

بررسی تأثیر ترک در رفتار مصالح دانه‌ی تحت بارگذاری تک‌محوری فشاری با استفاده از روش المان گسسته

وحید قربانپور (دانشجوی دکتری)

مهرداد امامی تبریزی* (هیأت علمی)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، مرکز تحقیقات زلزله، دانشگاه صنعتی سهند تبریز

مهندسی عمران شریف، (بهار ۱۴۰۱)
دوره‌ی ۲ - ۳۸، شماره‌ی ۱/۱، ص. ۱۰۹-۱۲۲، (پژوهشی)

مصالح دانه‌ی به دلیل تغییرات دمایی، فشار و هوازدگی، ریزترک‌هایی در ساختار خود دارند. ریزترک‌های مذکور، که در طول، راستا و موقعیت‌های مختلف در درون دانه‌ها توزیع شده‌اند، رفتار مکانیکی مصالح دانه‌ی، همچون: سختی، مقاومت و مقدار شکست را به شدت تحت تأثیر قرار می‌دهند. در پژوهش حاضر، دانه‌های مکعبی و استوانه‌ی ترک‌دار و بدون ترک، مدل‌سازی شده و تحت بارگذاری تک‌محوری با محصورشدگی جانبی قرار گرفته‌اند. استفاده از مدل تماسی غیرخطی هرتر، انجام آنالیز حساسیت برای تعیین کمیته‌ی تعداد توپ‌های لازم برای تشکیل هر کلامپ، کنترل تعداد نقاط تماس، شیب و راستای قرارگیری صفحات ترک در دانه‌های ترک‌دار و استفاده از معیار ترکیبی مقاومت کششی و چقرمگی شکست با لحاظ مودهای ترکیبی I و II، از جمله ویژگی‌های مدل عددی اشاره شده هستند. سپس مدل‌سازی دانه‌های ترک‌دار تحت زوایای مختلف ناپیوستگی به منظور بررسی تأثیر راستای ترک و آرایش ترکیبی دانه‌های ترک‌دار و بدون ترک در نسبت‌های مختلف نیز صورت گرفته است.

واژگان کلیدی: ترک، چقرمگی شکست، رفتار تنش - کرنش، فاکتور شکست، روش المان گسسته.

v_gorbanpoor@sut.ac.ir
m.emami@sut.ac.ir

۱. مقدمه

روش‌های محاسباتی عددی، استفاده از روش المان گسسته می‌تواند جایگزین بسیار مناسبی در تحلیل و بررسی رفتار مکانیکی مصالح دانه‌ی قلمداد شود.^{[۸] و [۹]} با استفاده از روش المان گسسته می‌توان انواع خصوصیات مربوط به شکل، اندازه و ترک را در مصالح دانه‌ی مدل‌سازی و رفتار آنها را بررسی کرد.

ریزترک‌ها در مصالح دانه‌ی، معمولاً دارای طول تقریبی کمتر از ۱/۸ میلی‌متر با نسبت ابعاد (عرض به طول) بین $۱۰^{-۲}$ و $۱۰^{-۵}$ هستند.^[۱۰] به عنوان مثال، در گرانیت گاریالادی، تعداد ۸۰ ریزترک با طول متوسط ۵۶/۰ میلی‌متر در نمونه‌ی به ابعاد ۱×۱ میلی‌متر مشاهده شده است.^[۱۱] همچنین راستای ریزترک‌ها اغلب در بازه‌ی $\pm ۱۰^\circ$ درجه نسبت به نیروی محوری اعمالی به سنگ و یا در بازه‌ی $\pm ۳۰^\circ$ درجه نسبت به نیروی فشاری بیشینه در بارگذاری سه‌محوری سنگ تغییر می‌کنند.^[۱۲] عوامل اخیر سبب می‌شوند که مدل‌سازی دقیق ریزترک‌های مذکور در دانه‌ها به دلیل ازدیاد، طول بسیار کم و نیز راستاهای متفاوت آنها عملاً غیرممکن شود.

به طور کلی، دو روش برای مدل‌سازی ترک در مصالح دانه‌ی تاکنون استفاده شده است: ۱- اعمال تأثیر وجود ریزترک‌ها در پارامترهای مقاومتی مصالح (روش غیرمستقیم) ۲- مدل‌سازی ترک (روش مستقیم).

مصالح دانه‌ی به طور وسیعی امروزه در پروژه‌های مهندسی، همچون: سد‌های سنگریزه‌ی، بالاست خطوط راه‌آهن و موج‌شکن‌ها استفاده می‌شوند. جذب انرژی بالا، سهولت استفاده، در دسترس بودن و سازگاری با شرایط فونداسیون‌های مختلف، از جمله ویژگی‌های مصالح دانه‌ی است.^[۱] لیکن مصالح دانه‌ی به دلایل مختلفی، همچون: هوازدگی، تغییرات مکانی و زمانی دما و فشار ناشی از لایه‌های فوقانی در زمان پیدایش، ریزترک‌هایی در ساختار درونی خود دارند، که ویژگی‌های مکانیکی، همچون: مقاومت شکست، سختی، مدول کشسانی، رفتار تراکم‌پذیری و خصوصیات هیدرولیکی را تحت تأثیر قرار می‌دهند.^[۲-۶]

با توجه به ابعاد مصالح دانه‌ی و سنگریزه‌ی استفاده شده در پروژه‌های مهندسی، که از چند سانتی‌متر شروع و گاهی به ۱ متر نیز می‌رسند، بررسی رفتار مکانیکی این نوع مصالح در محیط‌های آزمایشگاهی بسیار زمان‌بر، پرهزینه و سخت می‌شود.^[۷] از طرفی، اعمال شرایط اولیه‌ی یکسان برای آزمایش‌ها از لحاظ اندازه، شکل و وضعیت قرارگیری دانه‌ها نسبت به هم بسیار دشوار است. با توجه به توسعه‌ی روزافزون

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۴۰۰/۴/۲۶، اصلاحیه ۱۴۰۰/۹/۱۳، پذیرش ۱۴۰۰/۹/۲۱.

DOI: 10.24200/J30.2021.58476.2981

جدول ۱. مشخصات هندسی دانه‌ها، نحوه‌ی قرارگیری دانه‌ها و شرایط بارگذاری.

شکل دانه	استوانه‌یی	مکعبی
ابعاد دانه (میلی‌متر)	قطر ۲۵، ارتفاع ۲۶	۲۶ × ۲۶ × ۲۶
ضریب کرویت	۰/۶۹	۰/۵۷
تعداد	۲۸۸ دانه	۲۰۰ دانه
تخلخل (آرایش نامنظم)	۰/۴۰	۰/۴۰
چگالی ترک (نمونه‌های ترک‌دار)	۰/۰۵۱	۰/۰۳۷
راستای ترک‌ها (آرایش منظم)	۰، ۲۵، ۴۵، ۶۰، ۷۵ و ۹۰ درجه	
محفظه‌ی بارگذاری	استوانه، قطر ۲۲ و ارتفاع ۱۹ سانتی‌متر	
سطح بارگذاری	۱۵، ۲۱۳، ۳۰۰ کیلونیوتن	
سطح تنش	۴/۵، ۶/۴ و ۹ مگاپاسکال	

مودهای I و II چقرمگی شکست استفاده شده است. در ابتدا، مشابه آزمایش‌های آزمایشگاهی صورت گرفته، دانه‌های حاوی ناپوستگی به صورت نامنظم در داخل ساول بارگذاری قرار گرفتند و نتایج آنها با نتایج مدل‌سازی‌های مربوط به دانه‌های بدون ترک مقایسه شدند. سپس بعد از صحت‌سنجی مدل‌سازی عددی، به منظور بررسی تأثیر راستای ترک در رفتار شکست مصالح، دانه‌ها در شرایط آرایش منظم بر روی هم قرار گرفته و ترک‌ها در راستاهای مختلف نسبت به محور بارگذاری تعریف شده‌اند. با اعمال بارگذاری، تأثیر راستای ترک در رفتار شکست مصالح ارزیابی شده است. در مرحله‌ی آخر، آرایش ترکیبی دانه‌های ترک‌دار و بدون ترک، مدل‌سازی و نتایج آنها با نتایج دانه‌های بدون ترک مقایسه شده است.

۲. فرایند مدل‌سازی

در پژوهش حاضر، برای شبیه‌سازی رفتار مصالح دانه‌یی تحت بارگذاری فشاری تک‌محوری از نرم‌افزار PFC^{2D} مبتنی بر روش المان گسسته استفاده شده است. [۱۹] مشخصات هندسی دانه‌ها، نحوه‌ی قرارگیری آنها و سطوح بارگذاری در جدول ۱ ارائه شده‌اند. در ادامه، جزئیات مربوط به فرایند مدل‌سازی تشریح شده است.

۱.۲. مدل تماسی

با توجه به ماهیت رفتار تماسی غیرخطی بین دو دانه و همچنین تدقیق مدل‌سازی، مدل غیرخطی هرتر جهت تعیین رفتار تماسی بین دانه‌ها استفاده می‌شود. [۲۲-۲۰] ضرایب سختی تماسی نرمال (K_n) و برشی (K_s) در روش هرتر از روابط ۱ و ۲ محاسبه می‌شود: [۱۹]

$$K_n = \alpha h_n^{1/\alpha} F_n^{(\alpha-1)/\alpha} \quad (1)$$

$$K_s = \frac{2(1-\nu)}{2-\nu} K_n \quad (2)$$

که در آن، F_n نیروی نرمال، δ_n جابه‌جایی نرمال، ν نسبت پواسون، α ضریب توانی بی‌بعد و h_n بستگی به خصوصیات فیزیکی و مکانیکی تماس دارد.

۲.۲. مدل‌سازی دانه‌ها

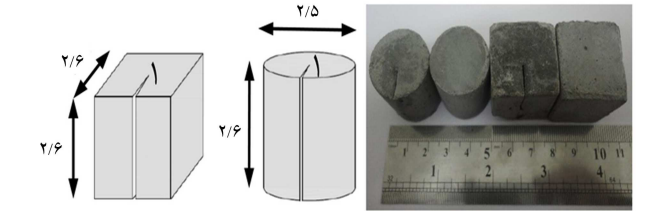
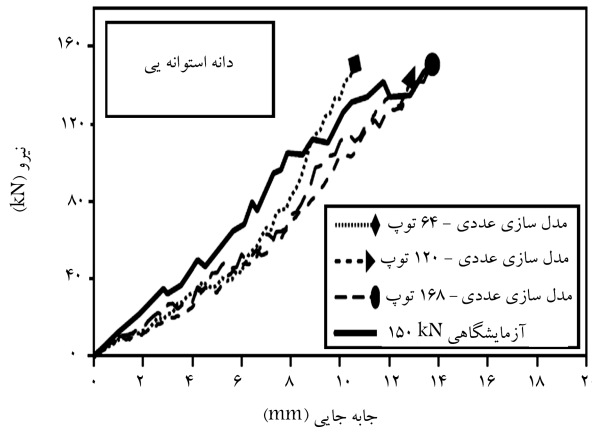
در نوشتار حاضر، دو گروه دانه‌یی استوانه‌یی و مکعبی، به ترتیب به عنوان نماینده‌ی دانه‌های تیزگوشه و گردگوشه از جنس بتن پودری واکنش‌پذیر، [۲۳] انتخاب شده است

در روش غیرمستقیم، بسیاری از پژوهشگران تأثیر وجود ریزترک‌ها در مصالح دانه‌یی را در قالب اثر اندازه بررسی کرده‌اند. همان‌طور که مشخص است، با افزایش ابعاد مصالح، مقاومت شکست کاهش خواهد یافت. [۱۱] و [۱۲] علت این مسئله، احتمال بیشتر وجود ریزترک‌ها در مصالح با ابعاد بزرگ‌تر است، که سبب می‌شود مصالح ضعیف‌تر و در تنش‌های کششی کمتری دچار شکست شوند. [۱۳]

در روش مستقیم، برخلاف روش غیرمستقیم، خود ترک یا تأثیر وجود آن در مدل‌سازی لحاظ می‌شود. رابرتسون [۲۰۰]، [۱۴] نشان داد که یک دانه را می‌توان به صورت مجموعه‌یی از توپ‌های دارای پیوند با یکدیگر در قالب آرایه‌های شش‌وجهی منظم مدل‌سازی کرد. به طوری که با حذف تصادفی توپ‌های تشکیل‌دهنده‌ی دانه، می‌توان وجود ترک را شبیه‌سازی کرد. مک‌داول و هریرچه [۲]، [۱۵] نشان دادند که به منظور بررسی صحیح اثر اندازه‌ی ناشی از وجود ریزترک‌ها، باید یک هندسه‌ی منظمی از دانه‌ها را حذف کرد، تا پارامترهای مکانیکی مورد نظر به دست آیند. تاپاس [۳] و همکاران [۲۰۱]، [۱۶] با استفاده از نرم‌افزار PFC^{2D} ، رفتار شکست مصالح سنگریزه‌یی ترک‌دار را با ارائه‌ی یک مدل عددی به صورت کلامپ‌های حاوی ۱۴ کره در شکل‌های هرمی و نیز وارد کردن ریزترک‌ها در تمامی دانه‌ها (کلامپ‌ها) با استفاده از تابع چگالی احتمال یکنواخت بررسی کردند. به نحوی که اگر مقدار ضریب شدت تنش مود اول (K_I) برابر با چقرمگی شکست مود اول (K_{Ic}) شود، یا طول ترک در حال گسترش به نصف اندازه‌ی دانه برسد، شکست رخ می‌دهد. الگوی شکست دانه نیز همواره به نحوی است که دانه‌ی حاصل همچنان شکل هرمی خود را حفظ می‌کند.

