

# بررسی مدل‌های عددی پیش‌بینی پدیده‌ی کاویتاسیون در ونتوری‌ها با استفاده از نرم‌افزار ANSYS FLUENT

فرهود کلاته\* (دانشیار)

سجاد کوزه‌گر غیائی (کارشناس ارشد)

احسان امین‌وش (دانشجوی دکتری)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

مهندسی عمران شریف، تابستان ۱۴۰۳ (۱۴۰۳)  
دوری ۳۰، شماره ۲، صص. ۵۳-۶۱، پژوهشی

کاویتاسیون پدیده‌ی است که طی آن با حرکت جریان و کاهش فشار مایع به فشار بخار اشباع سیال در مناطق مستعد، حباب‌هایی از هوا در طی جریان ایجاد می‌شوند، که پس از رسیدن به مناطقی با فشار بالاتر شکافته و باعث آزاد شدن انرژی زیادی از جانب سیال می‌شوند، که با برخورد میکروجت‌های مذکور به جداره‌ها، باعث ایجاد لرزش و سروصدا و آثار مخربی، از جمله: فرسایش سازه‌ی پروانه‌های کشتی‌ها، پره‌های پمپ‌ها و سریز سدها و همچنین کاهش راندمان و اختلال در عملکرد دستگاه‌های هیدرولیکی می‌شوند. در پژوهش حاضر، به صورت عددی و با استفاده از نرم‌افزار ANSYS FLUENT بررسی و مدل‌های مختلف کاویتاسیون در هندسه‌های متفاوت مطالعه و با هم مقایسه شده‌اند. همچنین نتایج نشان داده‌اند که تشکیل پدیده‌ی کاویتاسیون در گلوبی ۱۰ سانتی‌متر نسبت به ۵ سانتی‌متر به میزان ۵/۸۸٪، در گلوبی ۱۰ سانتی‌متری نسبت به بدون گلوبی به میزان ۶۴/۷۱٪ و در گلوبی ۵ سانتی‌متری نسبت به بدون گلوبی به میزان ۶۲/۵٪ تغییر یافته است.

واژگان کلیدی: کاویتاسیون، جریان دوفازی، دینامیک سیالات محاسباتی، فشار بخار اشباع.

## ۱. مقدمه

پیشرفت و گسترش علوم، نیاز به افزایش سرعت در دستگاه‌های هیدرولیکی امری ضروری است، که خود این عمل احتمال رخداد کاویتاسیون را افزایش می‌دهد، همچنین نیاز به حفظ کارایی و نگهداری از دستگاه‌های هیدرولیکی مذکور اهمیت بسیار بالایی پیدا کرده است. از این رو نحوه‌ی وقوع و فرایند تشکیل و فروپاشی و همچنین راه‌های مقابله با آثار مخرب پدیده‌ی کاویتاسیون بسیار حائز اهمیت است. پژوهش حاضر، به منظور مطالعه و مقایسه‌ی انواع مدل‌های کاویتاسیون انجام شده و با مقایسه‌ی انواع مدل‌های ذکر شده به بررسی تفاوت‌ها، مزایا و معایب آنها پرداخته است، تا با بررسی‌شان، درک بیشتری از پدیده‌ی کاویتاسیون حاصل شود.

اولین مطالعات در مورد پدیده‌ی کاویتاسیون به پژوهش اوپلر<sup>[۱]</sup> (۱۸۰۲)،<sup>[۱]</sup> بر می‌گردد، که در حین بحث بر روی توربین‌های هیدرولیک، احتمال بروز مشکل در اثر کاویتاسیون را تشخیص داده است، که نقطه‌ی آغازین مطالعات بر روی کاویتاسیون بوده است. کادیوار<sup>۲</sup> و همکاران (۲۰۲۰)،<sup>[۲]</sup> کنترل کاویتاسیون جزئی ناپایدار در مهندسی دریایی و سیستم‌های هیدرولیکی را بررسی کرده و دریافته‌اند که روش کنترل بررسی‌شده کاملاً مؤثر و قادر به جلوگیری از تشکیل حفره‌های توده‌ی

کاویتاسیون فرایندی است که طی آن مایع تحت بررسی تغییر فاز می‌دهد و حباب‌هایی در آن ایجاد می‌شود و هنگامی رخ می‌دهد که فشار استاتیک آب در یک ناحیه از مقدار فشار بخار اشباع آب کمتر شود. شرایط اخیر اغلب بعد از شروع بازشدگی در ونتوری‌ها، در پشت پمپ‌ها و قسمت بالایی هیدروفیل‌ها وجود دارد و این مکان‌ها مستعد وقوع کاویتاسیون هستند. در این حالت، حباب‌های بسیار ریزی در منطقه‌ی به فشار کمتر از فشار بخار اشباع است، تشکیل می‌شوند. فرایند ایجاد کاویتاسیون به‌گونه‌ی است که طی آن یک تنش کششی که ناشی از به هم خوردن نیروهای بین‌مولکولی است، بر اجزاء سیال وارد و باعث به وجود آمدن گسستگی‌هایی در جریان می‌شود، که این ناپیوستگی‌ها خود را به صورت حباب‌های بخار نشان می‌دهند؛ که پس از رسیدن به مناطقی با فشار بالاتر شکافته می‌شوند و باعث آزاد شدن انرژی زیادی از طرف سیال می‌شوند و با شکافته شدن حباب‌های مذکور، انرژی حاصل شده که مکرراً ایجاد می‌شود، باعث آسیب رسیدن به سازه‌ها می‌شوند. امروزه با

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۴۰۲/۴/۱۱، اصلاحیه ۱۴۰۲/۶/۲۷، پذیرش ۱۴۰۲/۷/۱۲.

