

روشی برای حل مسائل تحکیم غیرخطی با استفاده از مفهوم حالت آشفستگی

احد اوریا (استاد)

دانشکده فنی و مهندسی عمران، دانشگاه محقق اردبیلی

مهندسی عمران شریف (پهار ۲۰۲۰) (۱۴۰۲)
دوری ۲ - ۳۹، شماره ۱، ص. ۴۷-۳۹، (پژوهشی)

در پژوهش حاضر، روشی برای حل معادله دیفرانسیل تحکیم غیرخطی با نفوذپذیری تراکم‌پذیری و ضخامت لایه متغیر ارائه شده است، که بر اساس مفهوم حالت‌های آشفستگی است. در روش مذکور، جواب‌های معادله تحکیم غیرخطی به صورت ترکیبی از جواب‌های معادله تحکیم ترقاقی در دو شرایط اولیه و نهایی ارائه شده است. برای ترکیب جواب‌های معادله ترقاقی از تابع حالتی استفاده شده است که بر اساس نتایج به دست آمده از روش تفاضلات محدود استخراج شده است. پارامترهای روش ارائه شده بر اساس مشخصات خاک در دو سطح تنش مؤثر اولیه قبل از شروع تحکیم و سطح تنش مؤثر نهایی بعد از تکمیل تحکیم تعیین شده‌اند. برای بررسی راستی آزمایشی روش ارائه شده از نتایج روش تفاضلات محدود و نیز نتایج آزمایشگاهی منتشر شده استفاده شده است. مقایسه‌ی نتایج روش ارائه شده با نتایج عددی و آزمایشگاهی نشان می‌دهد که نتایج روش ذکر شده، دقت بسیار خوبی دارد.

واژگان کلیدی: تحکیم غیرخطی، مفهوم حالت‌های آشفستگی، تراکم‌پذیری، نفوذپذیری، درصد تحکیم.

aouria@uma.ac.ir

۱. مقدمه

طبق تئوری تحکیم ترقاقی، ضخامت لایه‌ی خاک و نیز ضریب تحکیم برای هر دامنه‌ی بارگذاری، مقدار ثابتی در نظر گرفته می‌شود، که در عمل به ندرت چنین فرضیاتی برقرار است. برای جبران کاستی‌های ناشی از فرضیات ذکر شده در تئوری تحکیم ترقاقی، آزمایش‌های تحکیم در دامنه‌های تنش کوچک انجام و برای هر دامنه‌ی تنش مشخص، ضخامت لایه و ضریب تحکیم متفاوتی در نظر گرفته می‌شود، که برای مقاصد عملی با دقت محاسبات پایین قابل قبول است. از این رو، بررسی روش‌هایی که در حل مسئله‌ی تحکیم، تغییرات مشخصات خاک و نیز ضخامت لایه‌ی خاک، که تأثیر زیادی در سرعت تحکیم دارد، ضروری است.

تئوری تحکیم ترقاقی برای شرایط تنش و جریان یک‌بعدی در دستگاه اِدوَمتر توسعه یافته است. بایوت^[۱] (۱۹۴۱)، در فرمول‌بندی معادلات تحکیم، شرایط تنش - تغییرشکل و جریان سه‌بعدی را در نظر گرفته است. همچنین طبق تئوری تحکیم بایوت، معادلات تعادل و جریان به صورت هم‌بسته نیز در نظر گرفته شده‌اند.^[۲] دیویس و ریمنوند^[۳] (۱۹۶۵)، نیز رابطه‌ی تنش و تخریل لگاریتمی را به معادلات تحکیم وارد و با توجه به پیچیدگی معادلات حاصل، استفاده از ضریب تحکیم ثابت را توصیه کرده‌اند.^[۳] اساس بسیاری از تئوری‌های توسعه‌یافته‌ی تحکیم، مطالعات گیبسون^[۴] و همکاران است.^[۵] گیبسون و همکاران (۱۹۸۱)،^[۵] معادله‌ی دیفرانسیل تحکیم را بر اساس اختلاف سرعت حرکت ذرات جامد خاک و سیال منفذی توسعه داده‌اند. برخلاف تئوری ترقاقی، تئوری تحکیم گیبسون، قابلیت اعمال رفتار غیرخطی ناشی

خاک به عنوان فراگیرترین مصالح ساختمانی از سه فاز جامد، مایع و گاز تشکیل شده است. رفتار خاک به عنوان یک ماده‌ی اصطکاک‌ی، از اندرکنش سه فاز تشکیل‌دهنده‌ی آن متأثر است. در بسیاری از مسائل عملی مکانیک خاک، مانند تحکیم، بررسی رفتار خاک در حالت اشباع کامل مورد نیاز است. در شرایط اشباع کامل، فقط بررسی آثار متقابل دانه‌های جامد خاک و آب موجود در فضای خالی بین حفره‌ها لازم است. یکی از مهم‌ترین پیشرفت‌های علم مکانیک خاک، معرفی مفهوم تنش مؤثر در خاک‌ها توسط ترقاقی (۱۹۹۶) بوده است، که بر اساس آن، تئوری تحکیم ترقاقی توسعه یافته است.^[۱] بر اساس تئوری تحکیم ترقاقی، تغییر شکل توده‌ی جامد خاک اشباع مستلزم خروج آب از منافذ بین دانه‌های جامد خاک است. در واقع، معادله‌ی تحکیم یک‌بعدی ترقاقی، یک رابطه‌ی سازگاری بین تغییرات حجم توده‌ی جامد خاک و تغییرات حجم آب منفذی است، که به صورت رابطه‌ی ۱ بیان می‌شود:^[۱]

$$c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (1)$$

که در آن، u و c_v به ترتیب اضافه فشار آب منفذی و ضریب تحکیم هستند.

تاریخ: دریافت ۱۴۰۱/۶/۱، اصلاحیه ۱۴۰۱/۷/۳، پذیرش ۱۴۰۱/۸/۱۸.

DOI:10.24200/J30.2022.60990.3136

استناد به این مقاله:

اوریا، احد (۱۴۰۲). «روشی برای حل مسائل تحکیم غیرخطی با استفاده از مفهوم حالت آشفستگی». مهندسی عمران شریف (پهار ۲۰۲۰)، ص. ۴۷-۳۹.

مبنا، k ضریب نفوذپذیری و k_v ضریب نفوذپذیری مبنا در نسبت تخلخل b و M شیب نمودار ضریب نفوذپذیری در برابر تخلخل در مقیاس نیمه‌لگاریتمی هستند. عباسی و همکاران (۲۰۰۷)^[۷] و آن - فنگ^۷ و همکاران (۲۰۱۸)^[۱۵] نشان داده‌اند که با اعمال معادله‌های ۳ و ۴ در معادله‌های ۲ و ۱، می‌توان غیرخطی بودن مشخصات خاک را به صورت رابطه‌ی ۵ وارد معادله‌ی دیفرانسیل تحکیم ترزاقی کرد:

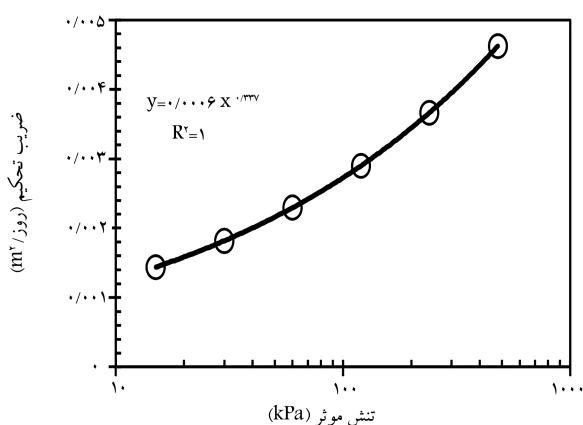
$$c_v(\sigma') \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (5)$$