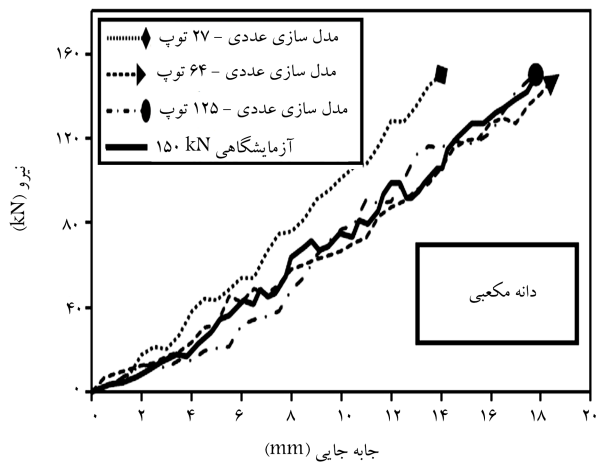
بر پایه‌ی آنچه مطالعات صورت گرفته تاکنون نشان داده‌اند، فرض می‌شود که ترک‌ها در میان همه‌ی دانه‌ها و در راستاهای کاملاً تصادفی توزیع شده‌اند. [۷] و [۱۶] در حالی که در واقعیت امکان دارد برخی از دانه‌ها، سالم و فاقد ترک و یا تأثیر ترک بسیار ناچیز باشد. این مسئله اهمیت آرایش ترکیبی دانه‌های ترک‌دار و بدون ترک را برجسته می‌کند. از طرفی، تأثیر راستای قرارگیری ترک‌ها نسبت به محور بارگذاری در رفتار مصالح، در مطالعات پیشین بررسی نشده است. نهایتاً این‌که، در میان معیارهای ارائه شده برای شکست دانه با استفاده از اصول مکانیک شکست، فقط آثار مود اول (کشش) لحاظ شده [۱۶] و تأثیر مود دوم (برش) اعمال نشده است.







در نوشتار حاضر، با توجه به تأثیر شکل دانه در رفتار مکانیکی مصالح دانه‌یی [۱۷] و این‌که مصالح دانه‌یی در دو گروه کلی تیزگوشه و گردگوشه قرار می‌گیرند، [۱۸] دانه‌ها در دو شکل مکعبی، به عنوان نماینده‌ی دانه‌های تیزگوشه و نیز استوانه‌یی به عنوان نماینده‌ی دانه‌های گردگوشه مدل شده و تأثیر ترک در رفتار هر دو شکل آنها بررسی شده است. لازم به ذکر است که برای شکست دانه‌های ترک‌دار از یک معیار ترکیبی



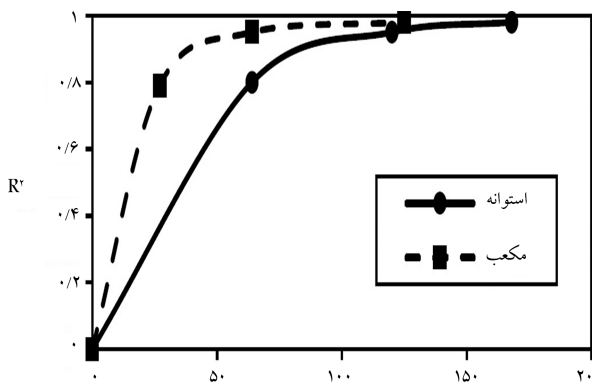
شکل ۱. دانه‌های استفاده شده در ترک دار و بدون ترک جهت انجام آزمایش و مدل سازی (ابعاد به سانتی متر است).

جدول ۲. ساختارهای کلامپ برای مدل سازی دانه‌های مکعبی و استوانه‌یی.



دانه‌های مکعبی	
	توپ، ۱۲۵، $dV=46\%$
	توپ، ۶۴، $dV=46\%$
	توپ، ۲۷، $dV=47\%$
دانه‌های استوانه‌یی	
	توپ، ۱۶۸، $dV=48\%$
	توپ، ۱۲۰، $dV=51\%$
	توپ، ۶۴، $dV=53\%$

شکل ۲. آنالیز حساسیت به منظور تعیین توپ‌های تشکیل دهنده هر دانه در کلامپ مرتبط.



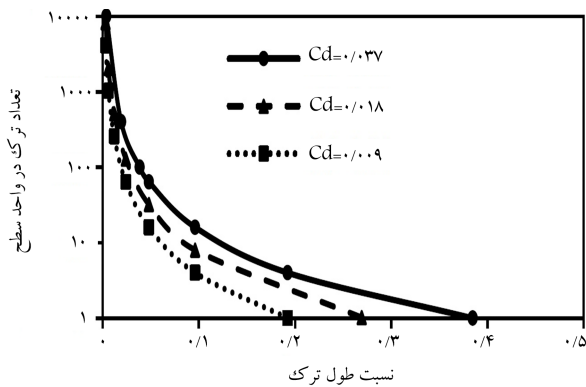
شکل ۳. تغییرات ضریب رگرسیون مربوط به نمودار نیرو - جابه‌جایی بر حسب تعداد توپ‌های تشکیل دهنده هر کلامپ.

حجمی دانه کاهش یافته است. در شکل ۲، نتایج آنالیز حساسیت مدل سازی شکل دانه‌ها بر اساس تعداد مختلف توپ‌ها و مقایسه‌ی آنها با نتایج آزمایش‌های واقعی آزمایشگاهی تحت بارگذاری تک‌محوری (سطح بارگذاری ۱۵۰ کیلو نیوتن) مشاهده می‌شود.

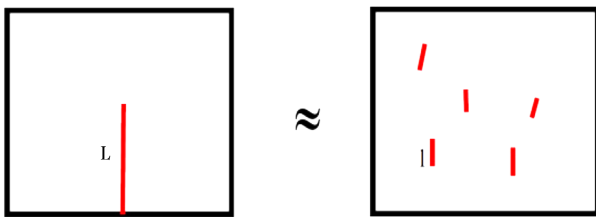
همچنین در شکل ۳، مقادیر ضریب رگرسیون نتایج مدل سازی عددی با نتایج آزمایشگاهی متناظر مشاهده می‌شود، که مطابق آن با افزایش تعداد توپ‌ها، مقادیر ضریب رگرسیون، روند افزایشی داشته و سپس به یک حد ثابت میل کرده است. از

(شکل ۱). ضریب کرویت دانه‌های ذکر شده به صورت نسبت شعاع بزرگ‌ترین دایره‌ی محاطی به شعاع کوچک‌ترین دایره‌ی محیطی دانه تعیین می‌شود.^[۲۴] ضریب کرویت همواره بین ۰ و ۱ متغیر است. برای دانه‌های کروی، مساوی ۱ است و هر چقدر شکل دانه‌ها از کره فاصله بگیرد، کوچک‌تر خواهد شد. در جدول ۱، ابعاد دانه‌ها و ضریب کرویت آنها ارائه شده است. برای دانه‌های استوانه‌یی، ضریب کرویت برابر با ۰/۶۹ و برای دانه‌های مکعبی، ۰/۵۷ محاسبه شده است.

برای مدل سازی دانه‌های مکعبی و استوانه‌یی از کلامپ استفاده می‌شود. روش کلامپ در مطالعات بسیاری برای مدل سازی شکل‌های مختلف دانه‌ها استفاده شده است.^[۲۷، ۲۵، ۲۲، ۲۶] در روش مذکور، دانه‌ها از طریق اتصال چند توپ به یکدیگر ایجاد می‌شوند، به نحوی که شکل ایجاد شده باید به خوبی بیان‌گر شکل دانه‌ی اصلی باشد. هر چقدر تعداد توپ‌های تشکیل دهنده‌ی کلامپ بیشتر شود، شکل حاصل به شکل واقعی دانه نزدیک‌تر می‌شود و به تبع آن حجم از دست رفته‌ی دانه افزایش خواهد یافت. لذا باید یک مقدار بهینه برای تعداد توپ‌ها در مدل سازی دانه‌ها تعریف شود، به نحوی که هم دقت مدل سازی افزایش یابد و هم زمان تحلیل طولانی نشود. در جدول ۲، تعداد توپ‌های تشکیل دهنده برای حالت‌های مختلف به همراه مقدار حجم از دست رفته‌ی مرتبط ارائه شده است. هر دانه با سه عدد مختلف از توپ‌ها مدل سازی شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش تعداد توپ‌ها، افت



شکل ۴. تغییرات تعداد ترک بر حسب طول ترک به ازاء چگالی‌های ترک مختلف برای دانه‌های مکعبی.



شکل ۵. معادل‌سازی یک ناپیوستگی به طول L با تعدادی از ریزترک‌ها به طول l.

ترک ماکرو با لحاظ مقدار چگالی ترک سطحی برابر، معادل‌سازی شده‌اند. (شکل ۵).

۴.۲. صحت‌سنجی مدل

همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، به منظور انجام آزمایش‌های واقعی بر روی دانه‌ها، محفظه‌ی استوانه‌یی به قطر ۲۲ و ارتفاع ۱۹ سانتی‌متر انتخاب شده است. لازم به ذکر است که برای کاهش تأثیر دیواره‌های سلول آزمایش ضروری است تا نسبت قطر قالب به بزرگترین بعد دانه دستکم ۶ باشد.^[۳۰] در این صورت، خواص مکانیکی مورد اندازه‌گیری به ابعاد قالب بستگی نخواهند داشت. در استوانه‌ی مدل شده نیز این نسبت بزرگ‌تر از ۶ بوده است. سپس دانه‌ها در دو وضعیت آرایش منظم و آرایش نامنظم در داخل سلول آزمایش قرار گرفته‌اند. لازم به ذکر است که در آرایش نامنظم، مقدار تخلخل مصالح برای دانه‌های مکعبی و استوانه‌یی ۰/۴۰ بوده است.

به منظور صحت‌سنجی مدل‌سازی عددی با نتایج آزمایشگاهی، حالت‌های مختلف آرایش برای دانه‌های مکعبی و استوانه‌یی، مطابق شرایط آزمایش‌های آزمایشگاهی اعمال شده است. از آنجایی که توزیع ناپیوستگی در مصالح دانه‌یی طبیعی به صورت کاملاً تصادفی است و عملاً نمی‌توان یک الگوی مشخص برای آنها در نظر گرفت، لذا برای بررسی تأثیر راستای ترک، مصالح دانه‌یی مکعبی و استوانه‌یی ترک‌دار به صورت منظم و کنترل شده بر روی هم قرار گرفتند. راستای ترک در هر بارگذاری نسبت به محور قائم (θ)، زوایای صفر، ۲۵، ۴۵، ۶۰، ۷۵ و ۹۰ درجه می‌سازد. بارگذاری نمونه‌ها تا لحظه‌ی وقوع شکست ادامه یافته و سپس متوقف شده است.

