

بهبود عملکرد روش اتورگرسیو در شناسایی پارامترهای مودال سیستم‌های خروجی فقط با استفاده از روش تجزیه‌ی ارتعاشات هیلبرت

علی نیکخو* (دانشیار)

حسین کارگر (دانشجوی دکتری)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه علم و فرهنگ

رضا کریمی محمدی (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مهندسی عمران شریف، تابستان (۱۴۰۰)
دوره‌ی ۲ - ۳۷، شماره‌ی ۱/۲، ص. ۲۸-۱۹، (پژوهشی)

روش اتورگرسیو یکی از ساده‌ترین روش‌ها در حوزه‌ی شناسایی پارامترهای مودال است. با وجود این، نیاز به کمینه m حسگر به منظور شناسایی m مود از سازه یکی از مشکلات اصلی این روش به حساب می‌آید؛ همچنین کاربرد این روش همانند دیگر روش‌های موجود در این حوزه به سیگنال‌های ایستا محدود شده است. با هدف فائق آمدن بر این مشکلات، روش اتورگرسیو با روش تجزیه‌ی ارتعاشات هیلبرت، به منظور نائل شدن به یک روش ارتقا یافته ترکیب می‌شود. کارایی و عملکرد روش ارائه شده از طریق دو مثال عددی و یک مثال صحت‌سنجی ارزیابی می‌شود. در پایان با انجام یک آزمایش مودال، پارامترهای مودال پایه‌ی نگهدارنده یک پل سگمندی به دست می‌آید. نتایج نشان می‌دهد که روش ارائه شده با دقت بسیار خوبی قادر به استخراج پارامترهای مودال سازه است؛ همچنین عملکرد روش ارائه شده در مواجهه با پاسخ‌های نالیستا به مراتب بهتر از روش‌های رایج در این حوزه است.

واژگان کلیدی: روش اتورگرسیو، تجزیه‌ی ارتعاشات هیلبرت، شناسایی پارامترهای مودال، پاسخ‌های نالیستا.

۱. مقدمه

در دو دهه‌ی اخیر، پیش سلامت سازه به عنوان یک آزمون غیرمخرب نظر بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است.^[۱-۵] یکی از روش‌های بسیار جذاب در این حوزه، روش پیش سلامت سازه بر پایه‌ی ارتعاش است. در همین راستا، امرکتیت سانچز و عادل^[۱] (۲۰۱۶) یک مرور کلی بر مطالعات انجام گرفته در این زمینه ارائه دادند.^[۶] در این روش‌ها، پاسخ‌های دینامیکی سازه از طریق انجام یک آزمون ارتعاش محیطی توسط حسگرهایی که بر روی یک یا چند نقطه از سازه قرار گرفته اند، ثبت می‌شود؛ سپس با استفاده از پاسخ‌های ثبت شده، پارامترهای مودال سازه به دست می‌آید. در نهایت با بررسی پارامترهای مودال به دست آمده در طول زمان، آسیب در سازه شناسایی می‌شود. با توجه به فرایند حاکم بر پیش سلامت سازه بر پایه‌ی ارتعاش که در بالا توضیح داده شد، می‌توان نتیجه گرفت که استخراج پارامترهای مودال سازه از پاسخ‌های ثبت شده، مهم‌ترین بخش از این فرایند را تشکیل می‌دهد. در سه دهه‌ی اخیر روش‌های زیادی به منظور استخراج پارامترهای مودال سازه از پاسخ‌های دینامیکی ثبت شده از طریق آزمون ارتعاش محیطی ارائه شده است.

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۰/۲۹/۱۳۹۸، اصلاحیه ۷/۱/۱۳۹۹، پذیرش ۲۰/۷/۱۳۹۹.

DOI:10.24200/J30.2020.55163.2711

nikkhoo@usc.ac.ir
h.karegar@usc.ac.ir
rkarami@kntu.ac.ir

در یکی از ابتدایی‌ترین تلاش‌ها، بندات و پائرسول^[۲] (۱۹۹۳) روش انتخاب قله^[۳] را معرفی کردند.^[۴] این روش بر این اصل استوار است که نقاط قله‌ی نمودار تابع چگالی طیفی توان، بسامدهای طبیعی سازه را نشان می‌دهد. فلبر^[۴] (۱۹۹۴) با استفاده از روش انتخاب قله مشخصات مودال دومین پل ناروز^[۵] را به دست آورد.^[۸] او همچنین با توجه به عدم توانایی روش انتخاب قله در تخمین میرایی، توانست از طریق روش نیم‌توان میرایی پل مذکور را به دست آورد. به منظور دست‌یابی به یک الگوریتم دقیق‌تر، برینکر و همکاران^[۶] (۲۰۰۰) روش تجزیه‌ی حوزه‌ی بسامدی^[۷] را ارائه دادند.^[۹] در این روش با استفاده از روش تجزیه‌ی مقادیرهای منفرد، ماتریس تابع چگالی طیفی توان در هر بسامد تجزیه می‌شود. سپس با استفاده از نتایج به دست آمده از تجزیه‌ی تابع چگالی طیفی توان، پارامترهای مودال سازه به دست می‌آید. در این روش دقت بسامدهای طبیعی و شکل‌های مودی به دست آمده، بسیار وابسته به رزولوشن استفاده شده در تبدیل فوری به سرعت است. این روش نیز همانند روش انتخاب قله قادر به تخمین میرایی سیستم به صورت مستقیم نیست. در سال ۲۰۰۱ برینکر و همکاران به منظور رفع وابستگی دقت نتایج به دست آمده از روش تجزیه‌ی حوزه‌ی بسامدی به رزولوشن استفاده شده در تبدیل فوری به سرعت و همچنین ارائه‌ی روشی که قادر به شناسایی میرایی سازه باشد، روش تجزیه‌ی حوزه‌ی

بسامدی ارتقا یافته^۸ را ارائه دادند.^[۱۹] در مطالعه‌ی مشابه، جاکوبسن و اندرسون^۹ (۲۰۰۸) روش تجزیه‌ی حوزه‌ی بسامدی ارتقا یافته‌ی متناسب با منحنی^{۱۰} را به منظور استخراج پارامترهای مودال از پاسخ‌هایی که چندین مؤلفه تناوبی در آن موجود باشد، ارائه دادند.^[۱۱] در تلاشی دیگر، ابراهیم (۱۹۷۷) روش حوزه‌ی زمان ابراهیم^{۱۱} را ارائه داد.^[۱۲] در این روش پاسخ‌های ارتعاش آزاد سیستم با استفاده از روش کاهش تصادفی از پاسخ‌های دینامیکی سازه‌یی که تحت ارتعاش تصادفی قرار دارد، استخراج می‌شود. سپس با استفاده از پاسخ‌های ارتعاش آزاد به دست آمده، مشخصات مودال سازه به دست می‌آید. روش شناسایی زیرفضاهای تصادفی^{۱۲} که یکی از روش‌های بسیار رایج در حوزه‌ی زمان به شمار می‌رود، توسط وان اوروجه و دیمرور^{۱۳} (۱۹۹۶) و پیترز و بیروک^{۱۴} (۲۰۰۵) ارائه شد.^[۱۳] مبنای این روش محاسبه‌ی ماتریس فضای حالت به وسیله‌ی روش‌های قدرتمند عددی مانند حداقل مربعات، تجزیه‌ی مقدارهای منفرد و فاکتورگیری QR است. در مرحله‌ی بعد با برقراری ارتباط بین ماتریس فضای حالت و مشخصات مودال سازه، پارامترهای مورد نظر به دست می‌آید. مطمئناً می‌توان از روش تورگرسیو به عنوان یکی از ساده‌ترین روش‌ها در حوزه‌ی شناسایی پارامترهای مودال سازه یاد کرد که در سالیان اخیر نظر بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است.^[۱۵-۱۹] از اولین تلاش‌های صورت گرفته در این زمینه می‌توان به مطالعه‌ی کادا کال و یوزوگولو^{۱۵} (۱۹۹۶) اشاره کرد.^[۲۰] در این مطالعه، یک روش شناسایی پارامترهای مودال بر پایه‌ی تورگرسیو ارائه شد؛ سپس با استفاده از روش ارائه شده، بسامدهای طبیعی و میرایی یک ساختمان چندطبقه که تحت ارتعاشات محیطی قرار داشت، به دست آمد. در این فرایند پارامترهای مدل تورگرسیو از طریق روش کمترین مربعات محاسبه شد. در مطالعه‌ی مشابه، کوزوروس و همکاران^{۱۶} (۲۰۱۲) بسامدهای طبیعی و ضرایب میرایی یک پل را با استفاده از روشی بر پایه‌ی تورگرسیو به دست آوردند.^[۲۱] به این منظور در ابتدا پاسخ‌های شتاب پل که تحت ارتعاشات محیطی و ترفایک کنترل نشده قرار داشت، به دست آمد. سپس با استفاده از روش ارائه شده، پارامترهای مودال پل شناسایی شد. آنها نشان دادند که روش‌هایی که بر پایه‌ی روش تورگرسیو ارائه می‌شود، می‌توانند جایگزین خوبی برای روش‌هایی باشند که بر پایه‌ی تبدیل فوریه‌ی سریع ارائه می‌شوند. در مطالعه‌ی دیگر، بارک و همکاران^{۱۷} (۲۰۱۶) مشخصات مودال یک پل بتنی را از طریق یک روش بر پایه‌ی تورگرسیو به دست آوردند.^[۲۲] در این مطالعه پارامترهای روش تورگرسیو از طریق الگوریتم بورگ^{۱۸} به دست آمد. آنها همچنین از طریق روش ارائه شده، مشخصات مودال دو پل با دهانه‌ی کوچک و بزرگ را به دست آوردند. با وجود مزایای زیاد روش تورگرسیو نسبت به روش‌های دیگر در این حوزه، کاربرد این روش در سالیان اخیر به دلایل زیر محدود شده است:

الف) عدم توانایی در مواجهه با پاسخ‌های نایستا.