استناد به این مقاله:

کلاته، فرهود، کوزه‌گر غیائی، سجاد، و امین‌وش، احسان، ۱۴۰۳. بررسی مدل‌های عددی پیش‌بینی پدیده‌ی کاویتاسیون در ونتوری‌ها با استفاده از نرم‌افزار ANSYS FLUENT.

مهندسی عمران شریف، ۴۰(۲)، صص. ۵۳-۶۱-۵۳. DOI:10.24200/J30.2023.62623.3236.61-53

و کاهش دامنه‌ی فشار مرتبط با دینامیک کاویتاسیون ناپایدار بوده است. ایشان با حل مسئله‌ی فروپاشی یک حباب در یک توده‌ی بزرگ مایع، بنیان نظری را برای مطالعه‌ی کاویتاسیون ارائه و نشان دادند که حباب‌های مذکور، توانایی قابل توجهی دارند و تأثیر نسبتاً زیادی در تخریب سازه‌ها دارند. بنابراین، کاویتاسیون به نقطه‌ی کانونی مطالعات در توربو ماشین‌ها تبدیل شد. همچنین بعدها مشخص شده است که این توانایی شگفت‌انگیز حباب‌های کوچک می‌تواند در بسیاری از فناوری‌ها مفید واقع شود. یوو<sup>۳</sup> و همکاران<sup>[۳]</sup> (۲۰۲۰)، نیز مکانیزم همبستگی بین رفتار کاویتاسیون و نوسان‌های فشار در یک توربین هیدرولیکی را بررسی کرده‌اند. سوو<sup>۴</sup> و همکاران (۲۰۲۱)،<sup>[۴]</sup> نیز ویژگی‌های کاویتاسیون گازی و بخاری و روش‌های بهینه‌سازی را مطالعه و بررسی کرده‌اند. دانشمندان اتحاد جماهیر شوروی پیشنهاد کرده‌اند که در حین کاویتاسیون، حباب‌ها در مجاورت سطح جامد به‌طور متقارن فرو نمی‌باشند. در عوض، یک گودی بر روی حباب در نقطه‌ی مقابل سطح جامد ایجاد می‌شود، که به یک مایع به‌صورت جت تبدیل می‌شود و به سطح جامد آسیب می‌رساند و از آن با نام ماکروجت یاد شده است.<sup>[۵]</sup> تولین<sup>۵</sup> (۱۹۶۰)،<sup>[۶]</sup> نیز یک روش خطی‌سازی برای مسئله‌ی جریان در مورد یک پروفیل متقارن در زاویه‌ی حمل صفر درجه و عدد کاویتاسیون صفر اعمال کرده است. از آن زمان به بعد، بسیاری از پژوهشگران، نظریه‌ی خطی را برای جریان در اطراف اجسام دلخواه با عددهای مختلف کاویتاسیون گسترش داده‌اند. با در نظر گرفتن یک سد و مخزن آن، تأثیر کاویتاسیون هنگامی که سیستم تحت بار لرزه‌یی و انفجار قرار می‌گیرد را با جزئیات، بحث و بررسی کرده<sup>[۷]</sup> و تمایز مابین کاویتاسیون ناشی از جریان سیال (هیدرودینامیکی) و کاویتاسیون در اثر انتشار موج کشسان (آکوستیکی) را توضیح داده‌اند. یولمن<sup>۶</sup> (۱۹۸۷)،<sup>[۸]</sup> از جمله اولین کسانی بود که جریان کاویتاسیون را روی هیدروفیل‌های دو بُعدی در نظر گرفت و با حل معادله‌های مربوط به انتقال حباب به پژوهش در رابطه با پدیده‌ی کاویتاسیون پرداخت. برقی و همکاران (۱۹۹۹)،<sup>[۹]</sup> اثر جریان هیدرولیکی، هندسه‌ی کانال و شکل سرریز بر روی ضریب تخلیه‌ی سرریز لبه‌ی تیز را مطالعه و بررسی کرده‌اند. دانشفراز و جیحونی (۲۰۱۹)،<sup>[۱۰]</sup> نیز به بررسی عددی پارامترهای هیدرولیکی و عدد کاویتاسیون سرریز سد شهید مدنی پرداخته و دریافته‌اند که براساس توزیع‌های سرعت و فشار به‌دست آمده، کاویتاسیون در سرریز سد شهید مدنی برای دبی‌های بررسی شده در پژوهش مذکور رخ نخواهد داد. همچنین دانشفراز و ذوقی (۲۰۱۳)،<sup>[۱۱]</sup> پدیده‌ی کاویتاسیون در سرریز پلکانی سد سیاه‌بیشه را به‌صورت عددی با استفاده از نرم‌افزار Flow - 3D بررسی کرده‌اند. کادیوارو و همکاران (۲۰۲۰)،<sup>[۱۲]</sup> هم با کنترل کاویتاسیون‌های ناپایدار در مهندسی سازه‌های دریایی و سیستم‌های هیدرولیکی نشان دادند که روش‌های استفاده شده، کاملاً مؤثرند و قادر به جلوگیری از تشکیل کاویتاسیون و کاهش دامنه‌ی فشار مرتبط با دینامیک کاویتاسیون‌های ناپایدار هستند.