که در آن، $c_v(\sigma')$ ضریب تحکیم غیرخطی است، که مطابق معادله‌ی ۶، تابعی از سطح تنش مؤثر است:^[۱۵]

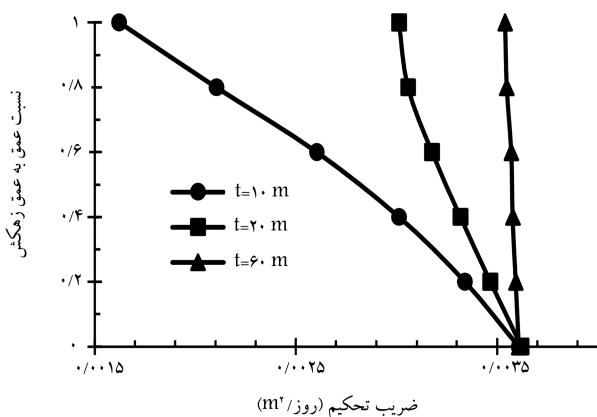
$$c_v(\sigma') = \frac{\gamma_w \gamma_w (1 + e_0)}{c_e \gamma_w} \left(1 - \frac{e_0 - b}{M} \right) \sigma' \left(1 - \frac{c_e}{M} \right) \quad (6)$$

معادله‌ی دیفرانسیل نشان داده شده در رابطه‌ی ۵، غیرخطی است و حل آن، نیاز به فرایند ریاضی پیچیده‌ی دارد. با توجه به پیچیدگی روش‌های تحلیلی، حل معادله‌ی ۶ بیشتر با استفاده از روش‌های عددی صورت می‌گیرد.

در شکل ۱، تغییرات ضریب تحکیم برای یک نقطه از نمونه‌ی خاک رس سیلتی، که در آزمایش تحکیم هیدرولیکی توسط عباسی و همکاران (۲۰۰۷)^[۷] اندازه‌گیری شده است، مشاهده می‌شود؛ که مطابق آن، تغییرات ضریب تحکیم به صورت تابعی پیوسته بوده و مقادیر اولیه و نهایی آن قبل از شروع تحکیم و بعد از تکمیل آن مشخص شده است. در شکل ۲، نیز تغییرات ضریب تحکیم در عمق نمونه‌ی خاک



شکل ۱. تغییرات ضریب تحکیم بر اساس تنش مؤثر برای نمونه‌ی رس سیلتی.^[۷]



شکل ۲. تغییرات ضریب تحکیم طی فرایند تحکیم در عمق نمونه‌ی رس سیلتی.^[۷]

از تغییرات مشخصات خاک، شامل تغییرات ضریب‌های نفوذپذیری و تراکم‌پذیری خاک و نیز رفتار غیرخطی هندسی ناشی از تغییرات ضخامت لایه‌ی خاک را دارد. کرنی و باتاجلیو^۴ (۱۹۹۴)^[۶]، تحکیم غیرخطی خاک‌های رسی را مطالعه و روش‌های تحلیلی برای حل معادلات دیفرانسیل غیرخطی تحکیم ارائه کرده‌اند. عباسی و همکاران (۲۰۰۷)^[۷]، تغییرات تراکم‌پذیری و نفوذپذیری خاک را طی فرایند تحکیم در آزمایشگاه بررسی و روشی تقریبی برای تعیین درصد تحکیم در شرایط غیرخطی ارائه کرده‌اند. همچنین، ایشان بر اساس روش تفاضلات محدود، روشی برای حل معادله‌ی غیرخطی تحکیم ارائه کرده‌اند. توفیق و اوریا (۲۰۰۹)^[۸] نیز روشی برای حل معادلات غیرخطی تحکیم تحت بارگذاری متناوب ارائه کرده‌اند، که با استفاده از نوعی نگاهت در فضای زمان، تئوری تحکیم ترزاقی را برای استفاده در شرایط بارگذاری متناوب تعمیم داده‌اند. ابولناجا و پندر^۵ (۲۰۱۲)، با تغییر نمودارهای درصد تحکیم ترزاقی، روشی برای اعمال آثار تغییرات مشخصات خاک طی فرایند تحکیم در جواب‌های معادله‌ی تحکیم ارائه داده‌اند.^[۹] بو^۶ و همکاران (۲۰۱۸)^[۱۰] بر اساس آنالیزهای حدی، روشی برای حل معادله‌ی غیرخطی تحکیم ارائه داده‌اند، که علاوه بر تغییرات مشخصات خاک، تأثیر گسترش اضافه فشار آب منفذی را در نتایج اعمال می‌کند. مطالعات دیگری نیز در زمینه‌ی تحکیم غیرخطی صورت گرفته است، که بیشتر آن‌ها بر اساس تئوری تحکیم گیبسون بوده است، که با توجه به پیچیدگی معادلات، روش حل آن‌ها بر اساس روش‌های عددی بوده است.^[۱۱-۱۳] با توجه به این‌که بروز نشست‌های ناشی از تحکیم یک فرایند زمان‌بر است و نشانه‌های آن بعد از تکمیل پروژه و در زمان بهره‌برداری نمایان می‌شود، امکان اصلاح و بازبینی طرح محدود است. از این رو، ارائه‌ی روش‌هایی که به‌سادگی امکان اعمال شرایط غیرخطی در محاسبات و تعیین دقیق تر نشست‌ها را فراهم کند، ضروری است. در پژوهش حاضر، روشی برای حل مسئله‌ی تحکیم غیرخطی ناشی از تغییرات مشخصات مصالح و ضخامت لایه‌ی خاک ارائه شده است، که با استفاده از تئوری ترکیب منطقی، جواب‌های معادله‌ی دیفرانسیل غیرخطی تحکیم را از ترکیب جواب‌های معادله‌ی تحکیم خطی ترزاقی در دو حالت مبنای اولیه و نهایی تعیین می‌کند.

۲. مواد و روش‌ها

۲.۱. تحکیم غیرخطی یک بُعدی

رابطه‌ی حاکم بر ضریب تحکیم در معادله‌ی ۱، به صورت تابعی از ضریب‌های نفوذپذیری و تراکم‌پذیری حجمی خاک است، که مطابق رابطه‌ی ۲ است:^[۱]

$$c_v = \frac{(1 + e) k}{a_v \gamma_w} \quad (2)$$

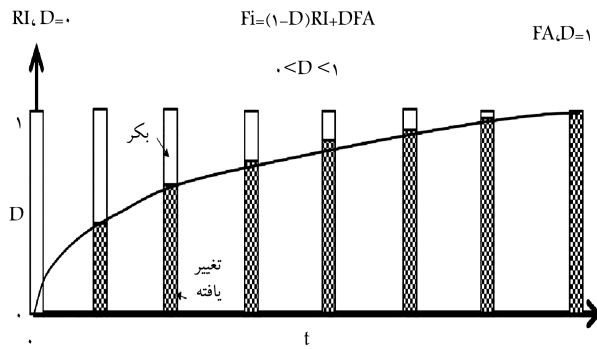
که در آن، e ، k ، a_v ، γ_w به ترتیب: نسبت تخلخل، ضریب نفوذپذیری، نشانه‌ی فشردگی در فضای تنش - نسبت تخلخل در مقیاس معمولی و وزن مخصوص سیال منفذی (آب) هستند.

با فرض تراکم‌ناپذیری سیال منفذی، معادله‌ی ۲، تابعی از نسبت تخلخل و ضریب نفوذپذیری است، که هر دو آن‌ها تابع تنش مؤثر هستند (روابط ۳ و ۴):^[۱۵]

$$e = a - c_e \log \left(\frac{\sigma'}{\sigma'_0} \right) \quad (3)$$

$$k = b + M \log \left(\frac{k}{k_0} \right) \quad (4)$$

که در آن‌ها، c_e نشانه‌ی فشردگی در مقیاس نیمه‌لگاریتمی، σ' تنش مؤثر، σ'_0 تنش مؤثر مبنا، که برابر یک واحد تنش در نظر گرفته می‌شود، a نسبت تخلخل در تنش



شکل ۳. مفهوم حالت آشفتهگی.