این موضوع یکی از محدودیت‌های مشترک در روش‌های موجود در این حوزه است که برای رفع آن نیز تلاش‌های زیادی انجام گرفته است.^[۲۳-۲۵] در یکی از این تلاش‌ها، یورن^{۱۹} (۲۰۰۵) با ترکیب روش تجزیه‌ی مود تجربی^{۲۰} و شناسایی زیرفضاهای تصادفی توانستند پارامترهای مودال سازه را از پاسخ‌های نایستا استخراج کنند.^[۲۶] در مطالعه‌ی مشابه، هی^{۲۱} و همکاران (۲۰۱۱) با ترکیب روش کاهش تصادفی و تجزیه‌ی مود تجربی روشی جدید برای مواجهه با پاسخ‌های نایستا ارائه دادند.^[۲۷] ب) نیاز به حداقل حسگر، به تعداد مودهای ارتعاش یافته‌ی سازه.

این محدودیت در برخی روش‌ها مانند تورگرسیو و روش‌هایی که بر پایه‌ی روش جداسازی کور منابع است، موجود است. لی^{۲۲} و همکاران (۲۰۲۰) توانستند این محدودیت را در روش‌هایی که بر پایه‌ی جداسازی کور منابع است، از طریق یک

روش در حوزه‌ی بسامد و بر پایه‌ی یک مجموعه از ماتریس کوواریانس وزن دار، مرتفع کنند.^[۲۸] به منظور فائق آمدن بر محدودیت‌های فوق در روش تورگرسیو، در این مطالعه یک روش جدید بر پایه‌ی تجزیه‌ی ارتعاشات هیلیبرت ارائه می‌شود.

روش تجزیه‌ی ارتعاشات هیلیبرت^{۲۳} به منظور تجزیه‌ی طیف وسیعی از سیگنال‌های ارتعاشی از جمله سیگنال‌های ارتعاشی نایستا و چندمؤلفه‌یی، در سال ۲۰۰۶ توسط فلدمن^{۲۴} ارائه شد.^[۲۹] در این روش یک سیگنال ارتعاشی به چندین سیگنال ارتعاشی که مؤلفه‌های ذاتی^{۲۵} نامیده می‌شوند، تجزیه می‌شود. با توجه به توانایی این روش در تجزیه‌ی سیگنال‌های ارتعاشی نایستا و چندمؤلفه‌یی، شاهد کاربرد روز افزون این روش در حوزه‌های مختلف مهندسی هستیم.

هوانگ و همکاران^{۲۶} (۲۰۱۲) این روش را به منظور شناسایی امواج پالس‌گونه و بسامد بالای زلزله ونچوان^{۲۷} به کار بردند؛^[۳۰] سپس نتایج این روش را با روش تجزیه‌ی مود ذاتی که توسط هوانگ و همکاران ارائه شده است، مقایسه کردند. در مطالعه‌ی مشابه، براون و فلدمن^{۲۸} (۲۰۱۱) عملکرد روش تجزیه‌ی ارتعاشات هیلیبرت و روش تجزیه‌ی مود ذاتی را به وسیله‌ی چندین مثال عددی بررسی کردند.^[۳۱]

هدف از این مطالعه، ارائه‌ی یک روش جدید به منظور استخراج پارامترهای مودال سازه از پاسخ‌های ایستا یا نایستای ثبت شده توسط یک حسگر است. در روش ارائه شده، در ابتدا پاسخ‌های ثبت شده از سازه با استفاده از روش تجزیه‌ی ارتعاشات هیلیبرت، به مجموعه‌یی از مؤلفه‌های ذاتی تجزیه می‌شود؛ سپس با استفاده از روش تورگرسیو پارامترهای مودال سازه به دست می‌آید. عملکرد و دقت روش ارائه شده در شناسایی پارامترهای مودال سازه از طریق دو مثال عددی و یک مثال صحت‌سنجی ارزیابی می‌شود. در پایان با استفاده از روش ارائه شده پارامترهای مودال پایه‌ی نگهدارنده‌ی یک پل سگمندی به دست می‌آید.

۲. شناسایی پارامترهای مودال سازه با استفاده از روش

اتورگرسیو

سری‌های زمانی گسسته که در دهه‌های اخیر شاهد کاربرد روز افزون آن در علوم مختلف از جمله اقتصاد و مهندسی هستیم، دنباله‌یی از داده‌های عددی است که مقادیر یک یا چند متغیر را در یک بازه‌ی زمانی مشخص نشان می‌دهد. یکی از موضوعات جذاب در این حوزه که نظر بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است، پیش‌بینی مقادیر آتی این سری‌ها با استفاده از تحلیل داده‌های موجود است. بدین منظور روش‌های متعددی ارائه شده است که از پرکاربردترین آنها می‌توان به روش‌های رگرسیون خطی و غیرخطی اشاره کرد.

رگرسیون خطی یک روش آماری است که در آن رابطه‌ی بین پاسخ یک سیستم (متغیر وابسته) با یک یا چند متغیر مستقل که متغیر پیش‌بین نامیده می‌شود، بررسی می‌شود. در صورتی که متغیرهای مستقل از داخل سری زمانی (مقادیر سری زمانی در زمان‌های گذشته) انتخاب شوند، مدل مسئله از نوع اتورگرسیو خواهد بود. در نتیجه مدل اتورگرسیو مرتبه‌ی p به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \dots + \alpha_p X_{t-p} + Z_t \quad (1)$$

که در آن، X_t مقدار سری زمانی در زمان t ؛ $\alpha_1, \dots, \alpha_p$ ضرایب مدل اتورگرسیو و Z_t نویز سفید با میانگین صفر و واریانس ثابت σ^2 است. به منظور تخمین ضرایب مدل اتورگرسیو روش‌های متعددی از جمله کمترین مربعات خطی، یول-واکر^{۲۹} و بورگ ارائه شده است. در این مقاله ضرایب مدل اتورگرسیو از طریق روش کمترین مربعات خطی به دست می‌آید.

با جایگذاری معادله ۹ در معادله ۸، رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$x(t_i) = (\gamma - \gamma\xi\omega\Delta t - \omega^2\Delta t^2)x(t_{i-1}) + (\gamma\xi\omega\Delta t - \gamma)x(t_{i-2}) \quad (10)$$

مشابه سیستم با یک درجه آزادی، برای سیستم با N درجه آزادی نشان داده شده در شکل ۱ ب، معادلات ارتعاش آزاد به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{0} \quad (11)$$

که در آن M، C و K به ترتیب ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی سازه‌اند. معادله ۱۱ در فضای حالت به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\{\dot{u}(t)\}_{rN \times 1} = [A]_{rN \times rN} \{u(t)\}_{rN \times 1} \quad (12)$$

که در آن:

$$\{u(t)\} = \left\{ \begin{matrix} x_1(t) & \dots & x_N(t) & \dot{x}_1(t) & \dots & \dot{x}_N(t) \end{matrix} \right\}^T \quad (13)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{N \times N} & [I]_{N \times N} \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \quad (14)$$

پاسخ معادله ۱۲ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\{u(t)\} = \exp(\mathbf{A}.t) \{u_0\} \quad (15)$$

که در آن، $\{u_0\}$ بردار مقادیر اولیه‌ی سازه است. فرم گسسته‌ی معادله ۱۵ و پاسخ جابه‌جایی این سیستم با N درجه آزادی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\{u(t_i)\} = \exp(\mathbf{A}.i.\Delta t) \{u_0\} = \mathbf{D}^i \{u_0\} \quad (16)$$

$$\{x(t_i)\}_{N \times 1} = \begin{bmatrix} [I]_{N \times N} & \mathbf{0}_{N \times N} \\ \mathbf{0}_{N \times N} & [I]_{N \times N} \end{bmatrix}_{N \times rN} \{u(t_i)\}_{rN \times 1} \quad (17)$$