در پی وقوع پدیده‌ی کاویتاسیون، یک نوع آلودگی صوتی و سر و صدا و نیز فرسایش و خوردگی زیادی در سازه‌ها و جداره‌های یک سیستم به‌وجود می‌آید، که کنترل و از بین بردن و یا کمینه‌سازی آثار مخرب آنها و همچنین حفظ عملکرد و افزایش راندمان سازه‌های هیدرولیکی امری بسیار ضروری است. لذا، تحلیل و بررسی چرخه‌ی تشکیل و فروپاشی حباب‌هایی که در طی پدیده‌ی کاویتاسیون به‌وجود می‌آیند، اهمیت بسیار بالایی دارد. پژوهش حاضر، به‌منظور مطالعه‌ی مدل‌های مختلف شبیه‌سازی پدیده‌ی کاویتاسیون و مقایسه‌ی آنها در نحوه‌ی ایجاد و گسترش ابر کاویتاسیونی و تأثیر آن در جریان انجام شده است. در پژوهش حاضر، پس از تعریف پدیده‌ی کاویتاسیون و بیان

معادله‌های اساسی حاکم بر آن، به مدل‌سازی و تئوری، که قبلاً در یک آزمایش عملی در سال ۲۰۱۸ مطالعه شده است، نتایج به‌دست آمده با نتایج مدل آزمایشگاهی مقایسه شده است. همچنین با تغییر هندسه و افزودن گلوبی به و تئوری و تغییر در درجه‌ی بازشدگی و تئوری، هندسه‌های جدید تحلیل و بررسی و نمودارهای طول ناحیه‌ی کاویتاسیون و ضریب افت فشار با عدد رینولدز ارائه شده‌اند.

## ۲. مواد و روش‌ها

### ۲.۱. معادله‌های حاکم بر مسئله

معادله‌های دیفرانسیل جزئی حاکم بر جریان سیال، که به معادله‌های ناویر استوکس معروف هستند، در قالب مدل ریاضی بر مبنای پاستگی تکانه و بقای جرم هستند و برای سیال‌های نیوتنی بیان می‌شوند. معادله‌های ناویر استوکس به‌صورت گسترده برای بررسی تغییرات خواصی، همچون: سرعت، فشار، دما، چگالی و لزجت جریان در طول فعل و انفعال‌های دینامیکی و یا حرارتی استفاده می‌شوند. شکل و فرم کلی معادله‌های ناویر استوکس به‌صورت رابطه‌ی ۱ است، که در حالت کلی براساس اصول حفظ جرم، حرکت، و انرژی بیان شده‌اند.

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + \rho g \quad (1)$$

که در آن، چگالی سیال،  $u$ ،  $v$  و  $w$  ترم‌های عمومی سرعت،  $P$  فشار در سیال،  $t$  زمان،  $\tau$  تانسور تنش انحرافی است که مرتبه‌ی دوم دارد،  $g$  شتاب گرانش،  $\nabla$  گرادیان و  $V$  عملگر سرعت هستند.

اصل بقای جرم (معادله‌ی پیوستگی) به‌صورت روابط ۲ و ۳ بیان می‌شوند:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho(\nabla \cdot \vec{V}) = 0 \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} \quad (3)$$

در حالی که چگالی در جریان ثابت است، سیال تراکم‌ناپذیر فرض می‌شود و سپس معادله‌ی پیوستگی به شکل رابطه‌ی ۴ ساده می‌شود، که نشان‌دهنده‌ی یک فرایند حالت پایدار است:

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \Rightarrow \nabla \cdot \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

### ۲.۲. انواع مدل‌های کاویتاسیون

شبیه‌سازی جریان کاویتاسیون مستلزم تشکیل جریان‌های دوفازی است. روش‌های گوناگونی برای مطالعه و بررسی جریان‌های چندفازی وجود دارد، که تعدادی از آنها در اینجا به‌صورت مختصر ارائه شده است:

#### ۲.۲.۱. مدل سینتقال و همکاران

مدل کاویتاسیون سینتقال<sup>۷</sup> و همکاران (۲۰۰۲)،<sup>[۱۳]</sup> براساس «مدل کاویتاسیون کامل» تهیه شده است، که کلیه‌ی آثار مرتبه‌ی اول (به‌عنوان مثال، تغییر فاز، دینامیک حباب، نوسان‌های فشار آشفته و گازهای غیرقابل چگالش) را شامل می‌شود. مدل سینتقال این قابلیت را دارد که برای جابجایی جریان‌های چندفازی (N فاز)، آثار سرعت لغزش بین فازهای مایع و گاز، آثار حرارتی و قابلیت فشرده‌گی هر دو فاز مایع و گاز را در نظر بگیرد. مدل کاویتاسیون سینتقال را می‌توان با مدل چندفازی مخلوط<sup>۸</sup>، با یا بدون

مدل زوارت، جایگزینی  $(\alpha_v)$  با  $\alpha_{nuc}(\lambda - \alpha_v)$  را پیشنهاد کرده است (روابط ۱۳ و ۱۴): اگر  $p > p_v$ :

$$R_e = F_{vap} \frac{\alpha_{nuc} (\lambda - \alpha_v) p_v}{R} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P - P_v}{\rho_l}} \quad (13)$$

اگر  $p > p_v$ :

$$R_e = F_{cond} \frac{\alpha_v p_v}{R} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{P - P_v}{\rho_l}} \quad (14)$$

که در آنها،  $R = 10^{-6}$  (شعاع حباب)،  $\alpha_{nuc} = 5 \times 10^{-2}$  (عملگر کسر حجم در هسته)،  $F_{vap} = 50$  (ضریب تبخیر) و  $F_{cond} = 0.1001$  برابر با ضریب تراکم، فشار مطلق و  $P_v$  فشار بخار هستند.