در آرایش نامنظم، تعداد دانه‌ها با توجه به تخلخل مورد نظر، حجم دانه، و ابعاد محفظه‌ی بارگذاری محاسبه شده است، که در جدول ۱ ارائه شده‌اند. در مدل آزمایشگاهی، نمونه‌ها در تعداد مشخص به صورت تصادفی در داخل استوانه‌ی

طرفی، با توجه به تأثیر تعداد توپ‌ها در افزایش زمان تحلیل، نهایتاً تعداد توپ‌های نظیر حالتی که تغییرات R^2 تقریباً ثابت می‌شود، به عنوان تعداد بهینه جهت مدل‌سازی دانه‌ها انتخاب می‌شود. بر این اساس، ۶۴ توپ برای دانه‌ی مکعبی و ۱۲۰ توپ برای دانه‌ی استوانه‌یی تعیین شده است. ذکر این نکته ضروری است که با توجه به تعداد توپ‌های تعیین شده برای مدل‌سازی دانه‌ها، عملاً مقداری از حجم دانه‌ی اصلی در مدل‌سازی‌های در نظر گرفته نخواهد شد. لذا، برای رعایت اصل پایستگی جرم، چگالی مصالح از طریق رابطه‌ی ۳ اصلاح شده است:^[۲۹]

$$\rho_{\text{modified}} = \frac{\rho_p V_p}{\sum_{i=1}^{N_b} V_i^b} \quad (3)$$

که در آن، ρ_p چگالی واقعی مصالح دانه‌یی، V_p حجم واقعی مصالح دانه‌یی، V_i^b حجم هر یک از توپ‌های تشکیل‌دهنده‌ی کلامپ، N_b تعداد توپ‌های لازم برای تشکیل کلامپ و ρ_{modified} چگالی اصلاح شده جهت استفاده در مدل‌سازی است.

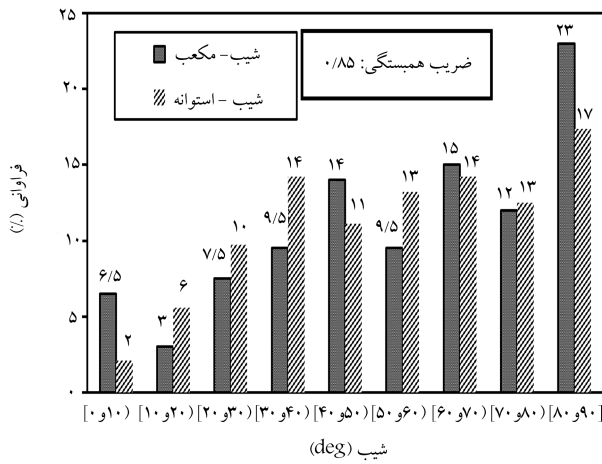
۳.۲. مدل‌سازی ترک در دانه‌ها

به منظور مدل‌سازی ترک در دانه‌ها، تأثیر وجود ترک در معادلات مرتبط با معیار شکست دانه لحاظ می‌شود. با توجه به دشواری مدل‌سازی تعداد زیاد ریزترک‌ها با طول بسیار کم و راستاهای متفاوت قرارگیری، از ترک ماکرو استفاده می‌شود. به منظور کمی‌سازی تعداد ریزترک‌ها در داخل ماده، می‌توان از کمیتی به نام چگالی ترک استفاده کرد. طبق تعریف، چگالی ترک مطابق رابطه‌ی ۴ محاسبه می‌شود:^[۲۱]

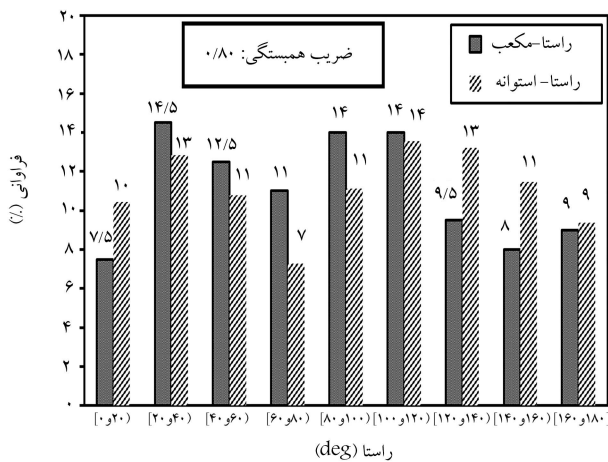
$$C_d = N_A c^3 \quad (4)$$

که در آن، N_A تعداد ترک در واحد سطح و c نصف طول ترک است. به عنوان مثال، در گرانیت گاریبالدی، مقدار چگالی ترک اندازه‌گیری شده برابر با ۰/۰۶۲ بوده است.^[۲۱] در پژوهش حاضر نیز یک ترک ماکرو به طول ۱۰ و عرض ۱/ میلی‌متر و در کل ارتفاع نمونه ایجاد شده است (شکل ۱). بدین منظور، ابتدا یک ورق بسیار نازک پلیاستیکی به ضخامت ۱/ و عرض ۱۰ میلی‌متر در وسط کف قالب‌ها به قطر ۲۵ میلی‌متر برای نمونه‌های استوانه‌یی و ابعاد ۲۶ میلی‌متر برای نمونه‌های مکعبی چسبانده شده است. سپس بتن پودری واکنش‌پذیر در قالب‌ها ریخته و پس از اتمام عمل‌آوری، با خارج کردن ورق پلیاستیکی، ترک در ابعاد ماکرو در نمونه‌ها ایجاد شده است (شکل ۱). با توجه به رابطه‌ی ۴، مقدار چگالی ترک سطحی برای نمونه‌های استوانه‌یی و مکعبی به ترتیب برابر با ۰/۰۵۱ و ۰/۰۳۷ بوده است. می‌توان چنین اظهار داشت که چگالی ترک مذکور، با بی‌نهایت حالت از ریزترک‌ها با تعداد و طول‌های مختلف معادل شده است. همان‌طور که در شکل ۴ برای نمونه‌ی مکعبی مشاهده می‌شود، با استفاده از نمودار مربوط به هر چگالی ترک، می‌توان تعداد لازم به ازاء نسبت طول ترک (اندازه‌ی دانه / طول ترک) مدنظر را به دست آورد. مثلاً در چگالی ترک ۰/۰۳۷، می‌توان به جای یک ترک به طول ۱ سانتی‌متر، ۱۶ ترک به طول ۰/۲۵ سانتی‌متر یا ۱۰۰ ترک به طول ۰/۱ سانتی‌متر قرار داد.

یک نکته‌ی مهم در معادل‌سازی ریزترک‌ها با ترک ماکرو، توجه به راستای قرارگیری ریزترک‌هاست. همان‌طور که قبلاً در مقدمه ذکر شد، ریزترک‌ها در داخل توده‌های سنگی، عمدتاً متمایل به راستای مشخصی هستند. بر این اساس، در پژوهش حاضر نیز فرض شده است که راستای ریزترک‌ها در هر دانه، تقریباً موازی هم بوده و با یک



شکل ۸. شیب قرارگیری دانه‌های استوانه‌یی و مکعبی ترک‌دار.



شکل ۹. راستای قرارگیری دانه‌های استوانه‌یی و مکعبی ترک‌دار.

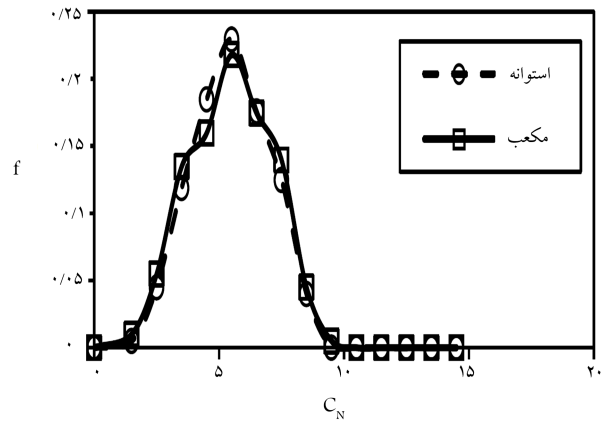
ترک‌دار نیز بردار مشخصه به صورتی تعریف می‌شود که نرمال بر صفحه‌ی ترک فرضی باشد.

در شکل‌های ۸ و ۹، مقادیر شیب و راستای قرارگیری دانه‌های استوانه‌یی و مکعبی ترک‌دار نشان داده شده‌اند. اولاً، ملاحظه می‌شود که در تمامی بازه‌های مربوط به شیب و راستا، دانه‌ها توزیع شده‌اند. از طرفی، با بررسی درصد فراوانی شیب و راستا در بازه‌های تعیین شده مشخص می‌شود که به طور میانگین اختلاف درصد فراوانی دانه‌های مکعبی و استوانه‌یی، از نظر شیب ۲۸٪ و از لحاظ راستا، ۱۹٪ است. همچنین ضریب همبستگی بین شیب دانه‌های مکعبی و استوانه‌یی، ۸۵٪ و بین راستای دانه‌های مکعبی و استوانه‌یی، ۸۰٪ بوده است، که نشان‌دهنده‌ی تشابه توزیع اندازه‌ی دانه‌ها در داخل محفظه‌ی بارگذاری است. این امر امکان می‌دهد تا بتوان نتایج مدل‌سازی‌های عددی را با یکدیگر مقایسه کرد.

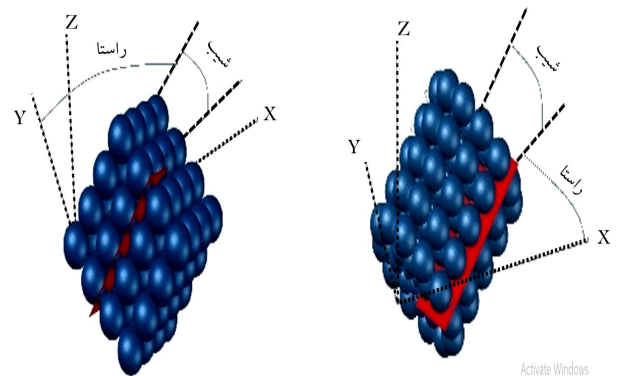
۵.۲. تخصیص پارامترهای فیزیکی و مکانیکی

۱.۵.۲. مقاومت شکست

همان‌طور که در بخش مقدمه ذکر شد، مصالح دانه‌یی همواره ریزترک‌هایی در ساختار خود دارند. این ریزترک‌ها باعث خواهند شد که هر یک از مصالح دانه‌یی، مقاومت شکست متفاوتی داشته باشند، که این مسئله عملکرد مکانیکی آنها را تحت تأثیر قرار می‌دهد. لذا ضروری است که با انجام آزمایش‌های بارگذاری تک‌دانه‌یی شکست برای



شکل ۶. توزیع نرمال تعداد نقاط تماسی برای دانه‌های استوانه‌یی و مکعبی.



شکل ۷. نحوه‌ی تعیین شیب و راستای دانه‌ها در آرایش نامنظم.

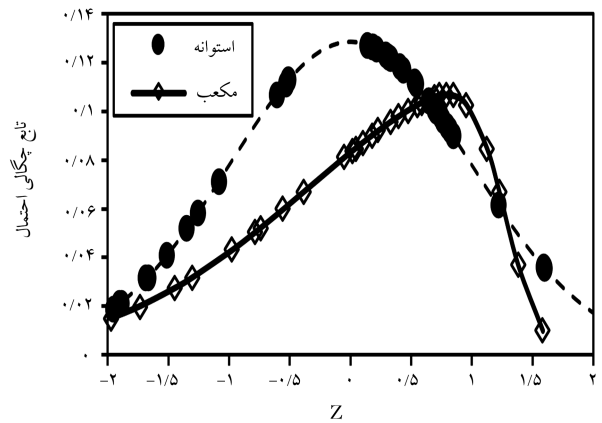
بارگذاری ریخته شده و سپس با استفاده از میز لرزان و تراکم صورت گرفته، به نسبت تخلخل مد نظر در حجم معین رسیده‌اند. به طوری که ترک‌ها در راستا و شیب‌هایی با یک توزیع، که بر اساس تعداد نقاط تماس، شیب و راستای قرارگیری دانه‌ها در مدل‌سازی عددی مشخص شده است، قرار گرفته‌اند.