با جایگذاری معادله ۱۶ در معادله ۱۷ خواهیم داشت:

$$\{x(t_i)\}_{N \times 1} = \begin{bmatrix} [I]_{N \times N} & \mathbf{0}_{N \times N} \\ \mathbf{0}_{N \times N} & [I]_{N \times N} \end{bmatrix}_{N \times rN} \mathbf{D}^i \{u_0\} = \mathbf{PD}^i \mathbf{u}_0 \quad (18)$$

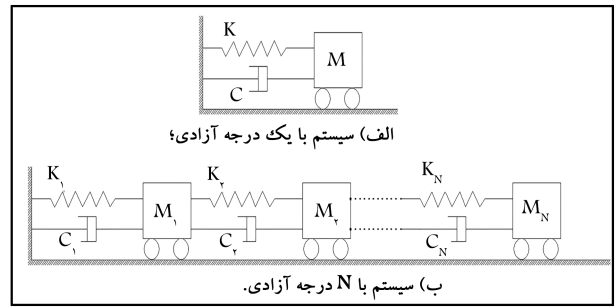
همان‌طور که در بالا اثبات شد، مدل اتورگرسیو مرتبه دوم، بر رفتار ارتعاش آزاد سیستم‌های دینامیکی و سازه‌ی حاکم است. بنابراین، برای سیستم سازه‌ی N درجه آزادی، روابط زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{cases} x(t_{i-1}) \\ x(t_i) \end{cases} = \begin{bmatrix} \mathbf{PD}^{i-1} \mathbf{u}_0 \\ \mathbf{PD}^i \mathbf{u}_0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{N \times rN} \\ \mathbf{PD}^{i-1} \mathbf{P}_{N \times rN} \end{bmatrix}}_{\mathbf{L}} \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{u}_0 \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{PD} \end{bmatrix}^{-1} \begin{cases} x(t_{i-1}) \\ x(t_i) \end{cases} = \mathbf{D}^{i-1} \mathbf{u}_0 \quad (20)$$

$$\begin{cases} x(t_i) \\ x(t_{i+1}) \end{cases} = \begin{bmatrix} \mathbf{PD}^i \mathbf{u}_0 \\ \mathbf{PD}^{i+1} \mathbf{u}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{PD} \end{bmatrix} \mathbf{D}^i \mathbf{u}_0 =$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{PD} \end{bmatrix} \mathbf{DD}^{i-1} \mathbf{u}_0 \quad (21)$$



شکل ۱. سیستم جرم، فنر و دمپر.

در فرایند تحلیل سری‌های زمانی گسسته با استفاده از روش اتورگرسیو، در ابتدا باید مرتبه‌ی مدل اتورگرسیو تعیین شود. اگر سری زمانی مورد نظر پاسخ ارتعاش آزاد یک سیستم مکانیکی یا سازه‌ی باشد، مرتبه‌ی مدل اتورگرسیو با استفاده از تحلیل سیستم سازه‌ی آن به دست می‌آید. به همین منظور سیستم یک درجه آزادی نشان داده شده در شکل ۱ الف مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. معادله‌ی حرکت ارتعاش آزاد حاکم بر این سیستم به شکل زیر نشان داده می‌شود:

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = \mathbf{0} \quad (2)$$

که در آن، M جرم سیستم، K سختی فنر، C ضریب میرایی و $x(t)$ جابه‌جایی جرم سیستم نسبت به نقطه‌ی تعادلش است. به منظور گسسته‌سازی معادله‌ی حاکم بر ارتعاش آزاد این سیستم، مقادیر سرعت و شتاب در زمان t_i به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\dot{x}(t_i) = \frac{x(t_i) - x(t_{i-1}))}{\Delta t} \quad (3)$$

$$\ddot{x}(t_i) = \frac{\dot{x}(t_{i+1}) - \dot{x}(t_i)}{\Delta t} \quad (4)$$

با جایگذاری معادله ۳ و ۴ در معادله ۲، فرم گسسته‌ی معادله‌ی حرکت (معادلات تفاضلی) حاکم بر سیستم به دست می‌آید.

$$M \left(\frac{\dot{x}(t_{i+1}) - \dot{x}(t_i)}{\Delta t} \right) + C \left(\frac{\dot{x}(t_i) - \dot{x}(t_{i-1}))}{\Delta t} \right) + Kx(t_i) = \mathbf{0} \quad (5)$$

$$M \left(\frac{\frac{x(t_{i+1}) - x(t_i)}{\Delta t} - \frac{x(t_i) - x(t_{i-1}))}{\Delta t}}{\Delta t} \right) + C \left(\frac{x(t_i) - x(t_{i-1}))}{\Delta t} \right) + Kx(t_i) = \mathbf{0} \quad (6)$$

$$x(t_{i+1}) = (\gamma - \frac{C\Delta t}{M} - \frac{K\Delta t^2}{M})x(t_i) + (\frac{C\Delta t}{M} - \gamma)x(t_{i-1}) \quad (7)$$

معادله ۷ را می‌توان به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$x(t_i) = (\gamma - \frac{C\Delta t}{M} - \frac{K\Delta t^2}{M})x(t_{i-1}) + (\frac{C\Delta t}{M} - \gamma)x(t_{i-2}) \quad (8)$$

با مقایسه‌ی معادله ۸ و ۱ نشان داده می‌شود که مدل اتورگرسیو مرتبه دوم بر ارتعاش آزاد سیستم‌های سازه‌ی حاکم است. برای سیستم با یک درجه آزادی فوق، بسامد طبیعی و نسبت میرایی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\omega^2 = \frac{K}{M} \quad \xi = \frac{C}{2\sqrt{MK}} \quad (9)$$

با جایگذاری معادله‌ی ۲۰ در معادله‌ی ۲۱ داریم:

$$\begin{Bmatrix} x(t_i) \\ x(t_{i+1}) \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \\ & \mathbf{PD} \end{bmatrix} \mathbf{D} \begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{PD} \end{bmatrix}}_{\mathbf{Q}}^{-1} \begin{Bmatrix} x(t_{i-1}) \\ x(t_i) \end{Bmatrix} \quad (22)$$

همچنین، معادله‌ی اتورگرسو مرتبه دوم در فرم ماتریسی به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} x(t_i) \\ x(t_{i+1}) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \alpha_2 & \alpha_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t_{i-1}) \\ x(t_i) \end{Bmatrix} \quad (23)$$

با مقایسه‌ی معادلات ۲۲ و ۲۳ ثابت می‌شود که ماتریس \mathbf{Q} را می‌توان از طریق ضرایب مدل اتورگرسو مرتبه دوم ایجاد کرد. در نتیجه، الگوریتم زیر می‌تواند به منظور شناسایی پارامترهای مودال سازه از طریق ثبت پاسخ ارتعاش آزاد سازه مورد استفاده قرار گیرد: (i) در ابتدا پاسخ ارتعاش آزاد سازه ثبت می‌شود.

(ii) با استفاده از ضرایب مدل اتورگرسو مرتبه دوم، ماتریس \mathbf{Q} ایجاد می‌شود.

(iii) ماتریس \mathbf{Q} با استفاده از روش تجزیه‌ی مقادیر ویژه، تجزیه می‌شود و ماتریس \mathbf{D} به دست می‌آید.

(iv) با استفاده از رابطه‌ی زیر که از معادله‌ی ۱۶ به دست آمده است، ماتریس \mathbf{A} به دست می‌آید.

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\Delta t} \text{Ln}(\mathbf{D}) \quad (24)$$

(iv) ماتریس سیستم نامیده می‌شود که با تجزیه‌ی آن بسامدهای طبیعی سازه، ضرایب میرایی، و شکل‌های مودی سازه به دست می‌آید.

این الگوریتم به منظور استخراج پارامترهای مودال سازه از طریق روش اتورگرسو به کار برده می‌شود. با توجه به معادله‌ی ۱۹ بعد ماتریس \mathbf{L} برای ادامه‌ی الگوریتم باید $2N \times 2N$ باشد؛ لازمه‌ی رضای شرط فوق ثبت پاسخ سازه در تمام درجات آزادی، حین آزمون ارتعاش محیطی است که این امر از نظر عملیاتی غیرقابل اجرا است. برای غلبه بر این محدودیت بعد ماتریسی \mathbf{L} باید کاهش یابد.

