

# تخصیص ترافیک دینامیکی چندکلاسی با محدودیت‌های ظرفیت کمانی

بابک جوانی (دکتری)

عباس بابازاده\* (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران

مهندسی عمران شریف، تابستان (۱۴۰۰)  
دوره‌ی ۲ - ۳۷، شماره‌ی ۲/۱، ص. ۳۸-۲۹، (پژوهشی)

یکی از روش‌های مؤثر در افزایش کارایی شبکه‌های شهری، استفاده از سامانه‌های حمل‌ونقل هوشمند (ITS) برای تسهیل حرکت جریان ترافیک و کاهش تراکم در شبکه است. مسئله‌ی تخصیص ترافیک دینامیکی (DTA) جزء اصلی ساختارها و روش‌هایی است که برای اجرای سیاست‌های ITS به کار می‌روند. در این مقاله، یک مدل و الگوریتم بر پایه‌ی مسیر برای مسئله‌ی تخصیص ترافیک دینامیکی چندکلاسی با محدودیت‌های ظرفیت کمانی ارائه می‌شود، که قابلیت استفاده برای شبکه‌های بزرگ‌مقیاس را دارد. از مدل پیشنهادی برای تحلیل اثرات سیستم‌های پیشرفته‌ی اطلاعاتی مسافر (ATIS) بر روی پارامترهای عملکردی شبکه‌ی شهر تهران استفاده می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که الگوریتم پیشنهادی به خوبی می‌تواند سیاست‌های مختلف ATIS را در شبکه‌ی شهر تهران ارزیابی کند. همچنین مشخص شد که تفاوت‌های چشمگیری بین نتایج در حالت ایستا و پویا وجود دارد.

واژگان کلیدی: تخصیص ترافیک دینامیکی، چندکلاسی، محدودیت ظرفیت، سیستم‌های حمل‌ونقل هوشمند، شبکه‌ی شهر تهران.

## ۱. مقدمه و مرور پژوهش‌های پیشین

پیتا و زیلیاسکوپولوس<sup>[۷]</sup> مرور جامعی بر روی مسئله‌ی تخصیص ترافیک دینامیکی انجام داده‌اند. آنها این مسئله را به دو دسته‌ی تحلیلی<sup>۵</sup> و برپایه‌ی شبیه‌سازی<sup>۶</sup> تقسیم و در مورد مشکلات و نقاط قوت هر یک بحث کرده‌اند. در مدل‌های برپایه‌ی شبیه‌سازی از یک شبیه‌ساز ترافیکی برای توزیع جریان در شبکه استفاده می‌شود؛ در حالی که مدل‌های تحلیلی از یک مدل بارگذاری دینامیکی خردنگر جریان در شبکه (DNL)<sup>۷</sup> برای پخش جریان ترافیک بهره می‌برند. برای مروری جامع بر روی مدل‌ها و الگوریتم‌های تخصیص ترافیک دینامیکی به پژوهش جوانی<sup>[۸]</sup>، جوانی و همکاران<sup>[۹]</sup>، جوانی و بابازاده<sup>[۱۰]</sup>، زتو و وونگ<sup>[۱۱]</sup> و کاچرو و شالیان<sup>[۱۲]</sup> مراجعه شود.

مطالعات بسیاری برای نشان دادن منافع استفاده از ATIS در شبکه انجام شده‌اند. تمرکز اصلی این مطالعات بر روی رفتار انتخاب مسیر رانندگان مجهز به سیستم دریافت اطلاعات و رانندگان غیرمجهز به آن بوده است.<sup>[۱۳-۱۵]</sup> اغلب این مطالعات، از مدل‌های تخصیص ترافیک استاتیکی برای بررسی مسئله‌ی تأثیر ATIS بر روی شبکه استفاده کرده‌اند، در حالی که مسئله‌ی مورد نظر در ذات یک مسئله‌ی دینامیکی است. مهمسنی<sup>[۱۶]</sup>، لو و زتو<sup>[۱۷]</sup>، بالاکریشنا و همکاران<sup>[۱۸]</sup>، زتو و همکاران<sup>[۱۹]</sup>، نی و همکاران<sup>[۲۰]</sup>، گاؤ و هوانگ<sup>[۲۱]</sup> جزء آن افرادی هستند که مسئله‌ی مورد نظر را با استفاده از مدل‌های تخصیص ترافیک دینامیکی بررسی کرده‌اند. اخیراً نیز هی و همکاران<sup>[۲۲]</sup>، میتساکیس و همکاران<sup>[۲۳]</sup> و کیم و پیتا<sup>[۲۴]</sup> به ارزیابی کاربردهای سیستم‌های پیشرفته‌ی اطلاعات مسافران پرداخته‌اند.

سیستم‌های پیشرفته‌ی اطلاعات مسافران (ATIS)<sup>۱</sup> یکی از اجزای اصلی سیستم‌های حمل‌ونقل هوشمند (ITS)<sup>۲</sup> هستند که به رانندگان در تصمیم‌گیری و تحلیل شرایط ترافیک کمک می‌کنند و از طریق ارتباط یک‌طرفه یا دوطرفه با آنها کارایی و راحتی سفر را افزایش می‌دهند. برای مروری جامع روی اثرات ITS بر روی تحولات مدل‌های حمل‌ونقل به پژوهش ران و همکاران<sup>[۱]</sup> و کاربردها و دسته‌بندی‌های ITS به پژوهش پاپاگورگیو و همکاران<sup>[۱]</sup> رجوع شود. هسته‌ی مرکزی همه‌ی این سیستم‌ها، مدل‌های تخصیص ترافیک دینامیکی (DTA)<sup>۳</sup> است که الگوی جریان ترافیک وابسته به زمان را در شبکه پیش‌بینی می‌کنند. در این خصوص باید اشاره کرد که از مدل‌های معمول تخصیص ترافیک استاتیکی (STA)<sup>۴</sup> نمی‌توان به طور مؤثر برای ارزیابی سیاست‌های ITS استفاده کرد؛ زیرا این مدل‌ها پیچیدگی‌های دینامیکی جریان ترافیک را در نظر نمی‌گیرند. برای مروری جامع بر روی الگوریتم‌های STA به پژوهش جوانی و بابازاده<sup>[۲]</sup> و بابازاده و همکاران<sup>[۲]</sup> مراجعه شود.

مرچانت و نهماوزر<sup>[۵]</sup> برای اولین بار به صورت جدی مسئله‌ی تخصیص ترافیک دینامیکی را مطرح کرده‌اند. پس از کار اولیه‌ی آنها، مطالعات فراوانی توسط محققان برای مدل‌سازی و حل این مسئله انجام شده است. برای دسته‌بندی رویکردهای مدل‌سازی و روش‌های حل مسئله‌ی DTA می‌توان به مطالعات متعددی رجوع کرد.

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳/۲/۱۳۹۹، اصلاحیه ۱۴/۴/۱۳۹۹، پذیرش ۷/۷/۱۳۹۹.

DOI:10.24200/J30.2020.55759.2777

## ۲. مدل مسئله تخصیص ترافیک دینامیکی چندکلاسی

با فرض مشخص بودن تقاضای همه‌ی زوج‌های مبدأ - مقصد مربوط به همه‌ی کلاس‌ها در همه‌ی بازه‌های عزیمت، مدل مسئله‌ی تخصیص ترافیک دینامیکی چندکلاسی به صورت زیر است:

$$[DTA - MC] :$$

$$(\Gamma_p^{dw} - u_i^{dw})h_p^{dw} = 0$$

$$\forall p \in P_i^w, i \in I, d \in D, w \in W \quad (۱)$$

$$\Gamma_p^{dw} - u_i^{dw} \geq 0$$

$$\forall p \in P_i^w, i \in I, d \in D, w \in W \quad (۲)$$

$$u_i^{dw} \geq 0 \quad \forall i \in I, d \in D, w \in W \quad (۳)$$

$$\sum_{p \in P_i^w} h_p^{dw} = q_i^{dw} \quad \forall i \in I, d \in D, w \in W \quad (۴)$$

$$h_p^{dw} \geq 0 \quad \forall p \in P_i^w, i \in I, d \in D, w \in W \quad (۵)$$

$$x_a^t = \sum_{w \in W} \sum_{i \in I} \sum_{p \in P_i^w} \sum_{d \in D} h_p^{dw} \beta_{pa}^{dtw}$$

$$\forall a \in A, t \in D$$

$$\frac{x_a^t}{c_a^t} \leq 1 \quad \forall a \in A, t \in D \quad (۶)$$

$$\left(\frac{x_a^t}{c_a^t} - 1\right)\sigma_a^t = 0 \quad \forall a \in A, t \in D \quad (۷)$$

$$\sigma_a^t \geq 0 \quad \forall a \in A, t \in D \quad (۸)$$

$$T_{pn}^{dw} = \begin{cases} \sum_{a \in A_{pn}} \sum_{t \in D} f_a^{tw} (x_a^t) \beta_{pa}^{dtw} & \text{if } n \in N_p - r(p) \\ 0 & \text{if } n = r(p) \end{cases}$$

$$\forall p \in P_i^w, i \in I, n \in N_p, d \in D, w \in W \quad (۹)$$

$$\alpha_{pa}^{dtw} \in \{0, 1\}$$

$$\forall p \in P_i^w, i \in I, a \in A_p, d \in D, t \in D, w \in W \quad (۱۰)$$