عواملی همچون تعداد نقاط تماس هر دانه با دانه‌های مجاور (C_N) به همراه شیب و راستای قرارگیری ترک‌ها بر نحوه‌ی توزیع تنش‌های تماسی و عملکرد مکانیکی دانه‌ها در قالب لغزش، دوران و شکست، تأثیر می‌گذارند. لذا ضروری است که پارامترهای مذکور در مرحله‌ی توزیع دانه‌ها در محفظه، کنترل و بررسی شوند. در شکل ۶، نمودار توزیع تعداد نقاط تماس هر دانه با دانه‌های مجاور برای دانه‌های استوانه‌یی و مکعبی مشاهده می‌شود، که مطابق آن، تعداد نقاط تماس از توزیع نرمال تبعیت می‌کنند، که این موضوع قبلاً به صورت تحلیلی در نتایج ایواتا و هما نیز ذکر شده بود.^[۳۱] مقدار میانگین C_N برای دانه‌های استوانه‌یی ۶/۳۴ و برای دانه‌های مکعبی ۵/۸۹ بوده است، که کمتر از ۱٪ با هم اختلاف داشتند.

برای تعیین شیب و راستای قرارگیری دانه‌ها، ابتدا یک سیستم مختصات مرجع فرض شده است. سپس برای هر کلامپ، یک بردار مشخصه ثابت برای کلامپ‌های مکعبی از توپ شماره ۴۵ به سمت توپ شماره ۴۹ و برای کلامپ‌های استوانه‌یی از توپ شماره ۶۶ به سمت توپ شماره ۶۹ تعریف می‌شود (شکل ۷). موقعیت بردار اخیر برای تمامی کلامپ‌ها ثابت است. بعد از آرایش نامنظم دانه‌ها، برای هر کلامپ و بر اساس موقعیت توپ‌های ذکر شده، کسینوس‌های هادی بردار به دست آمده و نتیجتاً شیب و راستا در هر سطح بارگذاری تعیین شده است. در نمونه‌های

جدول ۳. پارامترهای استفاده شده در مدل‌سازی.

نمونه‌ی مکعبی	نمونه‌ی استوانه‌یی	
$1/92 \times 10^9$	$1/88 \times 10^9$	h_n (دانه - دانه)
$1/610$	$1/750$	α (دانه - دانه)
$7/69 \times 10^9$	$7/54 \times 10^9$	h_n (دانه - دیواره)
$1/55$	$1/73$	α (دانه - دیواره)
$38/3$	$32/4$	زاویه‌ی اصطکاک داخلی دانه‌ها (درجه)
۵۲		مدول الاستیسیته دانه‌ها (GPa)
$0/81$		چقرمگی شکست مود I ($MPa\sqrt{m}$)
$1/02$		چقرمگی شکست مود II ($MPa\sqrt{m}$)
$0/32$		نسبت پواسون
$0/70$		نسبت میرایی
$0/01$		سرعت بارگذاری (m/s)



شکل ۱۰. منحنی توزیع نرمال برای مقاومت دانه‌های استوانه‌یی و مکعبی.

هر یک از نمونه‌های مکعبی و استوانه‌یی، توزیع آماری مقاومت کششی نمونه‌ها به دست آیند تا در فرایند مدل‌سازی عددی استفاده شوند. مجموعاً تعداد ۳۸ آزمایش برای نمونه‌های استوانه‌یی و ۳۰ آزمایش برای نمونه‌های مکعبی صورت گرفته است. در شکل ۱۰، نمودار توزیع نرمال مقاومت شکست آنها مشاهده می‌شود. بر این اساس، میانگین مقاومت دانه‌های استوانه‌یی، $8/9$ مگاپاسکال و انحراف از معیار آنها، $3/1$ مگاپاسکال و همچنین میانگین مقاومت دانه‌های مکعبی، $11/7$ مگاپاسکال و انحراف از معیار آنها، $4/3$ مگاپاسکال به دست آمده است. لازم به ذکر است که منحنی توزیع نرمال برای دانه‌های مکعبی برخلاف نمونه‌های استوانه‌یی، چولگی منفی داشته است.

روند تخصیص مقاومت شکست به دانه‌های مکعبی و استوانه‌یی بدین صورت است که بر اساس N دانه‌ی مدل شده (مثلاً ۲۸۸ دانه برای گروه استوانه‌یی یا ۲۰۰ دانه برای گروه مکعبی)، ابتدا N عدد بر اساس تابع توزیع مقاومت مرتبط تولید می‌شوند. سپس به هر یک از آنها، یک عدد تصادفی بین ۰ و ۱، بر اساس الگوریتم مرسن پیچشی^۴ نسبت داده می‌شود،^[۳۲] یعنی N زوج عدد، که هر زوج شامل مقاومت شکست و یک عدد تصادفی است. نهایتاً با مرتب‌سازی اعداد تصادفی به صورت صعودی یا نزولی، زوج متناظر آنها (مقاومت شکست) نیز دستخوش تغییرات اخیر می‌شود و نهایتاً مجموعه‌ی از مقادیر مقاومت شکست، که به صورت تصادفی توزیع شده‌اند، به وجود می‌آیند. سپس، هر یک از آن اعداد به عنوان مقاومت شکست به هر کلامپ اختصاص می‌یابد.

۲.۵.۲. پارامترهای مدل تماسی

همان‌طور که قبلاً ذکر شد، از مدل غیرخطی هرترز برای رفتار بین‌دانه‌یی مصالح استفاده شده است. با توجه به نتایج به دست آمده از آزمایش‌های بارگذاری تک‌دانه‌یی شکست بر روی نمونه‌های استوانه‌یی و نمونه‌های مکعبی، می‌توان با برازش رابطه‌ی مدل تماسی غیرخطی، به نحوی که کمترین خطا با نتایج آزمایشگاهی را داشته باشد، مقادیر α و h_n برای پیوند بین دانه و صفحه‌ی بارگذاری را به دست آورد. برای مقادیر h_n دانه - دانه نیز، آزمایش‌های مرتبط مطابق آنچه در نوشتار تاپیس^۵ و همکاران (۲۰۱۵)،^[۱۶] ذکر شده است، انجام و پارامترهای مرتبط محاسبه شده‌اند. سایر پارامترهای لازم، همچون: مدول کشسانی، نسبت پواسون و زاویه‌ی اصطکاک داخلی بر اساس استانداردهای انجمن آزمون و مواد آمریکا،^[۳۳، ۳۴] به دست آمده‌اند، که مقادیر آنها نیز در جدول ۳ ارائه شده است.

۶.۲. شکست دانه‌ها

۱.۶.۲. معیار شکست دانه‌های بدون ترک

در اثر نیروهای فشاری اعمالی به دانه، تنش کششی القایی به وجود می‌آید. در صورتی که مقدار تنش کششی القایی از مقاومت کششی دانه بیشتر شود، شکست در دانه رخ خواهد داد. یک نکته‌ی مهم این است که در دانه‌هایی که در چند نقطه تحت نیروهای فشاری قرار می‌گیرند، نیروهای وارده باعث ایجاد محصورشدگی در دانه می‌شوند و تنش کششی کاهش می‌یابد.^[۳۵]

تنش کششی بیشینه در راستای عمود بر نیروی برآیند دانه، مطابق رابطه‌ی ۵ محاسبه می‌شود:^[۳۵]

$$S_t = \frac{F}{d^n f_{CN} f_D} \quad (5)$$

که در آن، S_t تنش کششی در دانه، d قطر دانه، F برآیند نیروی وارد بر دانه، f_D ضریب تأثیر قطر دانه‌های مجاور و f_{CN} ضریب تأثیر محصورشدگی دانه است. مقدار نیروی برآیند F از طریق رابطه‌ی ۶، ضریب f_D از طریق رابطه‌ی ۷ و ضریب f_{CN} از رابطه‌ی ۸ محاسبه می‌شوند:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{C_N} \vec{F}_i \quad (6)$$

که در آن، C_N تعداد نیروهای وارد بر هر دانه و F_i مقدار نیروی تماسی اعمالی از طرف هر دانه‌ی مجاور است.

$$f_D = \frac{D/d}{D/d + 1} \quad (7)$$

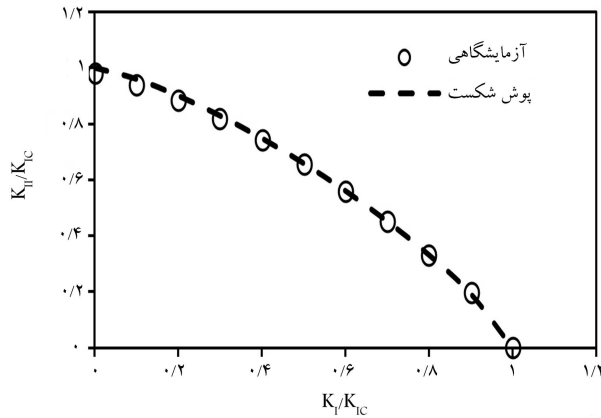
که در آن، d قطر دانه و D میانگین قطر دانه‌های مجاور است.

$$f_{CN} = (C_N - 1) \times \exp\left(\frac{D}{d} \times \frac{(C_N - 2)(C_N - 3)}{4C_N}\right) \quad (8)$$

در هر لحظه از بارگذاری، تنش کششی دانه بر اساس تعداد نقاط تماسی و نیروهای وارد بر دانه در هر یک از نقاط تماس، طبق رابطه‌ی ۵ به دست می‌آید و در صورتی که تنش کششی از مقاومت کششی دانه بیشتر شود، دانه خواهد شکست.

جدول ۴. الگوی شکست دانه‌ها.

دانه‌ی استوانه‌یی		دانه‌ی مکعبی	
۱۲۰ → ۶۰ + ۶۰	۶۰ → ۳۰ + ۳۰	۶۴ → ۳۲ + ۳۲	۳۲ → ۱۶ + ۱۶
۳۰ → ۱۵ + ۱۵	۱۵ → ۹ + ۶	۱۶ → ۸ + ۸	۸ → ۴ + ۴
۹ → ۶ + ۳	۳ → ۲ + ۱	۴ → ۲ + ۲	۲ → ۱ + ۱
۶ → ۳ + ۳	-	-	-
۲ → ۱ + ۱	-	-	-



شکل ۱۱. پوش شکست مود ترکیبی به همراه نتایج آزمایشگاهی.

۳.۶.۲. الگوی شکست

دانه‌های ترک‌دار و بدون ترک در صورت ارضاء معیارهای شکست مرتبط، دچار شکست می‌شوند. در پژوهش حاضر، فرض شده است که هر دانه در اثر شکست به دو قسمت تقسیم می‌شود؛ به نحوی که شکل حاصل حتی الامکان مشابه شکل اولیه‌ی دانه باشد.^[۱۶] لازم به ذکر است که در الگوی ذکر شده، شکست گوشه و یا لب پرشدگی دانه در نظر گرفته نمی‌شود. در جدول ۴، الگوی شکست برای هر یک از دانه‌ها ارائه شده است. مزیت استفاده از این الگوی شکست بدین صورت است که علاوه بر عدم نیاز به مدل‌سازی تعداد زیادی توپ برای هر دانه، شکست دانه نیز تحت شرایط پایستگی جرم رخ می‌دهد.