اولیه‌ی خاک (RI) در نظر گرفته می‌شود. در ابتدای تحکیم، مقادیر تنش مؤثر در بیشتر قسمت‌های لایه به مقادیر تنش مؤثر اولیه نزدیک است؛ ولی با افزایش درصد تحکیم، تنش مؤثر در بیشتر قسمت‌های لایه به تنش مؤثر نهایی نزدیک می‌شود. در هر زمانی بین زمان‌های اولیه و نهایی، مشخصاً خاک می‌تواند به صورت میانگینی از مشخصات خاک در دو حالت اولیه و نهایی بیان شود.

از آنجایی که فرایند تحکیم، تابع مشخصات خاک است، درصد تحکیم در شرایط غیرخطی نیز تابع درصد تحکیم در دو شرایط اولیه و نهایی خواهد بود. در نتیجه با توجه به توضیحات اخیر، تعمیم مفهوم حالت آشفته به مسئله‌ی تحکیم غیرخطی با مشخصات مصالح و ضخامت متغیر به صورت رابطه‌ی ۸ خواهد بود: [۲۳]

$$UN_i(t) = D U_{LFA}(t) + (1 - D) U_{LRI}(t) \quad (8)$$

که در آن، UN_i متوسط درصد تحکیم در تحلیل غیرخطی با ضخامت و ضریب تحکیم متغیر، U_{LRI} متوسط درصد تحکیم در تحلیل خطی با ضریب تحکیم و ضخامت ثابت برابر با مقادیر اولیه، نظیر تنش مؤثر در زمان قبل از شروع تحکیم و U_{LFA} متوسط درصد تحکیم در تحلیل خطی با ضریب تحکیم و ضخامت ثابت برابر با مقادیر نهایی نظیر تنش مؤثر در زمان اتمام تحکیم هستند.

مهم‌ترین بخش استفاده از مفهوم حالت آشفتهگی برای حل مسائل مختلف، تعیین تابع حالت است. روش‌های مختلفی مانند فرمول‌بندی ریاضی یا مشاهده‌های آزمایشگاهی برای تعیین تابع حالت استفاده می‌شود. با توجه به این‌که هدف پژوهش حاضر، حل معادله‌ی دیفرانسیل غیرخطی تحکیم است، لذا از روش فرمول‌بندی ریاضی برای تعیین تابع حالت استفاده شده است. برای این منظور، با استفاده از رابطه‌ی ۸، می‌توان تابع حالت را به صورت رابطه‌ی ۹ بیان کرد: [۱۶]

$$D = \frac{UNL - ULRI}{ULFA - ULRI} \quad (9)$$

با توجه به رابطه‌ی اخیر، برای تعیین فرم تابع حالت، مسئله‌ی تحکیم باید در سه حالت غیرخطی با ضریب تحکیم و ضخامت متغیر (UNL)، خطی با مشخصات اولیه‌ی ثابت ($ULRI$) و خطی با مشخصات نهایی ثابت ($ULFA$) تحلیل شود. برای تحلیل‌های خطی از جواب‌های تئوری تحکیم ترزاقی استفاده می‌شود، ولی برای تحلیل تحکیم غیرخطی از روش تفاضلات محدود برای تعیین جواب‌های معادله‌ی ۵ استفاده شده است.

۳.۲. حل معادله‌ی دیفرانسیل غیرخطی تحکیم با استفاده از روش

تفاضلات محدود

با استفاده از روش تفاضلات محدود می‌توان معادله‌ی دیفرانسیل غیرخطی تحکیم را حل کرد. در شکل ۴، شبکه‌ی تفاضلات محدود در دامنه‌ی زمان و مکان، که

در زمان‌های مختلف مشاهده می‌شود؛ که مطابق آن، مقدار ضریب تحکیم در هر نقطه از توده‌ی خاک در زمان‌های مختلف، تابع تنش مؤثر است و مقادیر متفاوتی خواهد داشت؛ ولی مقادیر آن بین دو مقدار اولیه برابر با ضریب تحکیم نظیر تنش مؤثر قبل از شروع تحکیم و مقدار نهایی، که برابر ضریب تحکیم نظیر تنش مؤثر پس از تکمیل فرایند تحکیم است، خواهد بود.

در واقع شرایط تنش در توده‌ی خاک در هر زمانی بعد از شروع تحکیم و قبل از تکمیل آن، شامل شرایط تنش نهایی در مرز مجاور زهکش و شرایط تنش اولیه در نقاط نزدیک به مرز نفوذناپذیر خواهد بود، که با گذشت زمان مقادیر تنش مؤثر در تمامی نقاط به مقدار تنش مؤثر نهایی نزدیک خواهد شد، که نشان‌دهنده‌ی ناهمگن بودن توده‌ی خاک در حال تحکیم است.

بر اساس مفهوم حالت آشفتهگی، [۱۶] مشخصات توده‌ی خاک غیرهمگن ناشی از تغییرات تنش را می‌توان به صورت میانگین وزن دار مشخصات قسمت‌های مختلف آن بیان کرد. همچنین رفتار یک محیط غیرهمگن را نیز می‌توان به صورت ترکیبی از رفتارهای قسمت‌های مختلف آن محیط غیرهمگن بیان کرد. در نتیجه، اگر بتوان جواب‌های معادله‌ی دیفرانسیل غیرخطی تحکیم را به صورت ترکیبی غیرخطی از جواب‌های معادله‌ی دیفرانسیل خطی تحکیم ترزاقی در دو شرایط اولیه و نهایی قبل و بعد از تحکیم بیان کرد، در این صورت می‌توان تئوری تحکیم ترزاقی را به شرایط غیرخطی تعمیم داد.

۲.۲. مفهوم حالت آشفتهگی

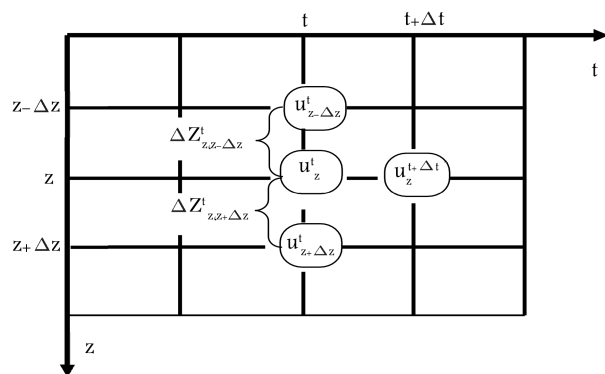
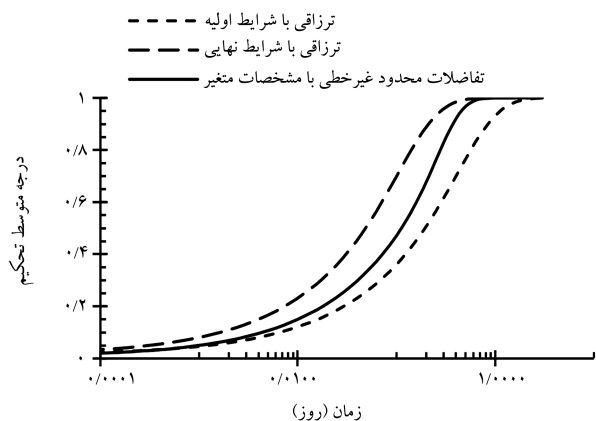
بر اساس مفهوم حالت آشفتهگی، واکنش یک جسم می‌تواند بر اساس ترکیبی از واکنش‌های اجزاء تشکیل‌دهنده‌ی آن بیان شود. به عبارتی، عوامل محرک خارجی موجب تغییر حالت یک جسم از حالت موجود به یک حالت تعادلی جدید می‌شوند. در عمل ممکن است نقش دقیق اجزاء مختلف جسم در فرایند تغییر حالت جسم به یک حالت پایدار جدید قابل اندازه‌گیری نباشد، ولی در عوض رفتار اولیه‌ی مصالح قابل مشاهده و بررسی است و حالت ایده‌آل نهایی را نیز می‌توان از روی رفتار مشاهده شده در طول تغییرات انجام شده تعیین کرد. مفهوم اخیر، ابتدا برای مدل‌سازی مصالح خاکی توسعه داده شده است. [۱۷-۲۲] سپس برای انواع دیگر مسائل ژئوتکنیک، مانند تحکیم خاک‌های اشباع [۲۳] و فروریزش خاک‌های غیراشباع، [۲۴] نیز استفاده شده است.