$$\sum_{t \in D} \alpha_{pa}^{dtw} = 1$$

$$\forall p \in P_i^w, i \in I, a \in A_p, d \in D, w \in W \quad (۱۱)$$

$$(T_{pn}^{dw} + (d - t - 1)\Delta t)\alpha_{pk}^{dtw} \leq 0$$

$$\forall p \in P_i^w, i \in I, k = (n, m) \in A_p, d,$$

$$t \in D, w \in W \quad (۱۲)$$

$$(T_{pn}^{dw} + (d - t)\Delta t)\alpha_{pk}^{dtw} \geq 0$$

$$\forall p \in P_i^w, i \in I, k = (n, m) \in A_p, d \in D,$$

$$t \in D, w \in W$$

$$\beta_{pk}^{dtw} = 0$$

$$\forall p \in P_i^w, i \in I, k \in A_p, d \in D,$$

$$t < t' : \alpha_{pk}^{dt'w} = 1, w \in W \quad (۱۳)$$

همان طور که مشخص است، قطعاً نحوه‌ی رفتار و تعامل استفاده‌کنندگان مختلف در شبکه‌های شهری در مقابل اعمال سیاست‌های ATIS با هم متفاوت است. پس بسیار مهم است تا برای ارزیابی درست این سیاست‌ها، به خصوص در شبکه‌های واقعی، مدل و الگوریتم‌های تخصیص دینامیکی چندکلاسی<sup>۸</sup> با قابلیت حل مسائل بزرگ مقیاس بسط داده شوند. هدف اصلی این مقاله ارائه‌ی یک مدل و الگوریتم DTA چندکلاسی است که محدودیت ظرفیت در کمان‌ها را در نظر می‌گیرد و قابلیت حل مسئله را برای شبکه‌های بزرگ مقیاسی چون تهران دارد. برای نشان دادن این قابلیت، اثر ATIS بر روی شبکه‌ی شهر تهران مدل‌سازی شده و پارامترهای عملکردی شبکه با سناریوهای مختلف بررسی شده است.

جوانی و همکاران<sup>۹</sup> با ارائه‌ی یک مدل تکمیلی غیرخطی (NCP)<sup>۹</sup> به مدل‌سازی مسئله‌ی تخصیص ترافیک دینامیکی پرداختند و یک الگوریتم حل برای شبکه‌های واقعی ارائه دادند. جوانی و بابازاده<sup>۱۰</sup>، بر اساس مدل مذکور، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی (MP)<sup>۱۰</sup> بسط دادند که با استفاده از یک مدل بارگذاری دینامیکی جریان پیشرفته‌تر، قابلیت مدل‌سازی واقعی‌تر نحوه‌ی پخش جریان در شبکه را داشته باشد و با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت در کمان‌ها، تأخیر را محاسبه می‌کند. آنها یک الگوریتم حل کارا برای مدل مورد نظر نیز پیشنهاد دادند. مدل تخصیص ترافیک دینامیکی چندکلاسی در این مقاله با تعمیم مدل یک کلاسی پیشنهادی جوانی و بابازاده<sup>۱۱</sup> بنا نهاده شده است. در ضمن، بر خلاف مطالعه‌ی مذکور، مدل چندکلاسی در این‌جا به صورت یک مسئله‌ی تکمیلی غیرخطی (NCP)<sup>۱۱</sup> فرمول‌بندی شده است که تعادل استفاده‌کننده را به صورت مجزا برای هر کلاس اعمال می‌کند. مدل بارگذاری جریان پیشنهادی در این مقاله، جریان در مسیرها را برای هر کلاس بر اساس زمان سفر همان کلاس توزیع و جریان و زمان سفر هر کلاس را به صورت مجزا محاسبه می‌کند. این مدل، جریان در کمان‌ها را که مجموع جریان همه‌ی کلاس‌هاست به ظرفیت کلی کمان محدود می‌کند و تأخیر ناشی از صف را نیز تعیین می‌کند. علاوه بر موارد ذکر شده، یک نوآوری دیگر این مقاله به کار بستن روش حل تکراری در الگوریتم پیشنهادی است که از طریق آن می‌توان مسئله را با ساده‌سازی اندرکنش جریان و زمان سفر کلاس‌های مختلف بر روی یکدیگر، حل کرد.

اگر تمام رانندگان شبکه مجهز به سیستم‌های تبادل اطلاعات با کنترل‌کننده‌ی مرکزی باشند، می‌توان با تجویز و ارائه‌ی اطلاعات مسیرها هزینه‌ی کلی سیستم را کمینه کرد. اما رانندگان ممکن است واکنش‌های متفاوتی به اطلاعات دریافتی داشته باشند. در این‌جا فرض می‌شود که همه‌ی رانندگان در شهر تهران مجهز باشند و اطلاعات و مسیرهای بهینه‌ی سیستم در اختیار آنها قرار می‌گیرد. سپس فرض می‌شود که فقط بخشی از رانندگان از مسیرهای بهینه‌ی سیستم پیروی کنند و بقیه از مسیرهای تعادل استفاده‌کننده تبعیت کنند. بدین ترتیب با فرض مقادیر مختلف نفوذ و پذیرش مسیرهای تجویز شده، پارامترهای عملکردی شبکه‌ی شهر تهران با فرض دو کلاس استفاده‌کننده برای دو حالت استاتیکی و دینامیکی مقایسه خواهد شد. در این‌جا نیز باید اشاره شود که تا به حال، با بهره‌گیری از یک الگوریتم تخصیص ترافیک دینامیکی چندکلاسی، چنین تحلیل‌ها و بررسی‌هایی بر روی شبکه‌ی شهر تهران انجام نشده است که می‌تواند نوآوری دیگر این مقاله در نظر گرفته شود.

در ادامه، ابتدا مدل مسئله‌ی تخصیص ترافیک دینامیکی چندکلاسی با محدودیت ظرفیت بسط داده می‌شود، سپس الگوریتم حل پیشنهادی در بخش ۳ ارائه می‌شود، بعد از آن نتایج عددی در بخش ۴ بررسی و در انتها نیز نتیجه‌گیری انجام می‌شود.

$$\beta_{pk}^{d,t+\ell,w} = \frac{\min \left\{ (t+1+\ell-d) \Delta t - T_{pn}^{dw} - \sum_{t' < t+\ell} \beta_{pk}^{dt'w} f_k^{t'w}(x_k^{t'}), (1 - \sum_{t' < t+\ell} \beta_{pk}^{dt'w}) f_k^{t+\ell,w}(x_k^{t+\ell}) \right\}}{f_k^{t+\ell,w}(x_k^{t+\ell})}$$

$$\forall p \in P_i^w, i \in I, k = (n, m) \in A_p, d \in D, t: \alpha_{pk}^{dtw} = 1, \ell = 0, \dots, |D| - t, w \in W \quad (16)$$

سفر مربوط به خود را تجربه می‌کند. شرط تعادل استفاده‌کننده‌ی دینامیکی برای حالت چندکلاس به صورت زیر خواهد بود: «برای هر زوج مبدأ - مقصد، هر بازه‌ی عزیمت و هر کلاس استفاده‌کننده، زمان سفر تعمیم‌یافته مسیریهای استفاده شده با هم برابر و کمتر از یا مساوی با زمان سفر تعمیم‌یافته‌ی مسیریهای استفاده نشده است.»

باید اشاره کرده‌م معادلات ۱ تا ۳ دقیقاً شرایط تعادل استفاده‌کننده‌ی دینامیکی شرح داده شده را بیان می‌کنند (رجوع شود به آشتیانی<sup>[۲۵]</sup> و شفقی<sup>[۲۶]</sup> روابط ۴ و ۵ به ترتیب بیان‌کننده‌ی شرط بقای جریان مسیرها و همچنین نامنفی بودن آنها هستند. معادله‌ی ۶ نیز رابطه‌ی بین جریان کمان‌ها و مسیرها را نشان می‌دهد. محدودیت‌های ظرفیت جریان در کمان نیز توسط روابط ۷ تا ۹ برقرار می‌شوند. رابطه‌ی ۱۰، زمان سفر مسیر  $p$  مربوط به کلاس  $w$  و بازه‌ی عزیمت  $d$  را از مبدأ تا گره  $n$  محاسبه می‌کند. رابطه‌ی ۱۱ نشان می‌دهد که متغیرهای وقوع کمان - مسیر  $\alpha_{pa}^{dtw}$  از نوع اعداد صحیح هستند و برابر یک خواهند بود یا برابر صفر. روابط ۱۲ تا ۱۴ برای برقراری پیوستگی زمانی جریان مسیرها به مدل اضافه شده‌اند. روابط ۱۵ و ۱۶ نیز سهم هر بازه‌ی زمانی را که جریان مسیر در خلال سفر خود روی یک کمان تجربه می‌کند، تعیین می‌کنند. برای توضیحات بیشتر در خصوص مفاهیم مربوط به متغیرهای وقوع تسهیم کمان - مسیر به جوانی<sup>[۸]</sup>، جوانی و همکاران<sup>[۹]</sup> و جوانی و بابازاده<sup>[۱۷]</sup> رجوع شود. همچنین برای اثبات وجود و یکتایی جواب نیز می‌توان روندی مشابه روش پیشنهاد شده در این مراجع را ارائه کرد.

در این مدل، زمان سفر تعمیم‌یافته  $\Gamma_p^{dw}$  عبارت است از:

$$\Gamma_p^{dw}(h) = \sum_{a \in A_p} \sum_{t \in D} (f_a^{tw}(x_a^t(h)) + \frac{\sigma_a^t}{c_a^t}) \beta_{pa}^{dtw}$$

$$\forall p \in P_i^w, i \in I, d \in D, w \in W \quad (17)$$

که در آن، عبارت اول نشان‌دهنده‌ی زمان سفر معمولی مسیر مورد نظر بر اساس توابع زمان سفر  $f_a^{tw}(x_a^t)$  کمان‌های روی آن است. عبارت مربوط به متغیرهای  $\sigma_a^t$  در رابطه‌ی بالا به صورت یک پارامتر جریمه<sup>۱۵</sup> عمل می‌کند و فقط زمانی مثبت خواهد بود که یک کمان در یک بازه‌ی زمانی در وضعیت اشباع قرار داشته باشد (بر اساس روابط ۷ تا ۹). بنابراین می‌توان این عبارت را به عنوان تأخیر ناشی از صف در حالت تعادل تعبیر کرد که همان زمان انتظار تجربه شده در صف در انتهای یک کمان است (شهر و همکاران<sup>[۲۷]</sup>).

