

# تخمین عرض مؤثر دیوارهای برشی بتنی L- شکل با استفاده از روش رگرسیون گیری EPR

هاتف عبدوس (دانشجوی دکتری)

علیرضا خانو\* (استاد)

محمد طبیعی (دانشجوی دکتری)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف

مهندسی عمران شریف، زمستان ۱۴۰۱ (دوره ۲ - ۳۸، شماره ۴/۲، ص. ۷۱-۶۳، پژوهشی)

عرض مؤثر به عنوان پارامتری مهم در تعیین عملکرد دیوارهای برشی بتنی با مقطع غیرمستطیلی محسوب می‌شود. بر اساس ضوابط پیشنهادی آیین‌نامه‌ها و پژوهش‌های موجود در ادبیات فنی، مقادیری توصیه شده است که مستقل از چگونگی عملکرد دیوار، مقداری ثابت را به عنوان عرض مؤثر مقاطع در نظر می‌گیرد و ناکارآمدی آنها در بیشتر موارد محرز شده است. در مطالعه‌ی حاضر، ۴۲ دیوار برشی با مقطع L- شکل تحت بارگذاری چرخه‌ای قرار گرفته و به صورت عددی ارزیابی شده‌اند. ساخت هندسه‌ی نمونه‌ها در برنامه‌ی FlashLab انجام شده و تحلیل مقاطع در نرم‌افزار آباکوس صورت گرفته است. سپس توزیع تغییرشکل و کرنش محوری حاکم بر مقاطع مذکور، تعیین و در گام بعد با استفاده از روش رگرسیون‌گیری چندجمله‌ای تکاملی EPR، روابطی کاربردی جهت تخمین عرض مؤثر در دیوارهای L- شکل کوتاه، با رفتار ترکیبی و لاغرا نه شده است. در انتها، دقت روابط پیشنهادی با مقادیر عرض مؤثر حاصل از ضوابط آیین‌نامه‌های بین‌المللی مقایسه شده‌اند.

abdoos\_hat ef@yahoo.com  
khaloo@sharif.edu  
m.tabiee75@chmail.ir

واژگان کلیدی: دیوار برشی بتنی L- شکل، عرض مؤثر، تأخیر برشی، مدل اجزاء محدود، رگرسیون‌گیری چندجمله‌ای تکاملی (EPR).

## ۱. مقدمه

بالدار<sup>[۱][۱۲]</sup> است. همچنین، چگونگی تأثیر و اهمیت آن در عملکرد دیوارهای غیرمستطیلی در نوشتار مروری خالو و همکاران (۲۰۲۱)<sup>[۱۳]</sup>، گردآوری شده است. پالمو<sup>۲</sup> و همکاران (۲۰۰۷)<sup>[۱۴]</sup>، عملکرد دیوارهای برشی با مقاطع L-، T- و H- شکل را به صورت عددی ارزیابی کردند و دریافتند که ضوابط مطرح شده در آیین‌نامه‌ها در تعیین عرض مؤثر دیوار کارآمد نیست و نیز اختلاف قابل توجهی در مقدار عرض مؤثر مقطع، در حالتی که بال مقطع تحت فشار قرار دارد، با حالتی که تحت کشش است، مشاهده می‌شود. همچنین، خیرالدین و مرتضایی (۲۰۰۷)<sup>[۱۵]</sup> با استفاده از روش اجزاء محدود، پارامترهای طول و ارتفاع دیوار و نیز بار محوری وارده و تغییر مکان جانبی نسبی آن را به عنوان پارامترهای مؤثر در عرض مؤثر دیوارهای برشی بالدار معرفی کردند.

در مطالعات آزمایشگاهی بروگن<sup>۳</sup> و همکاران<sup>[۱۶][۱۷]</sup> بر روی دیوارهای T- شکل، به تأثیر قابل توجه تأخیر برشی پیش از وقوع تسلیم‌شدگی آرماتورهای فولادی مقطع و نیز توزیع یکنواخت آرماتورهای طولی نسبت به حالتی که آرماتورها در المان‌های مرزی متمرکز باشند، اشاره و مشخص شده است که افزایش جابه‌جایی ناحیه‌ی فوقانی دیوار، در تغییر عرض مؤثر بال مقطع نقش داشته است. بنابراین، در نظر گرفتن تأخیر برشی در عملکرد دیوارهای برشی بالدار نه فقط از منظر طراحی حالت حدی، بلکه از نظر سطح بهره‌برداری نیز می‌تواند حائز اهمیت باشد.

امروزه از دیوارهای برشی بتنی با مقاطع غیرمستطیلی I-، T-، L-، Z-، Y- و U- شکل در ساخت سازه‌ها استفاده می‌شود، که موقعیت قرارگیری آنها بر مبنای ملاحظات سازه‌ی و معماری است. بر اساس هندسه‌ی دیوارهای برشی بتنی ذکر شده، علاوه بر بارگذاری‌های برشی و خمشی، متناظر با موقعیت مرکز برش مقطع می‌توانند در معرض بارگذاری پیچشی نیز قرار گیرند. همچنین، در محدوده‌ی محل اتصال بال به جان در مقاطع غیرمستطیلی اخیر، تغییرشکل‌های اعوجاجی منجر به بیشتر شدن مقادیر تنش و کرنش در نواحی اشاره شده می‌شوند، که به تبع آن کمتر شدن سختی و ظرفیت باربری مقطع را به همراه خواهد داشت. پدیده‌ی اخیر، تأخیر برشی<sup>[۱]</sup> نام دارد، که به غیرخطی شدن توزیع کرنش در مقطع منجر می‌شود و تحلیل و طراحی مقاطع غیرمستطیلی را دشوار خواهد کرد.<sup>[۲][۳]</sup>

اولین مطالعات صورت گرفته پیرامون این موضوع، به صورت تحلیلی و بر روی تیرهای بتنی با مقطع غیرمستطیلی انجام شده است، که فقط در ناحیه‌ی کشسان معتبر هستند.<sup>[۴-۷]</sup> عمده‌ی مطالعات موجود در ادبیات فنی با محوریت تأخیر برشی پیرامون تیرهای با مقطع جعبه‌ی،<sup>[۸][۹]</sup> مقطع پل‌ها<sup>[۱۰]</sup> و نیز دیوارهای برشی

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۴۰۱/۵/۲۵، اصلاحیه ۱۴۰۱/۶/۲۹، پذیرش ۱۴۰۱/۷/۲۰

DOI:10.24200/J30.2022.60850.3125

و جابه‌جایی محوری حاصل، روابطی کاربردی به منظور تخمین عرض مؤثر مقاطع L- شکل پیشنهاد شده است. اهداف پژوهش حاضر را می‌توان در قالب این موارد به طور خلاصه مطرح کرد:

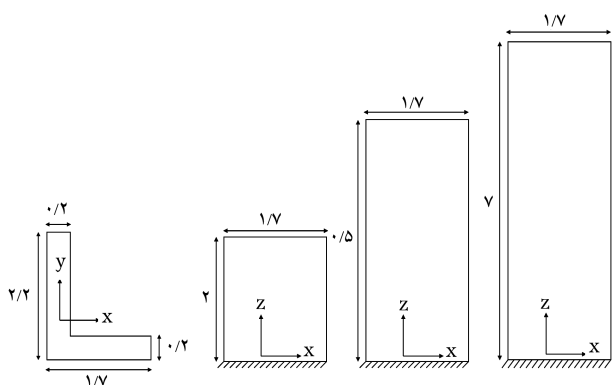
- مدل‌سازی عددی دیوارهای برشی بتنی L- شکل با بال نابرابر؛
  - انجام مطالعات پارامتریک؛
  - ارائه روابط کاربردی با استفاده از روش رگرسیون چندجمله‌ای تکاملی (EPR)  $1^{\circ}$  برای تخمین دقیق‌تر عرض مؤثر در دیوارهای برشی بتنی L- شکل؛
  - مقایسه روابط پیشنهادی با ضوابط توصیه شده توسط آیین‌نامه‌های بین‌المللی.
- گفتنی است که راهبرد اخیر را می‌توان برای انواع مقاطع بالدار، بالاخص مقاطع پیکاربردی چون مقاطع T- شکل، U- شکل و نیز مقاطع صلیبی پیاده‌سازی کرد.