بر اساس مفهوم حالت آشفتهگی، پاسخ مصالح در هر حالت دلخواه بین دو حالت مرجع اولیه‌ی RI و نهایی FA ، می‌تواند با استفاده از یک تابع حالت مناسب، به صورت ترکیبی از پاسخ‌های مصالح در دو حالت مرجع اخیر به صورت رابطه‌ی اساسی ۷ بیان شود: [۱۶]

$$F_i = DFA + (1 - D)RI \quad (7)$$

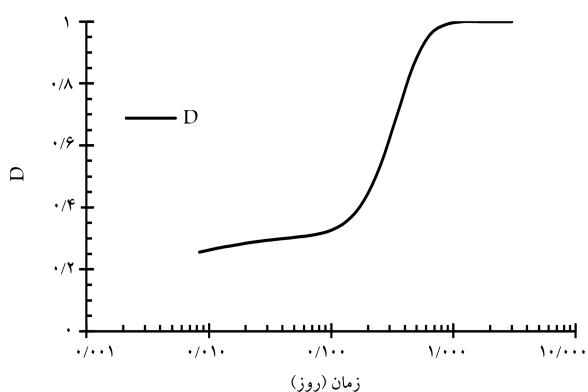
که در آن، F_i پاسخ مصالح در هر حالت دلخواه و D تابع حالت است.

برای تطبیق مفهوم حالت آشفتهگی با مسئله‌ی تحکیم، در شکل ۳ مفهوم حالت آشفتهگی به صورت شماتیک نشان داده شده است. با افزایش تنش مؤثر در عمق لایه‌ی خاک، مشخصات خاک نیز تغییر می‌کند. به عنوان یک روش بسیار ساده، مشخصات قسمت‌هایی از خاک که نزدیک زهکش است و تنش مؤثر در آن قسمت‌ها به تنش مؤثر نهایی نزدیک است، برابر مشخصات خاک در شرایط نهایی (FA) و مشخصات قسمت‌هایی که در مجاورت مرز نفوذناپذیر قرار داشته و مقدار تنش مؤثر در آن قسمت‌ها به تنش اولیه نزدیک بوده است، مشابه مشخصات



شکل ۴. شبکه‌بندی تفاضلات محدود لایه‌ی خاک در فضای زمان و مکان.

شکل ۵. نتایج معادله‌ی دیفرانسیل تحکیم در دو حالت خطی اولیه و نهایی با ضخامت‌ها و ضرایب تحکیم متفاوت ولی ثابت و غیرخطی با ضخامت و ضریب تحکیم متغیر.



شکل ۶. فرم تابع حالت برای مسئله‌ی تحکیم غیرخطی.

۱ مترمربع بر روز در شرایط اولیه (RI)، نتایج یک تحلیل خطی دیگر با ضخامت ثابت ۰٫۵ متر و ضریب تحکیم ثابت ۱ مترمربع بر روز در شرایط نهایی (FA) و همچنین شامل نتایج یک تحلیل غیرخطی با ضریب تحکیم و ضخامت متغیر است، که در آن در اثر تکمیل فرایند تحکیم و افزایش تنش مؤثر، ضریب تحکیم از مقدار اولیه‌ی ۰٫۱ مترمربع بر روز به مقدار نهایی ۱ مترمربع بر روز و ضخامت لایه از مقدار اولیه‌ی ۱ متر به مقدار نهایی ۰٫۵ متر رسیده (F_i) است.

مطابق شکل ۵، در ابتدای فرایند تحکیم، نتایج تحلیل غیرخطی منطبق بر نتایج تحلیل خطی با ضریب تحکیم و ضخامت اولیه بوده و با افزایش زمان به سمت جواب‌های تحلیل خطی با ضریب تحکیم و ضخامت نهایی میل کرده و در نهایت بر آن منطبق شده است. لذا می‌توان نتیجه گرفت که مفهوم حالت آشفستگی در مورد جواب‌های مسئله‌ی غیرخطی تحکیم نیز صدق می‌کند. مفهوم حالت آشفستگی برای مسائل تابع زمان نیز قبلاً استفاده شده است.^[۱۹]

در شکل ۶، نمودار تابع حالتی که نمودار درصد تحکیم غیرخطی با ضریب تحکیم و ضخامت متغیر را به دو نمودار درصد تحکیم خطی در شرایط اولیه (RI) و نهایی (FA)، که توسط رابطه‌ی ۹ محاسبه شده است، مشاهده می‌شود.

فرم تابع نشان داده شده در شکل ۶ تا حدودی مشابه توابع سیگموئید^۹ یا سیگماوار است. توابع سیگموئید کاربرد زیادی در هوش مصنوعی، شبکه‌های عصبی و اقتصاد دارند.^[۱۵] چندین نوع معادله‌ی ریاضی برای تولید توابع سیگموئید کاربرد دارند، که یکی از کلی‌ترین و ساده‌ترین فرم‌های آن مطابق رابطه‌ی ۱۵ است، که در

برای گسسته‌سازی معادله‌ی دیفرانسیل تحکیم غیرخطی استفاده شده است، مشاهده می‌شود.

با استفاده از روش صریح، معادله‌ی ۵ به صورت رابطه‌ی ۱۰ گسسته‌سازی شده است:^[۸]

$$u_z^{t+\Delta t} = \alpha_{z-\Delta z}^t u_{z-\Delta z}^t + \alpha_{z+\Delta z}^t u_{z+\Delta z}^t + (1 - \alpha_{z-\Delta z}^t - \alpha_{z+\Delta z}^t) u_z^t \quad (10)$$

که در آن، $\alpha_{z-\Delta z}^t$ از رابطه‌ی ۱۱ به دست می‌آید:

$$\alpha_{z-\Delta z}^t = \frac{c_{v,z-\Delta z}^t \Delta t}{(\Delta Z_{Z,Z-\Delta z}^t)^2} \quad (11)$$

که در آن، $c_{v,z-\Delta z}^t$ و $\Delta Z_{Z,Z-\Delta z}^t$ مطابق رابطه‌های ۱۲ و ۱۳ محاسبه می‌شوند:

$$c_{v,z-\Delta z}^t = \frac{2/3(1 + e_{z,z-\Delta z}^t) \gamma_w}{c_e \gamma_w} \left[\frac{(\sigma_{z-\Delta z}^{t-\Delta t}) + (\sigma_z^{t-\Delta t})}{2} \right]^{(1 - \frac{c_e}{M})} \quad (12)$$

$$e_{z,z-\Delta z}^t = e_{z,z-\Delta z}^{t-\Delta t} - c_c \log \left[\frac{(\sigma_{z-\Delta z}^{t-\Delta t}) + (\sigma_z^{t-\Delta t})}{(\sigma_{z-\Delta z}^{t-\Delta t}) + (\sigma_z^{t-\Delta t})} \right] \quad (13)$$