### ۳. الگوریتم حل مسئله‌ی تخصیص ترافیک دینامیکی چندکلاسی

به دلیل پیچیدگی زیاد مسئله‌ی تخصیص ترافیک چندکلاسی که ناشی از اندرکنش جریان و زمان سفر کلاس‌های مختلف بر روی یکدیگر است، یکی از روش‌های کارآمد

که در آن:  
 $N$ : مجموعه‌ی گره‌ها،  
 $A$ : مجموعه‌ی کمان‌ها،  
 $A_p \subseteq A$ : مجموعه‌ی کمان‌های روی مسیر  $p$ ،  
 $N_p \subseteq N$ : مجموعه‌ی گره‌های روی مسیر  $p$ ،  
 $(n, m)$ : یک جفت متناظر با هر کمان  $a \in A$  که  $n$  گره ابتدا و  $m$  گره انتهای کمان هستند،  
 $r(p)$ : گره مبدأ مسیر  $p$ ،  
 $A_{pn} \subseteq A_p$ : مجموعه‌ی کمان‌های روی مسیر  $p$  از گره  $r(p)$  تا هر گره  $n \in N_p$ ،  
 $\Delta t$ : طول بازه‌های زمانی،  
 $t$ : بازه‌ی زمانی،  
 $d$ : بازه‌ی زمانی عزیمت،  
 $D$ : مجموعه‌ی همه‌ی بازه‌های زمانی،  
 $W$ : مجموعه‌ی همه‌ی کلاس‌های استفاده‌کننده،  
 $h_p^{dw}$ : جریان مسیر  $p$  مربوط به کلاس  $w$  که در بازه‌ی  $d$  عزیمت کرده‌اند.  
 $\Gamma_p^{dw}$ : زمان سفر تعمیم‌یافته<sup>۱۲</sup> مسیر  $p$  مربوط به کلاس  $w$  که در بازه‌ی  $d$  عزیمت کرده‌اند،  
 $u_i^{dw}$ : کوتاه‌ترین زمان سفر تعمیم‌یافته بین زوج مبدأ - مقصد  $i$  مربوط به کلاس  $w$  و بازه‌ی عزیمت  $d$ ،  
 $T_{pn}^{dw}$ : زمان سفر مسیر  $p$  مربوط به کلاس  $w$  از مبدأ  $r$  تا گره  $n \in N_p$  مربوط به کمان‌های در  $A_{pn}$  که در بازه‌ی  $d$  عزیمت کرده‌اند،  
 $x_a^t$ : جریان کمان  $a$  در بازه‌ی زمانی  $t$ ،  
 $x_a^{tw}$ : جریان کمان  $a$  در بازه‌ی زمانی  $t$  مربوط به کلاس  $w$ ،  
 $f_a^{tw}(x_a^t)$ : تابع زمان سفر کمان  $a$  در بازه‌ی زمانی  $t$  مربوط به کلاس  $w$ ،  
 $I$ : مجموعه‌ی همه‌ی زوج‌های مبدأ - مقصد شبکه،  
 $P_i^w$ : مجموعه‌ی همه‌ی مسیرهای بین زوج مبدأ - مقصد  $i$  مربوط به کلاس  $w$ ،  
 $q_i^{dw}$ : نرخ تقاضای بین زوج مبدأ - مقصد  $i$  مربوط به کلاس  $w$  که در بازه‌ی  $d \in D$  عزیمت کرده‌اند،

$\beta_{pa}^{dtw}$ : متغیر تسهیم کمان - مسیر<sup>۱۳</sup>، که نسبتی از زمان سفر کمان  $a \in A_p$  در بازه‌ی زمانی  $t$  که روی مسیر  $p$  مربوط به کلاس  $w$ ، که در بازه‌ی  $d$  عزیمت کرده است، تجربه می‌شود،  
 $\alpha_{pa}^{dtw}$ : متغیر وقوع کمان - مسیر<sup>۱۴</sup>، که برابر ۱ است اگر جریان مسیر  $p$  مربوط به کلاس  $w$  که در بازه‌ی  $d$  عزیمت کرده‌اند در بازه‌ی زمانی  $t$  به کمان  $a$  برسد و در غیر این صورت برابر صفر است،  
 $c_a^t$ : ظرفیت کمان  $a$  در بازه‌ی زمانی  $t$ ،  
 $\sigma_a^t$ : متغیر کمکی متناظر با کمان  $a$  در بازه‌ی زمانی  $t$ .

مدل DTA-MC مسئله‌ی تخصیص ترافیک دینامیکی چندکلاسی با محدودیت ظرفیت جریان بر پایه‌ی تعادل استفاده‌کننده را بیان می‌کند که در آن هر کلاس زمان

کرد که مسئله‌ی بهینه‌سازی زیر معادل مسئله‌ی آزادسازی شده‌ی مذکور است:<sup>[۱۰]</sup>

$$\min \tilde{Z}(x) = \sum_{a \in A} \sum_{t \in D} \int_0^{x_a^t} (f_a^t(\omega) + \frac{\rho_a^t(\omega, \pi_a^t)}{c_a^t}) d\omega \quad (19)$$

s. t.

$$\sum_{p \in P_i} h_p^d = q_i^d \quad \forall i \in I, d \in D \quad (20)$$

$$h_p^d \geq 0 \quad \forall p \in P_i, i \in I, d \in D \quad (21)$$

$$x_a^t = \sum_{i \in I} \sum_{p \in P_i} \sum_{a \in A_p} \sum_{d \in D} h_p^d \beta_{pa}^{dt} \quad (22)$$

$$\forall a \in A, t \in D$$

بنابراین، در ادامه به جای حل مسئله‌ی ۱ تا ۹، مسئله‌ی آزاد شده‌ی ۱۹ تا ۲۲ که مسئله‌ی بسیار ساده‌تری است، حل خواهد شد. در مسئله‌ی بالا، توابع جریمه‌ی  $\rho_a^t(x_a^t, \pi_a^t)$  تابعی از مقادیر  $\pi_a^t$  هستند که تا قبل از حل مسئله نامشخص‌اند. بنابراین، مسئله به صورت تکراری و با به‌روزرسانی مقادیر  $\pi_a^t$  برای هر کمان و بازه‌ی زمانی بر اساس مقادیر آنها در تکرار قبل حل خواهد شد. برای اطلاع از نحوه‌ی انتخاب توابع جریمه و همچنین این روش حل تکراری به پژوهش جوانی و بابازاده<sup>[۱۰]</sup> رجوع شود.

مسئله‌ی ۱۹ تا ۲۲، وقتی که متغیرهای  $\alpha_{pa}^{dt}$  و  $\beta_{pa}^{dt}$  در مقدار فعلی خود ثابت نگه داشته شوند و روند تکراری به‌روزرسانی جریمه‌ها برای آن به کار برده شود، بسیار شبیه به مسئله‌ی تخصیص ترافیک استاتیکی بدون محدودیت ظرفیت خواهد بود. پس با ثابت نگه‌داشتن مقادیر  $\pi_a^t$  برای هر کمان و بازه‌ی زمانی و متغیرهای  $\alpha_{pa}^{dt}$  و  $\beta_{pa}^{dt}$  در مسئله تجزیه شده، می‌توان از یک الگوریتم معمول مسئله‌ی تخصیص ترافیک استاتیکی برای حل مسئله‌ی مورد نظر استفاده کرد. در این‌جا از الگوریتم (ODFWTQP<sup>[۱۶]</sup> جوانی و بابازاده<sup>[۱۲]</sup>) برای حل مسئله استفاده می‌شود.

حال که روند حل زیرمسئله SP۱ تشریح شد، ابتدا باید در مورد روند حل زیرمسئله SP۲ صحبت شود و سپس روش حل برای حالت با بیش از یک کلاس استفاده‌کننده بسط داده شود. حل مستقیم روابط ۱۰ تا ۱۶ برای محاسبه‌ی متغیرهای وقوع و تسهیم کمان - مسیر (پس از آن‌که جریان کمان‌ها در مقدار فعلی خود ثابت شدند) در شبکه‌های بزرگ مقیاس از لحاظ محاسباتی بسیار دشوار خواهد بود؛ زیرا تعداد زوج‌های مبدأ - مقصد و مسیرها بسیار زیاد است. اما ذخیره‌ی اطلاعات مسیرها در حافظه‌ی موقت (RAM) باعث می‌شود تا بتوان با استفاده از یک روش ساده حرکت روی مسیرها، متغیرهای مذکور را به‌روزرسانی کرد. روش حل زیرمسئله SP۲، به صورت مفصل در مراجع جوانی<sup>[۸]</sup> و جوانی و بابازاده<sup>[۱۰]</sup> توضیح داده شده است که می‌توان به آنها رجوع کرد. در ادامه به تشریح روش حل مسئله برای حالت چندکلاسی و سپس گام‌های الگوریتم پیشنهادی می‌پردازیم.