می‌دانیم که در یک آزمایش مودال، تمام مدهای یک سازه تحریک نمی‌شود؛ در نتیجه به منظور کاهش بعد ماتریس \mathbf{L} می‌توان ابعاد ماتریس \mathbf{L} و تعداد حسگرهای مورد نیاز (تعداد درجات آزادی که باید پاسخ سیستم در آنها ثبت شود) را به تعداد مدهای فعال سازه کاهش داد. بنابراین با این فرض نشان داده می‌شود که اگر در یک آزمایش مودال m مود از یک سازه تحریک شود، می‌توان به وسیله‌ی m حسگر مشخصات مودال سازه را از طریق روش اتورگرسو شناسایی کرد.

اگر چه با فرض فوق، روش اتورگرسو به یک روش کاربردی در این حوزه تبدیل شده است، ولی محدودیت حداقل حسگر به تعداد مدهای ارتعاش یافته در الگوریتم فوق همچنان وجود دارد. برای غلبه بر این محدودیت روش اتورگرسو بر پایه‌ی تجزیه‌ی ارتعاشات هیلبرت در بخش چهارم ارائه می‌شود.

۳. تجزیه‌ی ارتعاشات هیلبرت

هدف از این بخش، ارائه‌ی یک مرور مختصر بر روش تجزیه‌ی ارتعاشات هیلبرت است. روش تجزیه‌ی ارتعاشات هیلبرت به منظور تجزیه‌ی طیف وسیعی از سیگنال‌های ارتعاشی از جمله سیگنال‌های ارتعاشی ناپیستا و چندمؤلفه‌ی، در سال ۲۰۰۶ توسط

فلدمن ارائه شد. در این روش یک سیگنال ارتعاشی به چندین سیگنال ارتعاشی که در آنها تغییرات دامنه و بسامد لحظه‌ی کند است، تجزیه می‌شود. در این روش سیگنال‌های ارتعاشی تجزیه شده، مؤلفه‌های ذاتی نامیده می‌شوند و معمولاً با توجه به نوع سیگنال اولیه دارای مفهوم فیزیکی یا ریاضی خاصی هستند.

همان طور که در ابتدای این بخش به آن اشاره شد، با استفاده از روش تجزیه‌ی ارتعاشات هیلبرت، سیگنال نوسانی $x(t)$ به مجموعه‌ی از مؤلفه‌های ذاتی تجزیه می‌شود؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$x(t) = \sum_i A_i(t) \left(\cos \int \omega_i(t) dt \right) \quad (25)$$

که در آن، $A_1(t)$ دامنه‌ی لحظه‌ی $\omega_1(t)$ بسامد لحظه‌ی مؤلفه‌ی ذاتی ۱ ام است. روش تجزیه‌ی ارتعاشات هیلبرت بر پایه‌ی دو اصل استوار است: الف) سیگنال اولیه از مجموعه‌ی از توابع شبه‌هارمونیک متقارن تشکیل شده است. ب) پوش هر یک از مؤلفه‌های ذاتی نسبت به پوش دیگر مؤلفه‌ها متفاوت است.

روش تجزیه‌ی ارتعاشات هیلبرت دارای یک الگوریتم تکرار شونده است و هر تکرار شامل مراحل زیر است:

(i) شناسایی مؤلفه‌ی ذاتی با بلندترین دوره‌ی تناوب در سیگنال ارتعاشی و تخمین بسامد لحظه‌ی آن

(ii) یافتن پوش مؤلفه‌ی ذاتی شناسایی شده در مرحله‌ی قبل

(iii) کم کردن مؤلفه‌ی ذاتی به دست آمده از سیگنال

(iv) در این مرحله سیگنال به دست آمده از مرحله‌ی (iii) به عنوان سیگنال اصلی در نظر گرفته می‌شود.

تابع بسامد لحظه‌ی در این الگوریتم، که در هر تکرار به منظور تخمین بسامد لحظه‌ی مؤلفه‌ی ذاتی با بلندترین دوره‌ی تناوب مورد استفاده قرار می‌گیرد، از دو قسمت کاملاً متفاوت تشکیل شده است: الف) این قسمت حاوی بسامد لحظه‌ی مؤلفه‌ی ذاتی با بلندترین دوره‌ی تناوب در سیگنال ارتعاشی است. ب) قسمت دوم شامل یک جزء نوسان‌کننده با تغییرات سریع نوسانی است. برای توضیح بیشتر، سیگنال $x(t)$ که از دو سیگنال با بسامدهای $\omega_1(t)$ و $\omega_2(t)$ دامنه‌های $A_1(t)$ و $A_2(t)$ تشکیل شده است، در نظر گرفته می‌شود.

$$x(t) = A_1(t) \cos(\omega_1(t)) + A_2 \cos(\omega_2(t)) \quad (26)$$

فرم نمایی سیگنال تحلیلی $x(t)$ با استفاده از تبدیل هیلبرت محاسبه می‌شود.

$$x_a(t) = A_1(t) e^{i \int \omega_1(t) dt} + A_2(t) e^{i \int \omega_2(t) dt} \quad (27)$$

با استفاده از سیگنال تحلیلی فوق، تابع دامنه‌ی لحظه‌ی $(A(t))$ و بسامد لحظه‌ی $(\omega(t))$ سیگنال $x(t)$ به دست می‌آید.

$$A(t) = \left[A_1^2(t) + A_2^2(t) + 2A_1(t)A_2(t) \cos \left(\int (\omega_2(t) - \omega_1(t)) dt \right) \right]^{1/2} \quad (28)$$

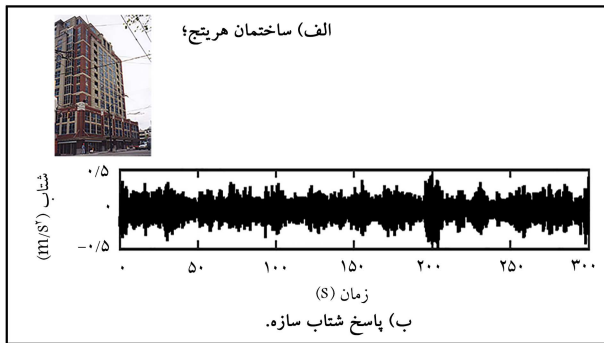
$$\omega(t) = \omega_1(t) + \frac{(\omega_2(t) - \omega_1(t))}{A^2(t)} \times \left[A_1^2(t) + 2A_1(t)A_2(t) \cos \left(\int (\omega_2(t) - \omega_1(t)) dt \right) \right] \quad (29)$$

همان طور که در روابط ۲۸ و ۲۹ مشاهده می‌شود، تابع بسامد لحظه‌ی $(\omega(t))$ و همچنین تابع دامنه‌ی لحظه‌ی $(A(t))$ از دو تابع الف) بسامد پایین با تغییرات

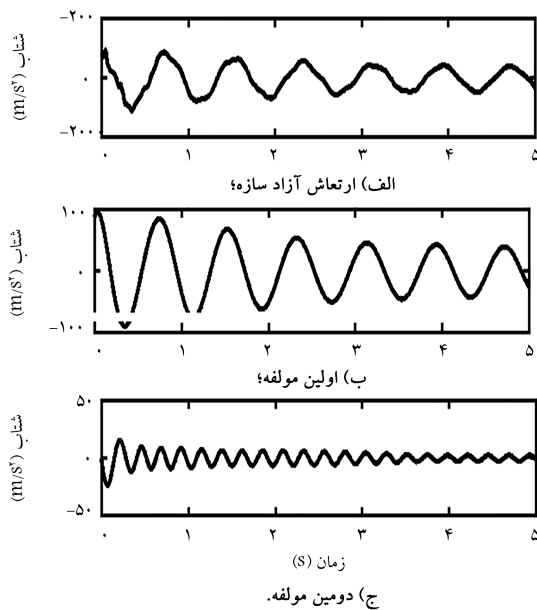
(iii) با استفاده از روش تجزیه‌ی نوسانات هیلبرت، پاسخ ارتعاش آزاد به دست آمده از مرحله‌ی قبل به مجموعه‌ی مؤلفه‌های ذاتی تجزیه می‌شود.
(iv) هر یک از مؤلفه‌های ذاتی به دست آمده با استفاده از روش اتورگرسیو تحلیل می‌شود و پارامترهای مودال سازه به دست می‌آید.

۵. مثال صحت‌سنجی

به منظور بررسی دقت روش ارائه شده، داده‌های ساختمان هریتج^{۳۱} شکل ۳ الف به عنوان یک سازه‌ی مینا در این حوزه بررسی می‌شود. در سال ۱۹۹۸ یک سری آزمون ارتعاش محیطی توسط محققان دانشگاه بریتیش کلمبیا بر روی سازه‌ی فوق به منظور شناسایی پارامترهای مودال آن انجام گرفت. جزئیات و نحوه‌ی انجام این آزمون‌ها توسط دیک و ونچر^{۳۲} ارائه شد. در این مطالعه بسامدهای سازه از طریق داده‌های ثبت شده توسط چهارمین حسگر نصب شده بر روی سازه (شکل ۳ ب) و با استفاده از روش اتورگرسیو بر پایه‌ی تجزیه‌ی ارتعاشات هیلبرت به دست می‌آید. برای این منظور، طبق الگوریتم ارائه شده در بخش ۴، پاسخ ارتعاش آزاد سازه از طریق روش تحریک طبیعی به دست می‌آید شکل ۴ الف پاسخ به دست آمده از مرحله‌ی قبل توسط روش تجزیه‌ی نوسانات هیلبرت به مجموعه‌ی مؤلفه‌های



شکل ۳. ساختمان هریتج و سیگنال شتاب ثبت شده از سازه.