۷.۲. شرایط مرزی و بارگذاری

با توجه به این‌که آزمایش‌های آزمایشگاهی در داخل محفظه‌ی استوانه‌یی از جنس فولاد انجام می‌شوند، لذا جداره‌های آن به صورت صلب و فاقد اصطکاک هستند و امکان تغییر شکل جانبی در آنها وجود ندارد. بنابراین به دلیل عدم امکان جابه‌جایی دیواره‌ها، آزمایش‌ها در شرایط بارگذاری فشاری با محصورشدگی جانبی انجام می‌شوند. مشخصات مکانیکی مربوط به دیواره‌ها، شامل ضرایب مدل تماسی در جدول ۳ ارائه شده‌اند. همچنین بارگذاری به ازاای نیروهای ۱۵۰، ۲۱۳، و ۳۰۰ کیلو نیوتن با نرخ ۰/۰۱ متر بر ثانیه، تنش‌های بیشینه‌ی ۴/۵، ۶/۴، و ۹ مگاپاسکال را در محفظه بر روی دانه‌ها اعمال می‌کند. مقادیر نیرو و جابه‌جایی لحظه‌یی ثبت شده و در انتهای هر مرحله از بارگذاری، آزمایش دانه‌بندی به منظور تعیین فاکتور شکست مصالح صورت گرفته است. لازم به ذکر است که فاکتور شکست از طریق روش ارائه شده به وسیله‌ی هاردین، یعنی از روی منحنی‌های دانه‌بندی مصالح و الک ۲۰۰ به دست آمده است.^[۳۹]

۲.۶.۲. معیار شکست دانه‌های ترک‌دار

در دانه‌های ترک‌دار، به دلیل وجود ترک دو حالت ممکن است پیش آید: ۱- راستای نیروی برآیند نسبت به ترک طوری باشد که مشابه دانه‌ی بدون ترک، شکست در اثر رسیدن تنش کششی القایی به مقاومت کششی دانه رخ دهد. در این حالت وجود ترک عملاً تأثیرگذار نخواهد بود و شکست مشابه وضعیت دانه‌های بدون ترک رخ خواهد داد. ۲- شکست در اثر گسترش ترک خوردگی در دانه ایجاد شود. این حالت وقتی اتفاق می‌افتد که ضریب شدت تنش نوک ترک از مقدار بحرانی آن فراتر رود. بنابراین باید برای هر دانه، دو معیار فوق بررسی شوند و هر کدام که سریع‌تر ارضاء شود، مبنای شکست دانه خواهد بود.

با توجه به این‌که ناپیوستگی موجود در دانه‌های ترک‌دار با برآیند نیروهای تماسی (F)، در هر دانه زوایای مختلفی می‌سازد، لذا عملاً ترکیبی از مدهای شکست I و II در دانه‌ها به وجود می‌آیند. بدین منظور ضرایب شدت تنش مدهای I و II را می‌توان مطابق روابط ۹ و ۱۰ محاسبه کرد:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi(2c)} N_I \quad (۹)$$

$$K_{II} = \tau \sqrt{\pi(2c)} N_{II} \quad (۱۰)$$

که در آنها، σ تنش تماسی قائم وارد بر کلامپ، τ تنش تماسی برشی وارد بر کلامپ، N_I و N_{II} ضرایب بی‌بعدی هستند که مقادیر آنها بر اساس شکل ۲c طول ترک، و موقعیت قرارگیری ترک (ترک در لبه‌ی دانه)، به ترتیب برابر با $2/10$ و $2/282$ به دست می‌آیند.^[۳۶، ۳۷] برای محاسبه‌ی مقادیر تنش قائم و تنش برشی، کافی است تا نیروی تماسی F در دو راستای عمود و مماس با کلامپ تجزیه شود و سپس با تقسیم بر سطح کلامپ، تنش‌های مرتبط به دست آیند.

برای به دست آوردن معیار شکست، نمونه‌های ترک‌دار در آزمایشگاه تحت نیروهای کششی، برشی و ترکیب آنها قرار گرفتند و سپس با استفاده از برآزش یک رابطه‌ی تجربی با نتایج آزمایشگاهی که تأثیر هم‌زمان مدهای شکست I و II را در بر می‌گیرد،^[۳۸] پوش شکست مود ترکیبی دانه‌ها به صورت رابطه‌ی ۱۱ حاصل می‌شود (شکل ۱۱):

$$\left(\frac{K_I}{K_{IC}}\right)^{1/2} + \left(\frac{K_{II}}{K_{IIC}}\right)^{1/2.5} = 1 \quad (۱۱)$$

که در آن، K_{IIC} و K_{IC} چقرمگی شکست دانه در مدهای I و II جدول ۳ هستند. می‌توان چنین جمع‌بندی کرد که مقادیر ضرایب شدت تنش مدهای I و II در هر لحظه از بارگذاری، برای هر دانه طبق روابط ۹ و ۱۰ محاسبه و سپس امکان شکست آن از طریق رابطه‌ی ۱۱ کنترل می‌شود. در صورتی که نقطه‌ی متناظر با مقادیر K_I/K_{IC} و K_{II}/K_{IIC} در زیر منحنی قرار گیرد و مقدار سمت چپ معادله کمتر از ۱ شود، ترک گسترش نخواهد یافت. در صورتی که سمت چپ معادله بیشتر یا مساوی ۱ شود، ترک گسترش می‌یابد و دانه می‌شکند.

۳. نتایج

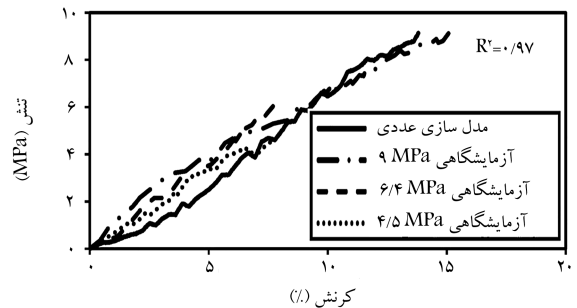
۱.۳. رفتار تنش - کرنش

در شکل ۱۲، نمودارهای تنش - کرنش کلیه دانه‌های مدل شده به همراه نتایج آزمایشگاهی مشاهده می‌شود. لازم به ذکر است که نتایج حاصل مبنی بر میزان ضریب همبستگی ۰/۹۵ تا ۰/۹۷ نتایج عددی و آزمایشگاهی، حاکی از صحت

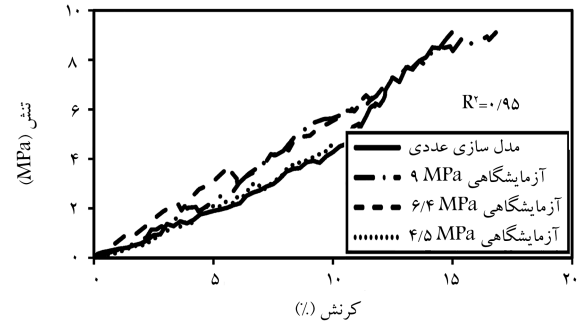
توزیع دانه‌هاست. از طرفی، نمودارهای به دست آمده از مدل‌سازی عددی، در مقادیر پایین تنش قائم در تمامی شکل‌های دانه‌ها، پایین‌تر از مقادیر آزمایشگاهی مرتبط قرار گرفته‌اند. این نتیجه به وقوع شکست گوشه و لب‌پرشدگی در نمونه‌های آزمایشگاهی بر می‌گردد، که باعث می‌شود فضاهای خالی بین دانه‌ها پر شود و سختی توده افزایش یابد. به تدریج با افزایش مقدار نیرو و وقوع شکست‌ها به صورت دو نیم شدگی، اختلاف بین نتایج مدل‌سازی و آزمایشگاهی کمتر می‌شود. همچنین رفتار غیرخطی سخت‌شوندگی در تمامی نمونه‌ها مشاهده می‌شود.

با مقایسه‌ی کرنش رخ داده در نمونه‌های مکعبی و استوانه‌یی ترک‌دار و بدون ترک، ملاحظه می‌شود که مقادیر جابه‌جایی در نمونه‌های ترک‌دار بیشتر از نمونه‌های بدون ترک به دست آمده است. به طوری که کرنش بیشینه در نمونه‌های مکعبی ترک‌دار در حدود ۱۷٪ و در نمونه‌های استوانه‌یی ترک‌دار در حدود ۶٪ بیشتر از مقادیر نظیر بدون ترک بوده است. بنابراین نتیجه می‌شود که تأثیر ترک در نمونه‌های تیرگوشه بیشتر از تأثیر ترک در نمونه‌های گردگوشه است، که علت آن به وقوع لغزش و جابه‌جایی بیشتر دانه‌های شکسته در نمونه‌های مکعبی ترک‌دار نسبت به نمونه‌های استوانه‌یی ترک‌دار بر می‌گردد. ضمناً ملاحظه می‌شود که مقادیر کرنش در نمونه‌های مکعبی بدون ترک، ۱۰٪ و در نمونه‌های ترک‌دار ۱۲/۵٪ بیشتر از مقادیر نظیر در نمونه‌های استوانه‌یی به دست آمده است، که اهمیت شکل و تیرگوشگی دانه‌ها را نشان می‌دهد.

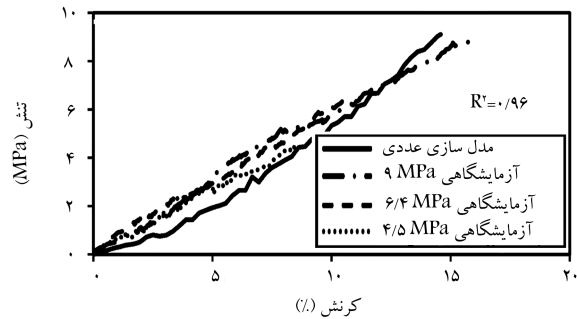
در شکل ۱۳، تصویر انتقال نیروهای بین دانه‌یی مکعب بدون ترک مشاهده می‌شود، که مطابق آن در حالت بارگذاری ۱۵۰ کیلو نیوتن، تقریباً ستون‌های انتقال نیروهای تماسی بین دانه‌ها تشکیل شده‌اند. ولی با افزایش سطح بارگذاری، شکست دانه‌ها و به طبع آن، افزایش نقاط تماس بین دانه‌یی، توزیع انتقال نیرو به صورت گسترده‌تر صورت گرفته است. این رفتار مصالح در سایر مطالعات پژوهشگران نیز گزارش شده است.^[۲۱] همچنین با محاسبه‌ی سطح زیر منحنی نمودارهای تنش - کرنش می‌توان میزان انرژی اعمالی در واحد حجم مصالح دانه‌یی را محاسبه کرد. در شکل ۱۴، مقادیر به دست آمده از نتایج آزمایشگاهی به همراه نتایج مدل‌سازی عددی مشاهده می‌شود، که مطابق آن، مقادیر به دست آمده از مدل‌سازی عددی در سطوح تنش میانی، کمتر از ۱۰٪ با مقادیر آزمایشگاهی اختلاف دارند. لیکن در سطح تنش ۹ مگاپاسکال، این اختلاف به حدود ۲۰٪ رسیده است. این نتیجه دلالت بر وقوع مکانیزم‌های دیگر شکست، همچون لب‌پرشدگی و شکست گوشه در مصالح دانه‌یی دارد. چون مدل‌سازی عددی فقط آثار دونیم شدن را لحاظ می‌کند، لذا انرژی کمتری را جذب می‌کند و همین علت سبب می‌شود که مقادیر مدل‌سازی کمتر از مقادیر آزمایشگاهی متناظر باشند. همان‌طور که در رفتار تنش - کرنش نیز مشاهده می‌شود، مقدار انرژی اعمالی در واحد حجم نمونه‌های ترک‌دار به دلیل وقوع شکست و جابه‌جایی بیشتر دانه‌ها، همواره بیشتر از نمونه‌های بدون ترک بوده است. به طوری که برای نمونه‌های مکعبی، به طور متوسط ۲۱/۵٪ و برای نمونه‌های استوانه‌یی ۱۶٪ بیشتر از مقادیر نظیر برای نمونه‌های بدون ترک به دست آمده است.