گفته شد که رانندگان کلاس ۱ شامل استفاده‌کنندگان عادی شبکه‌اند که به دنبال کمینه کردن زمان سفر خود هستند و رانندگان کلاس ۲ نیز از اطلاعات و مسیرهای توصیه شده پیروی می‌کنند. با این توصیف، حل تکراری مسئله‌ی DTA-MC عبارت خواهد بود از حل مسئله‌ی کمینه‌سازی ۱ DTA-MC که شامل کمینه‌سازی تابع هدف زیر تحت محدودیت‌های ۴ تا ۷ و ۱۰ تا ۱۶ برای  $w=1$  و با ثابت نگه داشتن جریان‌های مربوط به کلاس ۲،  $x_a^{t2}$  برای هر  $a \in A$  و  $t \in D$  است.

$$\min Z_1(x(h)) = \sum_{a \in A} \sum_{t \in D} \int_0^{x_a^t} f_a^t(\omega + x_a^{t2}) d\omega \quad (23)$$

برای حل مسئله‌ی تخصیص ترافیک دینامیکی چندکلاسی DTA-MC، استفاده از یک روند تکراری است که در آن هر بار مسئله فقط برای یک کلاس استفاده‌کننده و با فرض ثابت بودن جریان مربوط به کلاس‌های دیگر حل می‌شود. پس در ادامه برای فهم ساده‌تر روند حل مسئله، روش حل مدل ۱ تا ۱۶ با فرض وجود یک کلاس استفاده‌کننده توضیح داده می‌شود که بدین ترتیب از وجود اندیس  $w$  در روابط صرف نظر می‌شود و بعد از آن روش حل برای حالت چند کلاسی تشریح می‌شود. با فرض یک کلاس استفاده‌کننده در مدل، با ثابت فرض کردن متغیرهای  $\alpha_{pa}^{dt}$  و  $\beta_{pa}^{dt}$  مدل ۱ تا ۱۶ بدون روابط ۱۰ تا ۱۶ تا حدی مشابه مسئله‌ی تخصیص ترافیک استاتیکی با محدودیت ظرفیت خواهد بود که بر حسب جریان کمان‌ها و مسیرها قابل حل است. از روابط ۱۰ تا ۱۶ نیز با ثابت فرض کردن جریان‌ها، می‌توان به صورت یکتا مقدار متغیرهای وقوع کمان - مسیر و تسهیم کمان - مسیر را به دست آورد.<sup>[۱۰]</sup> بر همین اساس می‌توان از یک روند تکراری برای حل مدل استفاده کرد که در آن متغیرهای  $\alpha_{pa}^{dt}$  و  $\beta_{pa}^{dt}$  مکرراً با استفاده از جواب‌های تکرار قبلی اصلاح می‌شوند. به زبان ساده‌تر، مدل را به دو زیرمسئله SP۱ و SP۲ به ترتیب متناظر با روابط ۱ تا ۹ و ۱۰ تا ۱۶ تقسیم کنید. الگوریتم حل ابتدا با یک مجموعه از متغیرهای امکان‌پذیر  $\alpha_{pa}^{dt}$  و  $\beta_{pa}^{dt}$  شروع می‌کند. هر تکرار اصلی الگوریتم شامل دو مرحله است: ۱. حل زیرمسئله SP۱ برای یافتن جریان‌ها پس از آن‌که متغیرهای  $\alpha_{pa}^{dt}$  و  $\beta_{pa}^{dt}$  در مقدار فعلی خود ثابت نگه داشته شدند و ۲. حل زیرمسئله SP۲ برای یافتن متغیرهای  $\alpha_{pa}^{dt}$  و  $\beta_{pa}^{dt}$  با ثابت نگه‌داشتن جریان‌ها در مقدار فعلی خود که این روند تا رسیدن به شرط توقف تکرار خواهد شد. زیرمسئله SP۱ بعد از ثابت نگه‌داشتن متغیرهای  $\alpha_{pa}^{dt}$  و  $\beta_{pa}^{dt}$ ، تا حدی از مسئله‌ی تخصیص ترافیک استاتیکی با محدودیت ظرفیت متفاوت خواهد بود.

حال می‌خواهیم نشان دهیم که زیرمسئله SP۱ بعد از ثابت نگه‌داشتن متغیرهای  $\alpha_{pa}^{dt}$  و  $\beta_{pa}^{dt}$  چگونه حل خواهد شد. به راحتی می‌توان نشان داد که مسئله‌های ۱ تا ۹ با فرض یک کلاس استفاده‌کننده معادل مسئله‌ی بهینه‌سازی زیر تحت محدودیت روابط ۴ تا ۷ است:

$$\min Z(x) = \sum_{a \in A} \sum_{t \in D} \int_0^{x_a^t} f_a^t(\omega) d\omega \quad (18)$$

که در نتیجه متغیرهای  $u_i^t$  و  $\sigma_a^t$  به عنوان ضرایب لاگرانژ تعبیر خواهند شد. حل مدل ۱ تا ۹ با مسئله بهینه‌سازی معادل آن به دلیل وجود محدودیت‌های ظرفیت، تا حدی مشکل خواهد بود. در نتیجه، در این‌جا از روش توابع جریمه‌ی دینامیکی شهپر و همکاران<sup>[۱۷]</sup> که در اصل برای حل مسئله‌ی تخصیص ترافیک استاتیکی با محدودیت ظرفیت بوده و توسط جوانی و بابازاده<sup>[۱۰]</sup> برای حالت مسئله‌ی تخصیص ترافیک دینامیکی بسط داده شده است، برای آزادسازی مسئله به صورت بدون محدودیت ظرفیت بهره گرفته خواهد شد. حال تابع جریمه‌ی  $\rho_a^t(x_a^t, \pi_a^t) : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$  را با  $\pi_a^t \in (0, \infty)$  برای هر  $a \in A$  و  $t \in D$  در نظر بگیرید. سپس با اضافه کردن جریمه‌ی برابر  $\rho_a^t(x_a^t, \pi_a^t)/c_a^t$  به زمان سفر هر کمان، مسئله به صورت یک مسئله‌ی بدون محدودیت ظرفیت تبدیل می‌شود که از این طریق توابع جریمه نقش ضرایب لاگرانژ را بازی خواهند کرد. اگر که در روابط ۱ تا ۹،  $\sigma_a^t$  با  $\rho_a^t(x_a^t, \pi_a^t)$  جایگزین و روابط ۷ تا ۹ از مسئله حذف شوند، مسئله‌ی آزادسازی شده بدون محدودیت ظرفیت حاصل خواهد شد. هر جواب این مسئله‌ی آزادسازی شده، شروط ۱ تا ۹ را وقتی که  $x_a^t \rightarrow \infty$  برای  $\rho_a^t(x_a^t, \pi_a^t)$  و  $x_a^t > c_a^t$  و  $x_a^t \rightarrow 0$  برای  $\rho_a^t(x_a^t, \pi_a^t)$   $x_a^t < c_a^t$  باشد، ارضا خواهد کرد (رجوع شود به شهپر و همکاران.<sup>[۱۷]</sup>) همچنین با اتکا به مسئله‌ی بهینه‌سازی ۱۸، به راحتی می‌توان مشاهده

گام ۱- (تولید جواب اولیه):

گام ۱-۱: قرار دهید  $\epsilon = 0$ . مقادیر ثابت  $\delta$  و  $\epsilon$  و مقادیر اولیه  $\pi_a^{tj}$  برای هر  $a \in A$  و  $t \in D$  را انتخاب کنید. قرار دهید  $x_a^t = 0$  و  $f_a^{tw}(x_a^t)$  را برای هر  $a \in A$ ،  $t \in D$  و  $w \in W$  و  $\rho_a^t(x_a^t, \pi_a^{tj})$  را برای هر  $a \in A$  و  $t \in D$  محاسبه کنید.  
 گام ۱-۲: برای هر بازه‌ی عزیمت  $d \in D$ ، هرگره مبدأ  $r \in N$  و هرکلاس  $w \in W$  انجام دهید.

گام ۱-۲-۱: درخت کوتاه‌ترین مسیرهای دینامیکی با ریشه‌ی  $r$  را بیابید.

گام ۱-۲-۲: برای هر زوج مبدأ - مقصد  $i_r \in I$  با مبدأ  $r$ ، انجام دهید:

گام ۱-۲-۲-۱: کوتاه‌ترین مسیر  $\bar{p}_{i_r}$  را به مجموعه مسیرهای فعال متعلق به زوج  $i_r$  و کلاس  $w$  را به مسیر  $\bar{p}_{i_r}$  تخصیص دهید. زمان سفر مسیر  $\bar{p}_{i_r}$  و متغیرهای  $\beta_{\bar{p}_{i_r}, a}^{dtw}$  و  $\alpha_{\bar{p}_{i_r}, a}^{dtw}$  را با محاسبه‌ی  $T_{\bar{p}_{i_r}, n}^{dw}$  برای هر  $n \in N_{\bar{p}_{i_r}}$  تعیین کنید. جریان، زمان سفر و جریمه‌ی کمان‌های مربوطه را به‌روزرسانی کنید.

گام ۱-۲-۳:  $f_a^{tw}(x_a^t)$  و  $\rho_a^t(x_a^t, \pi_a^{tj})$  را برای هر  $a \in A$  و  $t \in D$  به‌روزرسانی کنید.

گام ۱-۳- (به‌روزرسانی اطلاعات مسیر)

برای هر بازه‌ی عزیمت  $d \in D$ ، هرکلاس  $w \in W$  و هر زوج مبدأ - مقصد  $i \in I$  انجام دهید:

زمان سفر مسیرهای فعال را محاسبه کنید و متغیرهای  $\alpha_{pa}^{dtw}$  و  $\beta_{pa}^{dtw}$  مربوطه را به‌روزرسانی کنید. جریان، زمان سفر و جریمه‌ی کمان‌های مربوطه را به‌روزرسانی کنید.