## ۲. مدل‌سازی دیوارهای L- شکل

### ۱.۲. مدل‌سازی اجزاء محدود

با توجه به این مهم که مدل‌سازی با استفاده از روش اجزاء محدود در بررسی عملکرد مقاطع غیرمستطیلی و نیز بررسی پدیده تأخیر برشی، [۱۳، ۲۵، ۲۷] دقت قابل قبولی دارد؛ لذا در بخش کنونی، دیوارهای برشی بتنی با مقطع L- شکل در برنامه‌ی FlashLab ساخته شده و سپس تحلیل عددی آنها در چارچوب نرم‌افزار اجزاء محدود آباکوس انجام شده است. در این راستا، ابتدا ۴۲ دیوار برشی با هندسه‌ی نمایش داده شده در شکل ۱، طراحی و سپس بارگذاری چرخه‌ی مطابق شکل ۲ به دیوارها اعمال شده است. لازم به ذکر است که انتخاب ابعاد دیوارها به گونه‌ی صورت گرفته است که: اولاً نمونه‌های شبیه‌سازی شده در بردارنده‌ی انواع دیوارهای کوتاه، با رفتار ترکیبی و لاغر باشند و ثانیاً، ابعاد انتخابی، قرابت قابل قبولی با دیوارهای L- شکل اجرا شده در سازه‌های گوناگون داشته باشند.

خلاصه‌ی مدل‌های رفتاری استفاده شده جهت مدل‌سازی مصالح فولادی و بتنی دیوارهای L- شکل در جدول ۱ ارائه شده است. در فرایند مدل‌سازی عددی، رفتار مصالح فولادی در فشار و کشش متقارن در نظر گرفته شده است. با توجه به کارایی مطلوب مدل رفتاری بتن آسیب‌دیده‌ی خمیری (CDP)  $11^{\circ}$  در بارگذاری چرخه‌ی وارده به المان‌های سازه‌ی بتنی، از مدل رفتاری ذکر شده استفاده و پارامترهای آن در جدول ۲ ارائه شده است.



شکل ۱. مشخصات هندسی دیوارهای L- شکل مدل‌سازی شده در نرم‌افزار اجزاء محدود (ابعاد بر حسب متر هستند).

شی و ونگ  $4^{\circ}$  [۱۸]، [۲۰، ۱۶] با استفاده از اصل کمینه‌ی انرژی پتانسیل توانستند بر مبنای تغییرشکل اعوجاجی مرتبه‌ی سوم برای تأخیر برشی، عرض مؤثر دیوار با مقطع T- شکل را در حالت کشسان و بر اساس رابطه‌ی ۱ ارزیابی کنند:

$$b_{eff} = \frac{\int_{-b}^b \sigma_x dy}{\sigma_{max}} \quad (1)$$

که در آن،  $\sigma_x$  تنش محوری در بال مقطع و  $\sigma_{max}$  بیشینه‌ی مقدار آن است. همچنین، در مطالعه‌ی اخیر به این موضوع اشاره شده است که در طی فرایند بارگذاری، ابتدا مقدار عرض مؤثر بال مقطع ثابت است و پس از ترک خوردگی در مقطع تا وقوع تسلیم‌شدگی، مقدار آن به صورت موضعی کاهش می‌یابد. سپس با افزایش بار و بازتوزیع تنش‌ها، عرض مؤثر افزایش می‌یابد و پس از رسیدن به مقدار بیشینه با شیب نسبتاً کمی از مقدار آن کاسته می‌شود.

ژنگ و لی  $5^{\circ}$  [۱۷]، [۲۰، ۱۷] با ارزیابی تأثیر تأخیر برشی در عملکرد دیوارهای برشی بالدار ترک‌خورده، به اثر فراینده‌ی افزایش ضخامت بال مقطع و بار محوری وارده به سازه در شدت وقوع تأخیر برشی و نیز اثر کاهش جابه‌جایی تراز فوقانی و طول دیوار اشاره کردند و دریافتند که صرف‌نظر کردن از تأخیر برشی، می‌تواند تأثیر قابل‌ملاحظه‌ی در مقادیر نیروی کششی و لنگر خمشی وارده به پای دیوار داشته باشد.

همچنین، آثار تأخیر برشی در مقادیر توزیع تغییرشکل و تنش محوری در دیوارهای برشی بتنی با مقطع T- شکل توسط لیو و همکاران [۱۹]، [۲۰، ۱۷] بررسی شده است. نی و کانو  $7^{\circ}$  [۲۰، ۱۸] با در نظر گرفتن تأخیر برشی در عملکرد تیرها و دیوارهای برشی بتنی با مقطع I- شکل، عرض مؤثر این مقاطع را بر اساس تغییرشکل اعوجاجی تابع درجه‌ی دوم تخمین زدند. هالت  $8^{\circ}$  [۲۱]، [۲۰، ۱۹] نیز توزیع تنش و کرنش محوری دیوارهای برشی بتنی U- شکل (شکل C- شکل) را بر اساس مدل‌های عددی شبیه‌سازی شده در نرم‌افزار VecTor3 ارزیابی و سپس ضابطه‌ی جهت تخمین عرض مؤثر در دیوارهای مذکور پیشنهاد کرد، که دقت مطلوبی داشت. در سال ۲۰۲۰ و در پژوهشی جامع، لو و لی  $9^{\circ}$  [۲۲] روابطی کاربردی و با دقت قابل قبول برای برآورد عرض مؤثر در دیوارهای برشی با مقطع T- شکل ارائه کردند.

خالو و همکاران [۲۳]، [۲۰، ۲۱] با بررسی توابع چندجمله‌ی با درجه‌های مختلف برای تغییرشکل اعوجاجی تأخیر برشی در یک مقطع I- شکل با بال‌های نامتقارن، چندجمله‌ی مرتبه‌ی دوم را به عنوان مناسب‌ترین توزیع برای تغییرشکل اعوجاجی متأثر از تأخیر برشی معرفی کردند. بر اساس نتایج پژوهش دیگری از خالو و همکاران [۲۴]، [۲۰، ۲۱] اثر ضریب پواسون بتن، ضخامت بال و ارتفاع مقطع در محاسبات مربوط به عرض مؤثر در دیوارهای برشی بالدار، ناچیز و تأثیر بار محوری و بارهای جانبی وارده به سازه قابل توجه بوده است. همچنین ایشان در پژوهش دیگری در سال ۲۰۲۲ [۲۵] با توسعه‌ی برنامه‌ی FlashLab، مطالعات عددی گسترده‌ی با محوریت بررسی تأثیر پدیده تأخیر برشی در عملکرد دیوارهای برشی بتنی بالدار را ارائه کردند. ژنگ و همکاران [۲۶]، [۲۰، ۲۱] نیز روابطی نیمه‌تجربی را پیشنهاد دادند، که در آن مشارکت بال فشاری دیوارهای برشی بالدار در سطوح مختلفی از بارگذاری جانبی چرخه‌ی مد نظر قرار گرفته است. همچنین، نتایج مطالعه‌ی ایشان نشان داد که توزیع غیرخطی کرنش‌های محوری فشاری، مربوط به در نظر گرفتن آثار تأخیر برشی و تسلیم‌شدگی آرماتورها طولی است.