که در آن‌ها، $e_{z,z-\Delta z}^t$ از رابطه‌ی ۱۴ به دست می‌آید:

$$\Delta Z_{Z,Z-\Delta z}^t = \Delta Z_{Z,Z-\Delta z}^{t-\Delta t} \left[1 - \frac{e_{z,z-\Delta z}^{t-\Delta t} - e_{z,z-\Delta z}^t}{1 + e_{z,z-\Delta z}^t} \right] \quad (14)$$

نتایج روش تفاضلات محدود، که به صورت صریح فرمول‌بندی شده‌اند، به صورت مشروط هم‌گرا هستند و شرط هم‌گرایی آن‌ها، $\alpha_z^t < 0.5$ است. باید توجه داشت که با افزایش درجه‌ی تحکیم و افزایش تنش مؤثر در هر قسمت از شبکه، مقادیر α_z^t نیز تغییر می‌یابد. لذا جهت بررسی شرط هم‌گرایی جواب‌ها، کنترل مقادیر اولیه و نهایی α_z^t ، که نظیر تنش مؤثر قبل و بعد از تکمیل تحکیم است، ضروری است. علاوه بر شرط هم‌گرایی، با توجه به غیرخطی بودن معادله‌ی حاکم، انتخاب گام‌های زمانی کوچک جهت افزایش دقت نتایج ضروری است.

۴.۲. استخراج تابع حالت

در شکل ۵، نتایج سه سری جواب‌های معادله‌ی دیفرانسیل تحکیم مشاهده می‌شود، که شامل نتایج یک تحلیل خطی با ضخامت ثابت ۱ متر و ضریب تحکیم ثابت

در نمودارهای شکل ۷، روابط ۱۸ الی ۲۰ برای تعیین پارامترهای تابع حالت ارائه شده‌اند:

$$\alpha = 2,036 CH_r^{1,02395} \quad (18)$$

$$\beta = 0,72 \ln CH_r + 0,126 \quad (19)$$

$$\delta = 0,41 e^{-0,02 CH_r} \quad (20)$$

در نتیجه با اعمال روابط ۱۸ الی ۲۰ در رابطه ۱۵ و جای‌گذاری آن‌ها در رابطه ۸، متوسط درصد تحکیم غیرخطی یک لایه با ضریب تحکیم و ضخامت متغیر به‌صورت رابطه ۲۱ قابل محاسبه است:

$$UNl(t) = \left(\frac{1}{1+e^{-\alpha(T_{vRI}-\beta)}} \right)^\delta U_{LFA}(t) + \left(1 - \left(\frac{1}{1+e^{-\alpha(T_{vRI}-\beta)}} \right)^\delta \right) U_{LRI}(t) \quad (21)$$

که در آن، U_{LFA} و U_{LRI} از معادله‌ی تحکیم نزاقی تعیین می‌شوند، که برای ساده‌سازی بیشتر، می‌توان از رابطه‌ی تقریبی هانسن، [۲۶] مطابق روابط ۲۲ و ۲۳ استفاده کرد:

$$U_{LRI}(t) = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{M^2 T_{vRI}} \simeq \sqrt[3]{\frac{2 T_{vRI}^2}{1 + 2 T_{vRI}^2}} \quad (22)$$

$$U_{LFA}(t) = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{M^2 T_{vFA}} \simeq \sqrt[3]{\frac{2 T_{vFA}^2}{1 + 2 T_{vFA}^2}} \quad (23)$$

که در آن‌ها، $M = 0,5\pi(2m + 1)$ است و T_{vFA} و T_{vRI} مطابق روابط ۲۴ و ۲۵ محاسبه می‌شوند:

$$T_{vRI} = \frac{c_{vRI} t}{H_{dRI}^2} \quad (24)$$

$$T_{vFA} = \frac{c_{vFA} t}{H_{dFA}^2} \quad (25)$$

در نهایت با جای‌گذاری روابط ۲۲ و ۲۳ در رابطه ۲۱، درصد تحکیم متوسط در یک لایه‌ی خاک با تراکم‌پذیری، نفوذپذیری و ضخامت متغیر به‌صورت رابطه ۲۶ محاسبه می‌شود:

$$UNl(t) = \left(\frac{1}{1+e^{-\alpha(T_{vRI}-\beta)}} \right)^\delta \left(\sqrt[3]{\frac{2 T_{vFA}^2}{1 + 2 T_{vFA}^2}} \right) + \left(1 - \left(\frac{1}{1+e^{-\alpha(T_{vRI}-\beta)}} \right)^\delta \right) \left(\sqrt[3]{\frac{2 T_{vRI}^2}{1 + 2 T_{vRI}^2}} \right) \quad (26)$$

۳. راستی‌آزمایی روش ارائه شده

۳.۱. راستی‌آزمایی بر اساس نتایج روش تفاضلات محدود

در جدول‌های ۱ الی ۳، ضریب تحکیم و ضخامت‌های اولیه و نهایی سه لایه‌ی خاک و پارامترهای مدل ارائه شده، که بر اساس مشخصات اولیه و نهایی لایه‌ها محاسبه شده‌اند، ارائه شده‌اند. آنالیزهای انجام شده با فرض زهکشی یک طرفه انجام گرفته است. مشخصات خاک‌ها به گونه‌ی انتخاب شده است که مقادیر CH_r بزرگ‌تر، کوچک‌تر و برابر ۱ بوده‌اند. در فرایند تحکیم غیرخطی لایه‌ی خاک با مشخصات و ضخامت متغیر، سه حالت ممکن است واقع شود: در نمونه‌هایی که CH_r بزرگ‌تر از ۱ است، با تکمیل فرایند تحکیم، تغییرات مشخصات مصالح

پژوهش حاضر به‌عنوان فرم کلی تابع حالت انتخاب شده است.

$$D = \left(\frac{1}{1 + e^{-\alpha(T_{vRI}-\beta)}} \right)^\delta \quad (15)$$

که در آن، α ، β و δ پارامترهای مدل و بدون بُعد هستند، T_{vRI} عامل زمان و بدون بُعد است و بر اساس مشخصات اولیه‌ی خاک طبق رابطه ۱۶ تعیین می‌شود:

$$T_{vRI} = \frac{c_{vRI} t}{H_{dRI}^2} \quad (16)$$

که در آن، c_{vRI} و H_{dRI} به ترتیب ضریب تحکیم و طول مسیر زهکشی لایه‌ی خاک در شرایط تنش مؤثر اولیه قبل از شروع تحکیم و t زمان هستند.

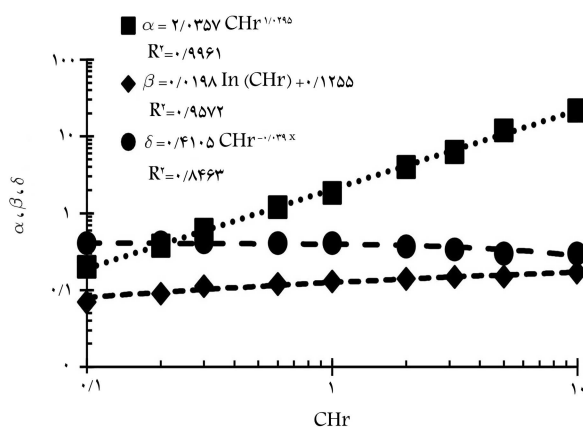
با استفاده از اصول آنالیز ابعادی و قضیه‌ی پی - بوکینگهام،^{۱۰} پارامتر بدون بُعد دیگری تعریف شده است تا پارامترهای α ، β و δ و بر اساس دو پارامتر بدون بُعد، که بیانگر مشخصات خاک و ضخامت لایه در شرایط اولیه و نهایی هستند، تعریف شوند. چهار پارامتر ضریب تحکیم در شرایط تنش اولیه، ضریب تحکیم در شرایط تنش نهایی، طول مسیر زهکشی اولیه، و طول مسیر زهکشی نهایی در مسئله‌ی تحکیم غیرخطی تأثیرگذار هستند. همچنین دو کمیت فیزیکی زمان و طول نیز در تحلیل‌های مذکور دخیل هستند. لذا طبق قضیه‌ی پی - بوکینگهام، دو پارامتر بدون بُعد مستقل برای مسئله‌ی مذکور قابل تعریف است. اولین پارامتر بدون بُعد مطابق رابطه ۱۵ است و همان عامل زمان برای مشخصات اولیه‌ی مسئله است. پارامتر بدون بُعد دوم به‌صورت رابطه ۱۷ تعریف می‌شود، که در واقع نشان‌دهنده‌ی روند تغییرات ضریب تحکیم و ضخامت لایه‌ی خاک است.

