

# توسعه‌ی روش بدون شبکه‌ی چندربعی برای آنالیز مسائل اندرکنش دینامیکی سد - مخزن - پی

رضا بابایی (دانشجوی دکتری)

احسان جباری\* (دانشیار)

گروه مهندسی عمران، دانشکده‌ی مهندسی، دانشگاه قم

مرتضی اسکندری قادی (استاد)

دانشکده‌ی فنی و مهندسی عمران، دانشگاه تهران

مهندسی عمران شریف، پاییز ۱۴۰۱ (۳۸ - ۲، شماره ۱، ص. ۳۰۶-۶۵، پژوهشی)

در پژوهش حاضر، روش بدون شبکه‌ی تابع پایه‌ی شعاعی چند ربعی برای حل مسائل اندرکنش لرزه‌یی سد - مخزن - پی در حوزه‌ی بسامد توسعه داده شده است. در این راستا، یک فن نوین تجزیه‌ی دامنه پیشنهاد شده است که در آن دو تابع شکل چند ربعی مجزا برای هر مرکز محاسباتی واقع بر مرزهای اندرکنشی تعریف شده است. همچنین برای تعیین یکی از مهم‌ترین عوامل در دقت و سرعت روش حاضر، یعنی متغیر شکل بهینه، روابط جدیدی براساس بسامد بار زلزله پیشنهاد شده است که هزینه‌های محاسباتی را به‌طور چشم‌گیری کاهش می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که متغیر شکل بهینه به تعداد زیردامنه‌ها، نسبت سختی سد به پی و تراکم‌پذیری سیال وابسته نیست و این امر بر کارایی رویکرد حاضر می‌افزاید. راستی‌آزمایی روش پیشنهادی نیز طی مثال‌های مختلفی در مقایسه با روش دقیق به انجام رسیده و سرعت و دقت بیشتر آن در مقایسه با روش اختلاف محدود نشان داده شده است.

واژگان کلیدی: توابع پایه‌ی شعاعی، تابع چند ربعی، روش بدون شبکه، متغیر شکل، اندرکنش سد - مخزن - پی.

r.babae@stu.qom.ac.ir  
e.jabbari@qom.ac.ir  
ghadi@ut.ac.ir

## ۱. مقدمه

روش پایه‌ی شعاعی چند ربعی (MQ-RBF)<sup>۱</sup> به دلیل کارایی بالا و سادگی کاربرد، خصوصاً برای حل مسائل با هندسه‌های پیچیده و دارای بُعد بالا، از جمله روش‌های عددی بدون شبکه‌ی محبوب به‌شمار می‌رود.<sup>[۱-۳]</sup> لی<sup>۲</sup> و همکاران (۲۰۰۳)، روش چند ربعی را با روش المان محدود (FE)<sup>۳</sup> مقایسه کردند و دریافتند که روش چند ربعی ضمن کاهش حجم محاسبات، دقت بالاتری دارد. ترکیب سایر روش‌های عددی با تابع چند ربعی نیز به مزایای آنان افزوده است.<sup>[۴]</sup> به‌عنوان مثال، سلیمانی و همکاران (۲۰۲۱)، فرمولاسیون ترکیب روش تابع چند ربعی با روش اختلاف محدود (FD)<sup>۴</sup> را برای گسسته‌سازی انواع مشتق‌ها در معادلات دیفرانسیل مشتق جزئی ارائه کرده‌اند.<sup>[۵]</sup> روش مذکور، که روش کانزا<sup>۵</sup> نیز نامیده می‌شود، در حوزه‌های وسیعی از علوم مهندسی، شامل آنالیز تیرها و صفحات نازک، محاسبات توزیع فشار هیدرودینامیکی در مخازن سدهای صلب، و... با موفقیت توسعه داده شده است.<sup>[۶]</sup> به علاوه، لیو<sup>۶</sup> و همکاران (۲۰۱۹)، با استفاده از توابع پایه‌ی شعاعی، روشی نوین برای آنالیز استاتیکی سازه‌ها پیشنهاد داده‌اند.<sup>[۸]</sup> همچنین کاهید باصیری و همکاران \* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۴۰۰/۱۲/۲۴، اصلاحیه ۱۴۰۱/۳/۱۸، پذیرش ۱۴۰۱/۳/۲۸. DOI:10.24200/J30.2022.60113.3085

(۲۰۲۰)، توانسته‌اند تابع چند ربعی را برای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل مشتق جزئی با کاربرد در شبیه‌سازی پدیده‌ی شکست سد با دقت قابل قبولی به کار ببرند.<sup>[۹]</sup> ایشان یک ایده‌ی خلاقانه برای تعیین متغیر شکل<sup>۷</sup> بهینه‌ی روش چند ربعی هم ارائه داده‌اند که حجم محاسبات را به‌طور قابل‌توجهی کاهش می‌دهد. جو<sup>۸</sup> (۲۰۲۰)، نیز توابع پایه‌ی شعاعی را بر مبنای توزیع انطباقی مراکز محاسباتی<sup>۹</sup> برای حل مسائل مقدار اولیه به کار برد و بر انطباق‌پذیری آن‌ها تأکید کرد.<sup>[۱۰]</sup> اخیراً نیز چن<sup>۱۰</sup> (۲۰۲۱)، ظرفیت قابل‌قبول روش چند ربعی را برای آنالیز مسائل مقدار مرزی دو و سه بُعدی نیز نشان داده است. یک موضوع مهم چالش‌برانگیز در توابع پایه‌ی شعاعی، نحوه‌ی تعیین متغیر شکل بهینه در آن‌هاست.<sup>[۱۱،۱۲]</sup> اگرچه پژوهشگران تاکنون روابط و الگوریتم‌های ارزشمندی را در این زمینه مطرح کرده‌اند، ولی این مسئله همچنان یک چالش جدی به‌شمار می‌رود و هنوز یک راه‌حل جامع برای آن معرفی نشده است.<sup>[۱۳،۱۴]</sup> از این رو، پژوهشگران سعی داشته‌اند در حوزه‌های مختلف، بهترین پیشنهاد را برای آن ارائه دهند. به‌عنوان مثال، آذربنی و همکاران (۲۰۱۹)، یک الگوریتم را مطرح کرده‌اند که در آن، مسئله دوبار با استفاده از تعداد  $N - 2$  و  $N$  مرکز محاسباتی به‌ازاء متغیر شکل‌های مختلف حل و مقدار بهینه‌ی آن به‌گونه‌ی انتخاب شده است که دو جواب به‌دست آمده از مسئله، کمترین

اختلاف را داشته باشند. الگوریتم مذکور، هزینه‌ی محاسباتی بالایی دارد، چرا که از سعی و خطا استفاده می‌شود و در هر سعی و خطا باید مسئله را دو بار حل کند.<sup>[۱۴]</sup>

همچنین کوشکی و همکاران (۲۰۱۹)، برای بهینه‌سازی متغیر شکل از الگوریتم ژنتیک (GA)<sup>[۱۵]</sup> استفاده کرده و با شبیه‌سازی پدیده‌ی تراوش<sup>[۱۶]</sup> نشان داده‌اند که متغیر شکل بهینه می‌تواند مستقل از تعداد نقاط محاسباتی با توزیع‌های مختلف باشد.<sup>[۱۵]</sup> ایشان در مطالعه‌ی دیگری از توزیع مراکز محاسباتی براساس روش پادوا<sup>[۱۷]</sup> توأم با کاهش تعداد آن‌ها استفاده کردند و حجم محاسبات در بهینه‌سازی متغیر شکل را کاهش دادند.<sup>[۱۶]</sup> روش چند ربعی علی‌رغم ویژگی‌های منحصربه‌فرد خود تاکنون در شبیه‌سازی عددی مسائل اندرکنش آب - خاک - سازه (FSSI)<sup>[۱۸]</sup> علی‌الخصوص سیستم‌های سد - مخزن - پی به کار نرفته است. در این راستا و مشخصاً برای آنالیز مسائل اندرکنش سد - مخزن - پی، روش‌های مفید دیگری توسعه یافته‌اند. عطارنژاد و فرساد (۲۰۰۵)، بدنه‌ی سد را با یک تیر با مقطع متغیر شبیه‌سازی کردند. مبنای کار آن‌ها تعریف توابع شکل جدیدی بود که از حل معادله‌ی دیفرانسیل تیر اویلر - برنولی به دست می‌آمد. آن‌ها با مدل خود توانستند تأثیر اندرکنش بین سد - مخزن را نشان دهند و توزیع فشار هیدرودینامیکی وارد بر بدنه‌ی سد را با دقت قابل قبولی به دست آورند.<sup>[۱۷]</sup> کیوانی (۲۰۱۳) نیز یک حل بسته برای آنالیز لرزه‌ی سیستم سد - مخزن شامل مخزن نیمه‌بی‌نهایت دوطرفه‌ی و مدل تیر برشی تحت بار زلزله‌ی هارمونیک افقی در حوزه‌ی بسامد ارائه داده است. راه‌حل دقیق پژوهش ایشان، اگرچه حالت خاصی از انواع مسائل سد - مخزن است، ولی می‌تواند مبنای خوبی برای راستی‌آزمایی روش‌های عددی جدید باشد.<sup>[۱۸]</sup> روش توانمند المان محدود مشکلاتی، مانند: (۱) هزینه‌ی زیاد برای ساخت شبکه‌ها؛ (۲) ضرورت ایجاد شبکه‌های درشت‌تر و در نتیجه کاهش دقت در شبیه‌سازی میدان‌های بزرگ‌مقیاس، مانند سد - مخزن - پی؛ (۳) تعمیم دشوار به مسائل سه‌بعدی مخصوصاً در هندسه‌های پیچیده و ... را با خود به همراه دارد.<sup>[۱۹]</sup>