لذا در پژوهش حاضر، رفتار دیوارهای برشی بتنی L- شکل تحت بارگذاری چرخه‌ی و با در نظر گرفتن آثار ناشی از پدیده تأخیر برشی ارزیابی شده است. سپس با انجام مطالعات پارامتری بر روی مدل‌های عددی و بر اساس توزیع کرنش

جدول ۱. مدل‌های رفتاری مصالح در فرایند مدل‌سازی عددی.

مرجع	مدل رفتاری	نوع مصالح
[۲۸]	سه خطی	آرماتورهای طولی
[۲۸]	سه خطی	آرماتورهای عرضی
[۲۹ و ۳۰]	کنت و پارک	بتن فشاری
[۳۰]	دوخطی	بتن کششی

جدول ۲. پارامترهای مدل رفتاری بتن آسیب‌دیده خمیری.

زاویه ی	خروج از مرکزیت سطح	نسبت تنش تسلیم	شکل سطح	پارامتر
۳۰/۵°	پتانسیل خمیری	دوجهته به یک‌جهته	تسلیم	ویسکوخمیری
۰/۱	۱/۱۶	۰/۶۶۷	۰/۰۰۱	

روش‌های رگرسیون عددی مرسوم و الگوریتم ژنتیک حاصل می‌شود و مبتنی بر شبه چندجمله‌بی‌هایی است که یک سیستم فیزیکی واقعی را توصیف می‌کنند.<sup>[۲۲]</sup> یک سیستم با خروجی  $y$ ، که وابسته به مجموعه‌ی از متغیرهای ورودی  $\mathbf{X}$  و پارامتر  $\theta$  باشد، می‌تواند به صورت رابطه‌ی ۲ تعریف شود:<sup>[۲۳]</sup>

$$y = F(\mathbf{X}, \theta) \quad (2)$$

که در آن،  $F$  یک تابع در فضای  $m$ -بعدی و  $m$  تعداد متغیرهای مستقل ورودی است. در ابتدا، از یک روش تکاملی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک برای جستجوی ساختارهای مدل مناسب استفاده شده است، سپس از یک مرحله‌ی رگرسیون خطی عبور شده است تا ثابت‌های مدل بر اساس تابع مجموع مربعات خطا بهینه و محاسبه شوند. رابطه‌ی ۳، فرمول‌بندی روش مذکور را در حالت کلی نشان می‌دهد:

$$y = \sum_{i=1}^m F(X_i, f(X_i, a_i)) + a_0 \quad (3)$$

که در آن،  $y$  بردار تخمین متغیر وابسته در فرایند رگرسیون‌گیری،  $F$  تابع حاصل از فرایند بهینه‌سازی،  $f$  تابع تعریف شده توسط کاربر،  $\mathbf{X}$  ماتریس متغیرهای مستقل،  $a_i$  ضرایب ثابت و  $a_0$  ضریب ثابت هستند. اولین گام در تشخیص ساختار مدل، تبدیل رابطه‌ی ۳ به رابطه‌ی برداری ۴ است:

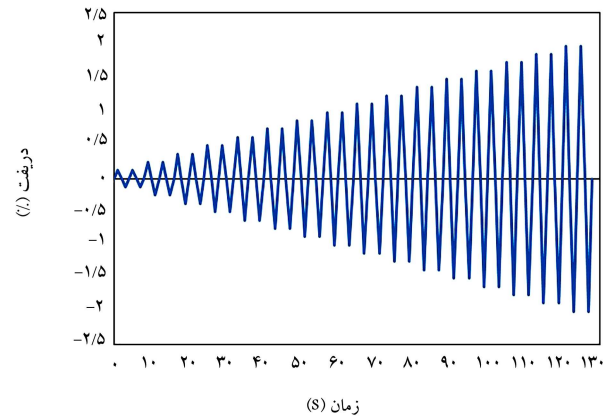
$$\mathbf{Y}_{N \times 1}(\theta, \mathbf{Z}) = [\mathbf{I}_{N \times 1} \quad \mathbf{I}_{N \times m}^j] [a_0 \quad a_1 \quad \dots \quad a_m]^T \quad (4)$$

$$= \mathbf{Z}_{N \times d} \theta_{d \times 1}$$

که در آن،  $\mathbf{Y}_{N \times 1}(\theta, \mathbf{Z})$  بردار تخمین کمینه‌ی مربعات با  $N$  مقدار هدف،  $\theta_{d \times 1}$  برداری متشکل از  $d=m+1$  پارامتر  $a_i$ ،  $a_0$  و  $\theta^T$  بردار ترانهاده و  $\mathbf{Z}_{N \times d}$  برداری متشکل از ماتریس واحد برای ضریب  $a_0$  و  $m$  بردار از متغیرهای  $\mathbf{Z}^j$  هستند. همچنین، لازم به ذکر است که تابع بهینه‌سازی در فرایند رگرسیون‌گیری بر مبنای کمینه‌سازی مجموع مربعات خطا مقید شده است، و مطابق رابطه‌ی ۵ محاسبه می‌شود:

$$SSE = \frac{\sum_{i=1}^N (y_a - y_p)^2}{N} \quad (5)$$

که در آن،  $y_a$  مقدار هدف و  $y_p$  برآورد مدل است. جستجو برای دست‌یابی به بهترین شکل از توابع چندجمله‌بی بر اساس الگوریتم ژنتیک انجام می‌شود و فرایند رگرسیون‌گیری هنگامی خاتمه می‌یابد که تعداد بیشینه‌ی داده‌های تولیدی، بیشینه‌ی تعداد جملات در تابع ریاضی هدف و یا یک مقدار مشخص از خطا حاصل شود.



شکل ۲. بارگذاری چرخه‌بی‌وارد به دیوارهای برشی I- شکل.

جدول ۳. مشخصات مصالح فولادی.

قطر آرماتور (میلی‌متر)	تنش تسلیم (مگاپاسکال)	تنش نهایی (مگاپاسکال)	مدول کشسانی (گیگاپاسکال)
۱۴	۳۰۰	۴۰۰	۲۱۰
۲۰	۴۰۰	۶۰۰	۲۱۰

جدول ۴. مشخصات مصالح بتنی.

نوع بتن	مقاومت مشخصه (مگاپاسکال)	تنش کششی (مگاپاسکال)	مدول کشسانی (گیگاپاسکال)
C۳۰	۳۰	۳	۲۶

مشخصات مکانیکی مصالح فولادی و بتنی به ترتیب در جدول‌های ۳ و ۴ ارائه شده است. همچنین، ضرایب پواسون بتن و فولاد به ترتیب ۰/۱۵ و ۰/۳۰ و پوشش بتن و طول ناحیه‌ی محصور به ترتیب ۴۰ و ۴۰۰ میلی‌متر بوده است. لازم به ذکر است که شرح کامل راستی‌آزمایی شبیه‌سازی عددی برنامه‌ی FlashLab برای مقاطع I- شکل بر اساس مطالعات آزمایشگاهی جیاکسینگ<sup>[۲۱]</sup> (۲۰۲۱)، و در نوشتار خالو و همکاران (۲۰۲۲)،<sup>[۲۵]</sup> ارائه شده است.