$$CH_r = \frac{c_{vFA}}{c_{vRI}} \left(\frac{H_{dRI}}{H_{dFA}} \right)^2 \quad (17)$$

که در آن، c_{vFA} و H_{dFA} به ترتیب ضریب تحکیم و طول مسیر زهکشی در شرایط تنش بعد از تکمیل فرایند تحکیم هستند.

برای تعیین پارامترهای مدل از روش کمینه‌ی مربعات استفاده شده است. برای این منظور، تحلیل‌های مختلفی با مقادیر مختلف CH_r انجام شده و با استفاده از روش کمینه‌ی مربعات، مقادیر بهینه‌ی α ، β و δ که کمترین اختلاف بین درصد تحکیم محاسبه شده با روش پیشنهادی در پژوهش حاضر (رابطه ۸) و روش تفاضلات محدود (رابطه ۱۰) را نتیجه می‌دهند، تعیین شده‌اند.

همان‌گونه که در شکل ۷ مشاهده می‌شود، سه پارامتر مدل ارائه شده، همبستگی مناسبی با توابع ریاضی دارند. با توجه به نتایج آنالیزهای عددی نشان داده شده



شکل ۷. پارامترهای تابع حالت برای مسئله‌ی تحکیم غیرخطی.

جدول ۱. مشخصات لایه‌ی خاک ۱ برای راستی آزمایشی عددی.

مقدار	واحد	کمیت
۱	متر	ضخامت اولیه
۰٫۵	متر	ضخامت نهایی
۱	متر مربع بر روز	ضریب تحکیم اولیه
۱	متر مربع بر روز	ضریب تحکیم نهایی
۴	بدون بُعد	CH_r
۸٫۵	بدون بُعد	α
۰٫۱۵	بدون بُعد	β
۰٫۳۵	بدون بُعد	δ

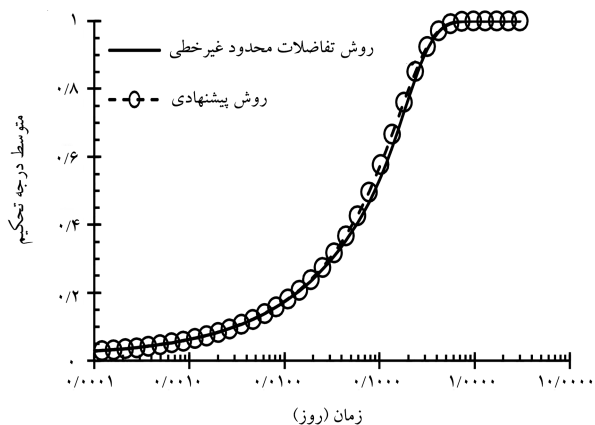
جدول ۲. مشخصات لایه‌ی خاک ۲ برای راستی آزمایشی عددی.

مقدار	واحد	کمیت
۱	متر	ضخامت اولیه
۱	متر	ضخامت نهایی
۱	متر مربع بر روز	ضریب تحکیم اولیه
۰٫۲۵	متر مربع بر روز	ضریب تحکیم نهایی
۰٫۲۵	بدون بُعد	CH_r
۰٫۴۵	بدون بُعد	α
۰٫۱	بدون بُعد	β
۰٫۴	بدون بُعد	δ

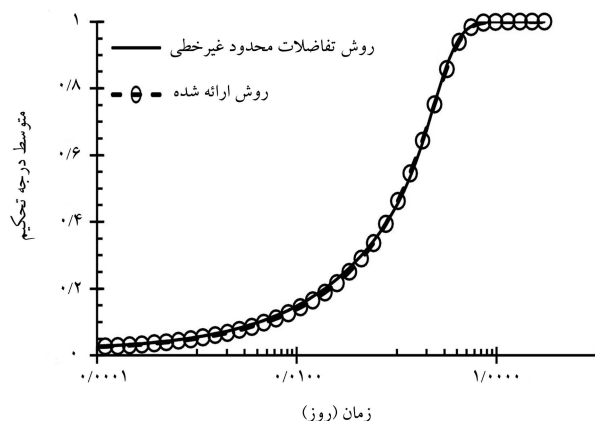
جدول ۳. مشخصات لایه‌ی خاک ۳ برای راستی آزمایشی عددی.

مقدار	واحد	کمیت
۱	متر	ضخامت اولیه
۰٫۵	متر	ضخامت نهایی
۱	متر مربع بر روز	ضریب تحکیم اولیه
۰٫۲۵	متر مربع بر روز	ضریب تحکیم نهایی
۱	بدون بُعد	CH_r
۱٫۸۵	بدون بُعد	α
۰٫۱۳	بدون بُعد	β
۰٫۴۱	بدون بُعد	δ

و ضخامت لایه باعث افزایش سرعت تحکیم می‌شود. در صورتی که CH_r کوچک‌تر از ۱ باشد، تغییرات مشخصات مصالح و ضخامت لایه باعث کاهش سرعت تحکیم می‌شود. در این شرایط تأثیر تسریع کننده‌ی کاهش ضخامت لایه و ضریب تراکم‌پذیری خاک کمتر از تأثیر کند کننده‌ی کاهش ضریب نفوذپذیری خاک است. همچنین در صورتی که CH_r برابر ۱ باشد، تأثیر تسریع کننده‌ی کاهش ضخامت و تراکم‌پذیری لایه‌ی خاک با تأثیر کند کننده، کاهش ضریب نفوذپذیری خاک خنثی می‌شود و مسئله‌ی تحکیم مشابه تئوری تحکیم ترازقی خواهد بود. برای بررسی درستی روش ارائه شده، سه حالت ممکن مذکور در نظر گرفته شده است.



شکل ۸. مقایسه‌ی نتایج روش ارائه شده با نتایج روش عددی با ضخامت متغیر.



شکل ۹. مقایسه‌ی نتایج روش ارائه شده با نتایج روش عددی با مشخصات متغیر.

در جدول ۱، مشخصات لایه‌ی خاکی ارائه شده است که در اثر فرایند تحکیم، ضخامت آن به مقدار ۵۰٪ کاهش یافته، ولی ضریب تحکیم آن ثابت مانده است. عملاً، چنین شرایطی زمانی رخ می‌دهد که پارامترهای c_v و M خاک با هم برابر باشند، که در آن صورت، منشأ رفتار غیرخطی در فرایند تحکیم، فقط تغییر ضخامت لایه‌ی خاک است، که در واقع یک مسئله‌ی غیرخطی هندسی است.