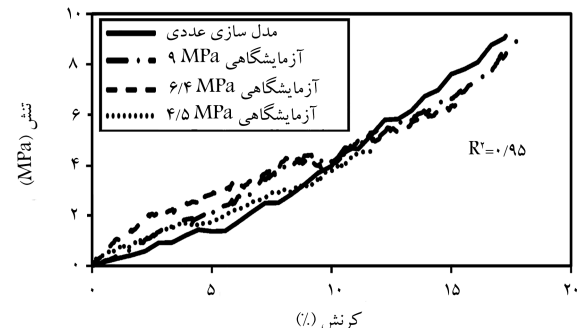
الف) استوانه‌ی بدون ترک؛



ب) مکعبی بدون ترک؛



ج) استوانه‌ی ترک‌دار؛

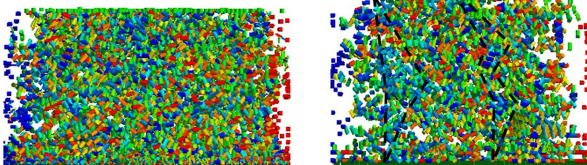


د) مکعبی ترک‌دار.

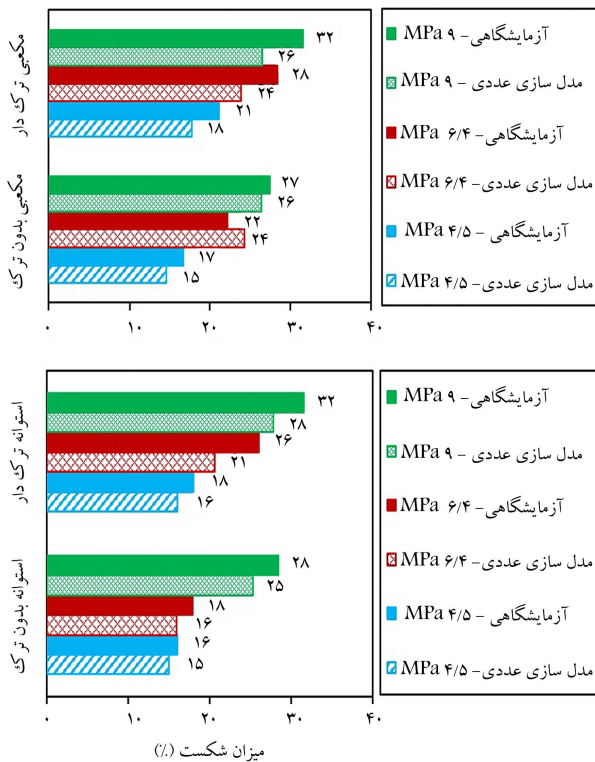
شکل ۱۲. نمودارهای تنش - کرنش دانه‌ها.

۳۰۰ kN

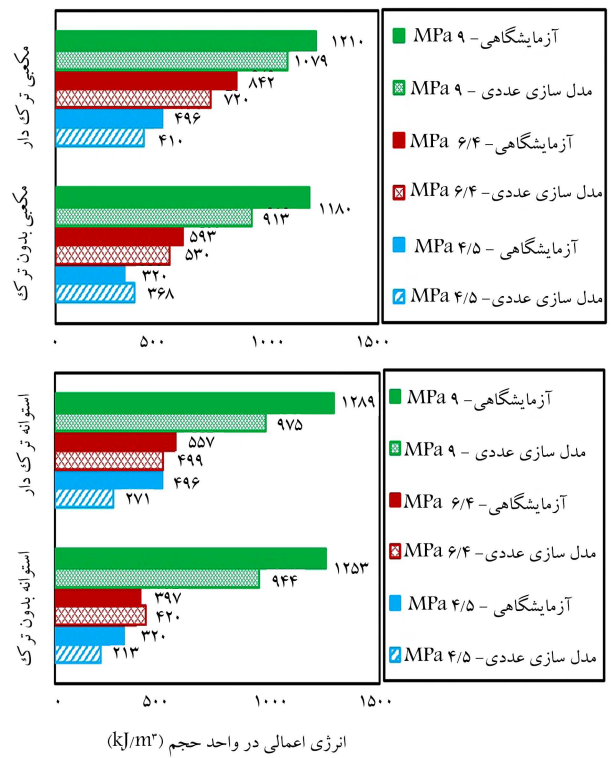
۱۵۰ kN



شکل ۱۳. تصویر انتقال نیرو بین دانه‌های مکعبی بدون ترک.



شکل ۱۶. مقایسه‌ی مقادیر فاکتور شکست هاردین.



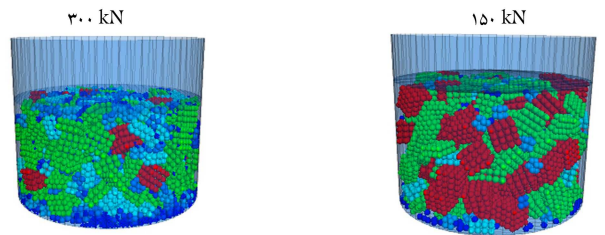
شکل ۱۴. مقادیر انرژی اعمالی در واحد حجم مصالح برای کلیه‌ی دانه‌ها.

در شکل ۱۶، مقادیر فاکتور شکست هاردین برای نتایج آزمایشگاهی و مدل‌سازی عددی نشان مشاهده می‌شود، که مطابق آن مقادیر فاکتور شکست حاصل از مدل‌سازی عددی، با خطای کمتر از ۱۵٪ توانسته‌اند مقادیر واقعی شکست رخ داده در آزمایش‌های آزمایشگاهی را پیش‌بینی کنند. مقادیر به دست آمده از مدل‌سازی عددی همواره کمتر از مقادیر نظیر آزمایشگاهی هستند، که به عدم مدل‌سازی شکست گوشه و لب‌پوشدگی در مدل‌سازی عددی مربوط می‌شود. از طرفی، مقادیر شکست در نمونه‌های مکعبی و استوانه‌یی ترک‌دار در حدود ۱۲٪ بیشتر از مقادیر شکست در نمونه‌های بدون ترک به دست آمده است. ضمناً نمونه‌های مکعبی به طور متوسط نسبت به نمونه‌های استوانه‌یی، ۱۳٪ شکست بیشتری دارند.

با مقایسه‌ی مقادیر بین فاکتور شکست و انرژی اعمالی در واحد حجم مصالح دانه‌یی می‌توان تفاوت رفتاری نمونه‌های ترک‌دار و بدون ترک را به دست آورد. در نمونه‌های مکعبی به ازاء سطح تنش بیشینه‌ی ۹ مگاپاسکال، مقدار انرژی اعمالی از ۹۱۳ کیلوژول بر مترمکعب برای نمونه‌ی بدون ترک به ۱۰۷۹ کیلوژول بر مترمکعب برای نمونه‌ی ترک‌دار افزایش یافته است. این در حالی است که مقدار فاکتور شکست هاردین حاصل شده از مدل‌سازی تقریباً در مقدار ۲۶٪ ثابت مانده است. لازم به ذکر است که نتایج آزمایشگاهی مرتبط، فاکتور شکست ۲۷٪ برای نمونه‌ی بدون ترک و ۳۲٪ برای نمونه‌ی ترک‌دار را نشان می‌دهند. می‌توان چنین نتیجه گرفت که در واقعیت، با ترک‌دار شدن دانه‌های مکعبی، مقدار شکست افزایش می‌یابد. لیکن به دلیل عدم مدل‌سازی شکست گوشه و لب‌پوشدگی در مدل عددی، امکان احتساب آنها وجود نخواهد داشت. بنابراین افزایش در انرژی اعمالی صرف غلبه بر اصطکاک بین دانه‌ها و در نتیجه لغزش و جابه‌جایی دانه‌های مکعبی می‌شود.

برای دانه‌های استوانه‌یی در نمونه‌های بدون ترک، مقدار فاکتور شکست ۲۵٪ و انرژی اعمالی ۹۴۴ کیلوژول بر مترمکعب و در نمونه‌های ترک‌دار، فاکتور شکست ۲۸٪ و انرژی اعمالی ۹۷۵ کیلوژول بر مترمکعب محاسبه شده است. روند افزایش

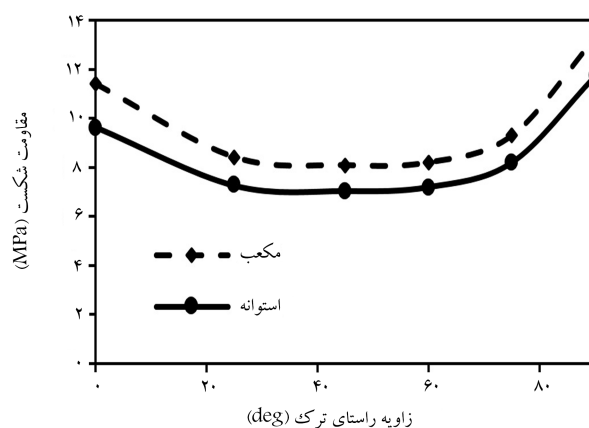
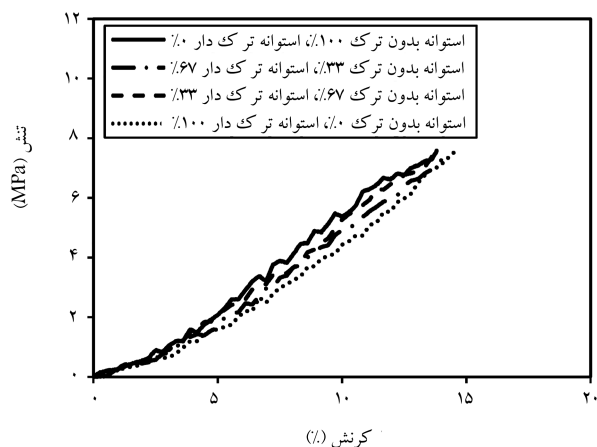
شکل ۱۵. نمونه‌های مکعبی بدون ترک در حالت بارگذاری ۱۵۰ و ۳۰۰ کیلو نیوتن. همچنین نمونه‌های مکعبی در حالت ترک‌دار و بدون ترک، به طور متوسط ۳۰٪ مقدار انرژی بیشتری را نسبت به نمونه‌های متناظر استوانه‌یی جذب کرده‌اند. این نتیجه نیز ناشی از وقوع شکست بیشتر در نمونه‌های مکعبی به دلیل تمرکز تنش در نقاط تیز گوشه است.



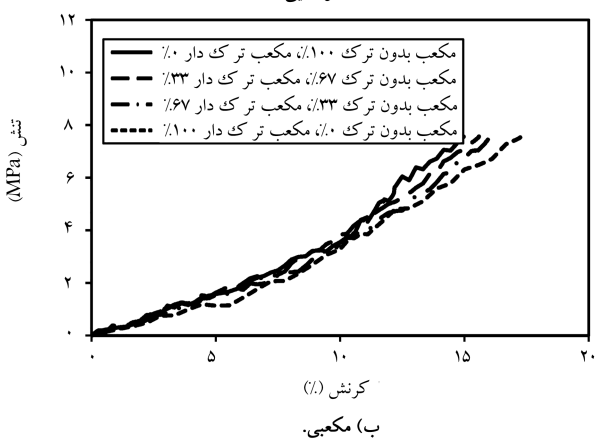
۲.۳. فاکتور شکست

پارامتر مهمی که باید در بررسی نتایج و صحت‌سنجی مدل عددی به آن توجه کرد، فاکتور شکست است. اهمیت فاکتور شکست به این دلیل است که نمودارهای تنش - کرنش و یا مقادیر انرژی اعمالی، کلیه‌ی مکانیزم‌های عملکرد بین دانه‌یی یعنی لغزش، جابه‌جایی و شکست را در بر می‌گیرند. در حالی که ممکن است دو توده‌ی دانه‌یی، نمودارهای تنش - کرنش شبیه هم داشته باشند و لیکن رفتار شکست دانه‌ها کاملاً متفاوت باشد؛ لذا بررسی فاکتور شکست به عنوان یک پارامتر مستقل، بسیار ضروری است.

در شکل ۱۵، تصاویر نمونه‌های مکعبی بدون ترک در سطوح بارگذاری ۱۵۰ و ۳۰۰ کیلو نیوتن مشاهده می‌شود، که مطابق آن، با افزایش سطح بارگذاری، دانه‌های کوچک‌تر بیشتری تولید شده‌اند و انتظار می‌رود فاکتور شکست افزایش یافته باشد.



شکل ۱۷. مقاومت شکست دانه‌های مکعبی و استوانه‌یی - آرایش منظم.