### ۳. رگرسیون چندجمله‌بی تکاملی (EPR)

روش رگرسیون چندجمله‌بی تکاملی (EPR)، یک روش ترکیبی است که از ادغام

صورت ضریب تمرکز تنش<sup>[۳۴]</sup> و با ضریب کاهش در عرض مؤثر مقطع<sup>[۳۶]</sup>،<sup>[۳۷]</sup> لحاظ می‌شود. از میان دو ضریب مطروحه، ضریب کاهش می‌شود که در محاسبه‌ی عرض مؤثر بال منظور می‌شود، کاربردی‌تر است، که در مراجع مختلف به این موضوع اشاره شده است.<sup>[۳۸]</sup>

به منظور تسهیل در ارزیابی عملکرد دیوارهای I- شکل، مفهوم عرض مؤثر<sup>۱۳</sup> مطرح شده است، که در آن، بخشی از بال یا جان مقطع در معرض تنش با شدت ثابت قرار دارد و آرماتورهای طولی ناحیه‌ی اخیر جهت مقابله با لنگر خمشی وارده به مقطع مشارکت دارند.<sup>[۱۱]</sup>

ری<sup>۱۴</sup> (۱۹۹۵)،<sup>[۳۹]</sup> عرض مؤثر مقطع را عمود بر جهت بارگذاری اعمال شده در نظر گرفته است، که مقدار آن بر مبنای توزیع کرنش و با استفاده از معادله‌ی ۷ محاسبه می‌شود:

$$b_{eff} = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i w_i}{\varepsilon_{max}} \quad (7)$$

که در آن،  $\varepsilon_i$  کرنش محوری المان فشاری در بتن،  $w_i$  عرض المان و نیز  $\varepsilon_{max}$  بیشینه‌ی کرنش المان فشاری در طول مقطع دیوار هستند.

در این بین، آیین‌نامه‌های مختلف، مقادیر متفاوتی را به عنوان تخمینی از عرض مؤثر دیوار مطرح کرده‌اند. به عنوان مثال، آیین‌نامه‌ی ACI-318،<sup>[۴۰]</sup> یک چهارم ارتفاع دیوار را تخمینی از عرض مؤثر دیوار پیشنهاد داده و آیین‌نامه‌ی بتن ایران (آبا)،<sup>[۴۱]</sup> نیز همین مقدار را جهت محاسبه‌ی عرض مؤثر مقاطع بالدار توصیه کرده است. در برخی از پژوهش‌ها به ناکارآمدی مقدار اخیر در تخمین عرض مؤثر اشاره شده است، که متأثر از وقوع تأخیر برشی است.<sup>[۴۲]</sup> این موضوع برای مقادیر پیشنهادی سایر آیین‌نامه‌های طراحی نیز صادق است. از همین رو، در طی سال‌ها، مطالعات و پژوهش‌های گسترده‌ی به منظور ارزیابی دقیق‌تر و ساده‌تر آثار تأخیر برشی و تعیین عرض مؤثر در دیوارهای با مقطع غیرمستطیلی انجام شده است.

از سوی دیگر، آیین‌نامه‌ی CEN<sup>۱۵</sup> برای دیوارهای غیرمستطیلی که از به هم پیوستن چند دیوار مستطیلی به وجود آمده‌اند، کمترین مقدار از بین: الف) طول بال مقطع، ب) نصف فاصله میان دو جان مجاور و ج) یک چهارم ارتفاع دیوار را به عنوان عرض مؤثر در نظر گرفته است.<sup>[۴۳]</sup> در حالی که در آیین‌نامه‌ی UBC<sup>۱۶</sup>،<sup>[۴۴]</sup> عرض مؤثر تا بیشینه‌ی ۱۰٪ ارتفاع دیوار لحاظ شده است. همچنین بعضاً در فرایند طراحی، از عرض مؤثر پیشنهاد شده برای تیرها در آیین‌نامه‌ی BS<sup>۱۷</sup>،<sup>[۴۵]</sup> جهت محاسبه‌ی عرض مؤثر در دیوارها استفاده می‌شود، که جزئیات مربوط به آن در شکل ۴ مشاهده می‌شود.

در این ضابطه، نخست ضریب بی‌بعدی به نام  $\psi$  مطابق جدول ۵، بر مبنای مقدار  $b/H$  تعریف شده است، که در آن،  $H$  ارتفاع مقطع است و سپس از حاصل ضرب مقدار  $\psi$  در طول بال، عرض مؤثر مقطع برآورد می‌شود.<sup>[۳۹]</sup>،<sup>[۴۵]</sup>

جدول ۵. مقادیر ضریب عرض مؤثر در آیین‌نامه‌ی BS.<sup>[۴۵]</sup>

$\psi$	$b/H$
۱	۰
۰/۸۲	۰/۰۵
۰/۶۸	۰/۱
۰/۵۲	۰/۲
۰/۳۵	۰/۴

در فرایند ساخت مدل‌های مبتنی بر چندجمله‌ی‌های تکاملی، تعدادی قید جهت کنترل مدل‌های خروجی مد نظر قرار می‌گیرد. در این فرایند، این امکان وجود دارد که مدل‌های متفاوتی حاصل شود که در سناریوهای مختلف می‌توانند اطلاعات متمایزی به همراه داشته باشند. بر اساس رگرسیون‌گیری به روش تکاملی، فرایند با یک مقدار میانگین ثابت از مقادیر خروجی آغاز می‌شود. با افزایش تکامل در هر چرخه، به تدریج پارامترهای بیشتری جهت دست‌یابی به رابطه‌ی بین متغیرهای مستقل مشارکت خواهند داشت. در شکل ۳، الگوریتم روش EPR مشاهده می‌شود. میزان دقت در هر مرحله از فرایند اخیر بر اساس ضریب R تعیین می‌شود:

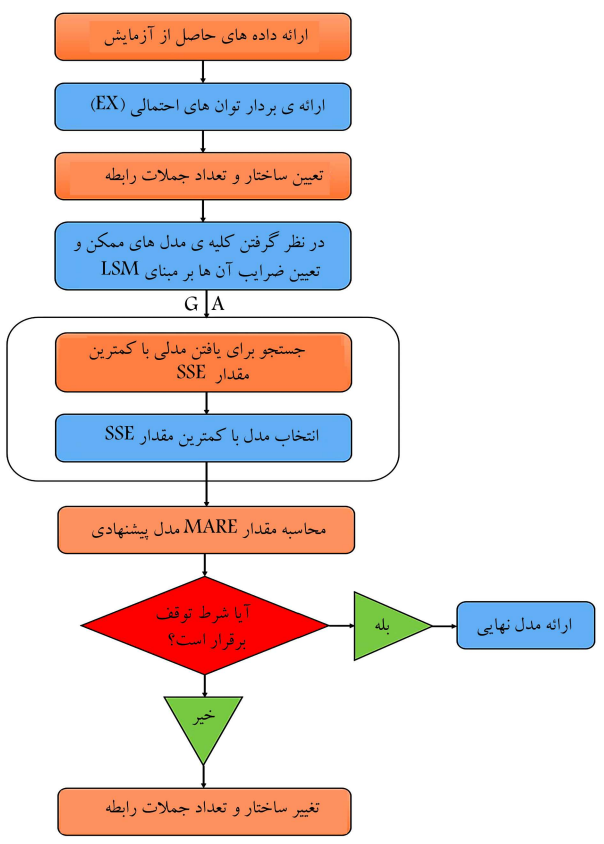
$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_a - y_p)^2}{\sum_{i=1}^N (y_a - \bar{y}_a)^2}} \quad (6)$$

که در آن،  $\bar{y}_a$  میانگین مقادیر هدف و N تعداد داده‌هایی است که بر مبنای آن، محاسبه‌ی ضریب R انجام می‌شود. اگر برآزش مدل، قابل قبول نباشد و یا با معیارهای پذیرش انطباق نداشته باشد، مدل موجود تکامل می‌یابد تا مدل جدید حاصل شود.

#### ۴. تخمین عرض مؤثر در دیوارهای I- شکل

##### ۴.۱. ضوابط آیین‌نامه‌ها در تخمین عرض مؤثر

همان‌طور که در بخش‌های پیشین اشاره شد، تأخیر برشی می‌تواند منجر به کاهش سختی و افزایش تنش و کرنش در مقطع المان سازه‌ی شود، که معمولاً تأثیر آن به



شکل ۳. الگوریتم روش رگرسیون چندجمله‌ی تکاملی EPR.<sup>[۳۳]</sup>

جدول ۶. تعیین رابطه‌ی رگرسیونی پارامتر بی بعد  $\lambda$  جهت محاسبه‌ی عرض مؤثر در دیوارهای L- شکل.