گام ۲- (به‌روزرسانی مجموعه مسیرهای فعال):

گام ۲-۱:  $f_a^{tw}(x_a^t)$  را برای هر  $a \in A$  و  $t \in D$ ،  $w \in W$  و  $\rho_a^t(x_a^t, \pi_a^{tj})$  را برای هر  $a \in A$  و  $t \in D$ ،  $w \in W$  به‌روزرسانی کنید.

گام ۲-۲: قرار دهید  $j = j + 1$

گام ۲-۳: برای هر بازه‌ی عزیمت  $d \in D$ ، هرگره مبدأ  $r \in N$  و هرکلاس  $w \in W$  انجام دهید:

گام ۲-۳-۱: درخت کوتاه‌ترین مسیرهای دینامیکی با ریشه‌ی  $r$  را بیابید.

گام ۲-۳-۲: برای هر زوج مبدأ - مقصد  $i_r \in I$  با مبدأ  $r$ ، انجام دهید:

اگر کوتاه‌ترین مسیر در مجموعه مسیرهای فعال متعلق به زوج  $i_r$  و کلاس  $w$  قرار ندارد، آن را اضافه کنید. مسیرهای با جریان صفر را از مجموعه مسیرهای فعال حذف کنید. زمان سفر مسیر  $\bar{p}_{i_r}$  و متغیرهای  $\beta_{\bar{p}_{i_r}, a}^{dtw}$  و  $\alpha_{\bar{p}_{i_r}, a}^{dtw}$  را با محاسبه‌ی  $T_{\bar{p}_{i_r}, n}^{dw}$  برای هر یک  $n \in N_{\bar{p}_{i_r}}$  تعیین کنید.

گام ۲-۳-۳: (به‌روزرسانی پارامترهای تابع جریمه):

محاسبه کنید  $\pi_a^{tj} = \rho_a^t(x_a^t, \pi_a^{t, j-1})$ .

گام ۲-۳-۴: (کنترل شروط توقف):

اگر  $RGap \leq \delta$  و شروط زیر ارضا شده باشند، توقف کنید، در غیر این صورت ادامه دهید.

$$\frac{x_a^{tj}}{c_a^t} \leq 1 \quad \forall a \in A, t \in D$$

$$(1 - \frac{x_a^{tj}}{c_a^t}) \pi_a^{tj} \leq \pi_a^{t\epsilon}$$

$$\forall a \in A, t \in D : \frac{x_a^{tj}}{c_a^t} < 1 - \epsilon$$

و سپس حل مسئله‌ی کمینه‌سازی DTA-MC۲ که شامل کمینه‌سازی تابع هدف زیر تحت محدودیت‌های ۴ تا ۷ و ۱۰ تا ۱۶ برای  $w=2$  و با ثابت نگه داشتن جریان‌های مربوطه که کلاس ۱،  $x_a^{t1}$  برای هر  $a \in A$  و  $t \in D$  است.

$$\min Z_T(x(h)) = \sum_{a \in A} \sum_{t \in D} \int_0^{x_a^{t2}} f_a^{t2}(x_a^{t1} + w) dw \quad (24)$$

که در آنها

$$x_a^{tw} = \sum_{i \in I} \sum_{p \in P_i^w} \sum_{a \in A_p} \sum_{d \in D} h_p^{dw} \beta_{pa}^{dtw} \quad (25)$$

و  $f_a^{t1}(x_a^t)$  همان تابع زمان سفر معمولی برای هر کمان است و  $f_a^{t2}(x_a^t)$  نیز زمان سفر حاشیه‌یی است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f_a^{t2}(x_a^t) = f_a^{t1}(x_a^t) + \frac{\partial f_a^{t1}(x_a^t)}{\partial x_a^t} \cdot x_a^t \quad (26)$$

حل مسئله‌ی DTA-MC۱ به تعادل استفاده‌کننده و حل مسئله‌ی DTA-MC۲ به تعادل سیستم منجر خواهد شد. در این جا از معیار شکاف نسبی<sup>۱۷</sup> برای تعیین میزان نزدیکی جواب به جواب بهینه‌ی استفاده می‌شود. اما برای حالت دینامیکی و چند کلاسی نیاز است تا تعریفی دوباره برای شکاف نسبی نوشته شود تا بتوان معیار دقیقی برای همه‌ی کلاس‌ها داشت. از این رو شکاف نسبی برای مسئله‌ی دینامیکی چندکلاسی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$RGap = 1 - \frac{\sum_{w \in W} \sum_{d \in D} \sum_{i \in I} \sum_{p \in \bar{P}_i^{dw}} h_p^{dw} u_i^{dw}}{\sum_{w \in W} \sum_{d \in D} \sum_{i \in I} \sum_{p \in \bar{P}_i^{dw}} h_p^{dw} \Gamma_p^{dw}} \quad (27)$$

این معیار، شکاف نسبی را به صورت تقریبی برای همه‌ی کلاس‌ها تخمین می‌زند که در آن  $\bar{P}_i^{dw}$  مجموعه‌ی مسیرهای فعال مربوط به زوج مبدأ - مقصد  $i$ ،  $i \in I$  بازه‌ی عزیمت  $d \in D$  و کلاس  $w \in W$  را نشان می‌دهد. این معیار نشان می‌دهد که هزینه‌ی کلی شبکه بر اساس جواب فعلی تا چه مقدار از هزینه‌ی کلی شبکه بر اساس بهترین جواب ممکن (اگر همه‌ی تقاضا به کوتاه‌ترین مسیر انتقال یابد) در تکرار فعلی فاصله دارد.

به وضوح قابل مشاهده است که می‌توان با استفاده از روش پیشنهادی در این مقاله، هر یک از مسائل DTA-MC۱ و DTA-MC۲ را به صورت مجزا به مسئله‌ی آزاد شده‌ی بدون محدودیت ظرفیت تبدیل کرد و با به کارگیری توابع جریمه و روند تکراری بهنگام‌سازی آنها، به حل هر یک پرداخت. برای این کار، الگوریتم با روندهای مختلف حل زوج‌های مبدأ - مقصد و بازه‌ی عزیمت برای شبکه‌ی شهر تهران به اجرا درآمد که بر همین اساس نتایج نشان دادند که حل توأم و تکراری زیرمسائل همه‌ی کلاس‌های مربوط به هر زوج مبدأ - مقصد و بازه‌ی عزیمت، باعث بهبود همگرایی الگوریتم پیشنهادی برای مسئله‌ی چندکلاسی خواهد شد. پس در این جا با بهره‌گیری از روش پیشنهادی برای حل مسئله‌ی مربوط به هر یک از کلاس‌ها، الگوریتم پیشنهادی برای حل مسئله‌ی تخصیص ترافیک دینامیکی چندکلاسی به ترتیب زیر خواهد بود:

گام ۵- (حل زیرمستلهی SP۱):

گام ۵-۱: برای هر بازه‌ی عزیمت  $d \in D$ ، هر کلاس  $w \in W$  و هر زوج مبدأ - مقصد  $i \in I$  انجام دهید:

گام ۵-۱-۱: زمان سفر مسیرهای فعال را محاسبه کنید و متغیرهای  $\alpha_{\bar{p}_{i,r},a}^{dtw}$  و  $\beta_{\bar{p}_{i,r},a}^{dtw}$  مربوطه را به روزرسانی کنید. جریان، زمان سفر و جریمه‌ی کمان‌های مربوطه را به روزرسانی کنید.

گام ۵-۱-۲: زیرمستله‌ی آزاد شده‌ی متناظر با زوج مبدأ - مقصد  $i$ ، بازه‌ی عزیمت  $d$ ، کلاس  $w$  و مجموعه مسیرهای فعال آنها را بر اساس مقادیر فعلی  $\pi_a^{tj}$  و متغیرهای  $\alpha_{\bar{p}_{i,r},a}^{dtw}$  و  $\beta_{\bar{p}_{i,r},a}^{dtw}$  حل کنید. جریان، زمان سفر و جریمه‌ی کمان‌های مربوطه را بر اساس جریان در مسیرهای جدید به روزرسانی کنید.

گام ۶- (به روزرسانی متغیرهای وقوع و تسهیم کمان - مسیر):

گام ۶-۱: برای هر بازه‌ی عزیمت  $d \in D$ ، هر کلاس  $w \in W$  و هر زوج مبدأ - مقصد  $i \in I$  انجام دهید:

زمان سفر مسیرهای فعال را محاسبه کنید و متغیرهای  $\alpha_{\bar{p}_{i,r},a}^{dtw}$  و  $\beta_{\bar{p}_{i,r},a}^{dtw}$  مربوطه را به روزرسانی کنید. جریان، سفر و جریمه‌ی کمان‌های مربوطه را به روزرسانی کنید. گام ۶-۲: به گام ۲ برگردید.