### ۳.۲.۲. مدل شونر و ساور

مدل شونر و ساور<sup>۱۰</sup>، از روشی کاملاً مشابه برای استخراج معادله‌های حاکم بر جرم و بخار استفاده می‌کند. معادله‌ی کسر حجم بخار به صورت رابطه‌ی ۱۵ است:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha \rho_v) + \nabla \cdot (\alpha \rho_v \vec{V}) = \frac{\rho_v \rho_l}{\rho} \frac{D\alpha}{dt} \quad (15)$$

که در آن، اصطلاح منبع جرم خالص به شرح رابطه‌ی ۱۶ است:

$$R = \frac{\rho_v \rho_l}{\rho} \frac{d\alpha}{dt} \quad (16)$$

برخلاف مدل‌های سینگال و همکاران و نیز زوارت و همکاران، در مدل شونر - ساور از رابطه‌ی ۱۷ برای محاسبه‌ی کسر حجم بخار و تعداد حباب در هر حجم مایع استفاده می‌شود:

$$\alpha = \frac{n_b \frac{4}{3} \pi R^3}{1 + n_b \frac{4}{3} \pi R^3} \quad (17)$$

که در آن به دنبال رویکرد مشابه سینگال و همکاران، معادله‌های ۱۸ و ۱۹ به دست آمده است:

$$R_B = \frac{\rho_v \rho_l}{\rho} \alpha (\lambda - \alpha) \frac{3}{R} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(P_v - P)}{\rho_l}} \quad (18)$$

$$R = \left( \frac{\alpha}{1 - \alpha} \frac{3}{4\pi n} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (19)$$

که در آنها،  $R_B$  میزان انتقال جرم و  $R$  شعاع حباب است.

اگر فرض شود هیچ حبابی ایجاد یا از بین نرود، تراکم عدد حباب ثابت خواهد بود. شرایط اولیه برای کسر حجمی هسته و شعاع حباب برای تعداد حباب  $(n)$  از معادله‌ی ۱۷ به دست خواهد آمد. همانند دو مدل دیگر، از معادله‌ی ۱۸ نیز برای مدل‌سازی روند تراکم استفاده می‌شود. فرم نهایی معادله‌ها در مدل شونر و ساور به شرح روابط ۲۰ و ۲۱ است:

اگر  $p \leq p_v$ :

$$R_e = \frac{\rho_v \rho_l}{\rho} \alpha (\lambda - \alpha) \frac{3}{R} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(P_v - P)}{\rho_l}} \quad (20)$$

اگر  $p > p_v$ :

$$R_e = \frac{\rho_v \rho_l}{\rho} \alpha (\lambda - \alpha) \frac{3}{R} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(P - P_v)}{\rho_l}} \quad (21)$$

سرعت لغزش استفاده کرد. با این حال، توصیه شده است که کاویتاسیون با استفاده از مدل مخلوط بدون سرعت لغزش حل شود و اگر شرایط نشان دهند که لغزش قابل توجهی بین لایه‌های سیال وجود دارد، سرعت لغزش را می‌توان در نظر گرفت. برای استخراج عبارتی از نرخ تغییر فاز خالص، از معادله‌های پیوستگی دو فازی به صورت روابط ۵ الی ۷ استفاده می‌شود:<sup>[۱۳]</sup>

-- فاز مایع

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1 - \alpha) a_l] + \nabla \cdot [(1 - \alpha) a_l \vec{V}] = -R \quad (5)$$

-- فاز بخار

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha a_v) + \nabla \cdot (\alpha a_v \vec{V}) = R \quad (6)$$

-- فاز مخلوط

$$\frac{\partial}{\partial t} (a) + \nabla \cdot (a \vec{V}) = 0 \quad (7)$$

که در آنها،  $l$  نشانگر فاز مایع و  $a$  تراکم مخلوط هستند.

با ترکیب سه معادله‌ی اخیر، رابطه‌ی ۸ برای تراکم مخلوط و کسر حجم بخار  $(\alpha)$  تعریف می‌شود:

$$\frac{Da}{Dt} = -(a_l - a_v) \frac{D\alpha}{Dt} \quad (8)$$

رابطه‌ی کسر حجم بخار  $(\alpha)$  را می‌توان با عدد تراکم بخار  $(n)$  و شعاع حباب  $(R)$  مانند رابطه‌ی ۹ نوشت:

$$\alpha = n \times \left( \frac{4}{3} \pi R^3 \right) \quad (9)$$

با جایگزینی معادله‌ی ۹ در معادله‌ی ۸، رابطه‌ی ۱۰ به دست می‌آید:

$$\frac{Da}{Dt} = -(a_l - a_v) (n \frac{4}{3} \pi)^{\frac{1}{3}} (3\alpha)^{\frac{2}{3}} \frac{DR}{Dt} \quad (10)$$

### ۳.۲.۲.۲. مدل زوارت و همکاران

در مدل زوارت<sup>۹</sup> و همکاران، فرض شده است که همه‌ی حباب‌های یک سیستم، اندازه‌ی یکسانی دارند؛<sup>[۱۴]</sup> و پیشنهاد شده است که کل میزان انتقال جرم بین فازها در واحد حجم  $(R)$  با استفاده از اعداد چگالی حباب  $(n)$  (که از رابطه‌ی ۱۱ به دست می‌آید) و میزان تغییر جرم یک حباب محاسبه شود:

$$R = n \times \left( \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_v \frac{DR}{Dt} \right) \quad (11)$$

که برای استفاده از آن در روند فروپاشی حباب (تراکم)، از رابطه‌ی ۱۲ استفاده می‌شود:

$$R_e = F \frac{\alpha p_v}{R} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{|P_B - P|}{\rho_l}} \text{sign}(P_B - P) \quad (12)$$

که در آن،  $(F)$  ضریب کالیبراسیون تجربی است. اگرچه معادله‌ی ۱۲، در اصل از تبخیر گرفته شده است، اما فقط برای کاویتاسیون کارایی خوبی دارد. اما اگر در تبخیر استفاده شود، از نظر فیزیکی نادرست و از نظر عددی ناپایدار است؛ زیرا یکی از مفروضات اصلی این است که حباب‌های کاویتاسیون با یکدیگر تعامل ندارند. لذا