نوع دیوار	نمایش هندسی مقطع	شماره رابطه	روابط متناظر جهت محاسبه پارامتر بی بعد $\lambda$	R
بال کوچک مقطع		(۹)	$0.29965 + 2.7937\Pi_1 - 3.81188\Pi_1^2 + 12.968\Pi_1^3$	۰.۸۷
		(۱۰)	$0.24884 + 45.089\Pi_1 + 20.633\Pi_1^2 - 643.64\Pi_1^3$	۰.۸۹
		(۱۱)	$0.19181 + 3.6716\Pi_1 + 20.618\Pi_1^2 - 123.48\Pi_1^3$	۰.۸۵
بال بزرگ مقطع		(۱۲)	$0.20221 + 2.539\Pi_1 + 5.6207\Pi_1^2 - 199.34\Pi_1^3$	۰.۹۱
		(۱۳)	$-0.76652 + 5.7439\Pi_1 + 92.828\Pi_1^2 - 769.74\Pi_1^3$	۰.۸۵
		(۱۴)	$0.11731 + 4.8765\Pi_1 + 60.812\Pi_1^2 - 772.4\Pi_1^3$	۰.۹۱

#### ۲.۴. ارائه‌ی روابط پیشنهادی در تخمین عرض مؤثر

در بخش حاضر با استفاده از رگرسیون‌گیری به روش EPR، پس از تعیین توزیع کرنش‌های محوری حاصل از شبیه‌سازی عددی، ۴۲ نمونه دیوار برشی بتنی با مقطع L- شکل و با بال‌های نابرابر، روابطی کاربردی به منظور برآورد عرض مؤثر در بال و جان مقاطع L- شکل ارائه و در بخش آتی با مقادیر پیشنهادی توسط آیین‌نامه‌های معتبر بین‌المللی مقایسه شده‌اند. در ادامه، روابط جداگانه‌ی برای عرض مؤثر دیوارهای کوتاه، با رفتار ترکیبی و لاغر به تفکیک پیشنهاد شده است. با توجه به مطالعه‌ی تحلیلی انجام گرفته پیرامون مقدار عرض مؤثر مقطع، پارامتر بی بعد  $\lambda$  به منظور ارائه‌ی روابطی جهت محاسبه‌ی عرض مؤثر معرفی شده است.

همچنین، با توجه به نتایج مطالعات خالو و همکاران (۲۰۲۱) [۲۴] که مقدار بار محوری وارده و جابه‌جایی جانبی نسبی سازه را به عنوان پارامترهای مهم در رفتار دیوارهای برشی بالدار مطرح کرده‌اند، کمیت‌های اخیر به عنوان پارامتر بی بعد در روابط رگرسیونی پیشنهادی استفاده می‌شوند رابطه‌ی ۸:

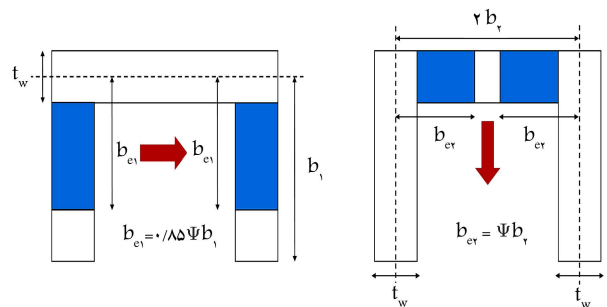
$$\Pi_1 = ALR = \frac{N}{f'_c A_g} \quad ; \quad \Pi_2 = \text{Drift} = U_L / H \quad (۸)$$

جهت سنجش دقت یک مدل رگرسیونی دو رویکرد وجود دارد: رویکرد اول، استفاده از داده‌های به کار رفته در فرایند ساخت مدل جهت بررسی دقت روابط حاصل است؛ و رویکرد دوم، استفاده از داده‌هایی کاملاً مجزا از داده‌های به کار رفته در مدل به منظور برآورد دقت مدل به دست آمده است. اکنون در جهت ارزیابی کارایی روابط فوق برای عرض مؤثر دیوارهای با مقطع L- شکل، از طریق رویکرد اول، در جدول ۶، مقادیر ضرایب تعیین (R) برای هر یک از روابط پیشنهادی برای دیوارهای کوتاه، با رفتار ترکیبی و لاغر ارائه شده‌اند. قابل ذکر است که برای روابط متناظر با عرض مؤثر مقطع، توان بیشینه و بیشترین مقدار تعداد جملات به ترتیب مقادیر ۲ و ۴ لحاظ شده است.

#### ۵. شرح و تفسیر نتایج

##### ۱.۵. مقایسه‌ی روابط پیشنهادی با ضوابط آیین‌نامه‌ها

به منظور مقایسه‌ی بهتر مقادیر عرض مؤثر حاصل شده از طریق روابط پیشنهادی با ضوابط آیین‌نامه‌ی در شکل‌های ۵ و ۶، نمودارهای تغییرات عرض مؤثر به ازاء

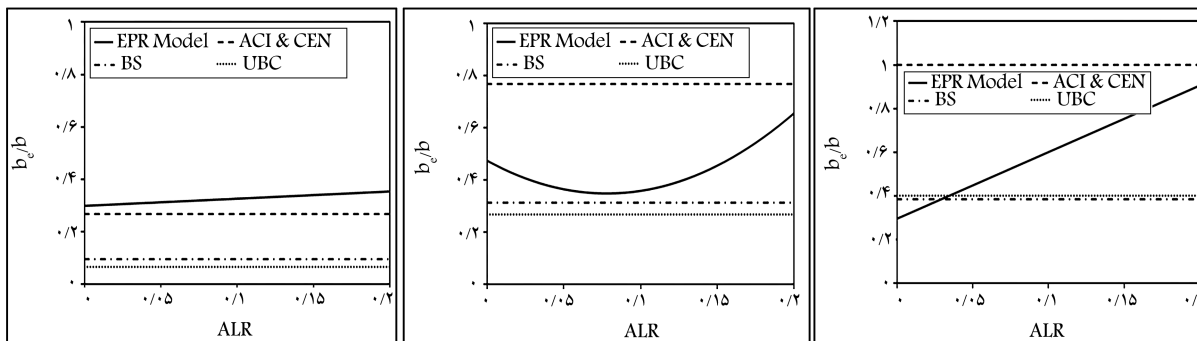


شکل ۴. محاسبه‌ی عرض مؤثر بال و جان در آیین‌نامه‌ی BS [۲۵]

لازم به ذکر است که ضرایب پیشنهادی جدول ۵ برای تیرهای طره‌ی تحت بار گسترده‌ی یکنواخت بوده و اثر بار محوری در آن لحاظ نشده است، که این موضوع می‌تواند دقت ضرایب پیشنهادی برای محاسبه‌ی عرض مؤثر دیوارهای برشی را تحت الشعاع قرار دهد.