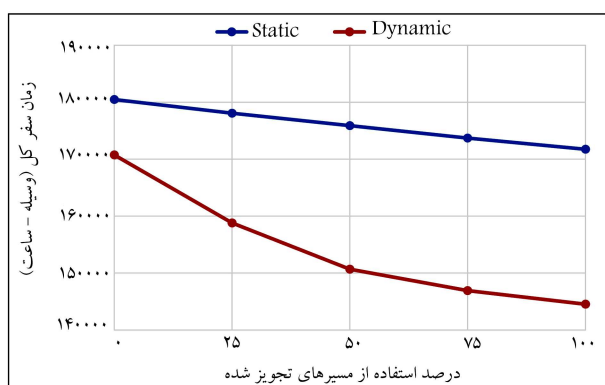
#### ۴. نتایج عددی

الگوریتم پیشنهادی در محیط برنامه‌نویسی ++C کد شده و بر روی یک رایانه با پردازنده‌ی دو هسته‌ی ۲/۶ GHZ و ۶ GB حافظه اجرا شده است. این الگوریتم برای رسیدن به اهداف پژوهش، در همه‌ی سناریوها تا رسیدن به شکاف نسبی ۰/۱ حل شده است. مسئله برای تقاضای دینامیکی با ۴ بازه‌ی عزیمت ۱۵ دقیقه‌ی در شبکه‌ی شهر تهران حل شده است. همچنین مسئله‌ی تخصیص ترافیک استاتیکی چندکلاسی با محدودیت ظرفیت نیز به وسیله‌ی الگوریتم پیشنهادی و با در نظر گرفتن یک دوره‌ی زمانی به طول ۶۰ دقیقه حل شد. اطلاعات مربوط به تقاضا و شبکه‌ی شهر تهران از شرکت مطالعات جامع حمل‌ونقل شهر تهران اخذ شده است. [۲۸] شبکه‌ی خیابانی به کار رفته در این مقاله، ساده شده‌ی شبکه‌ی سال ۱۳۹۰ شهر تهران است و دارای ۶۲۱ ناحیه‌ی ترافیکی، ۷۷۳۹ گره، ۱۷۳۳۶ کمان و ۱۰۸۸۶۵ زوج مبدأ - مقصد است. این شبکه فاقد کمان‌های ریلی است و در آن از توابع زمان سفر معمولی BPR<sup>۱۸</sup> برای محاسبه‌ی زمان سفر وسیله سواری استفاده می‌شود. در این توابع از تأخیر در تقاطع (چراغ‌دار و بدون چراغ) صرف نظر شده است و حجم معادل سواری اتوبوس در هر کمان به صورت مقداری مشخص در نظر گرفته می‌شود. همچنین، گردش‌های ممنوع و محدوده‌های طرح ترافیک از این شبکه حذف شده‌اند. به علاوه، برخی کمان‌های بیرونی مانند امتداد جاده‌ی تهران - کرج به دلیل داشتن زمان سفر بسیار بزرگ و اثر بسیار زیاد بر مقادیر میانگین پارامترهای عملکردی در شبکه‌ی موجود حذف شده‌اند. تقاضای استفاده شده همان تقاضای سواری اوج صبح سال ۱۳۹۱ است و جمع تقاضای بین زوج‌های مبدأ - مقصد برابر ۶۲۹۸۰۲ سفر است.

از مدل و الگوریتم پیشنهادی این پژوهش می‌توان برای ارزیابی و حل مسائل مختلفی از جمله مسئله‌ی طراحی شبکه‌ی دینامیکی یا قیمت‌گذاری دینامیکی استفاده کرد که قطعاً خود نیاز به یک مطالعه‌ی کاملاً مجزا دارد. اما در این بخش، یکی از کاربردهای الگوریتم پیشنهادی یعنی ارزیابی تأثیرات اطلاعات تجویزی ATIS بر روی شبکه‌ی شهر تهران با وجود دو کلاس استفاده‌کننده مد نظر قرار خواهد

گرفت. همچنین نتایج با نتایج حاصل از حالت استاتیکی مقایسه و تحلیل می‌شوند. می‌دانیم که اگر همه‌ی رانندگان از مسیرهای تجویزی استفاده کنند به حالت بهینه‌ی سیستم خواهیم رسید. اما در واقعیت و در شبکه‌ی مانند شهر تهران این اتفاق به وقوع نخواهد پیوست. هدف در این جا آن است که نشان دهیم که اگر حتی فقط بخشی از رانندگان نیز از مسیرهای تجویزی پیروی کنند، تا چه میزان نسبت به وضع موجود شبکه بهبود خواهیم داشت که به خودی خود اهمیت استفاده از سیستم‌های اطلاع‌رسانی را در کلان‌شهری مثل تهران به نمایش خواهد گذاشت. از همین رو با فرض درصدهای مختلف برای استفاده‌کنندگان از اطلاعات مسیرهای SO<sup>۱۹</sup>، پارامترهای عملکردی شبکه‌ی شهر تهران در دو حالت استاتیکی و دینامیکی با هم مقایسه شده‌اند. در این جا پنج سناریو برای میزان استفاده از اطلاعات تجویزی در نظر گرفته شده است.

جدول ۱ و جدول ۲ پارامترهای عملکردی شبکه‌ی شهر تهران در سناریوهای مختلف استفاده از اطلاعات ATIS را به ترتیب در حالت ایستا و پویا نشان می‌دهند. یکی از پارامترهای عملکردی در این جداول زمان سفر کل شبکه (TC) <sup>۲۰</sup> است که بر حسب وسیله - ساعت بیان شده است و هزینه کلی سیستم را نشان می‌دهد. همان طور که از جدول ۱ و جدول ۲ مشخص است، نتایج ایستا و پویا هر دو نشان می‌دهند که با افزایش میزان استفاده از مسیرهای تجویزی زمان سفر کل سیستم کاهش پیدا می‌کند. در حالت ۱۰۰ درصد استفاده از مسیرهای تجویزی، کمترین هزینه‌ی سیستم حاصل می‌شود که بهینه‌ترین مقدار را نشان می‌دهد. اما در واقعیت برقراری این سناریو در شبکه‌ی شهر تهران امکان‌پذیر نخواهد بود. برای مثال، اگر ۵۰ درصد رانندگان از مسیرهای تجویزی استفاده کنند، هزینه‌ی سیستم در حالت استاتیکی به اندازه‌ی ۲/۵۳ درصد و ۴۵۷۴ وسیله - ساعت و در حالت دینامیکی ۱۱/۷۶ درصد و ۲۰۰۷۴ وسیله - ساعت کاهش می‌یابد. همان طور که مشخص است، نتایج پویا میزان کاهش بیشتری را در هزینه‌ی کلی سیستم نشان می‌دهند. این موضوع نشان می‌دهد که با در نظر گرفتن واقعیت‌های دینامیکی شبکه، نتایج حاصل شده با نتایج حالت ایستا تفاوت‌های اساسی خواهد داشت. علاوه بر آن مقدار هزینه‌ی سیستم در سناریوهای مختلف نیز در دو حالت ایستا و پویا با هم فرق قابل توجهی دارند. این موضوع در شکل ۱ به وضوح نشان داده شده است. این شکل روند تغییرات هزینه‌ی کلی سیستم را در دو حالت ایستا و پویا برای درصدهای مختلف استفاده‌کننده از مسیرهای تجویزی در شهر تهران به نمایش می‌گذارد. بنابراین، نتایج حاصل از مدل‌های دینامیکی بهتر اهمیت استفاده از سیستم‌های اطلاع‌رسانی را در شبکه‌ی بزرگ مقیاس شهر تهران نشان می‌دهد.



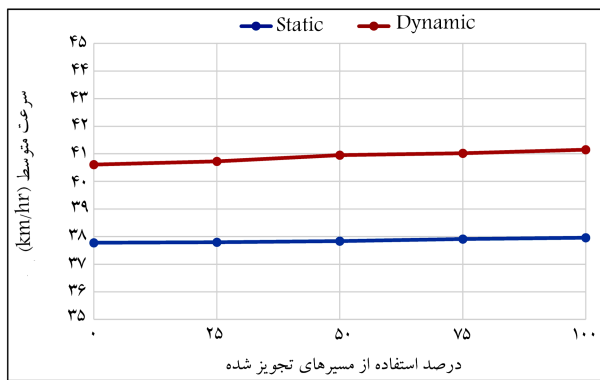
شکل ۱. مقایسه‌ی روند تغییرات زمان سفر کل شبکه در حالت ایستا و پویا در شهر تهران.

جدول ۱. پارامترهای عملکردی شبکه برای درصدهای مختلف استفاده از مسیرهای تجویز شده ATIS برای شبکه‌ی تهران در حالت ایستا.

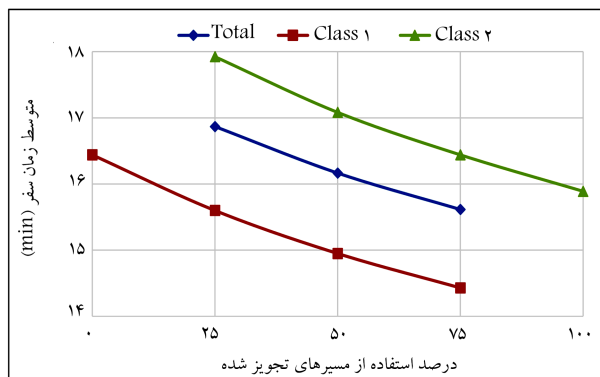
درصد استفاده‌کنندگان از مسیرهای ATIS	زمان سفر کل (وسيله - ساعت)	سرعت متوسط (کیلومتر بر ساعت)	متوسط زمان سفر شبکه (دقیقه)	متوسط مسافت پیموده شده (کیلومتر)	متوسط زمان سفر (دقیقه)	متوسط مسافت پیموده شده (کیلومتر)
۰	۱۸۰۴۷۵/۸۷	۳۷/۷۸	۱۶/۴۴	۹/۹۸	۱۶/۴۴	۹/۹۸
۲۵	۱۷۸۰۶۶/۸۳	۳۷/۸۰	۱۶/۸۷	۱۱/۱۵	۱۵/۶۰	۱۷/۹۲
۵۰	۱۷۵۹۰۱/۹۵	۳۷/۸۴	۱۶/۱۶	۱۰/۶۸	۱۴/۵۹	۱۷/۰۸
۷۵	۱۷۳۷۱۲/۸۶	۳۷/۹۱	۱۵/۶۱	۱۰/۲۰	۱۴/۴۳	۱۶/۴۴
۱۰۰	۱۷۱۷۳۸/۶۷	۳۷/۹۶	۱۵/۸۹	۱۰/۷۱	-	۱۵/۸۹

جدول ۲. پارامترهای عملکردی شبکه برای درصدهای مختلف استفاده از مسیرهای تجویز شده ATIS برای شبکه‌ی تهران در حالت ایستا.