روش تفاضل محدود به شبکه‌ی منظمی از خطوط متقاطع کمکی نیاز دارد و معمولاً فقط برای هندسه و شرایط مرزی منظم کاربرد دارد. به علاوه به دلیل مدل‌سازی کل فضا، هزینه‌ی محاسباتی بالایی نیز به دنبال دارد.<sup>[۲۰]</sup> در روش المان مرزی (BE)<sup>[۱۵]</sup> با هدف اجتناب از شبکه، فقط مرزهای میدان محاسباتی شبکه‌بندی می‌شوند. برجسته‌ترین نقطه‌ی ضعف روش المان مرزی (BE) نیاز به حل اساسی<sup>[۱۶]</sup> وابسته به شرایط مسئله است.<sup>[۲۱]</sup> روش المان مرزی محدود مقیاس شده (SBFE)<sup>[۱۷]</sup> به طور همزمان از ویژگی‌های روش المان محدود و المان مرزی بهره می‌برد. استفاده از توابع شکل کلاسیک روش المان‌های محدود می‌تواند برخی از مشکلات آن روش را با خود به همراه داشته باشد. همچنین این روش به حل یک دستگاه معادلات دیفرانسیل با ماتریس ضرایب پر منجر می‌شود که نیازمند حل اساسی و هزینه‌ی محاسبات بالاست.<sup>[۲۲]</sup> روش المان مرزی محدود مقیاس شده‌ی مجرا (DSBFE)<sup>[۱۸]</sup> با ایجاد ویژگی‌های جدید توانسته است ماتریس دستگاه معادلات دیفرانسیل حاکم را به صورت قطری تولید کند و حجم محاسبات را به طور چشمگیری کاهش دهد.<sup>[۲۳]</sup> روش اخیر در شبیه‌سازی هندسه‌های پیچیده ضعف دارد، چون همه‌ی مرزها باید از محل مرکز مختصات محلی (LCO)<sup>[۱۹]</sup> آن قابل‌رؤیت باشند. یو<sup>[۲۰]</sup> و همکاران، روش بدون شبکه‌ی هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)<sup>[۲۱]</sup> را برای آنالیز پدیده‌ی شکست سد با لحاظ کردن اثر فشار هیدرودینامیک بر بدنه‌ی سد به کار برده‌اند، ولی روش ذکر شده فقط برای شبیه‌سازی امواج فشاری مخزن استفاده شده و برای شبیه‌سازی سد از سایر روش‌های کمکی بهره برده‌اند.

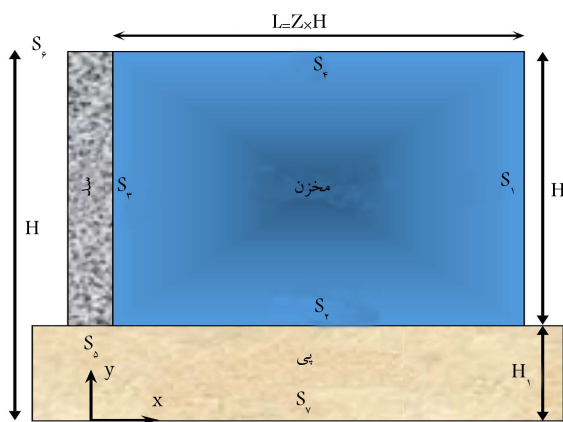
همان‌طور که اشاره شد، به علت برخی از ضعف‌های عنوان شده در روش‌های عددی پیشین که بعضاً ریشه در استفاده از شبکه نیز دارند، تلاش‌های پژوهشی برای اجتناب از شبکه در تحلیل مسائل اندرکنش لرزه‌ی سیستم سد - مخزن - پی در جریان هستند. در این راستا، در پژوهش حاضر، روش بدون شبکه‌ی چند ربعی برای اولین بار توسعه داده شده است که دارای ویژگی‌هایی مانند: (۱) ایجاد یک تابع پاسخ پیوسته در سراسر دامنه؛ (۲) عدم پیوستگی و ارتباطی خاص بین مراکز محاسباتی؛ (۳) قابلیت بالا در شبیه‌سازی هندسه‌های پیچیده؛ (۴) کاهش هزینه‌ی محاسبات در حل مسائل بزرگ‌مقیاس؛ (۵) تعمیم آسان به مسائل با بُعد بالاتر؛ و ... است. ویژگی‌های اخیر، برخی از نقاط ضعف روش‌های با شبکه را پوشش می‌دهند. در مطالعه‌ی حاضر، برای شبیه‌سازی رفتار سد و پی از معادله‌ی تیر برشی و برای مخزن از معادله‌ی دوطرفه‌ی هلمهولتز<sup>[۲۴]</sup> استفاده شده است. برای اعمال اندرکنش، یک فن نوین تجزیه‌ی دامنه با تعریف سه زیردامنه‌ی مجزا برای سازه، سیال و خاک پیشنهاد شده است. با این فن، هم امکان شبیه‌سازی اندرکنش بین سه زیردامنه‌ی موجود فراهم و هم تعداد قابل توجهی درایه‌ی صفر در ماتریس ضرایب کل ایجاد می‌شود. برای تعیین متغیر شکل بهینه نیز روابط جدیدی براساس بسامد بار زلزله پیشنهاد شده است که دقت کافی دارند و با استفاده از آن‌ها، حجم محاسبات به طور چشمگیری کاهش می‌یابد. به منظور راستی‌آزمایی و نمایش توانمندی رویکرد پیشنهادی، مثال‌های متنوعی همراه با حل دقیق ارائه و مرایای آن نسبت به روش عددی اختلاف محدود نیز نشان داده شده است.

## ۲. معادلات حاکم و شرایط مرزی

در شکل ۱، هندسه و شرایط مرزی سیستم دینامیکی سد - مخزن - پی به صورت شماتیک مشاهده می‌شود. معادله‌ی حاکم بر انتشار امواج فشار هیدرودینامیکی مخزن در حوزه‌ی بسامد با در نظر گرفتن زلزله‌ی هارمونیک افقی با دامنه‌ی واحد است.<sup>[۱۸]</sup> 
$$\bar{u}_g(\omega, T) = u_g \times e^{i\omega T}; u_g = 1$$

$$\nabla^2 P + K^T P = 0 \quad (1)$$

که در آن،  $\nabla^2$  عملگر لاپلاسین<sup>[۲۳]</sup>،  $P$  مقدار فشار هیدرودینامیک و  $K$  عدد موج<sup>[۲۴]</sup> است که به صورت بسامد حرکت هارمونیک زمین بر سرعت امواج صوتی در محیط سیال ( $K = \omega/C$ ) تعریف می‌شود.



شکل ۱. هندسه و شرایط مرزی (S<sub>۱</sub> - S<sub>۷</sub>) در سیستم سد - مخزن - پی.

در مخزن از توابع تخمین چند ربعی مطابق با روابط ۱۲ الی ۱۴ استفاده شده است:

$$u(y, \omega, cD) = \sum_{j=1}^{N_1} \lambda_j^D(\omega) \sqrt{(y - y_j)^2 + c_D^2} \quad (12)$$

$$P(x, y, \omega_R) = \sum_{j=1}^{N_2} \lambda_j^R(\omega) \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + c_R^2} \quad (13)$$

$$u(y, \omega, cF) = \sum_{j=1}^{N_3} \lambda_j^F(\omega) \sqrt{(y - y_j)^2 + c_F^2} \quad (14)$$

که در آن‌ها،  $(x_j, y_j)$  مؤلفه‌های مراکز محاسباتی هستند.  $\lambda_j^D$  و  $\lambda_j^F$  نیز ضرایب مجهولی هستند که برای به دست آوردن آن‌ها باید تعداد  $N_1$  و  $N_3$  مرکز برهم‌نهی در میدان محاسباتی در نظر گرفته شوند. مراکز مذکور به دو گروه مرزی و درون‌میدانی تقسیم می‌شوند، مراکز روی مرز برای اعمال شرایط مرزی مسئله و مراکز داخل میدان برای ارضاء معادلات حاکم در نظر گرفته می‌شوند.  $cD$ ،  $cR$  و  $cF$  نیز متغیرهای شکل بهینه به ترتیب برای زیردامنه‌های سد - مخزن - پی هستند.

در پژوهش حاضر، روابط جدیدی برای متغیرهای شکل بهینه بر حسب بسامد بار زلزله در آنالیز سیستم دینامیکی حاضر ارائه شده است. لازم به ذکر است یک متغیر شکل بهینه، یعنی:  $c = cD = cF = cR$  برای همگرایی کل پاسخ‌های سیستم کافی است. ویژگی‌های مذکور، یعنی فرموله شدن متغیر شکل بهینه و یکتا بودن آن برای هر سه فاز آب - خاک - سازه بر کارایی روش چند ربعی می‌افزاید و حجم محاسبات را به دلیل بی‌نیازی به یک الگوریتم ثانویه برای متغیر شکل بهینه به‌طور چشم‌گیری کاهش می‌دهد. پس از تعیین متغیر شکل بهینه و جایگذاری روابط ۱۲ الی ۱۴ به همراه مشتقات آن‌ها در معادلات حاکم، یک دستگاه معادلات جبری خطی حاصل می‌شود. با حل چنین دستگاهی، ضرایب مجهول و در نتیجه توابع تخمین پاسخ‌ها به دست می‌آیند. در ادامه، فن جدید تجزیه‌ی دامنه<sup>۲۵</sup> و نحوه‌ی تشکیل ماتریس ضرایب بیان شده است.

### ۱.۳. فن تجزیه‌ی دامنه

فن اعمال تجزیه‌ی دامنه برای اولین بار در پژوهش حاضر به منظور آنالیز مسائل اندرکنشی توسعه داده شده است که در آن، میدان مسئله به زیرمیدان‌های کوچک‌تر شامل: زیردامنه‌ی سد - مخزن - پی تجزیه می‌شوند. سپس روش چند ربعی برای هر زیرمیدان<sup>۲۶</sup>، اعمال و ماتریس‌های ضرایب هر کدام به‌طور جداگانه محاسبه می‌شوند. نکته‌ی قابل توجه در این راستا این است که برای هر کدام از مراکز محاسباتی واقع بر مرزهای اندرکنشی باید دو تابع شکل چند ربعی جداگانه متناسب با زیرمیدان‌های مجاورش در نظر گرفته شود. مثلاً باید دو ضریب مجهول  $\lambda_j^D$  و  $\lambda_j^R$  برای هر گره‌ی واقع بر مرز مشترک سد - مخزن لحاظ شود؛ لذا با فن ذکر شده، ماتریس ضرایب زیردامنه‌ی سد - مخزن - پی در روابط ۱۵ الی ۱۷ محاسبه می‌شوند.

