, R. "Applications of frequency domain curve-fitting in the EFDD technique", *In Proceedings IMAC XXVI Conference* (Feb. 4 2008).
43. ARTeMIS Modal 4, Issued by Structural Vibration Solutions AVS. NOVI Science Park, Niles Jernes Vej 10, DK 9220 Aalborg East, Denmark.
44. Mostafavian, S.A. "Finite element model updating of a double-layer grid with ball-jointed system using experimental dynamic responses", *PhD thesis , Babol Noshiravani University of Technology*(2012).
45. He, J. and Fu, Z.F. "Modal analysis, Butterworth-Heinemann", (2001).
46. Hoa, L.T., Tamura, Y., Yoshida, A. and et al. "Frequency domain versus time domain modal identifications for ambient excited structures", *In International Conference on Engineering Mechanics and Automation (ICEMA)*, pp. 1-2 (2010).