شکل ۴. سیگنال ارتعاش آزاد سازه به همراه مؤلفه‌های ذاتی آن.

کند در طول زمان و (ب) بسامد بالا (که ممکن است شامل چندین بسامد باشد) با تغییرات سریع در طول زمان تشکیل شده است. فیلترهای پایین‌گذر می‌تواند به عنوان یک ابزار بسیار قدرتمند به منظور جداسازی این دو بخش به کار رود. فیلترهای پایین‌گذر با حذف بخش بسامد بالای تابع بسامد لحظه‌ی، تخمین بسیار دقیقی از دامنه و بسامد لحظه‌ی مؤلفه‌ی موجود در سیگنال ارتعاشی با بلندترین دوره‌ی تناوب را ارائه می‌دهد.

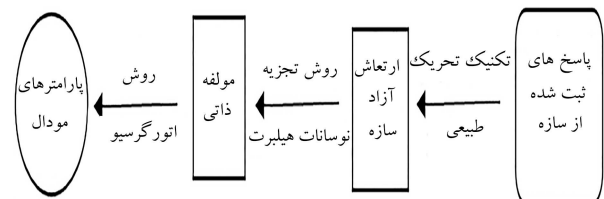
۴. روش اتورگرسیو بر پایه‌ی تجزیه‌ی نوسانات هیلبرت

روش اتورگرسیو بر پایه‌ی تجزیه‌ی نوسانات هیلبرت که در این بخش ارائه می‌شود، یک روش بدیع در حوزه‌ی شناسایی پارامترهای مودال سازه است. با استفاده از روش ارائه شده عملکرد روش اتورگرسیو در شناسایی پارامترهای مودال به دو صورت بهبود می‌یابد:

(i) همان طور که در بخش دوم نشان داده شد، اگر در یک آزمایش مودال m مود از یک سازه تحریک شود، کمینه به m حسگر به منظور شناسایی پارامترهای مودال از طریق روش اتورگرسیو نیاز است. در حالی که با استفاده از روش ارائه شده در این بخش این نقص به طور کلی بهبود می‌یابد و فقط با استفاده از یک حسگر می‌توان پارامترهای مودال سازه (بسامدها و ضرایب میرایی) را شناسایی کرد.
(ii) کاربرد روش اتورگرسیو در استخراج پارامترهای مودال، همانند دیگر روش‌ها در این حوزه مانند شناسایی زیرفضاهای تصادفی و تجزیه‌ی حوزه‌ی بسامدی، به سیگنال‌های ایستا محدود می‌شود. در حالی که در روش ارائه شده این محدودیت کاملاً برطرف شده است و روش ارائه شده قادر به استخراج پارامترهای مودال از پاسخ‌های نایستاست.

در این مطالعه، الگوریتم زیر به منظور استخراج پارامترهای مودال از پاسخ‌های ایستا و نایستای ثبت شده از سازه ارائه می‌شود:
(الف) اگر سازه به وسیله‌ی نیروهای هارمونیک ایستا یا نایستا تحریک شود:

- (i) پاسخ سازه توسط یک حسگر شتاب‌سنج ثبت می‌شود.
- (ii) با استفاده از روش تجزیه‌ی نوسانات هیلبرت، پاسخ ثبت شده از سازه به مجموعه‌ای از مؤلفه‌های ذاتی تجزیه می‌شود.
- (iii) مؤلفه‌های ذاتی به دست آمده شامل دو گروه می‌باشند. (الف) گروه اول مجموعه‌ی مؤلفه‌های ذاتی هستند که وابسته به سازه‌اند (جواب عمومی). (ب) گروه دوم مجموعه‌ی مؤلفه‌های ذاتی‌اند که وابسته به نیروهای وارد بر سازه هستند (جواب خصوصی). هر یک از مؤلفه‌های ذاتی گروه (الف) با استفاده از روش اتورگرسیو تحلیل می‌شود و پارامترهای مودال سازه به دست می‌آید.
- (ب) اگر سازه به وسیله‌ی نیروهایی با مشخصه‌ی نوفه‌ی سفید تحریک شود (شکل ۲):
(i) پاسخ سازه توسط یک حسگر شتاب‌سنج ثبت می‌شود.
- (ii) با استفاده از روش تحریک طبیعی^{۳۰}، پاسخ ارتعاش آزاد سازه به دست می‌آید.^[۳۲]



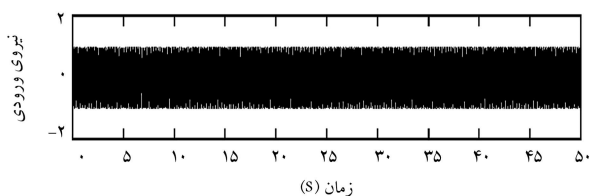
شکل ۲. روند نامی روش اتورگرسیو بر پایه‌ی تجزیه‌ی ارتعاشات هیلبرت.

جدول ۱. پارامترهای مودال ساختمان هریتج.

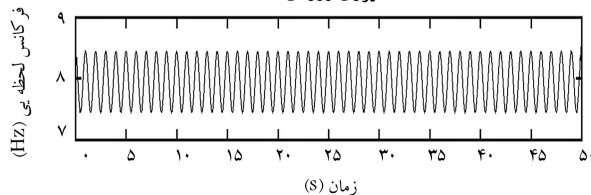
روش	شماره مود	بسامد ω (Hz)
روش اتورگرسیو بر پایه‌ی تجزیه‌ی ارتعاشات محیطی	مود اول	۱/۲۷
	مود دوم	۴/۱
مرجع [۳۴]	اولین مود پیچشی	۱/۲۷
	مود دوم	۴/۲

جدول ۲. پارامترهای مودال سیستم با یک درجه آزادی.

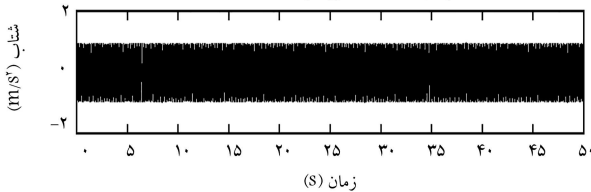
پارامترهای مودال	روش	پارامترهای مودال ω (Rad/s)	ξ (%)
فرض شده		۳	۳
روش اتورگرسیو بر پایه‌ی تجزیه‌ی ارتعاشات محیطی		۲/۹۹	۳
به دست آمده	روش تجزیه‌ی زیرفضاهای تصادفی	-	-
	روش تجزیه‌ی ناحیه‌ی بسامدی	۴۹/۹۸	-



الف) نیروی ورودی؛

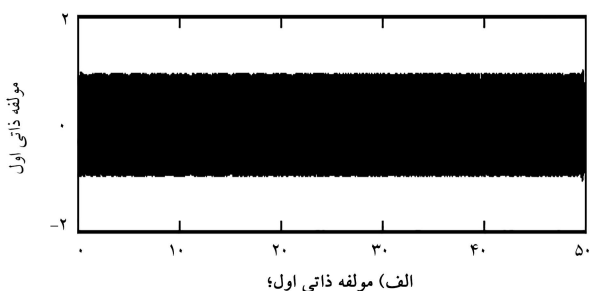


ب) بسامد لحظه‌یی نیروی ورودی؛

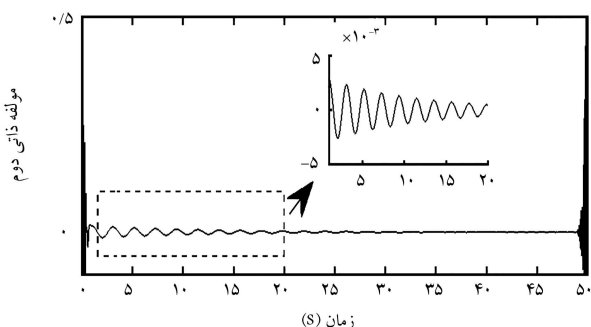


ج) پاسخ شتاب سیستم.

شکل ۵. سیگنال نیروی ورودی و پاسخ سیستم.



الف) مؤلفه ذاتی اول؛



ب) مؤلفه ذاتی دوم.

شکل ۶. مؤلفه‌های ذاتی پاسخ شتاب سیستم.