درصد استفاده‌کنندگان از مسیرهای ATIS	زمان سفر کل (وسيله - ساعت)	سرعت متوسط (کیلومتر بر ساعت)	متوسط زمان سفر شبکه (دقیقه)	متوسط مسافت پیموده شده (کیلومتر)	متوسط زمان سفر (دقیقه)	متوسط مسافت پیموده شده (کیلومتر)
۰	۱۷۰۷۵۰/۳۰	۴۰/۶۱	۱۳/۹۳	۹/۸۹	۱۳/۹۳	۹/۸۹
۲۵	۱۵۸۷۹۷/۷۷	۴۰/۷۳	۱۴/۱۰	۱۰/۷۹	۱۳/۵۳	۱۴/۵۵
۵۰	۱۵۰۶۷۵/۹۱	۴۰/۹۵	۱۳/۳۰	۱۰/۳۸	۱۲/۵۰	۱۳/۸۸
۷۵	۱۴۶۹۲۷/۶۱	۴۱/۰۲	۱۲/۷۷	۱۰/۲۱	۱۱/۹۴	۱۳/۴۲
۱۰۰	۱۴۴۵۲۷/۳۱	۴۱/۱۵	۱۲/۹۸	۱۰/۴۶	-	۱۲/۹۸



شکل ۲. مقایسه روند تغییرات سرعت متوسط شبکه در حالت‌های ایستا و پویا برای شبکه‌ی تهران.

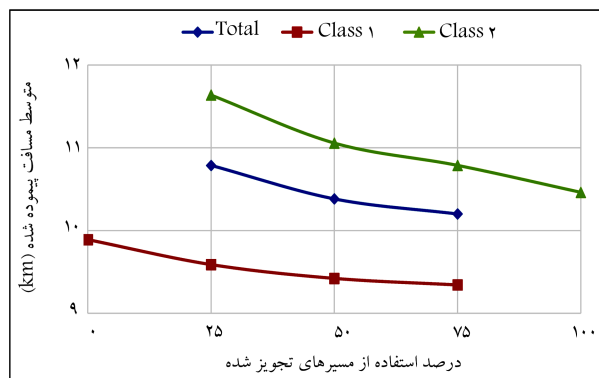


شکل ۳. مقایسه روند تغییرات متوسط زمان سفر زوج‌های مبدأ - مقصد در حالت ایستا برای شبکه‌ی تهران.

جدول ۱ و جدول ۲ نشان می‌دهند که سرعت متوسط شبکه در هر دو حالت ایستا و پویا با افزایش میزان استفاده از مسیرهای تجویزی افزایش پیدا می‌کند. با فرض استفاده‌ی ۵۰ درصدی از اطلاعات تجویزی، سرعت متوسط به اندازه‌ی ۰٫۶ کیلومتر بر ساعت در حالت ایستا و به میزان ۰٫۳۴ کیلومتر بر ساعت در حالت پویا افزایش خواهد یافت. این موضوع تفاوت نتایج ایستا و پویا را در مورد تغییرات سرعت متوسط شبکه بیان می‌کند. همچنین مقادیر سرعت متوسط در دو حالت نیز در سناریوهای مختلف با هم متفاوت هستند. شکل ۲ که روند تغییرات سرعت متوسط را در دو حالت ایستا و پویا برای درصدهای مختلف استفاده‌کننده از مسیرهای تجویزی در شهر تهران نشان می‌دهد، به وضوح این مطلب را بیان می‌کند.

در جدول ۱ و جدول ۲ متوسط زمان سفر شبکه بین زوج‌های مبدأ - مقصد برای کل شبکه و هر کلاس ارائه شده است. روند تغییرات این پارامتر در حالت ایستا و پویا تقریباً با هم مشابه است اما مقادیر مربوطه در سناریوهای مختلف با هم متفاوت است. این موضوع در شکل ۳ و شکل ۴ به نمایش درآمده است. نتایج حالت پویا مقادیر کمتری را برای متوسط زمان سفر به دست می‌دهند. نتایج مربوط به هر دو حالت نشان می‌دهند که متوسط زمان سفر کلاس ۱ کمتر از متوسط زمان سفر کلاس ۲ است و متوسط زمان سفر هر کدام از کلاس‌ها با افزایش میزان استفاده از مسیرهای تجویزی کاهش می‌یابد. این مسئله نشان می‌دهد که اگر چه رانندگان کلاس ۲ در راستای بهبود هزینه‌ی کلی سیستم از مسیرهای تجویزی استفاده می‌کنند، اما نسبت به رانندگان کلاس ۱ از مسیرهایی با زمان سفر بیشتر تبعیت می‌کنند.

در حالت دوکلاسی چون بر اساس جریان و رفتار کلاس ۱ به رانندگان کلاس ۲ مسیر تجویز می‌شود، پس تضمینی وجود ندارد که زمان سفر کلاس ۲ کمترین مقدار باشد. همان طور که مشاهده می‌شود، به رانندگان کلاس ۲ برای بهبود کلی وضعیت سیستم مسیرهای بدتری تجویز می‌شود. این مطلب



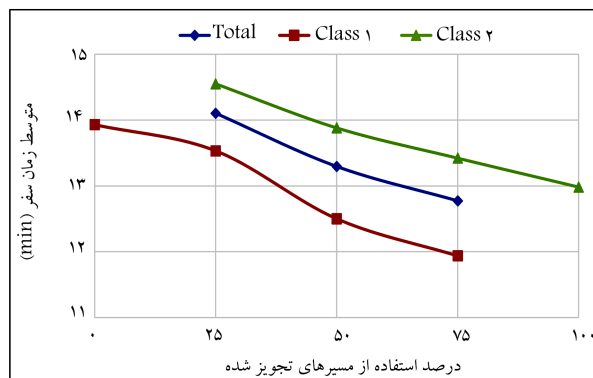
شکل ۶. مقایسه‌ی روند تغییرات متوسط مسافت پیموده شده بین زوج‌های مبدأ - مقصد در حالت پویا برای شبکه‌ی تهران.

به کلاس ۲ شیب بیشتری دارد. در نتیجه رانندگان کلاس ۲ از مسیرهای دورتری نسبت به رانندگان کلاس ۱ استفاده می‌کنند. این یعنی رانندگان کلاس ۲ برای بهبود وضعیت کلی سیستم شرایط بدتری را تجربه می‌کنند. پدیده‌ی مشابهی که مانند روند تغییرات متوسط زمان سفر مشاهده می‌شود، افزایش متوسط مسافت پیموده شده بین زوج‌های مبدأ - مقصد در سناریوی ۲۵ درصدی نسبت به سناریوی صفر درصدی و در سناریوی ۱۰۰ درصدی نسبت به سناریوی ۷۵ درصد استفاده از ATIS است. دلیل این موضوع همانند دلیل ارائه شده در خصوص روند تغییرات متوسط زمان سفر خواهد بود.

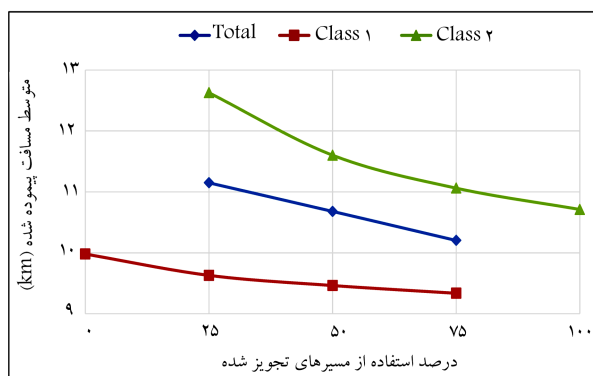
## ۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک مدل و الگوریتم دینامیکی چندکلاسی پیشنهاد شد که از آن برای بررسی اثرات سناریوهای ATIS در عملکرد شبکه‌ی شهر تهران استفاده شد. الگوریتم پیشنهادی برای رسیدن به اهداف این پژوهش در محیط برنامه‌نویسی ++C کد شد. در همین راستا رانندگان در شهر تهران به دو کلاس استفاده‌کننده تقسیم شدند. کلاس ۱ که مجهز به سیستم تبادل اطلاعات هستند اما از مسیرهای تعادل استفاده‌کننده پیروی می‌کنند و مسیرهای تجویزی را نمی‌پذیرند، کلاس ۲ که مجهز هستند و از مسیرهای تعادل سیستم که توسط کنترل‌کننده‌ی مرکزی تجویز می‌شود تبعیت می‌کنند. سناریوهای متفاوتی بر اساس میزان درصد رانندگانی که مسیرهای تجویزی ATIS را می‌پذیرند، تعریف شد. سپس برای دو حالت ایستا و پویا پارامترهای عملکردی شبکه‌ی شهر تهران در سناریوهای مختلف بررسی شد.

بر پایه‌ی یافته‌های این پژوهش می‌توان گفت که با استفاده از اطلاعات ATIS، وضعیت شبکه بهبود خواهد یافت و هر چه میزان استفاده بیشتر باشد، میزان بهبود نیز بیشتر خواهد بود. تجویز یا توصیه‌ی مسیر به رانندگان، به عنوان یکی از روش‌های موجود برای بهبود وضعیت شبکه و استفاده از قابلیت‌های ATIS مطرح است. از این روش می‌توان برای اطلاع‌رسانی وضعیت شبکه به رانندگان یا تجویز مسیر به بخشی از رانندگان بهره برد. این می‌تواند بدان معنا باشد که اگر چه استفاده از مسیرهای تجویزی باعث بهبود وضعیت کلی سیستم می‌شود، اما وضعیت استفاده‌کنندگان از آن مسیرها ممکن است بدتر شود. همچنین از نتایج این پژوهش می‌توان نتیجه گرفت که بسط مدل‌ها و الگوریتم‌های قدرتمند تخصیص ترافیک پویا چندکلاسی که قابلیت حل مسائل بزرگ‌مقیاس را داشته باشند، برای ارزیابی تمام توانایی‌های



شکل ۴. مقایسه‌ی روند تغییرات متوسط زمان سفر زوج‌های مبدأ - مقصد در حالت پویا برای شبکه‌ی تهران.