### ۳.۲. نرم‌افزار استفاده شده در پژوهش حاضر

برای شبیه‌سازی پژوهش حاضر از نرم‌افزار تجاری ANSYS FLUENT استفاده شده است. نرم‌افزار FLUENT، یک نرم‌افزار مهندسی به کمک رایانه‌ی CAE در زمینه‌ی دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) برای مدل کردن جریان سیال، انتقال گرما و جرم، واکنش‌های شیمیایی و سایر پدیده‌های مرتبط در هندسه‌های پیچیده است. در این مرحله، توزیع تنش، تغییر مکان و در مواردی دما در حین عملکرد قطعه و مجموعه به دست می‌آید. در پژوهش حاضر از المان‌های چهارضلعی استفاده شده است. المان چهارضلعی به شکل مسطحی گفته می‌شود که از اتصال ۴ نقطه‌ی غیر هم خط در صفحه به وجود می‌آید. المان چهارضلعی، دارای ۴ ضلع و ۴ زاویه و مجموع زوایای داخلی ۳۶۰ درجه است.

در پژوهش حاضر، آب به صورت سیال نیوتنی در نظر گرفته شده است، که با استفاده از معادله‌ی حالت  $U_s - U_p$  مدل‌سازی شده است. چگالی آب،  $998.2 \text{ (kg/m}^3\text{)}$  و ویسکوزیته،  $0.001003 \text{ (kg/m}\cdot\text{sec)}$  و همچنین فشار بخار اشباع سیال،  $3.754 \text{ (kPa)}$  در نظر گرفته شده است.

### ۴.۲. انواع مدل‌های آشفتگی

مدل آشفتگی شامل یک روند محاسباتی است، که در آن بتوان معادله‌های حرکت جریان را حل کرد، آشفتگی معمولاً در مسائلی که جریان طی آن از عدد رینولدز بحرانی عبور می‌کند، کاربرد دارد و در سایر مسائل مهندسی که جریان آشفتگی نمی‌شود، تأثیری ندارد و استفاده نمی‌شود؛ اما در پدیده‌ی کاویتاسیون چون جریان از محدوده‌ی عدد رینولدز بحرانی عبور می‌کند، مدل آشفتگی حتماً باید مد نظر باشد. انواع مدل‌های آشفتگی عبارتند از: مدل‌های آشفتگی صفر معادله‌ی که شامل مدل تنش جبری و مدل طول مخلوط است، که امروزه چندان مورد توجه پژوهشگران قرار ندارند. نوع دوم از مدل‌ها، مدل‌های دو معادله‌ی هستند، که شامل دو مدل  $k - \epsilon$  و  $k - \omega$  است.

#### ۱.۴.۲. مدل $k - \epsilon$

در مدل  $k - \epsilon$ ، از دو معادله‌ی انتقال برای حل مسئله استفاده می‌شود، یکی برای انرژی جنبشی ( $k$ ) و دیگری برای نرخ استهلاك انرژی که هر دوی آن‌ها به صورت هم‌زمان حل می‌شوند. این مدل یک مدل نیمه تجربی است، که به صورت رابطه‌ی ۲۲ تعریف می‌شود: [۱۲-۱۵]

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \gamma \mu_t E_{ij} E_{ij} - \rho \epsilon \quad (22)$$

معادله‌ی اخیر مربوط به آثار انرژی جنبشی است، که در آن  $k$  ضریب انرژی جنبشی،  $\mu$  لزجت سینماتیکی،  $E$  انرژی و  $u$  ترم سرعت هستند. و معادله‌ی ۲۳، مربوط به نرخ هدر رفت انرژی است، که در آن ضرایبی وجود دارند که به صورت تجربی به دست می‌آیند.

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \epsilon u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} \gamma \mu_t E_{ij} E_{ij} - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (23)$$

### ۲.۴.۲. مدل $k - \epsilon$

مدل  $k - \omega$ ، پرکاربردترین مدل بعد از مدل  $k - \epsilon$  به حساب می‌آید، که شامل دو معادله است و بسیار مشابه مدل  $k - \epsilon$  است و از تعریف مشابهی برای  $K$  استفاده می‌کند، اما در تعریف مؤلفه‌ی دوم برای توصیف رفتار آشفتگی از رابطه‌ی ۲۴ پیروی می‌کند:

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\alpha \omega}{k} P - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \sigma_\omega \frac{\rho k}{\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{\rho \sigma_d}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (24)$$

### ۵.۲. مدل‌سازی عددی و راستی‌آزمایی

در پژوهش حاضر، رفتار و نحوه‌ی وقوع پدیده‌ی کاویتاسیون در یک ونتوری با شرایط هندسی متفاوت و در اثر حرکت جریان با سرعت‌های مختلف و با اعداد رینولدز متفاوت بررسی شده است. ونتوری‌های مذکور در نرم‌افزار ANSYS FLUENT، مدل‌سازی شده‌اند. سپس به تحلیل و بررسی پارامترهای مختلف و تأثیرگذار در هندسه‌های مختلف، از جمله ایجاد گلوبی با طول‌های مختلف و همچنین زاویه‌های بازشدگی متفاوت پرداخته شده است. در پژوهش حاضر، ۶ مدل هندسه بحث و بررسی شده‌اند، که از نظر هندسه و زاویه‌ی بازشدگی با هم تفاوت دارند. به طور کلی، این موارد بررسی شده‌اند:

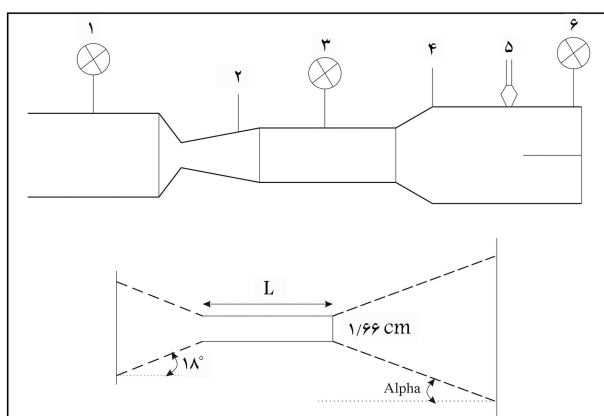
طول ناحیه‌ی قرار گرفته در محدوده‌ی کاویتاسیون عدد رینولدز در ناحیه‌ی گلوبی ونتوری، بررسی تأثیر تغییر زاویه‌ی خروجی ونتوری در شرایط مسئله و بررسی تأثیر افزودن گلوبی به ونتوری در رفتار پدیده‌ی کاویتاسیون.

در پژوهش حاضر، برای راستی‌آزمایی از نتایج آزمایش تجربی نوشتار الزویر [۱۱ (۲۰۱۸)] با عنوان (دینامیک کاویتاسیون جزئی در یک ونتوری همگرا - واگرا)، که در مجله‌ی بین‌المللی جریان چندفازی منتشر شده است، استفاده شده است.

در طول پژوهش حاضر و مدل‌سازی‌ها، شرایط جریان توسط معیاری با نام عدد کاویتاسیون ( $\sigma$ ) بیان شده است، که کمیتی بی‌بعد و بیانگر تشکیل حباب‌های هوا در جریان است (مطابق رابطه‌ی ۲۵):

$$\sigma = \frac{P - P_v}{\frac{1}{2} \rho u^2} \quad (25)$$

که در آن،  $P$  مقدار فشار در پایین دست جریان (مقطع ۶ در شکل ۱)،  $P_v$  فشار بخار اشباع سیال،  $\rho$  دانسیته یا چگالی سیال استفاده شده (آب) و  $u$  سرعت



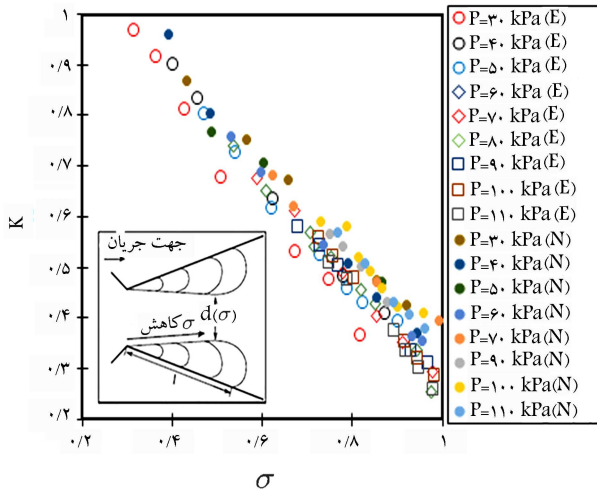
شکل ۱. نمای ونتوری آزمایشگاهی.

سرعت‌های مختلف در ورودی سیستم (مقطع ۱ - شکل ۱)، مسئله حل و به صورت تناوبی، مراحل اخیر تکرار شده‌اند؛ و در هر مرحله، مقدار فشار در ورودی سیستم و بعد از ونتوری (به ترتیب در مقاطع ۱ و ۳ شکل ۱) و سرعت در گلوبی ونتوری و همچنین طول ناحیه‌ی تشکیل کایتاسیون اندازه‌گیری و ثبت شده و نمودارهای  $K - \sigma$  و  $l/d - \sigma$  به دست آمده‌اند، که معیار خوبی برای راستی‌آزمایی و مقایسه‌ی نتایج به دست آمده از مدل‌سازی عددی با آزمایش تجربی است. نمودارهای مربوط به مدل‌های آزمایش تجربی و عددی به ترتیب در شکل‌های ۳ و ۴ مشاهده می‌شوند؛ که در آنها،  $K$  ضریب افت فشار،  $\sigma$  عدد کایتاسیون،  $l$  طول ناحیه‌ی وقوع کایتاسیون و  $d$  قطر گلوبی ونتوری هستند.

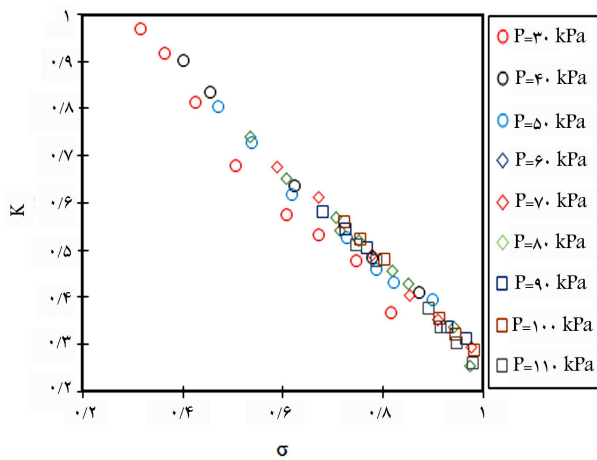
در مقایسه‌ی نمودارها در شکل ۳، پیوستگی و تطابق نسبتاً مناسبی بین نمودار عدد کایتاسیون ( $\sigma$ ) با ضریب افت فشار ( $K$ ) در مدل‌های آزمایشگاهی و عددی وجود دارد، به صورتی که تقریباً داده‌ها در دو نمودار اخیر بر هم منطبق و متناظر هستند.

در مقایسه‌ی نمودارها در شکل ۴، پیوستگی و تطابق نسبتاً مناسبی در نمودار  $\sigma$  با  $l/d$  وجود دارد و نیز تشابه و ارتباط و انطباق نسبتاً خوبی بین داده‌ها ملاحظه می‌شود.