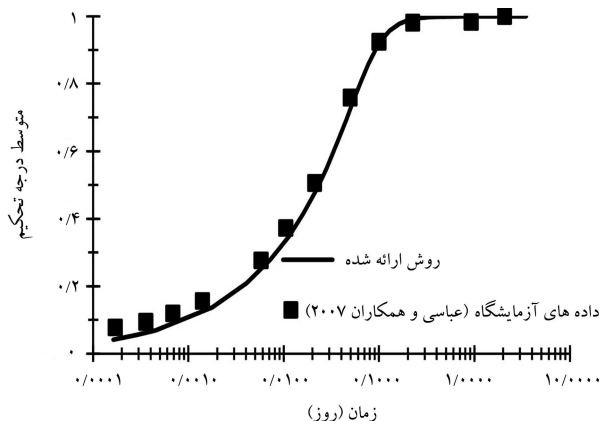
در شکل ۸، مقایسه‌ی نتایج روش ارائه شده برای لایه‌ی بی با مشخصات جدول ۱، با نتایج روش تفاضلات محدود غیرخطی مشاهده می‌شود؛ که مطابق آن، نتایج روش ارائه شده تطابق مناسبی با نتایج روش تفاضلات محدود دارد. در آنالیز انجام شده، اختلاف روش ارائه شده با روش عددی، کمتر از ۳٪ بوده است. با توجه به کاهش ۵۰ درصدی ضخامت لایه در زمان تحکیم، مسئله‌ی مذکور شدیداً غیرخطی بوده است. با توجه به سهولت روش ارائه شده، خطای محاسبات نیز قابل صرف نظر است.

در جدول ۲، مشخصات لایه‌ی خاکی در نظر گرفته شده است که در اثر فرایند تحکیم، ضریب تحکیم آن ۴ برابر کاهش یافته است. در تحلیل ذکر شده از کاهش ضخامت لایه‌ی خاک صرف نظر شده است، تا منشأ غیرخطی بودن مسئله فقط تغییرات مشخصات خاک باشد و عامل غیرخطی هندسی وجود نداشته باشد. نتایج تحلیل‌های انجام شده با روش ارائه شده و روش عددی برای مشخصات جدول ۲ نیز در شکل ۹ مشاهده می‌شود.

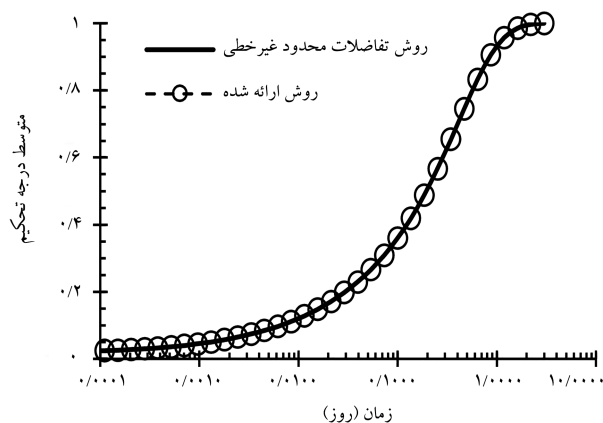
در تحلیل‌های اخیر، بیشینه‌ی مقدار اختلاف نتایج روش ارائه شده با روش تفاضلات محدود کمتر از ۱٪ بوده است. نتایج آنالیزهای ذکر شده نشان می‌دهد که

جدول ۵. مشخصات لایه‌ی خاک ۵ برای راستی‌آزمایی با نتایج آزمایشگاهی.^[۱۰]

مقدار	واحد	کمیت
۰/۰۲۲	متر	ضخامت اولیه
۰/۰۲۰	متر	ضخامت نهایی
۰/۳۰۲	متر مربع بر روز	ضریب تحکیم اولیه
۰/۳۸۹	متر مربع بر روز	ضریب تحکیم نهایی
۱/۵	بدون بُعد	CH_T
۳/۰۹	بدون بُعد	α
۰/۱۳۴	بدون بُعد	β
۰/۳۸۷	بدون بُعد	δ



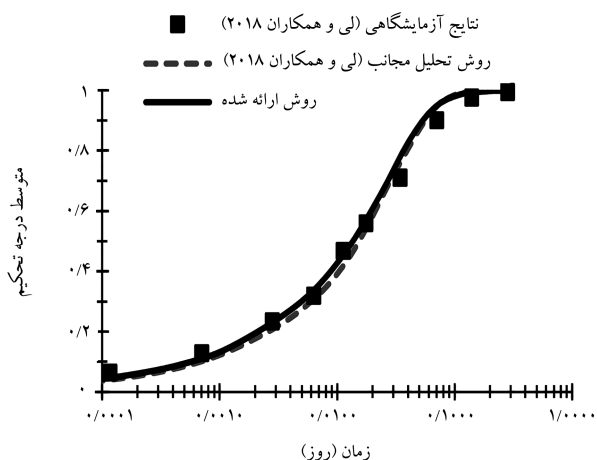
شکل ۱۰. مقایسه‌ی نتایج روش ارائه شده با نتایج روش عددی با مشخصات متغیر عباسی و همکاران (۲۰۰۷).^[۷]



شکل ۱۱. مقایسه‌ی نتایج روش ارائه شده با نتایج روش عددی با مشخصات متغیر عباسی و همکاران (۲۰۰۷).^[۷]

جدول ۴. مشخصات نمونه‌ی آزمایشگاهی ارائه شده توسط عباسی و همکاران (۲۰۰۷).^[۷]

مقدار	واحد	کمیت
۰/۰۶۵	متر	ضخامت اولیه
۰/۰۵۲	متر	ضخامت نهایی
۲/۵۹	متر مربع بر روز	ضریب تحکیم اولیه
۳/۴۶	متر مربع بر روز	ضریب تحکیم نهایی
۲/۰۹	بدون بُعد	CH_T
۴/۳۵	بدون بُعد	α
۰/۱۴	بدون بُعد	β
۰/۳۸	بدون بُعد	δ



شکل ۱۲. مقایسه‌ی نتایج روش ارائه شده با نتایج آزمایشگاهی و تحلیل مجانب ارائه شده توسط لی و همکاران (۲۰۱۸).^[۱۰]

که در دستگاه تحکیم هیدرولیکی آزمایش شده است، ارائه شده است. آزمایش کنونی برای راستی‌آزمایی روش حل تحکیم غیرخطی بر اساس تحلیل مجانب انجام شده است. نتایج آزمایش مذکور و روش تحلیل مجانب، که با نتایج روش ارائه شده مقایسه شده است، در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود.

مطابق شکل ۱۲، نتایج روش ارائه شده، اختلاف ناچیزی با نتایج روش تحلیل مجانب و نیز نتایج آزمایشگاهی داشته است. نتایج روش ارائه شده در مقایسه با نتایج روش تحلیل مجانب، به نتایج آزمایشگاهی نزدیک تر بوده است.

روش ارائه شده، می‌تواند با دقت بالایی آثار غیرخطی تغییر مشخصات مصالح را وارد محاسبات کند.

در جدول ۳، نیز مشخصات لایه‌ی خاکی ارائه شده است، که در اثر فرایند تحکیم، ضریب تحکیم آن افزایش، ولی ضخامت آن کاهش یافته است. شرایط اخیر، مشابه تحکیم ترزاقی با ضریب تحکیم و ضخامت ثابت است. نتایج آنالیزهای انجام شده نیز در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود.

همان‌گونه که در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود، در این شرایط نیز نتایج روش ارائه شده دقیقاً منطبق بر روش عددی بوده است.

۲.۳. راستی‌آزمایی بر اساس نتایج آزمایشگاهی و روش‌های دیگر

برای مقایسه‌ی بیشتر عملکرد روش ارائه شده، نتایج آزمایش‌های انجام شده توسط عباسی و همکاران (۲۰۰۷)،^[۷] و همچنین بو^{۱۲} و همکاران (۲۰۱۸)،^[۱۰] استفاده شده است. در جدول ۴، مشخصات نمونه‌ی رس سیلتی (نمونه‌ی ۱) که توسط عباسی و همکاران (۲۰۰۷)،^[۷] بر روی آن آزمایش تحکیم هیدرولیکی صورت گرفته است، ارائه شده است.