همان طور که در شکل ۶ دیده می‌شود، مؤلفه‌ی ذاتی اول وابسته به نیروی وارده بر سازه (جواب خصوصی) و مؤلفه‌ی ذاتی دوم وابسته به سیستم است (جواب عمومی). با استفاده از روش اتورگرسیو مشخصات مودال سیستم از مؤلفه‌ی ذاتی دوم (ارتعاش آزاد نشان داده شده در شکل ۶ ب) استخراج می‌شود. پارامترهای مودال به دست آمده از طریق روش اتورگرسیو بر پایه‌ی تجزیه‌ی ارتعاشات هیلیبرت در جدول ۲ نشان داده شده است.

به منظور بررسی عملکرد روش ارائه شده در مواجهه با پاسخ‌های ناپایستا، نتایج

ذاتی تجزیه می‌شود (شکل ۴ ب و ج). در این مرحله مؤلفه‌های ذاتی به دست آمده با استفاده از روش اتورگرسیو تحلیل می‌شود و بسامدهای طبیعی سازه به دست می‌آید. نتایج به دست آمده در جدول ۱ نشان داده شده است. به منظور مقایسه، نتایج به دست آمده توسط ونچر و همکاران [۳۴] در سطر سوم جدول ۱ ارائه شده است. همان طور که در این جدول دیده می‌شود، تطابق خوبی بین نتایج به دست آمده از طریق روش ارائه شده و نتایج ارائه شده توسط ونچر و همکاران وجود دارد که قابلیت اطمینان و دقت بالای روش ارائه شده را نشان می‌دهد.

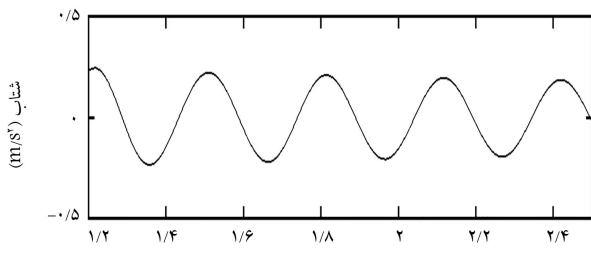
۶. مثال‌های کاربردی

۶.۱.۶. مثال‌های عددی

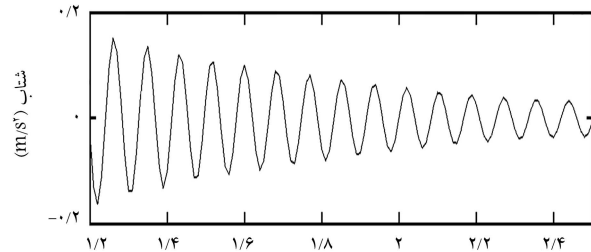
در این بخش، توانایی روش ارائه شده در استخراج پارامترهای مودال (بسامدهای طبیعی و ضرایب میرایی) از پاسخ‌های ایستا یا ناپایستای ثبت شده از طریق دو مثال عددی بررسی می‌شود. در مثال اول یک سیستم با یک درجه آزادی که به وسیله نیروی ناپایستا تحریک می‌شود، بررسی خواهد شد و در مثال دوم مشخصات مودال یک سازه با دو درجه آزادی که به وسیله نیرویی با مشخصه‌ی نوفه‌ی سفید تحریک شده است، به دست می‌آید.

۶.۱.۶.۱. مثال اول

هدف از این مثال بررسی توانایی روش ارائه شده در استخراج پارامترهای مودال از پاسخ ناپایستای شتاب ثبت شده از سازه است. برای این منظور، یک سیستم با یک درجه آزادی (شکل ۱ الف) با مشخصات مودال نشان داده شده در جدول ۲ در نظر گرفته می‌شود. سیستم به وسیله‌ی یک نیروی ناپایستا تحریک می‌شود. شکل ۵ نیروی ورودی، بسامد لحظه‌یی نیروی ورودی و پاسخ سیستم را نشان می‌دهد. با استفاده از روش تجزیه‌ی ارتعاشات هیلیبرت پاسخ شتاب سیستم به دو مؤلفه‌ی ذاتی تجزیه می‌شود (شکل ۶).



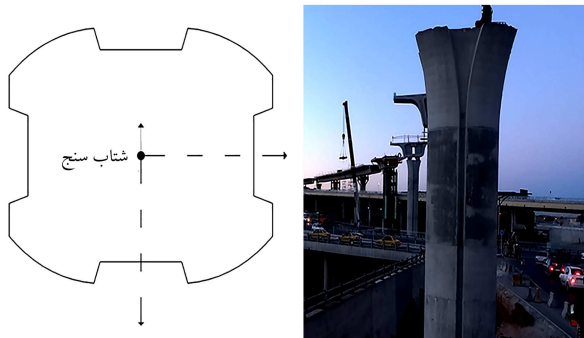
الف) اولین مولفه ذاتی؟



زمان (s)

ب) دومین مولفه ذاتی .

شکل ۹. مؤلفه‌های ذاتی سیگنال ارتعاش آزاد سازه.



الف) پایه نگهدارنده پل سگمندی؛ ب) محل قرارگیری حسگر شتاب سنج.

شکل ۱۰. پایه پل سگمندی و محل قرارگیری حسگر بر روی آن.

با این روش پاسخ‌های ارتعاش آزاد سازه در فضای مودال به دست می‌آید. با استفاده از روش اتورگرسیو مشخصات مودال سازه از پاسخ‌های مودال به دست آمده از مرحله‌ی قبل استخراج می‌شود. دو ستون آخر جدول ۳ مشخصات مودال به دست آمده از طریق روش اتورگرسیو بر پایه‌ی تجزیه‌ی ارتعاشات هیلبرت را نشان می‌دهد. همان‌طور که در جدول ۳ نشان داده شده است، روش ارائه شده با دقت بسیار عالی قادر به شناسایی پارامترهای مودال سازه با چند درجه آزادی است هنگامی که پاسخ‌های آن فقط با استفاده از یک حسگر ثبت شده باشد.

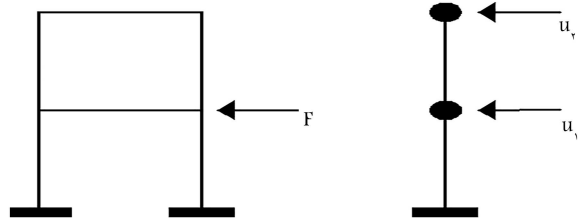
۲.۶. آزمایش ارتعاش محیطی

سازه‌ی در نظر گرفته شده در این بخش، یکی از پایه‌های نگهدارنده‌ی یک پل سگمندی، واقع در شهر اصفهان است. تصویر این سازه در شکل ۱۰ الف نشان داده شده است. ارتفاع این سازه ۱۰ متر و دارای یک سطح مقطع متقارن است (شکل ۱۰ ب). مساحت سطح مقطع تا ارتفاع ۷/۵ متری ثابت و سپس با افزایش ارتفاع، افزایش می‌یابد.

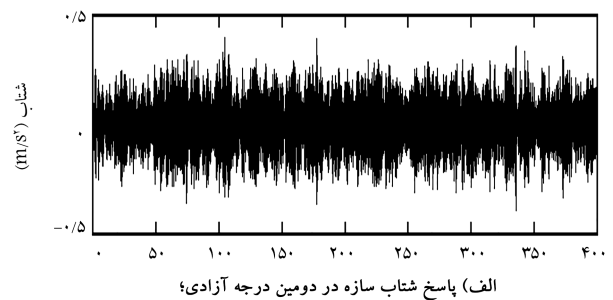
به منظور به دست آوردن مشخصات مودال سازه‌ی مذکور از طریق روش ارائه شده، یک آزمایش مودال بر روی سازه انجام گرفت. با استفاده از یک شتاب‌سنج

جدول ۳. پارامترهای مودال سازه با دو درجه آزادی.

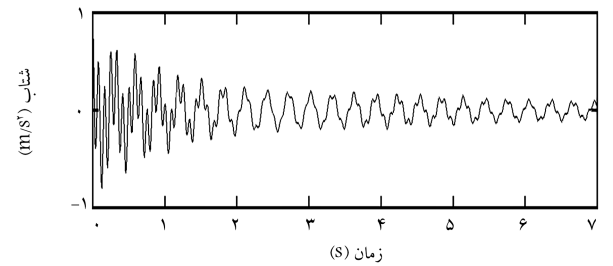
شماره‌ی مودها	پارامترهای مودال به دست آمده		پارامترهای مودال به دست آمده	
	$\xi(\%)$	$\omega_n(Hz)$	$\xi(\%)$	$\omega_n(Hz)$
مود اول	۱	۳/۳	۱	۳/۳
مود دوم	۱/۷	۱۱/۴۷	۱/۶	۱۱/۹



شکل ۷. سیستم با دو درجه آزادی به همراه محل اعمال بار.