همچنین در شکل ۵، وقوع کایتاسیون در بازه‌های زمانی مختلف در آزمایش



شکل ۳. نمودار  $K - \sigma$  در مدل‌های آزمایشگاهی و عددی.



شکل ۴. نمودار  $K - \sigma$  با  $l/d$  در مدل آزمایشگاهی.

جریان در گلوبی ونتوری هستند. همچنین در مدل‌سازی‌های انجام شده از ضریب دیگری با نام ضریب افت فشار ( $K$  مطابق معادله‌ی ۲۶) استفاده شده است.

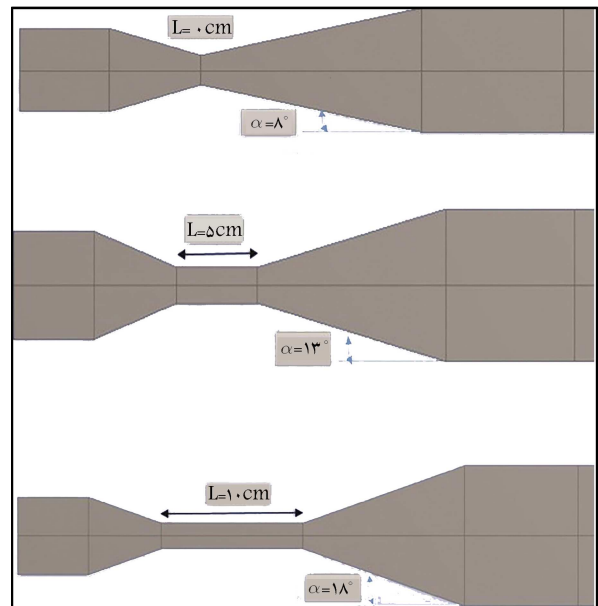
$$K = \frac{\Delta P}{\frac{1}{2} \rho u_0^2} \quad (26)$$

که در آن،  $\Delta P$  اختلاف فشار بین مقاطع ۳ و ۱ نشان داده شده در شکل ۱ است. مشخصات و جزئیات هندسه‌ی ونتوری‌ها در جدول ۱ و شکل ۱ ارائه شده است. همچنین، ۶ نوع ونتوری در تحلیل حاضر مدنظر قرار گرفته‌اند، که جزئیات هندسی آنها در شکل ۲ مشاهده می‌شود و با تغییر زاویه‌ی  $L$  و طول  $L$ ، هندسه‌ی مدل‌ها نیز تغییر می‌کند.

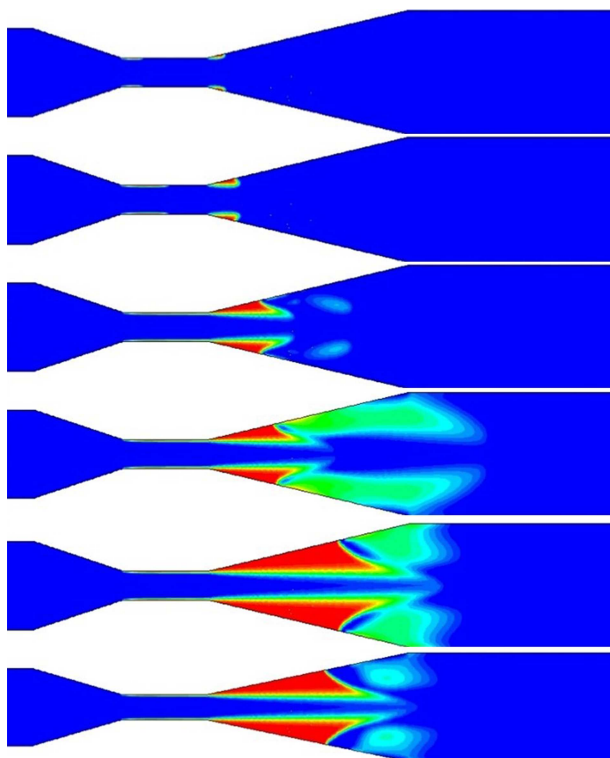
در پژوهش حاضر، برای راستی‌آزمایی از نتایج یک آزمایش تجربی با عنوان (دینامیک کایتاسیون جزئی در یک ونتوری همگرا - واگرا)، که در سال ۲۰۱۸ منتشر شده است،<sup>[۱۶]</sup> استفاده شده است. مدل آشفتگی در نظر گرفته شده، مدل  $K - \epsilon$  به صورت استاندارد بوده است. همچنین آب با دمای  $(20^\circ C)$  و چگالی  $(998.1 \text{ kg/m}^3)$  و مقدار فشار بخار اشباع برابر با  $2.33 \text{ kPa}$  در نظر گرفته شده است. با اعمال فشارهای متفاوت در خروجی (مقطع ۶ - شکل ۱) و اعمال

جدول ۱. اطلاعات هندسی ونتوری‌های مدل‌سازی شده.

شماره‌ی ونتوری	$\alpha$ (Degree)	$L$ (cm)
۱	۸	۰
۲	۱۳	۰
۳	۱۸	۰
۴	۸	۵
۵	۱۳	۵
۶	۱۸	۵
۷	۸	۱۰
۸	۱۳	۱۰
۹	۱۸	۱۰



شکل ۲. ونتوری‌های بدون گلوبی و با گلوبی‌های ۵ و ۱۰ سانتی‌متر با زوایای بازشدگی متفاوت.



شکل ۶. وقوع پدیده‌ی کاویتاسیون در یک بازه‌ی زمانی مشخص.