در مقدار انرژی اعمالی مشابه نمونه‌های مکعبی بوده است. ولیکن فاکتور شکست در نمونه‌های استوانه‌یی ترک‌دار (افزایش ۳٪)، یعنی دو نیم شدن بیشتر دانه‌ها را نشان می‌دهد، که هم خوانی بسیار خوبی با نتایج آزمایشگاهی (افزایش ۴٪) دارد. به عبارت دیگر، مکانیزم غالب شکست دانه‌های استوانه‌یی (دو نیم شدن) به وسیله‌ی مدل‌سازی عددی لحاظ شده است. در حالی که برای دانه‌های مکعبی، مکانیزم‌های دیگر شکست (شکست گوشه و لب‌پرشدگی) لحاظ نمی‌شود.

۳.۳. تأثیر راستای ترک

با توجه به صحت‌سنجی نتایج مدل‌سازی عددی با نتایج آزمایشگاهی، اکنون می‌توان تأثیر راستای ناپیوستگی در رفتار مصالح دانه‌بی را به طور دقیق‌تر با مدل‌سازی عددی بررسی کرد.

بر اساس تئوری جیگر، شکست در یک نمونه‌ی سنگ در زردار بر اساس زاویه‌ی اصطکاک و زاویه‌ی ناپیوستگی با محور تنش اصلی پیشینه و همچنین خصوصیات مقاومتی ماده‌سنگ می‌تواند به صورت لغزش بر روی ناپیوستگی یا شکست در ماده‌سنگ رخ دهد. به طوری که در بازه‌ی زاویه‌ی قرارگیری ناپیوستگی، گسیختگی بر روی ترک رخ می‌دهد، که در زاویه‌ی ۴۵ درجه به علاوه‌ی نصف زاویه‌ی اصطکاک ترک، نمونه به میزان کمیینه‌ی مقاومت خود می‌رسد.^[۴۰] این بازه در نمونه‌های مختلف متفاوت بوده و به عنوان مثال در نمونه‌های شیلی برخلاف روند کلی تئوری، بلافاصله اثر زاویه‌ی قرارگیری ناپیوستگی مشهود است و عملاً افت مقاومت نمونه در قیاس با مقاومت ماده‌سنگ، در کل بازه‌ی زاویه‌ی قرارگیری ناپیوستگی رخ می‌دهد.^[۴۱] در مدل‌سازی عددی صورت گرفته نیز نتایج به دست آمده مطابق شکل ۱۷ روند تقریباً مشابهی را نشان داده‌اند. به طوری که با افزایش زاویه‌ی ترک نسبت به محور قائم، مقاومت شکست کاهش یافته و با لحاظ بازشدگی ناپیوستگی و عدم تماس دیواره‌های آن (زاویه‌ی اصطکاک صفر)، در زاویه‌ی قرارگیری ۴۵ درجه مقاومت توده به کمترین مقدار خود رسیده و مجدداً با افزایش زاویه‌ی ترک، با اختلافی در حدود ۵٪ بین زوایای ۲۵ و ۶۰ درجه افزایش یافته است. به طوری که در زاویه‌ی ۹۰ درجه (ترک افقی) بیشترین مقدار مطابق حالت تئوری به دست آمده است. ضمناً لازم به ذکر است که تئوری جیگر، برای یک توده‌سنگ پیوسته حاوی یک درز، تشریح و در صورت وجود دسته درزهای دیگر بر اساس اصل جمع آثار، روند کلی تغییرات مقاومت در مقابل زاویه‌ی قرارگیری ترک تغییر می‌یابد.^[۴۲] این موضوع در نتایج به دست آمده از مدل‌سازی‌های عددی نیز مشاهده شده است. به طوری که توده‌ی مدل‌سازی شده در پژوهش حاضر، حاوی مجموعه‌ی از دانه‌های منفصل ترک‌دار، حاوی دو دسته ناپیوستگی به صورت افقی و

شکل ۱۸. نمودار تنش - کرنش مربوط به آرایش ترکیب دانه‌های ترک‌دار و بدون ترک.

قائم در محل قرارگیری دانه‌ها و یک دسته ترک با طول محدود و زاویه‌ی متغیر بوده است. از طرفی مشاهده می‌شود که در اثر نحوه‌ی قرارگیری دانه‌های استوانه‌یی و مکعبی در آرایش منظم، مقادیر تنش شکست در نمونه‌های مکعبی همواره بزرگ‌تر از مقادیر نظیر برای نمونه‌های استوانه‌یی به دست آمده‌اند. زیرا دانه‌های استوانه‌یی، تماس خطی و دانه‌های مکعبی، تماس سطحی دارند. بنابراین تنش تماسی در نمونه‌های مکعبی کمتر از نمونه‌های استوانه‌یی است؛ لذا نیروی بیشتری برای شکست دانه‌های مکعبی نیاز است.

۴.۳. مدل‌سازی ترکیب دانه‌های ترک‌دار و بدون ترک

در شرایط واقعی، وضعیت ناپیوستگی در مصالح دانه‌یی طبیعی کاملاً متغیر و غیریکسان است. به طوری که برخی دانه‌ها بدون ترک و برخی با ترک با چگالی‌های مختلف هستند. برای بررسی رفتار چنین توده‌هایی، در این مرحله آرایش ترکیبی از دانه‌های مکعبی و استوانه‌یی ترک‌دار و بدون ترک مدل می‌شوند.

با فرض دو نوع آرایش ترکیبی از دانه‌های ترک‌دار و بدون ترک به صورت ۳۳٪ ترک‌دار ۶۷٪ - بدون ترک و ۳۳٪ بدون ترک ۶۷٪ - ترک‌دار، برای هر یک از دانه‌های استوانه‌یی و مکعبی و انجام بارگذاری تا نیروی ۳۰ کیلو نیوتن می‌توان نتایج حاصل را با آرایش‌های غیرترکیبی مقایسه کرد. در شکل ۱۸، نتایج نمودار تنش - کرنش برای نمونه‌های استوانه‌یی و مکعبی مشاهده می‌شوند.

ملاحظه می‌شود که با افزایش سهم دانه‌های ترک‌دار در هر دو شکل مکعبی

جدول ۵. فاکتور شکست هاردین برای ترکیب دانه‌های ترکدار و بدون ترک.

بدون ترک %	بدون ترک ۳۳٪	بدون ترک ۶۷٪	بدون ترک ۱۰۰٪
۲۶/۵	۲۶/۳	۲۶/۴	۲۶/۳
مکعبی	ترک‌دار ۱۰۰٪	ترک‌دار ۶۷٪	ترک‌دار ۳۳٪
۲۷/۷	۲۶/۲	۲۷/۱	۲۴/۸
استوانه‌یی			

عددی می‌تواند نتایج آزمایشگاهی شامل رفتار تنش - کرنش، انرژی اعمالی در واحد حجم مصالح و مقدار شکست را با دقت قابل قبولی پیش‌بینی کند. به طور کلی، نتایج به دست آمده را می‌توان به این صورت جمع‌بندی کرد:

- مدل عددی ارائه شده بر مبنای محاسبه‌ی تنش‌ها در هر یک از دانه‌ها و همچنین محاسبه‌ی میزان ضرایب شدت تنش لازم جهت رشد ترک موجود، تطابق قابل قبولی با نتایج آزمایش‌های صورت گرفته بر روی مصالح دانه‌یی در شرایط محصورشدگی دارد (ضریب همبستگی بین نتایج آزمایشگاهی و عددی مربوط به منحنی‌های تنش - کرنش و مقادیر فاکتور شکست، به ترتیب برابر است با ۹۵٪ و ۸۵٪) به طوری که با معادل قرار دادن ریزترک‌ها در یک چگالی مشخص با یک ترک ماکرو به صورت مجازی در مدل عددی و تعریف همزمان معادلات مربوط به معیار شکست دانه و رشد ترک، می‌توان اثر ترک در رفتار مکانیکی مصالح دانه‌یی را با دقت بالایی لحاظ کرد.
- با توجه به توزیع تصادفی ناپیوستگی در مصالح دانه‌یی و عملکرد همزمان مودهای I و II در نوک ترک، استفاده از معیار رشد ترک با اعمال ترکیب آثار مودهای I و II، سبب واقعی‌تر شدن مدل‌سازی رفتار مصالح خواهد شد.
- با توجه به این‌که دانه‌ها در آرایش نامنظم و در هر بارگذاری، به صورت تصادفی در داخل محفظه قرار می‌گیرند، لذا به منظور بررسی توزیع یکسان دانه‌ها و مقایسه‌ی نتایج با یکدیگر، می‌توان توزیع نقاط تماس و نیز شیب و راستای قرارگیری ترک در دانه‌ها را کنترل و نسبت به این مسئله اطمینان حاصل کرد.
- با توجه به این‌که مکانیزم عملکرد دانه‌ها به صورت لغزش، دوران و شکست دانه‌هاست و منحنی تنش - کرنش و انرژی اعمالی به مصالح، آثار کلیه‌ی مکانیزم‌ها را در برمی‌گیرد، لذا بررسی فاکتور شکست به صورت مستقل، می‌تواند اطلاعات مفیدی را در خصوص تأثیر هر یک از مکانیزم‌ها به طور جداگانه به دست دهد.
- به دلیل کاهش مقاومت و وقوع شکست بیشتر در اثر وجود ترک، مقدار کرنش بیشینه در نمونه‌های مکعبی ترک‌دار ۱۷٪ و در نمونه‌های استوانه‌یی ترک‌دار ۶٪ بیشتر از مقدار نظیر برای نمونه‌های بدون ترک به دست آمده است.
- به دلیل وقوع شکست بیشتر و افزایش کرنش ناشی از وجود ترک، مقدار انرژی اعمالی در واحد حجم برای نمونه‌های مکعبی ترک‌دار، به طور متوسط ۲۱/۵٪ و برای نمونه‌های استوانه‌یی ترک‌دار ۱۶٪ بیشتر از مقادیر نظیر برای نمونه‌های بدون ترک به دست آمده است.
- به دلیل کاهش مقاومت در نمونه‌های ترک‌دار، مقادیر فاکتور شکست هاردین در

و استوانه‌یی دانه‌ها، میزان کرنش رخ داده به ازاء یک سطح ثابت تنش افزایش یافته است. یعنی شیب منحنی تنش - کرنش به تدریج کاهش یافته است. به طوری که در دانه‌های مکعبی، مقدار بیشینه‌ی کرنش تا سطح تنش ۵ مگاپاسکال در حدود ۱۰٪ و با افزایش سطح تنش، تا ۲۵٪ کرنش بیشتر شده است. در دانه‌های استوانه‌یی نیز همین روند مشاهده می‌شود. با این تفاوت که تا سطوح تنش ۶ مگاپاسکال، مقادیر افزایش کرنش زیاد بوده و لیکن بعد از آن، اختلاف مذکور کمتر شده است. همان‌طور که قبلاً ذکر شد، به دلیل تفاوت در مکانیزم شکست، اختلاف اشاره شده در دانه‌های استوانه‌یی و مکعبی مشاهده می‌شود. در دانه‌های استوانه‌یی، چون مکانیزم غالب شکست، دو نیم شدگی است، لذا مقادیر به دست آمده از مدل‌سازی عددی با نتیجه‌ی آزمایشگاهی تطابق خوبی داشته است. در حالی که برای نمونه‌های مکعبی، چون مدل‌سازی شکست گوشه و لب‌بردگی صورت نگرفته است، لذا نتایج مدل عددی با نتیجه‌ی آزمایشگاهی در حدود ۱۵٪ اختلاف داشته است.