که در آن‌ها  $N_{bF}$ ،  $N_{bD}$ ،  $N_{bR}$ ،  $N_{dF}$ ،  $N_{dD}$ ،  $N_{dR}$ ،  $N_{dF}$  و  $N_{dD}$  به ترتیب: تعداد مراکز محاسباتی واقع بر مرزهای سد، درون زیردامنه‌ی سد، کل مخزن به جز مرز اندرکنشی آن، مرز مشترک مخزن - سد، مرزهای پی و درون زیردامنه‌ی پی هستند. واضح است که:  $N_{bF} = N_{bD} + N_{bR}$  و  $N_{dF} = N_{dD} + N_{dR}$ ،  $N_{bF} = N_{bD} + N_{dF}$  و  $N_{dF} = N_{dD} + N_{dR}$  است. ماتریس ضرایب کل نیز با ترکیب ماتریس هر زیردامنه، محاسبه و دستگاه معادلات جبری حاکم بر کل سیستم مطابق رابطه‌ی ۱۸ تشکیل می‌شود. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، با اعمال فن پیشنهادی، تعداد قابل‌توجهی درایه‌ی صفر در ماتریس ضرایب کل ایجاد می‌شود که این امر سرعت پردازش را افزایش می‌دهد.

اگر سیال مخزن تراکم‌ناپذیر باشد ( $C \rightarrow \infty$ )، معادله‌ی هلمهولتز به معادله‌ی لاپلاس ( $\nabla^2 P = 0$ ) تبدیل می‌شود. هنگامی‌که سازه‌ی سد با یک تیر برشی با مقطع ثابت و همگن شیب‌سازی شود، معادله‌ی دیفرانسیل حاکم بر رفتار آن در حوزه‌ی بسامد به شکل رابطه‌ی ۲ خواهد بود:

$$G_1 A_1 (\partial^2 u / \partial y^2) = -\rho_s \omega^2 (u + 1) - P|_{(0, y, \omega)} \quad (2)$$

که در آن، صلبیت برشی سد با  $G_1 A_1$ ، جرم واحد طول آن با  $\rho_s$  و تغییرمکان نسبی آن در نقطه‌هایی با مختصه‌ی مکانی  $(0, y)$  در بسامد  $\omega$  با  $u$  بیان می‌شود. اگر برای پی نیز رفتاری مشابه با سد در نظر گرفته شود، معادله‌ی حاکم بر تغییرشکل آن مطابق رابطه‌ی ۳ خواهد بود:

$$G_2 A_2 (\partial^2 u / \partial y^2) = -\rho_s \omega^2 (u + 1) \quad (3)$$

که در آن،  $G_2 A_2$  و  $\rho_s$  به ترتیب مدول برشی و چگالی پی هستند. شرایط مرزی مخزن، شامل  $S_1$  تا  $S_4$ ، نیز به ترتیب روابط ۴ الی ۷ تعریف می‌شوند:

$$P|_{(L, y, \omega)} = 0 \quad (4)$$

$$(\partial P / \partial y)|_{(x, 0, \omega)} = 0 \quad (5)$$

$$(\partial P / \partial x)|_{(0, y, \omega)} = -\rho_F \omega^2 (u + 1) \quad (6)$$

$$P|_{(x, H, \omega)} = 0 \quad (7)$$

که در آن‌ها،  $\rho_F$  جرم واحد حجم سیال است. شیب در تاج سد و جابه‌جایی در کف پی یا محل سنگ بستر صفر در نظر گرفته می‌شوند؛ بنابراین برای شرایط مرزی  $S_5$  و  $S_6$ ، روابط ۸ و ۹ تعریف می‌شوند:

$$\partial u / \partial y|_{(0, H, \omega)} = 0 \quad (8)$$

$$u(0, 0, \omega) = 0 \quad (9)$$

در محل اتصال سد - پی ( $S_5$ ) باید جابه‌جایی و شیب در هر دو زیردامنه مطابق روابط ۱۰ و ۱۱ برابر در نظر گرفته شود:

$$\partial u / \partial y|_{(H_1, \omega)}^{Dam} = \partial u / \partial y|_{(H_1, \omega)}^{Foundation} \quad (10)$$

$$u(H_1)|^{Dam} = u(H_1)|^{Foundation} \quad (11)$$

همان‌طور که مشخص است، برای آنالیز سیستم سد - مخزن - پی باید ۳ معادله و ۸ شرط مرزی به‌طور همزمان حل شوند تا جابه‌جایی‌های سد - پی و فشار هیدرودینامیک در مخزن به دست آیند. معادله‌های ۶، ۱۰ و ۱۱ شرایط مرزی اندرکنشی هستند که سه محیط آب - خاک - سازه را از یکدیگر متأثر می‌سازند. در ادامه، ایده‌های جدید و راهکارهای لازم برای حل معادله‌های مذکور و نحوه‌ی اعمال اندرکنش بین زیردامنه‌ها با روش چند ربعی بیان شده است.

### ۳. روش چند ربعی

در پژوهش حاضر، برای تخمین جابه‌جایی سد، جابه‌جایی پی و فشار هیدرودینامیک

$$A^{DRF} = \begin{Bmatrix} a_{\lambda,1} & \dots & a_{\lambda,N_1} & \circ & \dots & \circ & \circ & \dots & \circ \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \circ & \vdots & \circ \\ a_{N_{bD},1} & \dots & a_{N_{bD},N_1} & \circ & \dots & \circ & c'_{\lambda,1} & \dots & c'_{\lambda,N_T} \\ a'_{\lambda,1} & \dots & a'_{\lambda,N_1} & b'_{\lambda,1} & \dots & b'_{\lambda,N_T} & \circ & \dots & \circ \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a'_{N_{Di},1} & \dots & a'_{N_{Di},N_1} & b'_{N_{Di},1} & \dots & b'_{N_{Di},N_T} & \circ & \dots & \circ \end{Bmatrix}_{N_1 \times (N_1 + N_T + N_T)} \quad (15)$$

$$A^{RD} = \begin{Bmatrix} \circ & \dots & \circ & b_{\lambda,1} & \dots & b_{\lambda,N_T} & \circ & \dots & \circ \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \circ & \dots & \circ & b_{N_{dbR},1} & \dots & b_{N_{dbR},N_T} & \circ & \dots & \circ \\ a''_{\lambda,1} & \dots & a''_{\lambda,N_1} & b''_{\lambda,1} & \dots & b''_{\lambda,N_T} & \circ & \dots & \circ \\ \dots & \ddots & \dots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a''_{N_{Ri},1} & \dots & a''_{N_{Ri},N_1} & b''_{N_{Ri},1} & \dots & b''_{N_{Ri},N_T} & \circ & \dots & \circ \end{Bmatrix}_{N_T \times (N_1 + N_T + N_T)} \quad (16)$$

$$A^{FD} = \begin{Bmatrix} \circ & \dots & \circ & \circ & \dots & \circ & c_{\lambda,1} & \dots & c_{\lambda,N_T} \\ \circ & \dots & \circ & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a'''_{\lambda,1} & \dots & a'''_{\lambda,N_1} & \circ & \dots & \circ & c_{N_{bF},1} & \dots & c_{N_{bF},N_T} \\ \circ & \dots & \circ & \circ & \dots & \circ & c'_{\lambda,1} & \dots & c'_{\lambda,N_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \circ & \dots & \circ & \circ & \dots & \circ & c'_{N_{Fi},1} & \dots & c'_{N_{Fi},N_T} \end{Bmatrix}_{N_T \times (N_1 + N_T + N_T)} \quad (17)$$

$$\begin{Bmatrix} A^{DRF} \\ A^{RD} \\ A^{FD} \end{Bmatrix}_{(N_1 + N_T + N_T) \times (N_1 + N_T + N_T)} = \begin{Bmatrix} \lambda^D \\ \lambda^R \\ \lambda^F \end{Bmatrix}_{(N_1 + N_T + N_T) \times 1} = \begin{Bmatrix} B^{DRF} \\ B^{RD} \\ B^{FD} \end{Bmatrix}_{(N_1 + N_T + N_T) \times 1} \quad (18)$$

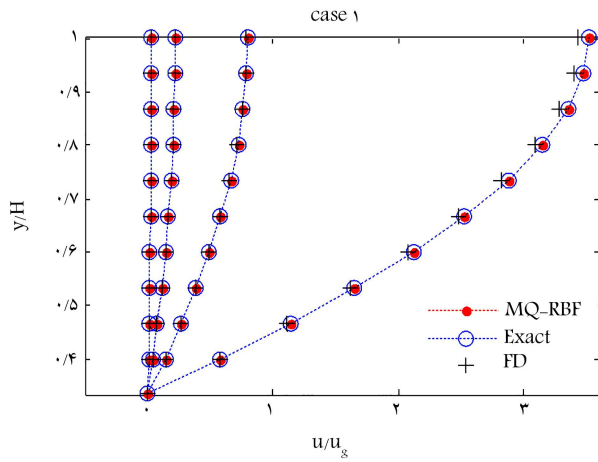
جدول ۱. مثال‌های عددی سیستم سد - مخزن - پی.

نوع سیال مخزن	نوع سد	شرایط مخزن	وضعیت پی	شماره‌ی مثال
-	منعطف	خالی	صلب	۱
-	منعطف	خالی	$t = 1$	۲
-	منعطف	خالی	$t = 10$	۳
-	منعطف	خالی	$t = 50$	۴
تراکم‌پذیر	صلب	پر	صلب	۵
تراکم‌ناپذیر	صلب	پر	صلب	۶
تراکم‌پذیر	منعطف	پر	صلب	۷
تراکم‌پذیر	منعطف	پر	$t = 10$	۸
تراکم‌پذیر	منعطف	پر	$t = 50$	۹

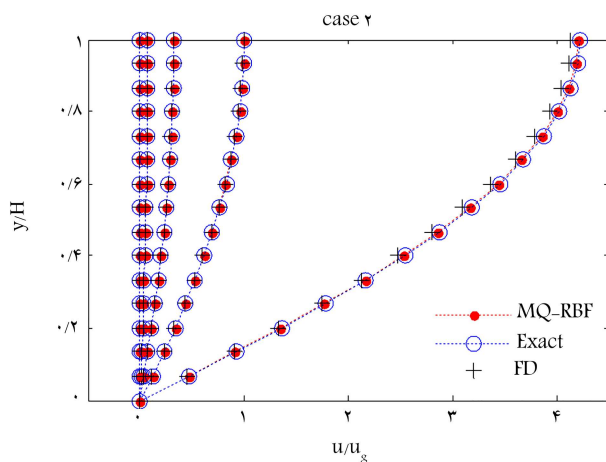
اندرکنش سد و پی) هستند. همچنین در هر ۴ مثال، مخزن سد، بدون سیال است. در حل مثال‌های مذکور مشاهده شد که تغییرات متغیر شکل بهینه برحسب تغییرات بسامدهای بار زلزله، منظم و قابل فرمول‌بندی بوده است. این امر نشان‌دهنده‌ی کارایی خوب روش چند ریه‌ی در حل مسائل دینامیکی موردبحث است. در پژوهش