الف) پاسخ شتاب سازه در دومین درجه آزادی؟



ب) پاسخ شتاب ارتعاش آزاد سازه در دومین درجه آزادی.

شکل ۸. سیگنال شتاب سازه.

به دست آمده با پارامترهای مودال به دست آمده از طریق روش‌های شناسایی زیرفضاهای تصادفی و تجزیه‌ی ناحیه‌ی بسامدی مقایسه می‌شود. همان‌طور که در جدول ۲ نشان داده شده است، روش ارائه شده در حالی با دقت بسیار عالی قادر به استخراج پارامترهای مودال سازه از پاسخ‌های ناپیوسته که دو روش زیرفضاهای تصادفی و تجزیه‌ی ناحیه‌ی بسامدی قادر به شناسایی پارامترهای مودال سازه نیستند.

۲.۱.۶. مثال دوم

در این مثال، یک سازه با دو درجه آزادی با پارامترهای مودال نشان داده شده در جدول ۳ بررسی می‌شود. سازه به وسیله‌ی یک نیروی ایستا تحریک می‌شود (شکل ۷) و پاسخ سازه در دومین درجه آزادی به دست می‌آید. شکل ۸ الف پاسخ شتاب سازه در دومین درجه آزادی را نشان می‌دهد. با استفاده از روش تحریک تجربی، پاسخ ارتعاش آزاد سازه محاسبه می‌شود (شکل ۸ ب). پاسخ ارتعاش آزاد سازه توسط روش تجزیه‌ی ارتعاشات هیلبرت به مجموعه‌ی مؤلفه‌های ذاتی تجزیه می‌شود. شکل ۹ مؤلفه‌های ذاتی استخراج شده از ارتعاش آزاد سازه را نشان می‌دهد.

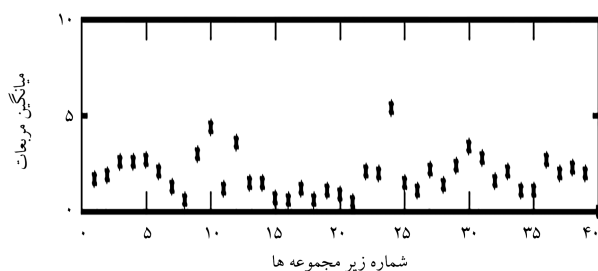
جدول ۴. پارامترهای مودال پایه‌ی نگهدارنده‌ی پل سگمندی.

شماره‌ی مود	پارامترهای مودال		روش
	ω (Rad/s)	ξ (%)	
مود اول	۱,۷۵۸	۱,۸۶	روش اتورگرسیو بر پایه‌ی
مود دوم	۱۱,۳۸	۰,۹	تجزیه‌ی ارتعاشات محیطی
مود اول	۱,۷۵۸	۱,۸۹	روش تجزیه‌ی زیر
مود دوم	۱۱,۴	۱,۱۷	فضاهای تصادفی
مود اول	۱,۷۵۶	-	روش تجزیه‌ی
مود دوم	-	-	ناحیه‌ی بسامدی

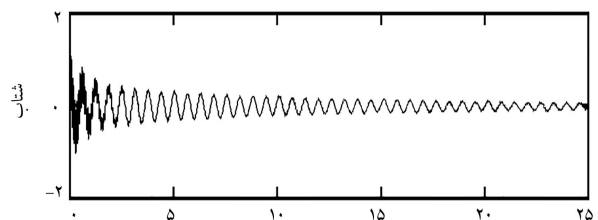
علت ایستایی پاسخ ثبت شده از سازه، باید نتایج روش ارائه شده با دیگر روش‌های موجود در این حوزه یکسان باشد. به منظور بررسی عملکرد روش ارائه شده، نتایج به دست آمده با پارامترهای مودال به دست آمده از طریق روش‌های شناسایی زیرفضاهای تصادفی و تجزیه‌ی ناحیه‌ی بسامدی مقایسه می‌شود (جدول ۴). همان طور که انتظار می‌رود به علت ایستایی پاسخ ثبت شده از سازه، نتایج به دست آمده از روش‌های اشاره شده با روش ارائه شده در این مطالعه تقریباً یکسان است. در این مثال از طریق انجام یک آزمون ارتعاش محیطی که بر روی یک پایه‌ی پل سگمندی انجام گرفت و با مقایسه‌ی نتایج با روش‌های دیگر در این حوزه (که به علت ایستایی پاسخ‌ها باید نتایج یکسانی داشته باشند) نشان داده شد که محدودیت حداقل حسگر در روش اتورگرسیو به طور کامل رفع شده است.

۷. نتیجه‌گیری

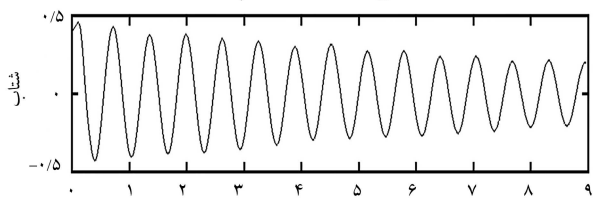
در این مطالعه، یک روش جدید برای استخراج پارامترهای مودال سازه‌ها (بسامدها و ضرایب میرایی) بر اساس پاسخ‌های دینامیکی ثبت شده توسط یک حسگر، ارائه شد. در این روش، که اتورگرسیو بر پایه‌ی تجزیه‌ی ارتعاشات هیلبرت نام‌گذاری شد، عملکرد روش اتورگرسیو در شناسایی پارامترهای مودال سازه به دو صورت بهبود یافت: الف) در روش اتورگرسیو برای شناسایی m مود از سازه، کمینه به m حسگر نیاز است. در حالی که با استفاده از روش ارائه شده، این نقص به طور کلی بهبود یافته است و فقط با استفاده از یک حسگر می‌توان پارامترهای مودال سازه (بسامدها و ضرایب میرایی) را شناسایی کرد. ب) کاربرد روش اتورگرسیو در استخراج پارامترهای مودال، همانند دیگر روش‌ها در این حوزه به سیگنال‌های ایستا محدود است. در حالی که در روش ارائه شده این محدودیت کاملاً برطرف شده است و روش ارائه شده قادر به استخراج پارامترهای مودال از پاسخ‌های ناپایستا نیز هست. کارایی و عملکرد روش ارائه شده از طریق دو مثال عددی و یک مثال صحت‌سنجی که شامل یک ساختمان است، ارزیابی شد. نتایج نشان داد که عملکرد روش ارائه شده در مواجهه با پاسخ‌های ناپایستا به مراتب بهتر از روش‌های رایج در این حوزه است. در پایان، با استفاده از روش اتورگرسیو بر پایه‌ی تجزیه‌ی ارتعاشات هیلبرت، بسامدها و ضرایب میرایی پایه‌ی نگهدارنده‌ی یک پل سگمندی به دست آمد. بر اساس نتایج به دست آمده از این مطالعه، روش اتورگرسیو بر پایه‌ی تجزیه‌ی ارتعاشات هیلبرت، برای استخراج پارامترهای مودال سازه از پاسخ‌های ایستا و ناپایستای سازه که فقط توسط یک حسگر ثبت شده‌اند، بسیار قابل اعتماد است.



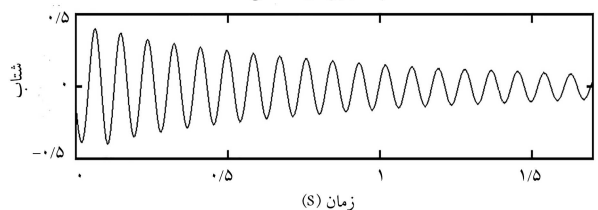
شکل ۱۱. میانگین مربعات هر یک از زیرمجموعه‌ها.



الف) پاسخ ارتعاش آزاد سیستم؛



ب) اولین مؤلفه ذاتی؛



ج) دومین مؤلفه ذاتی.

شکل ۱۲. سیگنال پاسخ و مؤلفه‌های ذاتی آن.

تک‌محوره که در مرکز سطح مقطع سازه قرار گرفته است (شکل ۱۰ ب)، شتاب جانبی سازه ثبت شده است. مدت زمان برداشت در حدود ۷ دقیقه و نرخ نمونه برداری ۲۰۰ هرتز با بسامد قطع ۱۰۰ هرتز است. ایستایی پاسخ شتاب به وسیله‌ی آزمون چرخه [۳۵] بررسی می‌شود. به این منظور، پاسخ شتاب ثبت شده به ۴۰ زیرمجموعه تقسیم شده است و مقدار میانگین مربعات هر زیرمجموعه محاسبه می‌شود (شکل ۱۱). سپس با استفاده از آزمون چرخه‌ی ایستایی سیگنال اثبات می‌شود.