همان‌طور که اشاره شد، بیشتر روابط پیشنهاد شده جهت تخمین عرض مؤثر در مقاطع غیرمستطیلی، ارتفاع دیوار را به عنوان پارامتر تعیین‌کننده معرفی کرده‌اند. در حالی که بر اساس مطالعات خالو و همکاران (۲۰۲۱) [۲۴] دو پارامتر نسبت بار محوری (ALR) [۱۸] و تغییرمکان جانبی نسبی [۱۹] به عنوان کمیت‌های تعیین‌کننده در مقدار عرض مؤثر مقاطع بالدار مطرح هستند. در نظر نگرفتن پارامترهای تأثیرگذار و کافی در روابط مذکور، سبب بروز ابهاماتی می‌شود. به عنوان مثال، نتایج تحقیقات مختلف نشان می‌دهد که رابطه‌ی پیشنهادی در آیین‌نامه‌ی UBC، مقادیر بسیار اندکی را برای عرض مؤثر مقطع در نظر گرفته است و طراحی بر مبنای آن غیراقتصادی خواهد بود. در مقابل، روابط آیین‌نامه‌های ACI-۳۱۸ و CEN نیز در مواردی عرض مؤثر مقطع را بیشتر از آنچه هست، ارائه می‌دهند و استفاده از ضوابط مذکور در طراحی، غیرمحافظة‌کارانه خواهد بود.

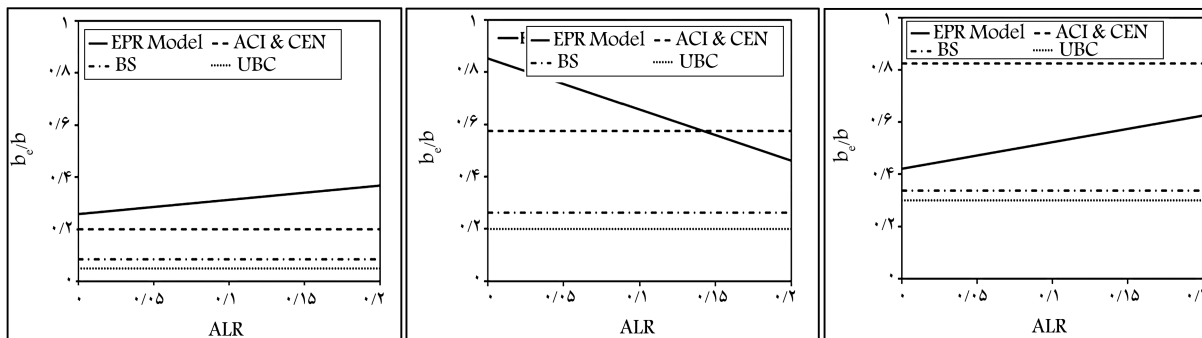
با توجه به مطالب عنوان شده، می‌توان نتیجه گرفت که کارایی رابطه‌ی ارائه شده برای عرض مؤثر بر مبنای آیین‌نامه‌ی BS، با توجه به لحاظ کردن دو پارامتر اساسی طول بال و ارتفاع دیوار، در قیاس با روابط دیگر عملکرد بهتری دارد. همچنین روابطی که در سال‌های اخیر به عنوان جایگزین برای تعیین عرض مؤثر ارائه شده‌اند، بعضاً فرم کلی ضابطه‌ی اخیر را الگو قرار داده و روابطی را مشابه آن پیشنهاد کرده‌اند. [۲۱]



ج) بال کوچک دیوار کوتاه L - شکل در تغییر مکان جانبی نسبی ۱ درصد؛

ب) بال کوچک دیوار ترکیبی L - شکل در تغییر مکان جانبی نسبی ۰/۵ درصد؛

الف) بال کوچک دیوار لاغر L - شکل در تغییر مکان جانبی نسبی ۰/۵ درصد؛

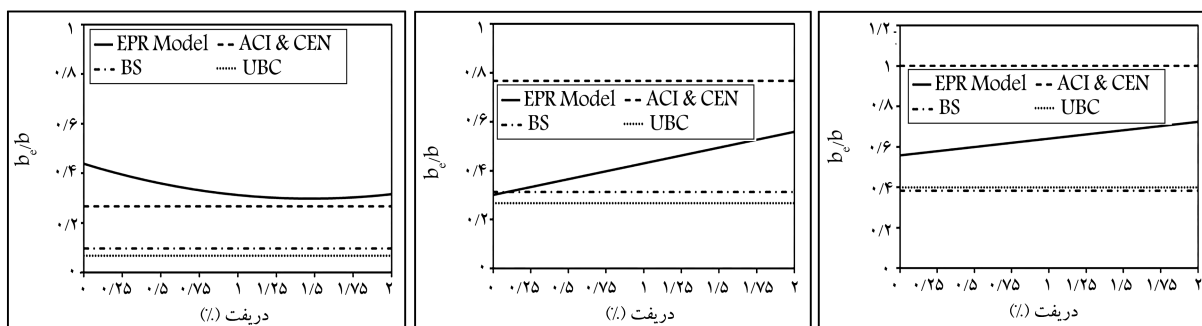


و) بال بزرگ دیوار کوتاه L - شکل در تغییر مکان جانبی نسبی ۱ درصد.

ه) بال بزرگ دیوار ترکیبی L - شکل در تغییر مکان جانبی نسبی ۱ درصد؛

د) بال بزرگ دیوار لاغر L - شکل در تغییر مکان جانبی نسبی ۰/۵ درصد؛

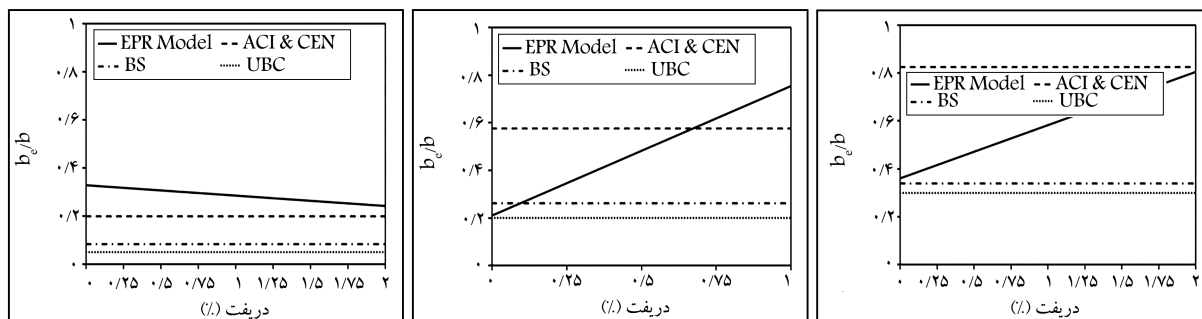
شکل ۵. تغییرات عرض مؤثر در دیوارهای با مقطع L- شکل با تغییرات نسبت بار محوری (ALR).



ج) بال کوچک دیوار کوتاه L- شکل، نسبت بار محوری ۰/۰۵ درصد؛

ب) بال کوچک دیوار ترکیبی L- شکل، نسبت بار محوری ۰/۰۵ درصد؛

الف) بال کوچک دیوار لاغر L- شکل، نسبت بار محوری ۰/۱۰ درصد؛



و) بال بزرگ دیوار کوتاه L - شکل، نسبت بار محوری ۵/۰ درصد.

ه) بال بزرگ دیوار ترکیبی L - شکل، نسبت بار محوری ۰/۰۵ درصد؛

د) بال بزرگ دیوار لاغر L - شکل، نسبت بار محوری ۰/۰۵ درصد؛

شکل ۶. تغییرات عرض مؤثر در دیوارهای با مقطع L- شکل با تغییرات درصد تغییر مکان جانبی نسبی سازه (Drift).

جدول ۷. نسبت میانگین خطای نسبی روابط پیشنهادی به میانگین خطای نسبی ضوابط مطرح شده در آیین نامه‌ها.