#### ۴. مثال‌های عددی

مشخصات هندسی مثال‌های عددی حاضر با توجه به شکل ۱، شامل:  $H_1 = 50m$ ،  $H_T = 100m$  و  $A_1 = 1 \times 20m^2$  و  $Z = 5$  هستند. همچنین خواص فیزیکی سد، شامل:  $\rho_{s1} = 2500 kg m^{-3}$  و  $G_1 = 1.733 \times 10^9 N m^{-2}$  و حاوی سیال، شامل:  $\rho_{s2} = 1000 m^3 s^{-1}$ ،  $C = 1400 ms^{-1}$ ،  $\rho_F = 1000 m^3 s^{-1}$ ،  $C = 1400 ms^{-1}$ ،  $\rho_{s2} = 1250 kg m^{-3}$  و  $t = G_1 A_1 / G_T A_T$  هستند. برای نمایش بهتر نقاط ضعف و قوت رویکرد حاضر، ۹ مثال مختلف از سیستم دینامیکی موردبحث سد - مخزن - پی مطابق با جدول ۱ بررسی شده است. برای حل مثال‌ها از روش عددی اختلاف محدود نیز استفاده شده است تا عملکرد روش پیشنهادی در مقایسه با یک روش عددی دیگر بهتر ارزیابی شود. توزیع مراکز محاسباتی و نقاط برهم‌نهی برای روش چند ریه‌ی در زيردامنه‌های سد - مخزن - پی در شکل ۲ مشاهده می‌شود. تعداد مراکز محاسباتی در روش حاضر و تعداد نقاط شبکه در روش اختلاف محدود نیز در جدول ۲ ارائه شده است. لازم به ذکر است تعداد مراکز محاسباتی به‌گونه‌ی انتخاب شده‌اند که پاسخ‌ها در مقایسه با حل دقیق، دقت قابل قبولی داشته باشند و با افزایش تعداد آن‌ها، کاهش چندانی در میزان خطا ایجاد نشود. مثال ۱، شامل سد با پی صلب و مثال‌های ۲ الی ۴، شامل سد با پی انعطاف‌پذیر

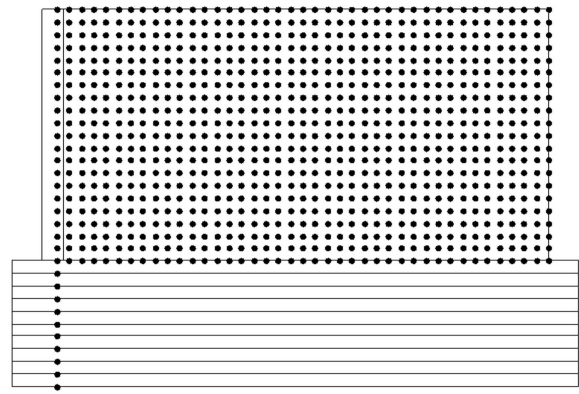


شکل ۳. جابه‌جایی‌های سد در مثال ۱ برای بسامدهای ۲۰، ۵۰، ۸۰ و ۱۱۰ از چپ به راست.



شکل ۴. جابه‌جایی‌های سد و پی در مثال ۲ برای بسامدهای ۳، ۲۱، ۳۹، ۵۷ و ۷۵ از چپ به راست.

به بسامد بار زلزله وابسته است. به عبارت دیگر، حساسیت مثال ۲ به متغیر شکل کمتر و یافتن آن راحت‌تر است. نتیجه‌ی برآمده از این بحث این است که برای آنالیز مسائل مکانیک محیط‌های پیوسته که از معادله‌ی تیر برشی تبعیت می‌کنند، می‌توان با فن تجزیه‌ی دامنه، صعوبت تعیین متغیر شکل را از بین برد، حتی اگر موضوع اندرکنش در میان نباشد. این امر برای معادلات رفتاری دیگر، مانند معادلات تیر تیموشنکو<sup>۲۷</sup> تیر اوایلر - برنولی<sup>۲۸</sup> یا ...، قابل پژوهش است. برای محاسبه‌ی پاسخ همه‌ی مثال‌ها از روش‌های دقیق، چند ربعی و اختلاف محدود، برنامه‌نویسی رایانه‌ی به زبان متلب<sup>۲۹</sup> انجام شده است. جابه‌جایی‌های سد - پی در بسامدهای مختلف برای مثال‌های ۱ الی ۴ به ترتیب در شکل‌های ۳ الی ۶ و جابه‌جایی‌های تاج سد نیز به عنوان پاسخ‌ها با بیشینه‌ی خطا در شکل‌های ۷ و ۸ مشاهده می‌شوند. به منظور راستی‌آزمایی، پاسخ روش‌های دقیق<sup>[۱۸]</sup> و اختلاف محدود نیز علاوه بر رویکرد پیشنهادی ارائه شده‌اند. در مثال‌هایی مانند مثال‌های ۳ و ۴، که حل دقیق ندارند، فقط پاسخ روش اختلاف محدود به همراه پاسخ روش چند ربعی ارائه شده است. همان‌طور که از شکل‌های مذکور و محاسبات خطای جذر میانگین مربعات (RMSE)<sup>۳۰</sup> مطابق با جدول ۳ مشخص است، رویکرد پیشنهادی، دقت خوبی دارد.



شکل ۵. توزیع مراکز محاسباتی و برهم‌نهی در مثال‌های عددی برای روش چند ربعی.

جدول ۲. تعداد مراکز محاسباتی.

شماره‌ی مثال	چند ربعی	روش اختلاف محدود
۱	$N_1 = 21$	$N_1 = 81$
۲-۴	$N_1 + N_2 = 31$	$N_1 + N_2 = 301$
۵-۷	$N_1 + N_2 = 882$	$N_1 + N_2 = 19602$
۸-۹	$N_1 + N_2 + N_3 = 893$	$N_1 + N_2 + N_3 = 19903$

حاضر، برای حل مسائل ابتدا متغیر شکل بهینه برای تعداد محدودی از بسامدها با استفاده از الگوریتم ارائه شده در نوشتار فلاح و همکاران (۲۰۱۹)<sup>[۲]</sup> محاسبه شده است. سپس براساس آن‌ها، رابطه‌ی برای کل بسامدها پیشنهاد شده است. در این راستا، رابطه‌ی ۱۹ برای مثال اول و رابطه‌ی ۲۰ برای مثال‌های ۲ الی ۴ پیشنهاد شده است:

$$c_D(\omega) = -0.7000000017\omega^7 + 0.7000001012\omega^3 - 0.7000036549\omega^2 + 0.700690397\omega + 59.56982517 \quad (19)$$

$$c_D(\omega, t) = c_F(\omega, t) = 90 \quad (20)$$

با دراختیار داشتن چنین روابطی نیاز به استفاده از الگوریتم‌های مکمل متغیر شکل، مانند الگوریتم‌های ارائه شده در نوشتارهای ۱۳ الی ۱۶، در کنار روش چند ربعی و نیز محاسبه‌ی آن در همه‌ی بسامدها از بین می‌رود. بنابراین هزینه‌های محاسباتی به طور چشم‌گیری کاهش می‌یابد.

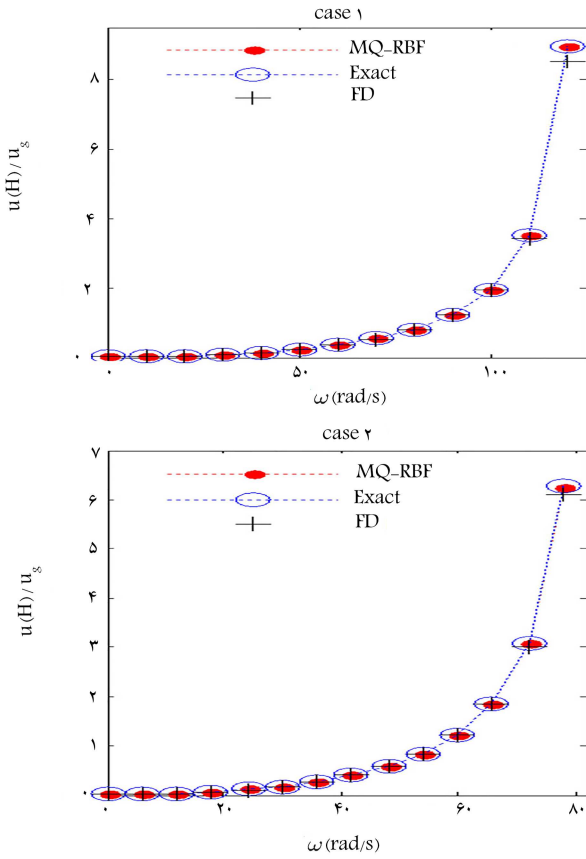
یک نکته‌ی قابل توجه در ارتباط با معادله‌ی ۲۰ این است که متغیر شکل بهینه به نسبت سختی برشی سد و پی ( $t$ ) وابسته نیست، یعنی با یافتن آن در یک نسبت سختی، استفاده از آن برای حل مسائل با نسبت سختی‌های متفاوت امکان‌پذیر است. این موضوع نیز به‌خودی‌خود حجم محاسبات را کنترل می‌کند.

$$c_R(\omega) = 0.700001327\omega^2 - 0.7000014994\omega^3 - 0.700003561\omega^2 + 0.700471488\omega + 25.9976796 \quad (21)$$

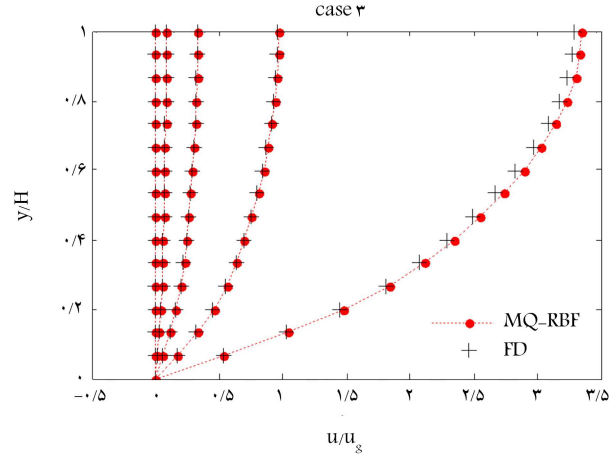
نکته‌ی قابل توجه دیگر این است که معادله‌ی ۲۰ به بسامد بار زلزله نیز وابسته نیست. دلیل این امر فن تجزیه‌ی دامنه و اعمال شرایط مرزی ۱۰ و ۱۱ بین دو زیردامنه‌ی سد - پی است. توضیح اینکه، در واقع مثال ۱ و ۲ مشابه یکدیگر هستند و فقط ارتفاع آن‌ها فرق دارد؛ ولی متغیر شکل بهینه در مثال ۱ برخلاف مثال ۲

جدول ۳. خطای جذر میانگین مربعات جابجایی های سد در  $(H, \omega)$ .