در شکل ۱۱، نتایج روش ارائه شده به همراه نتایج آزمایشگاهی عباسی و همکاران (۲۰۰۷)،^[۷] مشاهده می‌شود؛ که مطابق آن، نتایج روش ارائه شده تطابق بسیار خوبی با نتایج آزمایش‌ها داشته است.

در جدول ۵، مشخصات نمونه‌ی آزمایشگاهی که توسط بو و همکاران (۲۰۱۸)،^[۱۰]

۴. نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، روشی بر اساس مفهوم حالت‌های آشفستگی برای حل مسئله‌ی غیرخطی تحکیم ارائه شده است، که نتایج تحلیل غیرخطی ناشی از تغییرات تراکم‌پذیری و نفوذپذیری و نیز ضخامت لایه‌ی خاک را با استفاده از آنالیزهای تحکیم خطی بر اساس تئوری ترازقی تعیین می‌کند. نتایج تحلیل غیرخطی به صورت ترکیبی از جواب‌های دو آنالیز خطی با ضرایب تحکیم و ضخامت‌های ثابت در دو شرایط تنش اولیه قبل از شروع تحکیم و تنش نهایی بعد از تکمیل تحکیم بیان شده است. کلیه پارامترهای روش ارائه شده بر اساس مشخصات و ضخامت لایه‌ی خاک

در دو شرایط اولیه و نهایی قابل تعیین است. در روش ارائه شده علاوه بر این‌که مشخصات خاک متغیر در نظر گرفته می‌شود، تغییرات ضخامت لایه‌ی خاک و طول مسیر زهکشی نیز وارد محاسبات می‌شود. با استفاده از روش ارائه شده، می‌توان جواب‌های معادله‌ی تحکیم ترازقی با ضریب تحکیم و ضخامت ثابت را برای تعیین درصد تحکیم غیرخطی با ضریب تحکیم و ضخامت متغیر استفاده کرد.

برای بررسی دقت روش ارائه شده، از روش عددی و نیز نتایج آزمایشگاهی منتشر شده استفاده شده است. مقایسه‌ی نتایج روش مذکور نشان داد که روش اخیر با وجود فرمول‌بندی ساده، دقت بالایی دارد و بین نتایج آزمایشگاهی و روش عددی، همبستگی کاملی وجود دارد.

پانوشتها

1. Biot
2. Davis & Raymond
3. Gibson
4. Cornetti & Battaglio
5. Abul-Naga & Pender
6. Bo
7. An-Feng
8. Disturbed State Concept
9. Sigmoid
10. Bockingham- π
11. Hansen
12. Bo

منابع (References)

1. Terzaghi, K., Mesri, G. and Peck, R. *Soil Mechanics in Engineering*, 3rd ed., John Wiley (1996).
2. Biot, M.A. "General theory of three dimensional consolidation", *Journal of Applied Physics, American Institute of Physics*, **12**(2), pp. 155-164 (1941).
3. Davis, E.H. and Raymond, G.P. "A non-linear theory of consolidation", *Géotechnique*, **15**(2), pp. 161-173 (1965).
4. Gibson, R.E., England, G.L. and Hussey, M.J.L. "The theory of one-dimensional consolidation of saturated clays", *Géotechnique*, **17**(3), pp. 261-273 (1967).
5. Gibson, R.E., Schiffman, R.L. and Cargill, K.W. "The theory of one-dimensional consolidation of saturated clays. II. finite nonlinear consolidation of thick homogeneous layers", *Canadian Geotechnical Journal, NRC Research Press*, **18**(2), pp. 280-293 (1981).
6. Cornetti, P. and Battaglio, M. "Nonlinear consolidation of soil modeling and solution techniques", *Mathematical and Computer Modelling*, **20**(7), pp. 1-12 (1994).
7. Abbasi, N., Rahimi, H., Javadi, A.A. and et al. "Finite difference approach for consolidation with variable compressibility and permeability", *Computers and Geotechnics*, **34**(1), pp. 41-52 (2007).
8. Toufigh, M.M. and Ouria, A. "Consolidation of inelastic clays under rectangular cyclic loading", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **29**(2), pp. 356-363 (2009).
9. Abuel-Naga, H.M. and Pender, M.J. "Modified terzaghi consolidation curves with effective stress-dependent coefficient of consolidation", *Géotechnique Letters*, **2**(2), pp. 43-48 (2012).
10. Bo, L., Ying-Guang, F. and Zhen-Feng, O. "Asymptotic solution for the one-dimensional nonlinear consolidation equation including the pore evolution effect", *International Journal of Geomechanics, American Society of Civil Engineers*, **18**(10), 4018125 (2018).
11. Zhuo, Y., Wang, J., Zheng, Sh. and et al. "Experimental study of one-dimensional nonlinear consolidation of an aquitard under multistage loading", *Journal of Hydrology*, **611**, 127994 (2022).
12. Amiri, A., Toufigh, M.M. and Toufigh, V. "An experimental investigation of the consolidation process under triangular cyclic loading", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Geotechnical Engineering*, **173**(2), pp. 125-132 (2020).
13. Satwik, C.S. and Chakraborty, M. "Numerical analysis of one-dimensional consolidation of soft clays subjected to cyclic loading and non-darcian flow", *Computers and Geotechnics*, **146**, 104742 (2022).
14. Toufigh, M.M., Sadeghi, J.S.A. and Toufigh, V. "Comparison of radial consolidation behavior of clay under three types of cyclic loading", *Civil Engineering Infrastructures Journal*, **51**(1), pp. 17-33 (2018).
15. Hu, A.-F., Xia, Ch.-Qi., Cui, J. and et al. "Nonlinear consolidation analysis of natural structured clays under time-dependent loading", *Int. J. Geomech*, **18**(2), 4017140 (2018).
16. Desai, C.S., *Mechanics of Materials and Interface the Disturbed State Concept*, CRC Press (2000).
17. Desai, C.S. and Wang, Z. "Disturbed state model for porous saturated materials", *International Journal of Geomechanics, American Society of Civil Engineers*, **3**(2), pp. 260-265 (2003).
18. Ouria, A. "Disturbed state concept-based constitutive model for structured soils", *International Journal of Geomechanics*, **17**(7), 04017008 (2017).
19. Ouria, A. and Behboodi, T. "Compressibility of cement treated soft soils", *Journal of Civil and Environmental Engineering*, **47.1**(86), pp. 1-9 (2017).

20. Ouria, A., Ranjbaria, M. and Vaezipour, D. "A failure criterion for weak cemented soils", *Journal of Civil and Environmental Engineering*, **48.3**(92), pp. 13-21 (2018).
21. Farsijani, A. and Ouria, A. "Constitutive modeling the stress-strain and failure behavior of structured soils based on HISS model", *MCEJ*, **21**(4), pp. 231-250 (2021).
22. Farsijani, A. and Ouria, A. "A constitutive model for structured soils based on HISS model and disturbed state concept", *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, **54**(7), p. 21 (2022).
23. Ouria, A., Desai, C.S. and Toufigh, V. "Disturbed state concept-based solution for consolidation of plastic clays under cyclic loading", *International Journal of Geomechanics*, **15**(1), 04014039 (2015).
24. Farsijani, A. and Ouria, A. "Wetting-induced collapse behavior of unsaturated soils in disturbed state concept framework", *International Journal of Geomechanics, American Society of Civil Engineers*, **22**(4), 4022014 (2022).
25. Kucharavy, D. and De Guio, R. "Application of S-shaped curves", *Procedia Engineering*, **9**, pp. 559-572 (2011).
26. Sharifi, S., Abrishami, S. and Gandomi, A.H. "Consolidation assessment using multi expression programming", *Applied Soft Computing*, **86**, 105842 (2020).