با استفاده از روش تحریک تجربی، پاسخ ارتعاش آزاد سیستم محاسبه می‌شود (شکل ۱۲ الف). پاسخ ارتعاش آزاد سیستم توسط روش تجزیه‌ی ارتعاشات هیلبرت به مجموعه‌ی مؤلفه‌های ذاتی تجزیه می‌شود (شکل ۱۲ ب و ج). با استفاده از روش اتورگرسیو مشخصات مودال سازه از مؤلفه‌های ذاتی به دست آمده از مرحله‌ی قبل استخراج می‌شود. سطر دوم جدول ۴ مشخصات مودال به دست آمده از طریق روش اتورگرسیو بر پایه‌ی تجزیه‌ی ارتعاشات هیلبرت را نشان می‌دهد. به

پانوشتها

1. Amezquita-Sanchez and Adeli
2. Bendat and Piersol
3. Peak Picking (PP)
4. Felber
5. second narrows bridge
6. Brincker et al
7. frequency domain decomposition (FDD)
8. enhanced frequency domain decomposition (EFDD)
9. Jacobsen and Andersen
10. curve-fitted enhanced frequency domain decomposition (CFDD)
11. Ibrahim time Domain (ITD)
12. stochastic subspace identification (SSI)
13. Van Overschee and de Moor
14. Peeters and de Roeck
15. Kadakal and Yuzugullu
16. Kosorus et al
17. Park et al
18. Burg
19. Yu and Ren
20. empirical mode decomposition
21. He
22. Li
23. Hilbert vibration decomposition (HDV)
24. Feldman
25. inherent components
26. Huang et al
27. Wenchuan
28. Braun and Feldman
29. Yule-Walker
30. natural excitation technique (NExT)
31. Heritage
32. Dyck and Ventura

منابع (References)

1. Das, S., Saha, P. and Patro, S. "Vibration-based damage detection techniques used for health monitoring of structures: a review", *Journal of Civil Structural Health Monitoring*. **6**(3), pp. 477-507 (2016).
2. Erazo, K., Sen, D., Nagarajaiah, S. and et al. "Vibration-based structural health monitoring under changing environmental conditions using Kalman filtering", *Mechanical Systems Signal Processing*. **117**, pp. 1-15 (2019).
3. Gaebler, K. O., Hedegaard, B. D., Shield, C. K. and et al. "Signal selection and analysis methodology of long-term vibration data from the I-35W St. Anthony Falls Bridge", *Structural Control and Health Monitoring*. **25**(7), pp. e2182 (2018).
4. He, Y., Li, Q., Zhu, H. and et al. "Monitoring of structural modal parameters and dynamic responses of a 600m-high skyscraper during a typhoon", *The Structural Design of Tall Special Buildings*. **27**(6), pp. e1456 (2018).
5. Khodabandehlou, H., Pekcan, G. and Fadali, M. S. "Vibration-based structural condition assessment using convolution neural networks", *Structural Control and Health Monitoring*. **26**(2), pp. e2308 (2019).
6. Amezquita-Sanchez, J. P. and Adeli, H. "Signal processing techniques for vibration-based health monitoring of smart structures", *Archives of Computational Methods in Engineering*. **23**(1), pp. 1-15 (2016).
7. Bendat, J. S. and Piersol, A. G. "Engineering applications of correlation and spectral analysis", *John Wiley & Sons* (1993).
8. Felber, A. J., "Development of a hybrid bridge evaluation system", *University of British Columbia* (1994).
9. Brincker, R., Zhang, L. and Andersen, P. "Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition", *Proc. of the 18th International Modal Analysis Conference (IMAC)*, San Antonio, Texas (2000).
10. Brincker, R., Ventura, C. and Andersen, P. "Damping estimation by frequency domain decomposition", *19th International Modal Analysis Conference*, pp. 698-703 (2001).
11. Jacobsen, N.-J., Andersen, P. and Brincker, R. "Applications of frequency domain curve-fitting in the EFDD technique", *Proc. IMAC-XXVI: Conf. & Expo. on Structural Dynamics*, pp. 1-13 (2008).
12. Ibrahim R., S. and C. Mikulcik, E. "A method for the direct identification of vibration parameters from the free response", *Shock Vibration Bull.* **47**, pp. 183-196 (1977).
13. Van Overschee, P. and De Moor, B. "Subspace identification for linear systems: theory, implementation and applications", *Kluwer Academic Publishers* (1996).
14. Peeters, B. and De Roeck, G. "Reference based stochastic subspace identification in Civil Engineering", *Inverse Problems in Engineering*, **8**(1) pp. 47-74 (2000).
15. Huang, C., Hung, S., Su, W. and et al. "Identification of time-variant modal parameters using time-varying autoregressive with exogenous input and low-order polynomial function", *Computer-Aided Civil Infrastructure Engineering*. **24**(7), pp. 470-491 (2009).
16. Li, W., Vu, V.-H., Liu, Z. and et al. "Application of adaptable functional series vector time-dependent autoregressive model for extraction of real modal parameters for identification of time-varying systems", *Measurement*. **103**, pp. 143-156 (2017).
17. Vu, V., Thomas, M., Laffleur, F. and et al. "Towards an automatic spectral and modal identification from operational modal analysis", *Journal of Sound Vibration*. **332**(1), pp. 213-227 (2013).
18. Vu, V. H., Thomas, M., Lakis, A. and et al. "Operational modal analysis by updating autoregressive model", *Mechanical Systems Signal Processing*. **25**(3), pp. 1028-1044 (2011).
19. Vu, V.-H., Liu, Z., Thomas, M. and et al. "Output-only identification of modal shape coupling in a flexible robot by vector autoregressive modeling", *Mechanism Machine Theory*. **97**, pp. 141-154 (2016).
20. Kadakal, U. and Yuzugullu, O. "A comparative study on the identification methods for the autoregressive modelling from the ambient vibration records", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, **33**, pp. 230A (1996).

21. Kosorus, H., Höllrigl-Binder, M., Allmer, H. and et al. "On the identification of frequencies and damping ratios for structural health monitoring using autoregressive models", *23rd International Workshop on Database and Expert Systems Applications*, pp. 23-27 (2012).
22. Park, K., Kim, S. and Torbol, M. "Operational modal analysis of reinforced concrete bridges using autoregressive model", *Smart Structures Systems*. **17**(6), pp. 1017-30 (2016).
23. Chiang, D.-Y. and Lin, C.-S. "Identification of modal parameters from nonstationary ambient vibration data using the channel-expansion technique", *Journal of Mechanical Science Technology*. **25**(5), pp. 1307 (2011).
24. Tang, D., Ju, R., Yue, Q. and et al. "Modal damping ratio analysis of dynamical system with non-stationary responses", *Applied Ocean Research*. **59**, pp. 138-146 (2016).
25. Tang, D., Wang, Z., Yue, Q. and et al. "Modal analysis of multi-degree-of-freedom dynamic system based on non-stationary response data", *Journal of Sound Vibration*. **347**, pp. 139-149 (2015).
26. Yu, D.-J. and Ren, W.-X. "EMD-based stochastic subspace identification of structures from operational vibration measurements", *Engineering Structures*. **27**(12), pp. 1741-1751 (2005).
27. He, X., Hua, X., Chen, Z. and et al. "EMD-based random decrement technique for modal parameter identification of an existing railway bridge", *Engineering Structures*. **33**(4), pp. 1348-1356 (2011).
28. Li, X., Antoni, J., Brennan, M. J. and et al. "A frequency domain blind identification method for operational modal analysis using a limited number of sensors", *Journal of Vibration Control*, **26**, pp. 1383-1398 (2020).
29. Feldman, M. "Time-varying vibration decomposition and analysis based on the Hilbert transform", *Journal of Sound Vibration*. **295**(3-5), pp. 518-530 (2006).
30. Huang, Y., Yan, C. and Xu, Q. "On the difference between empirical mode decomposition and Hilbert vibration decomposition for earthquake motion records", *15th World Conference on Earthquake Engineering*, (2012).
31. Braun, S. and Feldman, M. "Decomposition of non-stationary signals into varying time scales: Some aspects of the EMD and HVD methods", *Mechanical Systems Signal Processing*. **25**(7), pp. 2608-2630 (2011).
32. James, G., Carne, T. G. and Lauffer, J. P. "The natural excitation technique (NExT) for modal parameter extraction from operating structures", *Modal Analysis-the International Journal of Analytical Experimental Modal Analysis*. **10**(4), pp. 260 (1995).
33. Dyck, C. and Ventura, C. E. "Ambient vibration measurements of heritage court tower", *EQ LAB, University of British Columbia, Earthquake Engineering Research* (1998).
34. Venture, C., Brincker, R., Dascotte, E. and et al. "FEM updating of the heritage court building structure", *IMAC-XIX: A Conference on Structural Dynamics*, pp. 324-330 (2001).
35. Bendat, J. S. and Piersol, A. G. "analysis and measurement procedures", *Ed., 2nd, John Wiley & Sons* (1986).