همان‌طور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود، با افزایش سهم دانه‌های ترک‌دار، مقدار فاکتور شکست برای هر دو شکل دانه‌های مکعبی و استوانه‌یی افزایش یافته است. البته برای دانه‌های مکعبی، مقدار افزایش به دلیل عدم مدل‌سازی تمامی مکانیزم‌های محتمل شکست، بسیار کوچک بوده است (در حدود ۲٪) در حالی که برای دانه‌های استوانه‌یی، تأثیر ترک به وضوح مشاهده می‌شود (افزایش ۳٪ در فاکتور شکست). بنابراین می‌توان چنین نتیجه گرفت که در دانه‌های مکعبی، با افزایش سهم دانه‌های ترک‌دار، انرژی اعمالی صرف لغزش و جابه‌جایی دانه‌ها می‌شود. در حالی که در دانه‌های استوانه‌یی، با افزایش سهم دانه‌های ترک‌دار، انرژی صرف شکست دانه‌ها می‌شود. به طور کلی، منحنی‌های تنش - کرنش و شکست نمونه‌ها در حالت آرایش ترکیبی، همواره بین دو حالت حدی کاملاً ترک‌دار و کاملاً بدون ترک تغییر می‌کنند. لذا می‌توان به ازاء هر ترکیب دلخواه دیگری از دانه‌های ترک‌دار و بدون ترک، به ازاء یک تنش مشخص، مقدار فاکتور شکست و کرنش متناظر را در بازه‌ی مذکور تخمین زد.

۴. نتیجه‌گیری

در نوشتار حاضر، مدل‌سازی رفتار شکست مصالح دانه‌یی ترک‌دار و بدون ترک در دو شکل مکعبی و استوانه‌یی به عنوان نماینده‌ی دانه‌های تیز گوشه و گرد گوشه، با استفاده از روش المان گسسته صورت گرفته است. برای دانه‌های بدون ترک از معیار مقاومت کششی و برای دانه‌های ترک‌دار از ترکیب معیار مقاومت کششی و معیار چقرمگی شکست برای شکست دانه‌ها استفاده شده است. بعد از انجام بارگذاری فشاری تک‌محوری، نتایج مدل‌سازی عددی با نتایج آزمایش‌های صورت گرفته با مدل‌سازی در شرایط یکسان مقایسه شدند. بعد از صحت‌سنجی مدل‌سازی عددی، تأثیر راستای ناپیوستگی در رفتار مصالح دانه‌یی بررسی شده است. سپس مجموعه‌ی دانه‌های ترک‌دار و بدون ترک تحت تخریب مشابه آزمایش‌های قبلی، در حالت آرایش ترکیبی مدل‌سازی شده و بارگذاری تا سطح نیروی ۳۰۰ کیلو نیوتن افزایش یافته است. مقایسه‌ی نتایج نشان می‌دهد که مدل‌سازی

- با بررسی تأثیر راستای ترک در رفتار مکانیکی مصالح، مشخص شد که با افزایش زاویه بین راستای نیروی برآیند و ترک، نیروی شکست کاهش یافته و در زاویه‌ی حدود ۴۵ درجه، به کمترین مقدار خود رسیده است (۱۷٪ مقدار میانگین، کاهش یافته است). سپس مجدداً به تدریج دچار افزایش شده و در زاویه‌ی ۹۰ درجه، نیروی شکست بیشینه به دست آمده است. در این حالت، به دلیل عمود بودن نیرو بر سطح ترک، عملاً وجود ترک تأثیری نخواهد داشت.
- با افزایش نسبت دانه‌های ترک‌دار در توده‌ی مصالح، شکست به تدریج افزایش یافته و شیب منحنی تنش - کرنش کاهش یافته است. به طور کلی، رفتار تنش - کرنش و شکست مصالح بین دو حالت حدی دانه‌های کاملاً سالم و کاملاً ترک‌دار تغییر می‌کند.

- نمونه‌های ترک‌دار مکعبی و استوانه‌یی، در حدود ۱۲٪ بیشتر از مقادیر شکست در نمونه‌های بدون ترک نظیر به دست آمده است.
- نمونه‌های مکعبی ترک‌دار و بدون ترک، به طور متوسط ۱۳٪ شکست بیشتری نسبت به نمونه‌های استوانه‌یی نظیر داشته‌اند. مسلماً هر چقدر تیزگوشگی دانه‌ها بیشتر شود، میزان شکست رخ داده در آنها به دلیل تمرکز تنش به وجود آمده افزایش خواهد یافت.
- در دانه‌های ترک‌دار، انرژی بیشتری نسبت به دانه‌های بدون ترک صرف تغییر شکل کلی توده می‌شود. در دانه‌های مکعبی، افزایش انرژی اعمالی به نمونه‌های ترک‌دار صرف غلبه بر اصطکاک بین دانه‌ها و سبب لغزش و جابه‌جایی بیشتر آنها می‌شود. در دانه‌های استوانه‌یی، افزایش انرژی اعمالی صرف شکست دانه‌ها می‌شود.

پانویس‌ها

1. Robertson
2. McDowell & Harireche
3. Tapias
4. mersenne twister algorithm
5. Tapias

منابع (References)

1. Honkanadavar, N.P. and Sharma, K.G. "Testing and modeling the behavior of riverbed and blasted quarried rockfill materials", *Int. J. Geomech.*, **14**(6), 4014028 (2014)
2. Kranz, R.L. "Microcracks in rocks: A review", *Tectonophysics*, **100**(1-3), pp. 449-480 (1983).
3. Griffiths, L., Heap, M.J., Baud, P. and et al. "Quantification of microcrack characteristics and implications for stiffness and strength of granite", *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, **100**, pp. 138-150 (2017).
4. Zimmerman, R.W. "The effect of microcracks on the elastic moduli of brittle materials", *J. Mater. Sci. Lett.*, **4**(12), pp. 1457-1460 (1985).
5. Walsh, J.B. "The effect of cracks on the compressibility of rock", *J. Geophys. Res.*, **70** (2), pp. 381-389 (1965).
6. Budiansky, B. and O'connell, R.J. "Elastic moduli of a cracked solid", *Int. J. Solids Struct.*, **12**(2), pp. 81-97 (1976).
7. Alonso, E.E., Tapias, M. and Gili, J. "Scale effects in rockfill behavior" *Geotechnique Lett.*, **2**(3), pp. 155-160 (2012).
8. Feng, Y.T. and Owen, D.R.J. "Discrete element modelling of large scale particle systems—I: exact scaling laws", *Comput. Part. Mech.*, **1**(2), pp. 159-168 (2014).
9. Bolton, M.D., Nakata, Y. and Cheng, Y.P. "Micro and macro-mechanical behaviour of DEM crushable materials", *Geotechnique*, **58**(6), pp. 471-480 (2008).
10. Simmons, G., Richter, D. and Strens, R.G.J. "The physics and chemistry of minerals and rocks", *Microcracks in Rocks*, Wiley New York, pp. 105-137 (1976).
11. Nakata, Y., Hyde, A.F.L., Hyodo, M. and et al. "A probabilistic approach to sand particle crushing in the triaxial test", *Geotechnique*, **49**(5), pp. 567-583 (1999).
12. Ovalle, C., Frossard, E., Dano, C. and et al. "The effect of size on the strength of coarse rock aggregates and large rockfill samples through experimental data", *Acta Mech.*, **225**(8), pp. 2199-2216 (2014).
13. Frossard, E., Hu, W., Dano, C. and et al. "Rockfill shear strength evaluation: a rational method based on size effects", *Geotechnique*, **62**(5), pp. 415-427 (2012).
14. Robertson, D. "Computer simulations of crushable aggregates", *PhD dissertation, University of Cambridge* (2000).
15. McDowell, G.R. and Harireche, O. "Discrete element modelling of soil particle fracture", *Geotechnique*, **52**(2), pp. 131-135 (2002).
16. Tapias, M., Alonso, E.E. and Gili, J. "A particle model for rockfill behaviour", *Geotechnique*, **65**(12), pp. 975-994 (2015).
17. Zhang, T., Zhang, C., Zou, J. and et al. "DEM exploration of the effect of particle shape on particle breakage in granular assemblies", *Comput. Geotech.*, **122**, 103542 (2020).
18. Holtz, R. and Kovacs, W. "An introduction to geotechnical engineering", *Englewood Cliffs: Prentice Hall* (1981).
19. Itasca Consulting Group, "PFC—particle flow code, Ver. 5.0. manual", *Minneapolis* (2015).
20. Ciantia, M.O., Arroyo, M., Calvetti, F. and et al. "An approach to enhance efficiency of DEM modelling of soils with crushable grains", *Geotechnique*, **65**(2), pp. 91-110 (2015).
21. De Bono, J.P., McDowell, G.R. and Wanatowski, D. "DEM of triaxial tests on crushable cemented sand", *Granul. Matter.*, **16**(4), pp. 563-572 (2014).

22. De Frias Lopez, R., Larsson, S. and Silfwerbrand, J. "A discrete element material model including particle degradation suitable for rockfill embankments", *Comput. Geotech.*, **115**, 103166 (2019).
23. Richard, P. and Cheyrezy, M. "Composition of reactive powder concretes", *Cem. Concr. Res.*, **25**(7), pp. 1501-1511 (1995).
24. Cho, G.-C., Dodds, J. and Santamarina, C. "Particle shape effects on packing density, stiffness, and strength: natural and crushed sands", *J. Geotech. Geoenvironmental Eng.*, **132**(5), pp. 591-602 (2006).
25. Lu, M. and McDowell, G.R. "The importance of modelling ballast particle shape in the discrete element method", *Granul. Matter.*, **9**(1), pp. 69-80 (2007).
26. Liu, G.-Y., Xu, W.J., Sun, Q.-C. and et al. "Study on the particle breakage of ballast based on a GPU accelerated discrete element method", *Geosci. Front.*, **11**(2), pp. 461-471 (2020).
27. McDowell, G.R. and Li, H. "Discrete element modelling of scaled railway ballast under triaxial conditions", *Granul. Matter.*, **18**(3), p. 10 (2016).
28. Lin, J., Bauer, E. and Wu, W. "A combined method to model grain crushing with DEM", *Geosci. Front.*, **11**(2), pp. 451-459 (2020).
29. O'Sullivan, C. "Particulate discrete element modelling: A geomechanics perspective", *Taylor & Francis* (2011).
30. Indraratna, B., Ionescu D. and Christie, H.D. "Shear behavior of railway ballast based on large-scale triaxial tests", *J. Geotech. Geoenvironmental Eng.*, **124**(5), pp. 439-449 (1998).
31. Iwata, H. and Homma, T. "Distribution of coordination numbers in random packing of homogeneous spheres", *Powder Technol.*, **10**(1), pp. 79-83 (1974).
32. Matsumoto, M. and Nishimura, T. "Mersenne twister: A 623-dimensionally equidistributed uniform pseudo-random number generator", *ACM Trans. Model. Comput. Simul.*, **8**(1), pp. 3-30 (1998).
33. ASTM D7012 "Standard test method for compressive strength and elastic moduli of intact rock core specimens under varying states of stress and temperatures", *West Conshohocken*, PA (2010).
34. ASTM C1444 "Standard Test method for measuring the angle of repose of free-flowing mold powders", *West Conshohocken*, PA (2005).
35. Salami, Y., Dano, C. and Hicher, P.Y. "An experimental study on the influence of the coordination number on grain crushing", *Eur. J. Environ. Civ. Eng.*, **23**(3), pp. 432-448 (2017).
36. Gdoutos, E.E. "Fracture mechanics", *Springer Netherlands* (2005).
37. Treifi, M., Oyadiji, O.S. and Tsang, D.K.L. "Computations of modes I and II stress intensity factors of sharp notched plates under in-plane shear and bending loading by the fractal-like finite element method", *Int. J. Solids Struct.*, **45**(25), pp. 6468-6484 (2008).
38. Lim, I.L., Johnston, I.W., Choi, S.K. and et al. "Fracture testing of a soft rock with semi-circular specimens under three-point bending. Part 2—mixed-mode", *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.*, **31**(3), pp. 199-212 (1994).
39. Hardin, B.O. "Crushing of soil particles", *J. Geotech. Eng.*, **111**(10), pp. 1177-1192 (1985).
40. Jaeger, J.C., Cook, N.G.W. and Zimmerman, R. "Fundamentals of Rock Mechanics, 4th Edition", *Chapman and Hall*, London (1979).
41. Niandou, H., Shao, J.F., Henry, J.P. and et al. "Laboratory investigation of the mechanical behaviour of tournemire shale", *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, **34**(1), pp. 3-16 (1997).
42. Hudson, J.A. and Harrison, J.P. "Engineering rock mechanics, An introduction to the principles", *1st Edn*, pp. 141-148, Pergamon, Oxford, UK (1997).