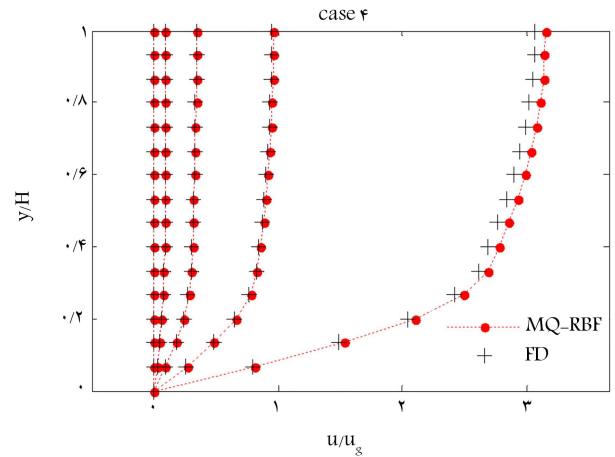
شماره ی مثال	چند ربعی	اختلاف محدود روش
۱	۰/۰۰۰۰۰۰۴۷	۰/۰۳۳۹
۲	۰/۰۰۰۰۳۴	۰/۰۱۴۲
۷	۰/۰۰۰۰۸۵	۰/۰۲۰۵



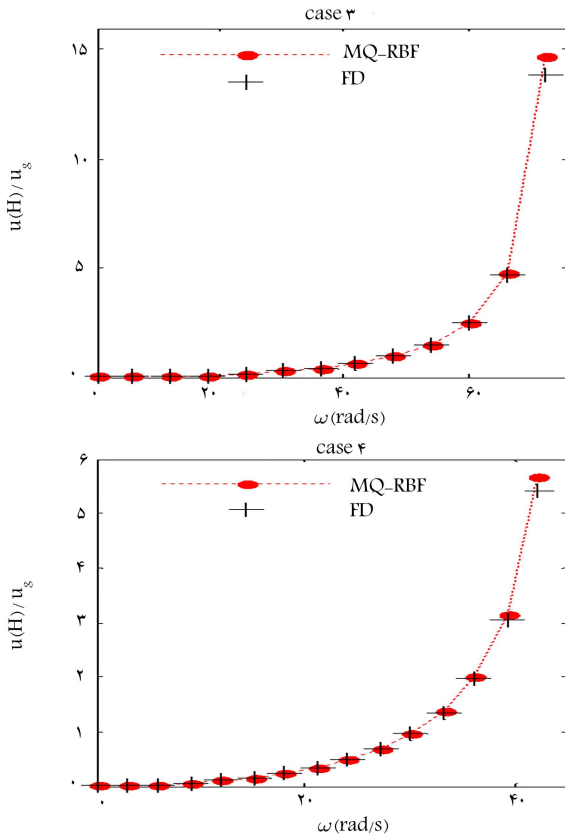
شکل ۷. جابه جایی های سد در  $(H, \omega)$  برای مثال های ۱ و ۲.



شکل ۵. جابه جایی های سد و پی در مثال ۳ برای بسامدهای ۳، ۱۸، ۳۳، ۴۸ و ۶۳ از چپ به راست.

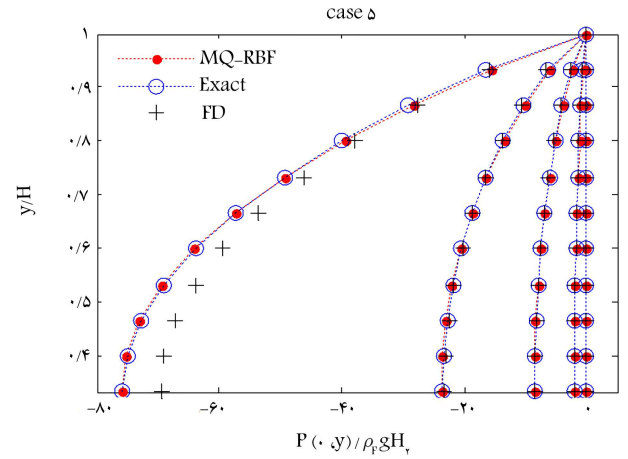
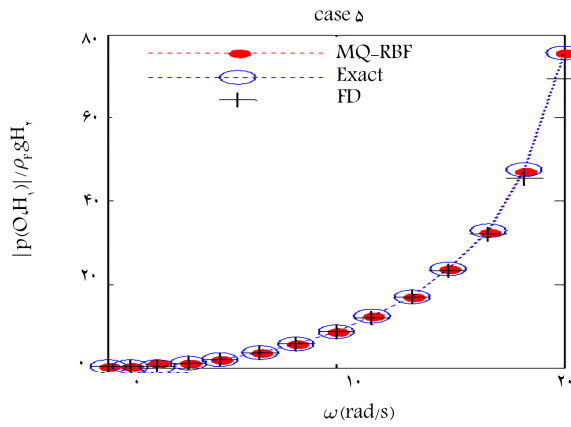


شکل ۶. جابه جایی های سد و پی در مثال ۴ برای بسامدهای ۳، ۱۲، ۲۱، ۳۰ و ۳۹ از چپ به راست.

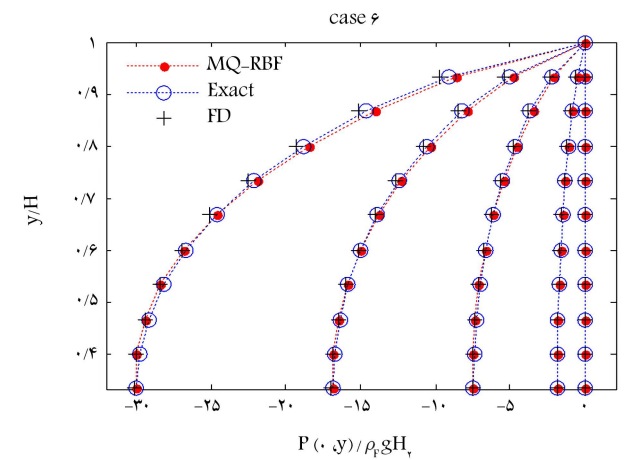
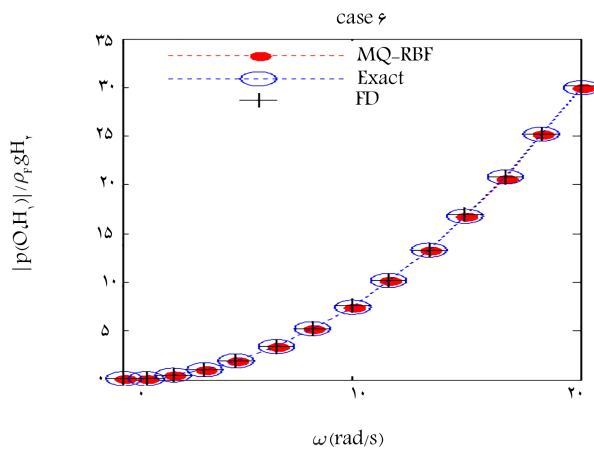


شکل ۸. جابه جایی های سد در  $(H, \omega)$  برای مثال های ۳ و ۴.

همچنین روش اختلاف محدود علی رغم استفاده از مراکز محاسباتی خیلی زیاد تر طبق جدول ۲، خطای بیشتری نسبت به روش حاضر داشته است. خطای هر دو روش با افزایش بسامد بار زلزله افزایش یافته است، ولی خطای روش اختلاف محدود برخلاف روش حاضر در بسامدهای نزدیک به بسامد تشدید<sup>۳۱</sup> قابل قبول به نظر نمی رسد. مثال های ۵ و ۶، شامل دو سیستم اندرکنش سد صلب - مخزن در حالت تراکم پذیر و تراکم ناپذیر با پی صلب هستند. رابطه ی ۲۱، برای تعیین متغیر شکل بهینه در این حالت ها پیشنهاد شده است. نتایج نشان می دهند که مقادیر متغیر شکل بهینه به تراکم پذیری سیال نیز حساس نیست. این امر نیز دلیلی بر کارا بودن تابع چند ربعی تحت الگوریتم پیشنهادی بوده و عدم قطعیت ها را در تعیین متغیر شکل بهینه کاهش داده است. فشارهای هیدروپنوماتیکی وارده بر بدنه ی سد

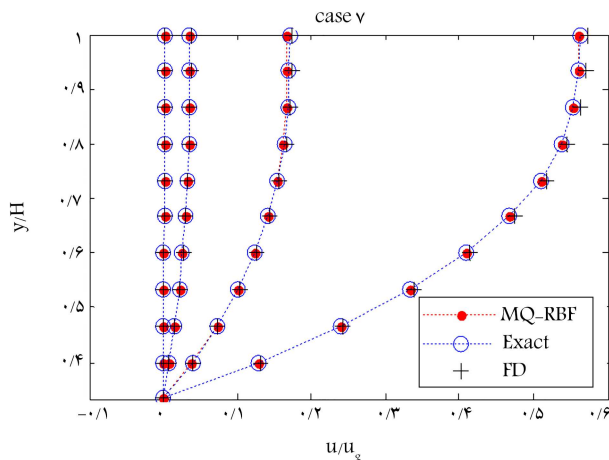


شکل ۹. فشار هیدرودینامیک وارده بر سد در مثال ۵ برای بسامدهای ۱، ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ از راست به چپ.



شکل ۱۱. قدرمطلق فشار هیدرودینامیک در (H1, ω) برای مثال‌های ۵ و ۶.

شکل ۱۰. فشار هیدرودینامیک وارده بر سد در مثال ۶ برای بسامدهای ۱، ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ از راست به چپ.



شکل ۱۲. جابه‌جایی‌های سد در مثال ۷ برای بسامدهای ۱، ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ از چپ به راست.