شکل ۵. مقایسه‌ی روند تغییرات متوسط مسافت پیموده شده بین زوج‌های مبدأ - مقصد در حالت ایستا برای شبکه‌ی تهران.

می‌تواند به خودی خود اقبال برای استفاده از مسیرهای تجویزی را کاهش دهد.

پدیده‌ی دیگری که مشاهده می‌شود، افزایش متوسط زمان سفر زوج‌های مبدأ - مقصد در سناریوی ۲۵ درصدی نسبت به سناریوی صفر درصدی استفاده از مسیرهای ATIS است. این موضوع می‌تواند به دلیل اضافه شدن رانندگان کلاس ۲ باشد؛ زیرا این رانندگان متوسط زمان سفر بیشتری را تجربه می‌کنند که به طور کلی متوسط زمان سفر کل شبکه را کمی بالا خواهند برد. همچنین افزایش متوسط زمان سفر زوج‌های مبدأ - مقصد در سناریوی ۱۰۰ درصدی نسبت به سناریوی ۷۵ درصد استفاده از مسیرهای ATIS نیز مشاهده می‌شود که این هم می‌تواند به دلیل عدم وجود رانندگان کلاس ۱ باشد که عموماً متوسط زمان سفر کمتری را تجربه می‌کنند.

مشابه آنچه که در پاراگراف قبل در خصوص متوسط زمان سفر بیان شد، برای متوسط مسافت پیموده شده هم صادق است. جدول ۱ و جدول ۲ متوسط مسافت پیموده شده بین زوج‌های مبدأ - مقصد برای کل شبکه و هر کلاس را در دو حالت ایستا و پویا ارائه می‌کنند. همان طور که شکل ۵ و شکل ۶ نشان می‌دهند، روند تغییرات این پارامتر در حالت ایستا و پویا تقریباً مشابه است؛ اما مقادیر مربوطه در سناریوهای مختلف تا حدودی با هم تفاوت دارند.

بر اساس نتایج، متوسط مسافت پیموده شده‌ی کلاس ۱ کمتر از متوسط مسافت پیموده شده‌ی کلاس ۲ است و متوسط مسافت پیموده شده‌ی هر کدام از کلاس‌ها با افزایش میزان استفاده از مسیرهای تجویزی کاهش می‌یابد؛ اما میزان کاهش مربوط



را برای حل مسئله‌ی تخصیص دینامیکی انتخاب هم‌زمان مسیر و بازه‌ی عزیمت بسط داد. همچنین از الگوریتم پیشنهادی این مقاله می‌توان برای حل مسائلی چون طراحی شبکه‌ی دینامیکی، تصحیح ماتریس مبدأ - مقصد دینامیکی یا قیمت‌گذاری دینامیکی بهره برد.

بالمقده سیستم‌های حمل‌ونقل هوشمند ضروری هستند. از آنجایی که در حالت پویا واقعیت‌های بیشتری از حرکت جریان در شبکه مدنظر قرار می‌گیرد، پارامترهای عملکردی شبکه در این حالت تفاوت‌های قابل توجهی با حالت ایستا دارد. در انتها نیز باید ذکر شود که برای تحقیقات آینده می‌توان مدل و الگوریتم پیشنهادی این مقاله

### پانویس‌ها

1. advanced traveler information systems
2. intelligent transportation systems
3. dynamic traffic assignment
4. static traffic assignment
5. analytical
6. simulation-based
7. dynamic network loading
8. Multi-Class
9. non-linear complementarity
10. mathematical programming
11. nonlinear complementarity problem
12. generalized travel time
13. path-link fraction variable
14. path-Link incidence variable
15. penalty
16. origin-destination-based Frank-Wolfe truncated quadratic programming
17. relative gap
18. bureau of public roads
19. system optimum
20. total cost

### منابع (References)

1. Ran, B., Jin, P.J., Boyce, D. and et al. "Perspectives on future transportation research: impact of intelligent transportation system technologies on next-generation transportation modeling". *Journal of Intelligent Transportation Systems*, **16**(4), pp. 226-242 (2012).
2. Papageorgiou, M., Ben-Akiva, M., Bottom, J. and et al "ITS and traffic management", *Handbooks in Operations Research and Management Science*, **14**, pp. 715-774 (2007).
3. Javani, B. and Babazadeh, A. "Origin-destination-based truncated quadratic programming algorithm for traffic assignment problem", *Transportation Letters*, **9:3**, pp. 166-176 (2017).
4. Babazadeh, A., Javani, B., Gentile, G. and et al. "Reduced gradient algorithm for user equilibrium traffic assignment problem", *Transportmetrica A: Transport Science*, **16:3**, pp. 1111-1135 (2020).
5. Merchant, D.K. and Nemhauser, G.L. "A model and an algorithm for the dynamic traffic assignment problems". *Transportation science*, **12**(3), pp. 183-199 (1978).
6. Merchant, D.K. and Nemhauser, G.L. "Optimality conditions for a dynamic traffic assignment model". *Transportation Science*, **12**(3), pp. 200-207 (1978).
7. Peeta, S. and Ziliaskopoulos, A.K. "Foundations of dynamic traffic assignment: the past, the present and the future". *Networks and Spatial Economics*, **1**(3), pp. 233-265 (2001).
8. Javani, B. "Multi-class dynamic traffic assignment for urban networks: path-based formulation and algorithm". *PhD Dissertation, School of Civil Engineering, College of Engineering, University of Tehran*, Tehran (In Persian) (2018).
9. Javani, B., Babazadeh, A. and Ceder, A. "Path-based capacity-restrained dynamic traffic assignment algorithm". *Transportmetrica B: Transport Dynamics*, **7:1**, pp. 741-764 (2019).
10. Javani, B. and Babazadeh, A. "Path-based dynamic user equilibrium model with applications to strategic transportation planning". *Networks and Spatial Economics* (2019). <https://doi.org/10.1007/s11067-019-09479-0>
11. Szeto, W.Y. and Wong, S.C. "Dynamic traffic assignment: model classifications and recent advances in travel choice principles". *Central European Journal of Engineering*, **2**(1), pp. 1-18 (2012).
12. Kachroo, P. and Shlayan, N. "Dynamic traffic assignment: A survey of mathematical models and techniques". *In Advances in Dynamic Network Modeling in Complex Transportation Systems*, New York, NY:Springer, pp.1-25 (2013).
13. Kanafani, A. and Al-Deek, H. "A simple model for route guidance benefits". *Transportation Research Part B: Methodological*, **25**(4), pp. 191-201 (1991).
14. Lo, H.K. and Szeto, W.Y. "A methodology for sustainable traveler information services", *Transportation Research Part B: Methodological*, **36**(2), pp. 113-130 (2002).
15. Lujak, M., Giordani, S. and Ossowski, S. "Route guidance: bridging system and user optimization in traffic assignment". *Neurocomputing*, **151**, pp. 449-460 (2015).
16. Mahmassani, H.S. "Dynamic network traffic assignment and simulation methodology for advanced system management applications". *Networks and Spatial Economics*, **1**(3-4), pp. 267-292 (2001).
17. Lo, H.K. and Szeto, W.Y. "Modeling advanced traveler information services: static versus dynamic paradigms". *Transportation Research Part B: Methodological*, **38**(6), pp. 495-515 (2004).

18. Balakrishna, R., Koutsopoulos, H., Ben-Akiva, M. and et al. "Simulation-based evaluation of advanced traveler information systems". *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, **(1910)**, pp. 90-98 (2005).
19. Szeto, W.Y., Jiang, Y. and Sumalee, A. "A cell-based model for multi-class doubly stochastic dynamic traffic assignment". *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, **26**(8), pp. 595-611 (2011).
20. Nie, Y.M., Wu, X., Dillenburg, J.F. and et al. "Reliable route guidance: A case study from Chicago". *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, **46**(2), pp. 403-419 (2012).
21. Gao, S. and Huang, H. "Real-time traveler information for optimal adaptive routing in stochastic time-dependent networks". *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, **21**(1), pp. 196-213, (2012).
22. He, Z., Guan, W. and Ma, S. "A traffic-condition-based route guidance strategy for a single destination road network". *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, **32**, pp. 89-102 (2013).
23. Mitsakis, E., Grau, J.M.S., Stamos, I. and et al. "An integrated framework for embedding large-scale dynamic traffic assignment models in advanced traveler information systems". *Transportation Planning and Technology*, **38**(8), pp. 866-877 (2015).
24. Kim, Y.H. and Peeta, S. "Graph-based modeling of information flow evolution and propagation under V2V communications-based advanced traveler information systems", *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, **31**(7), pp. 499-514 (2016).
25. Aashtiani, H.Z. "The multi-modal traffic assignment problem". *Doctoral dissertation, Massachusetts Institute of Technology*, Cambridge, MA (1979).
26. Sheffi, Y. "Urban transportation networks". *Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall* (1985).
27. Shahpar, Amir H., Hedayat, Z. and Aashtiani, Abbas Babazadeh. "Dynamic penalty function method for the side constrained traffic assignment problem", *Applied Mathematics and Computation*, **206**(1), pp. 332-345 (2008).
28. Tehran Comprehensive Transportation and Traffic Studies (TCTTS) Corporation, Tehran, Iran, (2012).