شماره‌ی رابطه	ACI [۴۰]	CEN [۴۳]	UBC [۴۴]	BS [۴۵]
(۹)	۱/۵۶	۱/۵۶	۰/۶۷	۰/۵۹
(۱۰)	۰/۸۲	۰/۸۲	۰/۵۶	۰/۷۲
(۱۱)	۱/۹۴	۱/۹۴	۰/۵۹	۰/۶۰
(۱۲)	۲/۴۳	۲/۴۳	۰/۷۰	۰/۵۴
(۱۳)	۰/۸۰	۰/۸۰	۱/۹۶	۵/۷۸
(۱۴)	۰/۲۷	۰/۲۷	۰/۹۳	۱/۴۵

## ۶. نتیجه‌گیری

در مطالعه‌ی حاضر، روابط کاربردی و مهندسی جهت ارزیابی عرض مؤثر در دیوارهای برشی بتنی با مقطع L- شکل پیشنهاد شده است که مبتنی بر روش رگرسیون‌گیری چندجمله‌یی تکاملی (EPR) است. ابتدا، ۴۲ دیوار برشی بتنی L- شکل با بال‌های نابرابر به عنوان نماینده‌ی دیوارهای با عملکرد برشی، برشی - خمشی و خمشی در برنامه‌ی FlashLab ساخته و سپس مطالعات عددی آنها در نرم‌افزار آباکوس انجام شده است. نتایج مدل‌سازی عددی در قالب تعیین توزیع جابه‌جایی و کرنش محوری تحت بارگذاری چرخه‌یی وارده به دیوارها بوده است، که در آن آثار پدیده‌ی تأخیر برشی لحاظ شده است. با استفاده از روش رگرسیون‌گیری EPR و با تعریف پارامتر بی‌بعد  $\lambda$ ، روابطی جهت تخمین عرض مؤثر در دیوارهای L- شکل ارائه و سنجش کارایی آنها بر اساس محاسبه‌ی ضریب تعیین R صورت گرفته است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود مقدار آن در بازه‌ی  $0/۸۵$  تا  $0/۹۱$  قرار دارد، که گواه بر دقت نتایج به دست آمده است. در انتها و به ازاء سطوح مختلف از نسبت بار محوری وارده و نیز درصد جابه‌جایی جانبی نسبی، مقادیر عرض مؤثر پیشنهادی از روابط رگرسیونی، با مقادیر حاصل از آیین‌نامه‌های بین‌المللی معتبر مقایسه شده است. برخلاف ضوابط آیین‌نامه‌ها که مقدار ثابتی را به عنوان عرض مؤثر توصیه می‌کنند، روابط پیشنهادی متأثر از نسبت بار محوری وارده به دیوار و نیز درصد جابه‌جایی جانبی نسبی آن است و ارزیابی دقیق‌تری از عرض مؤثر را در دیوارهای برشی بتنی L- شکل به همراه خواهد داشت. گفتنی است به منظور مقایسه‌ی دقت روابط مطرح شده، خطای ناشی از برآورد عرض مؤثر برای مجموعه‌ی شامل  $20\%$  از داده‌ها، که در تهیه‌ی روابط ارائه شده به کار نرفته بودند، تعیین و نسبت مقادیر آن محاسبه شده است، که به‌خوبی دقت مطلوب روابط پیشنهادی و نیز رابطه‌ی آیین‌نامه‌ی BS را در تعیین عرض مؤثر در قیاس با سایر ضوابط موجود مشخص کرده است.

لازم به ذکر است که علی‌رغم کمتر بودن دقت ضوابط آیین‌نامه‌ها در برآورد عرض مؤثر مقاطع L- شکل، با توجه به سهولت در به‌کارگیری آنها، توصیه می‌شود که در مراحل اولیه‌ی طراحی و به منظور دست‌یابی به برآوردی از ابعاد، از روابط پیشنهاد شده در آیین‌نامه‌های معتبر طراحی سازه‌های بتنی استفاده شود و سپس در مراحل بعدی، جهت تحلیل دقیق‌تر سازه‌ی دیوار به کمک برنامه‌های رایانه‌ی، روابط ارائه شده در مطالعه‌ی حاضر به کار گرفته شود.

افزایش بار محوری و تغییر مکان جانبی نسبی ترسیم و نمایش داده شده‌اند. همان‌طور که در بخش قبل اشاره شد، روابط پیشنهادی آیین‌نامه‌ها، ضوابطی ساده و بر اساس ضریبی از ارتفاع دیوار یا عرض مقطع هستند. به عبارت دیگر، آثار ناشی از بار محوری و تغییر مکان جانبی نسبی در محاسبه‌ی آنها لحاظ نمی‌شود. لذا چگونگی تغییرات عرض مؤثر با پارامترهای ذکر شده به صورت یک خط افقی خواهد بود.

## ۲.۵. سنجش کارایی روابط پیشنهادی

حال به منظور بررسی کارایی روابط پیشنهادی جهت تخمین عرض مؤثر دیوارهای با مقطع L- شکل از رویکرد دوم، که در بخش قبل تعریف شده است، استفاده و  $20\%$  از داده‌های حاصل از شبیه‌سازی عددی به صورت جداگانه به روابط به دست آمده به همراه روابط پیشنهادی آیین‌نامه‌های ACI، CEN، UBC و BS ارائه شده است. همچنین میانگین قدرمطلق درصد اختلاف مقادیر تخمینی برای عرض مؤثر با مقادیر واقعی نظیر، برای هر کدام محاسبه و سپس نسبت مقادیر روابط پیشنهادی به مقدار نظیر ضوابط آیین‌نامه‌ها تعیین و در جدول ۷ ارائه شده است. اگر نسبت مذکور کمتر از ۱ باشد، نشان از دقت بیشتر روابط پیشنهادی در قیاس با ضوابط آیین‌نامه‌ها دارد.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، بیشتر اعداد جدول ۷ کمتر از ۱ هستند، که حاکی از دقت مطلوب و برتری ضوابط پیشنهادی در برآورد عرض مؤثر مقطع در دیوارهای غیرمستطیلی با مقطع L- شکل است. همچنین در جهت تصدیق نتایج پژوهش‌های انجام شده پیرامون کارایی ضوابط آیین‌نامه‌های مختلف در برآورد عرض مؤثر، در صورتی که نتایج به دست آمده از مدل EPR به عنوان تقریبی از مقادیر واقعی عرض مؤثر تلقی شود، آن‌گاه به‌خوبی ملاحظه می‌شود که عرض مؤثر پیشنهادی آیین‌نامه‌های ACI و CEN در بسیاری از موارد بیشتر از مقدار واقعی است و در مقابل، عرض مؤثر پیشنهادی توسط آیین‌نامه‌ی UBC، عمدتاً به طور قابل ملاحظه‌ی

## پانویس‌ها

1. shear-lag
2. Palermo
3. Brueggen
4. Shi & Wang

5. Zhang & Li
6. Liu
7. Ni & Cao
8. Hoult
9. Lu & Li
10. evolutionary polynomial regression

11. concrete damage plasticity
12. Jiaxing
13. effective width
14. Ray
15. european seismic design code
16. uniform building code
17. british standard
18. axial load ratio
19. drift