در شکل‌های ۹ و ۱۰ در بسامدهای مختلف به ترتیب برای مثال‌های ۵ و ۶ و نیز مقادیر بیشینه‌ی فشار در پایه‌ی سد در شکل ۱۱ مشاهده می‌شوند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، تراکم‌پذیری سیال باعث می‌شود که میزان استهلاک امواج فشاری با دور شدن از سد کاهش و فشار هیدرودینامیکی در مخزن افزایش یابد. سیستم سد - مخزن با پی صلب در مثال ۷ بررسی شده است. معادله‌ی پیشنهادی برای متغیر شکل بهینه بر حسب بسامد بار زلزله در این حالت مطابق با رابطه‌ی ۲۲ است:

$$c_D(\omega) = c_R(\omega) = 0.00001107\omega^4 - 0.000098\omega^3 + 0.005385\omega^2 - 0.00871653\omega + 24/8388 \quad (22)$$

آن در شکل ۱۴ مشاهده می‌شوند. در مثال‌های ۵ الی ۷، به مقایسه‌ی نتایج حل دقیق<sup>[۱۸]</sup> رویکرد حاضر و روش اختلاف محدود پرداخته شده است. شکل‌های مرتبط و جدول‌های ۲ الی ۴ نشان می‌دهند که در حالت‌های مذکور نیز روش چند ربعی، عملکرد قابل قبولی دارد و سرعت و دقت آن از روش اختلاف محدود بیشتر است.

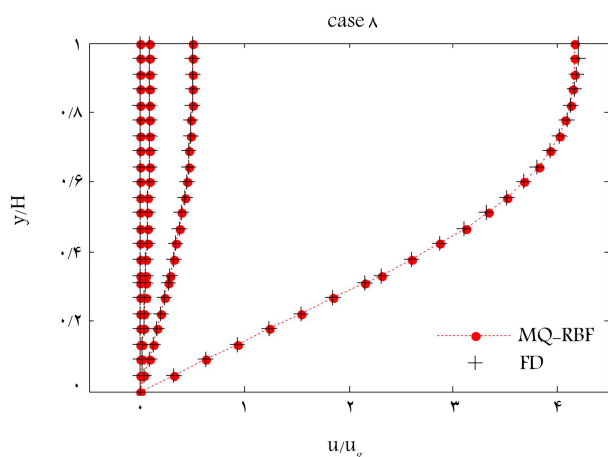
آنالیز سیستم سد - مخزن - پی با رویکرد حاضر و روش اختلاف محدود در مثال‌های ۸ و ۹ ارائه شده‌اند. در حالت‌های مذکور، نسبت سختی برشی سد به پی

نکته‌ی قابل‌توجه این است که متغیر شکل بهینه برای زیردامنه‌های سد و مخزن یکسان به دست آمده است ( $c_D = c_R$ ). این ویژگی به طور قابل‌توجهی در حجم محاسبات صرف جویی می‌کند، زیرا زمان یافتن دو متغیر شکل به صورت همزمان خیلی بیشتر از زمان یافتن یک مقدار برای آن در حل دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل است. این امر نیز بر کارایی رویکرد پیشنهادی می‌افزاید. پاسخ‌های مثال ۷، شامل جابه‌جایی بدنه‌ی سد و فشار هیدرودینامیک وارد بر آن در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ و نیز بیشینه‌ی جابه‌جایی در تاج سد و فشار هیدرودینامیک در پاشنه‌ی

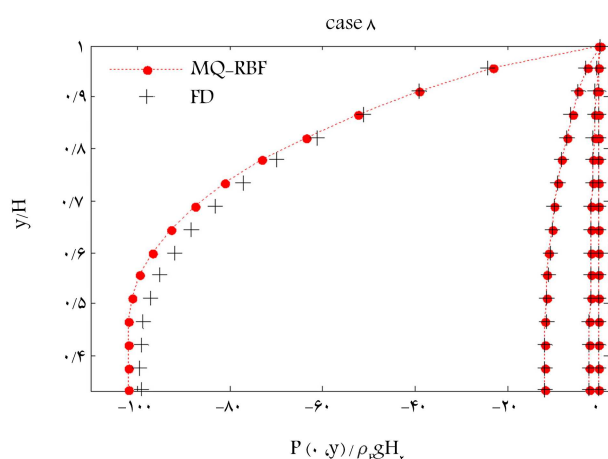
به ترتیب برابر مقادیر دلخواه  $10^\circ$  و  $50^\circ$  هستند و سیال مخزن هم تراکم‌پذیر در نظر گرفته شده است. رابطه‌ی پیشنهادی برای تعیین متغیر شکل بهینه برای بسامدهای کمتر از بسامد مد اول، مطابق معادله‌ی ۲۳ است:

$$c_D(\omega) = c_R(\omega) = c_F(\omega) = 0.00002661\omega^4 + 0.001078\omega^3 - 0.18125\omega^2 + 0.0220074\omega + 23.438619 \quad (24)$$

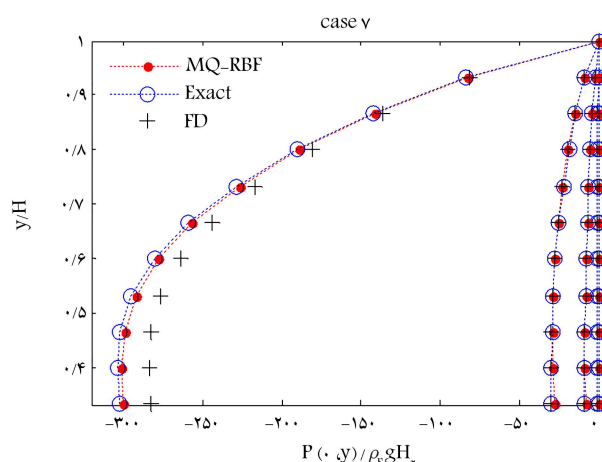
طبق انتظار یک متغیر شکل بهینه برای هر سه زیردامنه‌ی سد، مخزن و پی کیفیت می‌کند و نیازی به صرف هزینه‌ی محاسباتی بالا برای بهینه‌سازی همزمان سه متغیر شکل وجود ندارد. اگر در مسائل مشابه چنین اتفاقی نیافتد، الگوریتم‌های هوشمند مانند الگوریتم ژنتیک<sup>۳۲</sup> می‌توانند مؤثر باشد. پاسخ‌های مثال ۸، شامل جابه‌جایی سد و پی در شکل ۱۵ و فشارهای هیدرودینامیکی وارده بر بدنه‌ی سد در شکل ۱۶ مشاهده می‌شوند. به‌طور مشابه، برای مثال ۹ نیز شکل‌های ۱۷ و ۱۸ ارائه شده است. در شکل‌های ۱۹ الی ۲۲ نیز جابه‌جایی در تاج سد و فشار وارد بر پایه‌ی آن در بسامدهای مختلف برای هر دو مثال ۸ و ۹ مشاهده می‌شود. از آنجایی که حل دقیقی جهت محاسبه‌ی خطا برای این قبیل



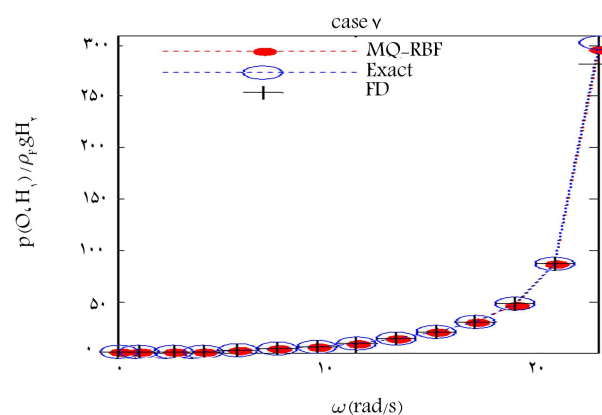
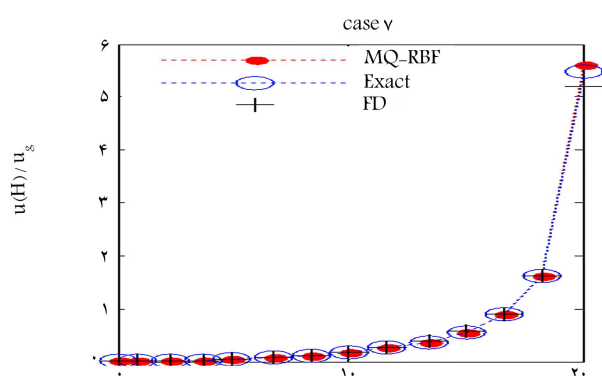
شکل ۱۵. جابه‌جایی‌های سد در مثال ۸ برای بسامدهای ۱، ۵، ۱۰، و ۱۵ از چپ به راست.



شکل ۱۶. فشار هیدرودینامیک وارده بر سد در مثال ۸ برای بسامدهای ۱، ۵، ۱۰، و ۱۵ از راست به چپ.



شکل ۱۳. فشار هیدرودینامیک وارده بر سد در مثال ۷ برای بسامدهای ۱، ۵، ۱۰، و ۱۵ از راست به چپ.

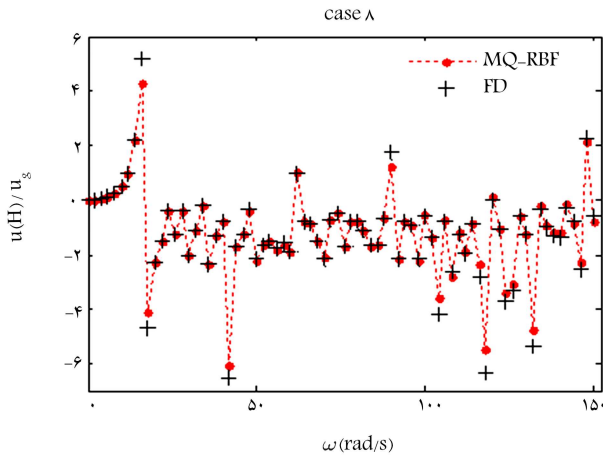


شکل ۱۴. جابه‌جایی‌های سد در  $(H, \omega)$  و قدرمطلق فشار هیدرودینامیک در  $(H_1, \omega)$  برای مثال ۷.

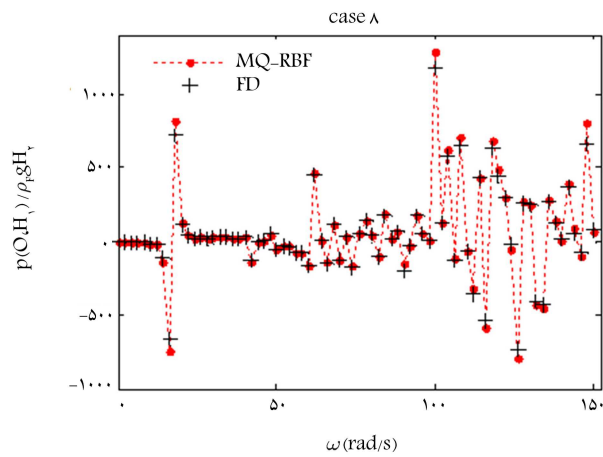
جدول ۴. خطای جذر میانگین مربعات فشار هیدرودینامیک در  $(\omega, H_1)$ .

شماره مثال	روش	
	چند ریبی	اختلاف محدود
۵	۰/۰۶۴۴	۰/۰۴۸۲۵
۶	۰/۰۰۱۹	۰/۰۱۱۴
۷	۰/۰۴۹۳۳	۱/۰۴۹۳۶

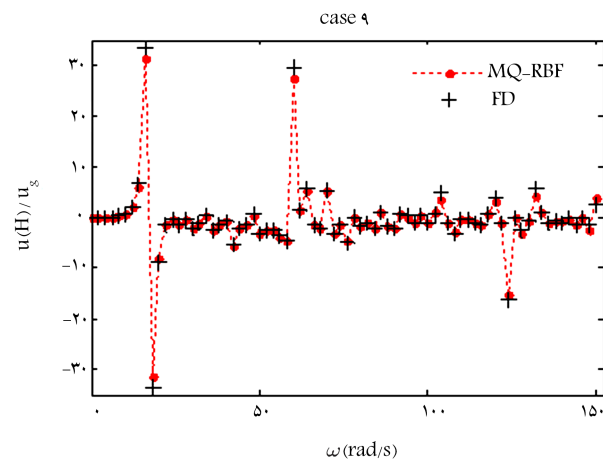




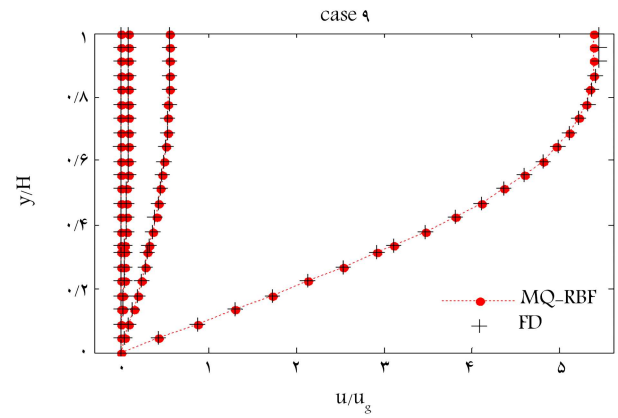
شکل ۱۹. جابجایی های سد در  $(H, \omega)$  برای مثال هشت.



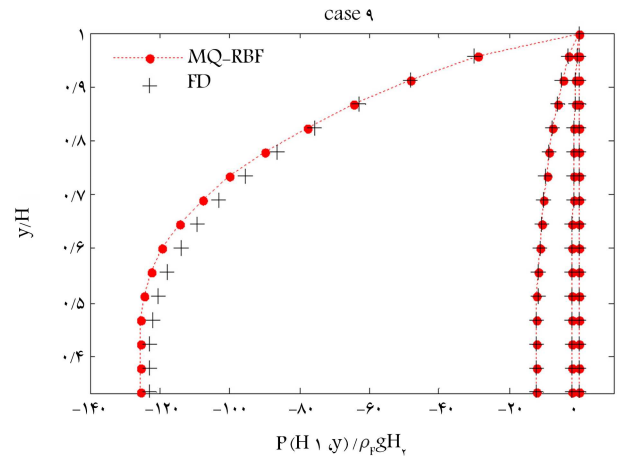
شکل ۲۰. فشار هیدرودینامیک در  $(H_1, \omega)$  برای مثال ۸.



شکل ۲۱. جابجایی های سد در  $(H, \omega)$  برای مثال ۹.



شکل ۱۷. جابجایی های سد در مثال ۹ برای بسامدهای ۱، ۵، ۱۰، و ۱۵ از چپ به راست.



شکل ۱۸. فشار هیدرودینامیک وارده بر سد در مثال ۹ برای بسامدهای ۱، ۵، ۱۰ و ۱۵ از راست به چپ.

مسائل موجود نیست و پاسخ هر دو روش عددی، مانند مثال های قبلی اختلاف چندانی ندارند، پاسخ ها قابل اعتماد تلقی می شوند. در مسائل سد - پی و سد - مخزن، هر چه نسبت سختی برشی سد به پی افزایش یابد، بسامد طبیعی سیستم کاهش و پاسخ های آن در بسامدهای یکسان افزایش می یابد (شکل ۲۳).

## ۵. نتیجه گیری

برای اولین بار در پژوهش حاضر، روش بدون شبکه ی تابع پایه ی شعاعی چند ربعی با پیشنهاد یک فن جدید تجزیه ی دامنه برای مسائل اندرکنش دینامیکی در حوزه ی بسامد توسعه داده شده است. در فن پیشنهادی، دو تابع شکل چند ربعی متفاوت برای مراکز محاسباتی واقع بر مرزهای اندرکنشی در نظر گرفته شده است، که هر کدام براساس معادله ی حاکم و مراکز محاسباتی زیردامنه ی مجاورش تعریف شده است. در این راستا، سیستم های دینامیکی سد - مخزن - پی، شامل اندرکنش معادلات دیفرانسیل مشتق جزئی و معمولی بررسی و روند تجزیه ی دامنه، تشکیل ماتریس های ضرایب هر زیردامنه و تولید ماتریس ضرایب کلی سیستم ارائه شده است. ماتریس ضرایب به دست آمده، دارای تعداد قابل توجهی درایه ی صفر است که در کاهش حجم محاسبات تأثیر دارد. تعیین متغیر شکل بهینه هم اکنون در کنار توابع پایه ی شعاعی،

یک چالش جدی پژوهشی به شمار می رود. نتایج پژوهش حاضر نشان داد که در مسئله ی مورد بحث، تغییرات متغیر شکل بهینه برحسب افزایش بسامد بار هارمونیک زلزله ی منظم بوده و روابط جدیدی برای تعیین آن ارائه شده است. با فن جدید پیشنهادی پژوهش حاضر مشخص شد که روش چند ربعی برای سیستم های سد - پی، سد - مخزن و سد - مخزن - پی به متغیرهای شکل بهینه ی جداگانه برای

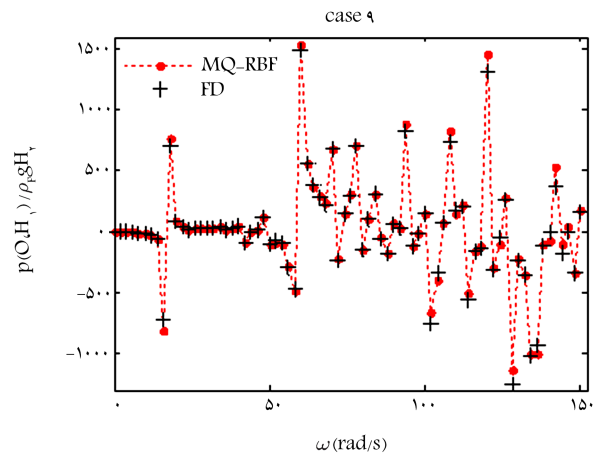
بیش از  $20^\circ$  برابر مراکز محاسباتی در روش حاضر بوده است؛ بنابراین سرعت روش چند ربعی بسیار بیشتر از روش اختلاف محدود است. همچنین خطای هر دو روش اخیر با افزایش بسامد بارگذاری افزایش یافته است، ولی پاسخ‌های روش اختلاف محدود برخلاف روش چند ربعی، انطباق مناسبی با پاسخ‌های دقیق در بسامدهای نزدیک به بسامد تشدید نداشته است. به منظور ارزیابی بیشتر روش پیشنهادی پژوهش حاضر، آنالیز مسائل دو و سه بعدی با هندسه‌ی پیچیده‌تر در حوزه‌ی بسامد و زمان و مقایسه‌ی آن با روش‌ها و نرم‌افزارهای موجود برای پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌شود.

### تقدیر و تشکر

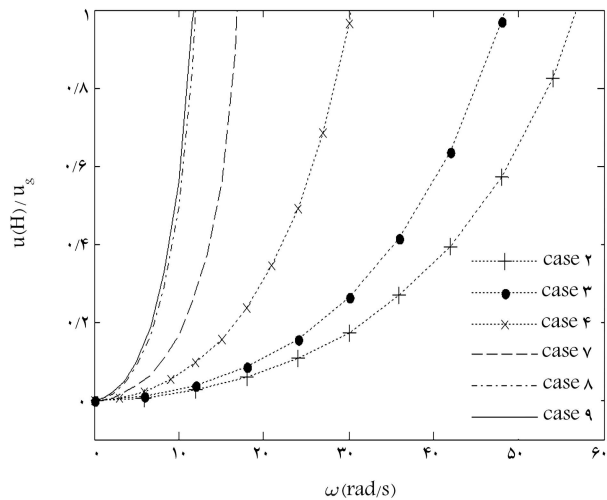
بدین وسیله نویسندگان از صندوق حمایت از پژوهشگران و فناوران کشور (INSF) که پژوهش حاضر را طی طرح پژوهشی شماره‌ی ۹۸۰۱۷۲۱ حمایت کرده‌اند، سپاسگزاری می‌کنند.