### منابع (References)

1. Hassan, M. and El-Tawil, Sh. "Tension flange effective width in reinforced concrete shear walls", *Structural Journal*, **100**(3), pp. 349-356 (2003).
2. Zhang, Y.-H. and Lin, L.-X. "Shear lag analysis of thin-walled box girders based on a new generalized displacement", *Engineering Structures*, **61**, pp. 73-83 (2014).
3. Castro, J.M., Elghazouli, A.Y. and Izzuddin, B.A. "Assessment of effective slab widths in composite beams", *Journal of Constructional Steel Research*, **63**(10), pp. 1317-1327 (2007).
4. Reissner, E. "Analysis of shear lag in box beams by the principle of minimum potential energy", *Quarterly of Applied Mathematics*, **4**(3), pp. 268-278 (1946).
5. Kuzmanović, B.O. and Graham, H.J. "Shear lag in box girders", *Journal of the Structural Division*, **107**(9), pp. 1701-1712 (1981).
6. Dezi, L. and Mentraști, L. "Nonuniform bending-stress distribution (shear lag)", *Journal of Structural Engineering*, **111**(12), pp. 2675-2690 (1985).
7. Song, Q.-G. and Scordelis, A.C. "Shear-lag analysis of T-, I-, and box beams", *Journal of Structural Engineering*, **116**(5), pp. 1290-1305 (1990).
8. Cambronero-Barrientos, F., Diaz-del-Valle, J. and Martinez-Martinez, J.-A. "Beam element for thin-walled beams with torsion, distortion, and shear lag", *Engineering Structures*, **143**, pp. 571-588 (2017).
9. Argyridi, A.K. and Sapountzakis, E.J. "Advanced analysis of arbitrarily shaped axially loaded beams including axial warping and distortion", *Thin-Walled Structures*, **134**, pp. 127-147 (2019).
10. Gara, F., Ranzi, G. and Leoni, G. "Simplified method of analysis accounting for shear-lag effects in composite bridge decks", *Journal of Constructional Steel Research*, **67**(10), pp. 1684-1697 (2011).
11. Zhang, Zh. and Li, B. "Shear lag effect in tension flange of RC walls with flanged sections", *Engineering Structures*, **143**, pp. 64-76 (2017).
12. Luo, D., Zhang, Zh. and Li, B. "The effects of shear deformation in non-rectangular steel reinforced concrete structural walls", *Journal of Constructional Steel Research*, **169**, 106043 (2020).
13. Khaloo, A.R., Tabiee, M. and Abdoos, H. "Shear lag effect on non-rectangular RC shear walls: a review of the literature", *7<sup>th</sup> international Congress on Civil Engineering, Architecture and Urban Development*, Tehran, Iran, p. 11 (In Persian) (2011).
14. Palermo, D., Abdulridha, A. and Charette, M. "Flange participation for seismic design of reinforced concrete shear walls", *Proceedings of the 9<sup>th</sup> Canadian Conference on Earthquake Engineering*, Ottawa, Canada (2007).
15. Kheyroddin, A. and Mortezaei, A. "Investigation of influential variables in flange effective width of reinforced concrete shear walls", *9<sup>th</sup> Canadian Conference on Earthquake Engineering*, Ottawa, Canada (2007).
16. Brueggen, B.L. "Performance of T-shaped reinforced concrete structural walls under multi-directional loading", *Diss. University of Minnesota* (2009).
17. Brueggen, B.L., Catherine E.F. and Sri, S. "T-shaped RC structural walls subjected to multidirectional loading: test results and design recommendations", *Journal of Structural Engineering*, **143**(7), 04017040 (2017).
18. Shi, Q.-X. and Wang, B. "Simplified calculation of effective flange width for shear walls with flange", *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, **25**(12), pp. 558-577 (2016).
19. Liu, C., Wei, X., Wu, H. and et al. "Research on shear lag effect of t-shaped short-leg shear wall", *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, **61**(3), pp. 602-610 (2017).
20. Ni, X. and Cao, Sh. "Shear lag analysis of I-shaped structural members", *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, **27**(10), e1471 (2018).
21. Hoult, R.D. "Shear lag effects in reinforced concrete C-shaped walls", *Journal of Structural Engineering*, **145**(3), 04018270 (2019).
22. Lu, N. and Li, W. "Analytical study on the effective flange width for T-shaped shear Walls", *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, **64**(1), pp. 253-264 (2020).
23. Khaloo, A.R., Tabiee, M. and Abdoos, H. "Analytical study of distribution of shear lag-induced stress in non-rectangular reinforced concrete shear walls", *12<sup>th</sup> International Congress on Civil Engineering*, Mashhad, Iran, P. 8 (In Persian) (2021).
24. Khaloo, A.R., Abdoos, H. and Tabiee, M. "A novel approach to the parametric study on the effective flange width of non-rectangular reinforced concrete shear walls", *Journal of Concrete Structures and Materials*, **6**(1), pp. 138-161 (2021).
25. Khaloo, A., Tabiee, M. and Abdoos, H. "A numerical laboratory for simulation of flanged reinforced concrete shear walls", *Journal of Numerical Methods in Civil Engineering*, **6**(3), pp. 92-102 (2022).
26. Zhang, Zh., Luo, D. and Li, B. "Strain nonlinearity and shear lag effect in compressive flange of reinforced concrete structural walls", *ACI Structural Journal*, **118**(3), pp. 199-208 (2021).
27. Arnott, Ke. "Shear wall analysis- new modelling, same answers", *Structural Engineer*, **83**(3), pp. 20-22 (2005).
28. Park, R. and Paulay Th. "Reinforced concrete structure" *In John Wiley & sons, Department of Civil Engineering, University of Canterbury*, Christchurch, pp.1-784, New Zealand (1991).
29. Kent, D.Ch. and Park, R. "Flexural members with confined concrete", *Journal of the Structural Division*, **97**(7), pp. 1969-1990 (1971).



30. Barth, K.E. and Wu, H. "Efficient nonlinear finite element modeling of slab on steel stringer bridges", *Finite Elements in Analysis and Design*, **42**(14-15), pp. 1304-1313 (2006).
31. Jiaying, M. "Experimental and analytical investigations on seismic behavior of non-rectangular reinforced concrete squat walls", *Doctoral thesis, Nanyang Technological University*, Singapore (2017).
32. Giustolisi, O. and Savic, D.A. "Advances in data-driven analyses and modelling using EPR-MOGA", *Journal of Hydroinformatics*, **11**(3-4), pp. 225-236 (2009).
33. Ahangar-Asr, A., Faramarzi, A., Mottaghifard, N. and et al. "Modeling of permeability and compaction characteristics of soils using evolutionary polynomial regression", *Computers & Geosciences*, **37**(11), pp. 1860-1869 (2011).
34. Lertsima, Ch., Chaisomphob, T., Yamaguchi, E. and et al. "Deflection of simply supported box girder including effect of shear lag", *Computers & Structures*, **84**(1-2), pp. 11-18 (2005).
35. Sa-nguanmanasak, J., Chaisomphob, T. and Yamaguchi, E. "Stress concentration due to shear lag in continuous box girders", *Engineering Structures*, **29**(7), pp. 1414-1421 (2007).
36. Amadio, C. and Fragiacomio, M. "Effective width evaluation for steel-concrete composite beams", *Journal of Constructional Steel Research*, **58**(3), pp. 373-388 (2002).
37. Lin, Zhi. and Zhao, J. "Revisit of AASHTO effective flange-width provisions for box girders", *Journal of Bridge Engineering*, **16**(6), pp. 881-889 (2011).
38. He, X., Xiang, Y., Qiu, X. and et al. "Shear lag including axial balance of box beams by finite segment model", *Journal of Constructional Steel Research*, **189**, 107043 (2022).
39. Ray, S.S. "Reinforced concrete: analysis and design", *Cambridge University Press* (1995).
40. A.C.I.C. 318, "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19): An ACI Standard", *Commentary on Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318R-19)*, in: American Concrete Institute (2019).
41. *Iranian Concrete Code of Practice (ABA)*, "Planning and management organization", PN, 120 (2001).
42. Waugh, J.D. "Nonlinear analysis of T-shaped concrete walls subjected to multi-directional displacements", *Iowa State University* (2009).
43. E. CEN, 8, "Design of structures for earthquake resistance—Part 1: General rules, seismic actions and rules for building", *Br. Stand. Institute*, London, UK. (2004).
44. *Uniform Building Code International council of Building Officials*, "ICBO (International Council of Building Officials)", Whittier, CA, (1994).
45. B.S. BS5400, Steel, "Concrete and composite bridges, Part 5, Code of practice for design of composite bridges", *Br. Stand. Institution*, London (1979).