### فهرست علائم

- $\bar{u}_g$ : جابه‌جایی زمین در حوزه‌ی زمان  $(m)$ ؛
- $T$ : زمان  $(s)$ ؛
- $P$ : فشار هیدرودینامیک  $(Pa)$ ؛
- $K$ : عدد موج  $(rad\ m^{-1})$ ؛
- $C$ : سرعت صوت در محیط آب  $(ms^{-1})$ ؛
- $G_1 A_1$ : مدول برشی سد  $(N)$ ؛
- $u$ : جابه‌جایی سد و پی در حوزه فرکانس  $(m)$ ؛
- $(x_j, y_j)$ : مختصات مراکز محاسباتی روش چند ربعی؛
- $G_2 A_2$ : مدول برشی پی  $(N)$ ؛
- $N_1$ : تعداد مراکز محاسباتی زیردامنه‌ی سد؛
- $N_2$ : تعداد مراکز محاسباتی زیردامنه‌ی مخزن؛
- $N_3$ : تعداد مراکز محاسباتی زیردامنه‌ی پی؛
- $c_D$ : متغیر شکل زیردامنه‌ی سد  $(m)$ ؛
- $c_F$ : متغیر شکل زیردامنه‌ی پی  $(m)$ ؛
- $c_R$ : متغیر شکل زیردامنه‌ی مخزن  $(m)$ ؛
- $A^{DRF}$ : ماتریس ضرایب زیردامنه‌ی سد؛
- $A^{RD}$ : ماتریس ضرایب زیردامنه‌ی مخزن؛
- $A^{FD}$ : ماتریس ضرایب زیردامنه‌ی پی؛
- $B^{DRF}$ : ماتریس معلومات زیردامنه‌ی سد؛
- $B^{RD}$ : ماتریس معلومات زیردامنه‌ی مخزن؛
- $B^{FD}$ : ماتریس معلومات زیردامنه‌ی پی؛
- $N_{bD}$ : تعداد مراکز محاسباتی واقع بر مرزهای سد؛
- $N_{Di}$ : تعداد مراکز محاسباتی درون زیر دامنه سد؛
- $N_{DbR}$ : تعداد مراکز محاسباتی مخزن به جز مرز مشترک؛
- $N_{Ri}$ : تعداد مراکز محاسباتی مرز مشترک سد و مخزن؛
- $N_{bF}$ : تعداد مراکز محاسباتی روی مرزهای پی؛
- $N_{Fi}$ : تعداد مراکز محاسباتی درون زیردامنه پی؛



شکل ۲۲. فشار هیدرودینامیک در  $(H, \omega)$  برای مثال ۹.



شکل ۲۳. جابه‌جایی‌های سد در  $(H, \omega)$  برای مثال‌های مختلف.

هر زیردامنه نیاز ندارد و یک مقدار واحد برای کل سیستم کافی است. همچنین متغیر شکل به نسبت سختی سد و پی و تراکم‌پذیری سیال مخزن وابسته نیست. موضوعات اشاره شده بر کارایی روش حاضر می‌افزاید و هزینه‌ی محاسبات و عدم قطعیت‌ها را برای یافتن متغیر شکل بهینه شدیداً کاهش می‌دهد. نکته‌ی قابل توجه دیگر اینکه اعمال فن تجزیه‌ی دامنه در سیستم سد - پی و استفاده از شرایط مرزی اندرکنشی مناسب، وابستگی متغیر شکل بهینه به بسامدهای بارگذاری را نیز از بین می‌برد. این ویژگی می‌تواند برای کاهش حساسیت متغیر شکل نسبت به متغیرهای موجود در مسائل کشسان دینامیک غیراندرکنشی نیز در کارهای پژوهشی آتی بررسی شود.

برای راستی‌آزمایی نتایج روش پیشنهادی، ۹ مثال عددی مختلف، شامل: سد خالی با پی صلب، سد - پی، سد - مخزن و سد - مخزن - پی حل و پاسخ آن‌ها با حل‌های دقیق موجود مقایسه شده است. نتایج نشان داد که اختلاف ناچیزی بین پاسخ‌های روش دقیق و روش چند ربعی وجود دارد. همچنین برای بررسی کارایی رویکرد حاضر، پاسخ‌های آن با پاسخ‌های روش اختلاف محدود نیز مقایسه شده است. در همه‌ی مثال‌ها، دقت رویکرد حاضر بیش از ۲ برابر روش اختلاف محدود مشاهده شده است. این در حالی است که تعداد نقاط شبکه در روش اختلاف محدود در مثال‌های اول و دوم تا چهارم به ترتیب حدود ۴ و ۱۰ و در سایر مثال‌ها،

$\rho_F$ : چگالی سیال مخزن ( $\text{kgm}^{-3}$ )  
 $\lambda_j^D$ : ضرایب مجهول توابع شکل چند ربعی سد؛  
 $\lambda_j^F$ : ضرایب مجهول توابع شکل چند ربعی پی؛  
 $\lambda_j^R$ : ضرایب مجهول توابع شکل چند ربعی مخزن.

$t$ : نسبت سختی برشی سد به پی؛  
 $\omega$ : فرکانس بار زلزله ( $\text{rad s}^{-1}$ )  
 $\rho_{s1}$ : چگالی سد ( $\text{kgm}^{-3}$ )  
 $\rho_{s2}$ : چگالی پی ( $\text{kgm}^{-3}$ ).

## پانوشتها

1. Multiquadric Radial Basis Functions (MQ-RBF)
2. Li
3. Finite Element (FE)
4. Finite Difference (FD)
5. Kansa
6. Liu
7. Shape parameter
8. Gu
9. Computational centers
10. Chen
11. Genetic Algorithm (GA)
12. seepage
13. Padua
14. Fluid-Soil-Structure Interaction (FSSI)
15. Boundary Element (BE)
16. Fundamental solution
17. Scaled Boundary Finite Element (SBFE)
18. Decoupled Scaled Boundary Finite Element (DSBFE)
19. Local Coordinate Origin (LCO)
20. Yu
21. Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)
22. Helmholtz equation
23. Laplacian operator
24. Wave number
25. Domain decomposition
26. Subdomain
27. Timoshenko beam
28. Euler-Bernoulli beam
29. Matlab
30. Roots Mean Square Error (RMSE)
31. Resonance frequency
32. Genetic algorithm

## منابع (References)

1. Chen, C.S., Karageorghis, A. and Amuzu, L. "Kansa "RBF collocation method with auxiliary boundary centres for high order BVPs", *J. Comput. Appl. Math.*, **398**, pp. 1-17 (2021).
2. Kansa, E.J. "Multiquadrics-A scattered data approximation scheme with applications to computational fluid-dynamics-I surface approximations and partial derivative estimates", *Comput. Math. with Appl.*, **19**(8-9), pp. 127-145 (1990).
3. Fallah, A., Jabbari, E. and Babae, R. "Development of the Kansa method for solving seepage problems using a new algorithm for the shape parameter optimization", *Comput. Math. with Appl.*, **77**(3), pp. 815-829 (2019).
4. Li, J., Cheng, A.H.-D. and Chen, C.-S. "A comparison of efficiency and error convergence of multiquadric collocation method and finite element method", *Eng. Anal. Bound. Elem.*, **27**(3), pp. 251-257 (2003).
5. Soleymani, F. and Zhu, S. "RBF-FD solution for a financial partial-integro differential equation utilizing the generalized multiquadric function", *Comput. Math. with Appl.*, **82**, pp. 161-178 (2021).
6. Farahani, B., Berardo, J., Belinha, J. and et al. "On the optimal shape parameters of distinct versions of RBF meshless methods for the bending analysis of plates", *Eng. Anal. Bound. Elem.*, **84**, pp. 77-86 (2017).
7. Babae, R., Jabbari, E. and Eskandari-Ghadi, M. "Application of multiquadric radial basis function method for helmholtz equation in seismic wave analysis for reservoir of rigid dams", *Amirkabir J. Civ. Eng.*, **52**(12), pp. 3015-3030 (In Persian) (2019).
8. Liu, Y., Wang, X. and Wang, L. "Interval uncertainty analysis for static response of structures using radial basis functions", *Appl. Math. Model.*, **69**, pp. 425-440 (2019).
9. Kahid Basiri, H., Babae, R., Fallah, A. and et al. "Development of multiquadric method for solving dam break problem", *J. Hydraul.*, **14**(4), pp. 83-98 (In Persian) (2020).
10. Gu, J. and Jung, J.-H. "Adaptive radial basis function methods for initial value problems", *J. Sci. Comput.*, **82**(2), pp. 1-28 (2020).
11. Chen, W., Hong, Y. and Lin, J. "The sample solution approach for determination of the optimal shape parameter in the Multiquadric function of the Kansa method", *Comput. Math. with Appl.*, **75**(8), pp. 2942-2954 (2018).
12. Liu, C.-S. and Liu, D. "Optimal shape parameter in the MQ-RBF by minimizing energy gap functional", *Appl. Math. Lett.*, **86**, pp. 157-165 (2018).
13. Zhang, Y. "An accurate and stable RBF method for solving partial differential equations", *Appl. Math. Lett.*, **97**, pp. 93-98 (2019).
14. Azarboni, H.R., Keyanpour, M. and Yaghouti, M. "Leave-two-out cross Validation to optimal shape parameter in radial basis functions", *Eng. Anal. Bound. Elem.*, **100**, pp. 204-210 (2019).
15. Koushki, M., Babae, R. and Jabbari, E. "Application of RBF multiquadric method for solving seepage problems using a new algorithm for optimization of the shape parameter", *Amirkabir J. Civ. Eng.*, **52**(4), pp. 1009-1024 (In Persian) (2019).

16. Koushki, M., Jabbari, E. and Ahmadiania, M. "Evaluating RBF methods for solving PDEs using Padua points distribution", *Alexandria Eng. J.*, **59**(5), pp. 2999-3018 (2020).
17. Atarnezhad, R. and Farsad, A.R. "Closed-form analysis of dam-reservoir interaction in time-domain including variable dam thickness", *J. College, Eng.*, **39**, 329-340 (2005).
18. Keivani, A., Shoostari, A. and Sani, A.A. "A closed-form solution for a fluid-structure system: shear beam-compressible fluid", *Coupled Syst. Mech.*, **2**(2), pp. 127-146 (2013).
19. Omidi, O. and Lotfi, V. "A symmetric implementation of pressure-based fluid-structure interaction for nonlinear dynamic analysis of arch dams", *J. Fluids Struct.*, **69**, pp. 34-55 (2017).
20. Abdollahi, M. and Attarnejad, R. "Dynamic analysis of dam-reservoir-foundation interaction using finite difference technique", *J. Cent. South Univ.*, **19**(5), pp. 1399-1410 (2012).
21. Millan, M.A., Young, Y.L. and Prevost, J.H. "The effects of reservoir geometry on the seismic response of gravity dams", *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, **36**(11), pp. 1441-1459 (2007).
22. Qu, Y., Chen, D., Liu, L. and et al. "A direct time-domain procedure for the seismic analysis of dam-foundation-reservoir systems using the scaled boundary finite element method", *Comput. Geotech.*, **138**, pp. 1-23 (2021).
23. Babaei, R. and Khaji, N. "Decoupled scaled boundary finite element method for analysing dam-reservoir dynamic interaction", *Int. J. Comput. Math.*, **97**(8), pp. 1725-1743 (2020).