### ۲.۳. پروفیل طولی پدیده‌ی کاویتاسیون

پدیده‌ی کاویتاسیون پس از ایجاد جریان در ونتوری و افزایش سرعت جریان، ابتدا در قسمت شروع واگرایی ونتوری، که فشار به‌طور ناگهانی کاهش می‌کند، رخ می‌دهد و از آنجا شروع به رشد می‌کند (مطابق شکل ۶). البته پدیده‌ی اخیر بسیار سریع رخ می‌دهد و و بعد از افزایش فشار، رفته‌رفته عقب نشینی می‌کند، که این مسئله در دو شکل آخر به‌طور واضح مشخص است. فرایند نشان داده شده در شکل ۶، در بازه‌ی زمانی صفر تا ۳۵ میلی‌ثانیه بوده است.

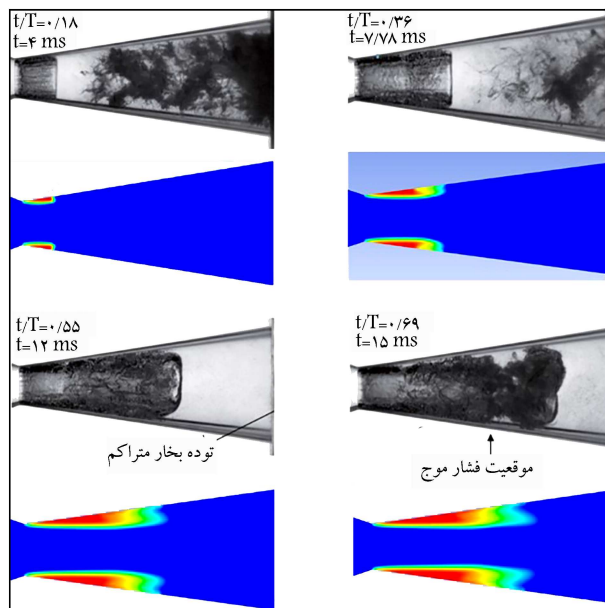
### ۳.۳. بررسی نمودارهای طول ناحیه‌ی کاویتاسیون با عدد رینولدز در

گلوبی

#### ۱.۳.۳. ونتوری بدون گلوبی

مطابق شکل ۷، در مدل بدون گلوبی و زاویه‌ی بازشدگی ۸ درجه، بین نتایج دو مدل شونر و زوارت تفاوت زیادی مشاهده نمی‌شود، به‌طوری که هر دو منحنی مدل زوارت و شونر بر هم منطبق هستند و فقط در محدوده‌ی که عدد رینولدز در گلوبی بین ۳۰۰۰۰۰ و ۵۰۰۰۰۰ قرار گرفته است، در مدل زوارت طول ناحیه‌ی قرار گرفته در محدوده‌ی کاویتاسیون، اندکی بیشتر از مدل شونر بوده است.

همچنین، در ونتوری بدون گلوبی و با زاویه‌ی بازشدگی ۱۳ درجه، تا زمانی که عدد رینولدز در گلوبی در محدوده‌ی زیر ۵۰۰۰۰۰ قرار داشته است، منحنی‌های دو مدل شونر و زوارت تقریباً مشابه هم بوده‌اند؛ اما پس از افزایش عدد رینولدز، منحنی دو مدل زوارت و شونر از هم فاصله گرفته‌اند، به‌طوری که در مدل زوارت طول ناحیه‌ی قرار گرفته در محدوده‌ی کاویتاسیون در محدوده‌ی عدد رینولدز بالاتر نسبت به مدل شونر افزایش پیدا کرده است. در ونتوری بدون گلوبی و با زاویه‌ی بازشدگی ۱۸ درجه، نیز دو مدل مذکور فقط در محدوده‌ی که عدد رینولدز در



شکل ۵. کانتورهای فشار تشکیل بخار و تصاویر آزمایشگاهی از کاویتاسیون در بازه‌های زمانی مشخص.

جدول ۲. آنالیز حساسیت مش‌بندی.

اندازه‌ی مش (mm)	طول کاویتاسیون (cm)	سرعت کاویتاسیون (m/s)	فشار (kpa)	سرعت گلوبی (m/s)
۴,۹۱۶	۷,۹۱			۱۹,۳۹۶۱
۲,۹۱۶	۷,۷۹			۱۹,۳۷۳۴
۱,۹۱۶	۷,۶	۷	۵°	۱۹,۳۷۱۱
۰,۹۱۶	۷,۵۵			۱۹,۳۶۹۴
۰,۷۳۵	۷,۵۴۹			۱۹,۳۶۹۴

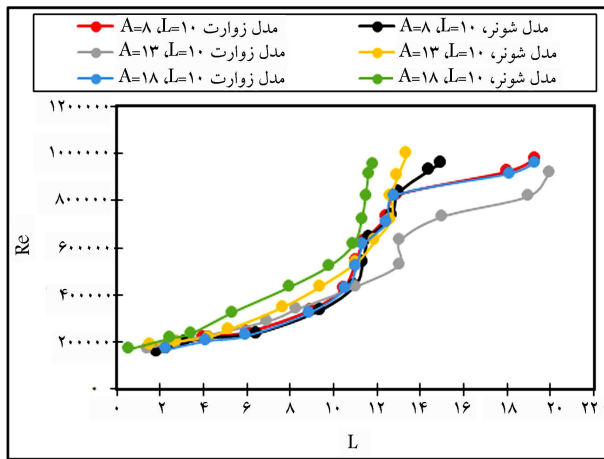
تجربی مشاهده می‌شود و با تصاویر مدل عددی در همان بازه‌ی زمانی مقایسه صورت گرفته است؛ که مطابق آنها، تشابه خوبی بین تصاویر به‌دست آمده از مدل آزمایشگاهی و کانتورهای فشار مدل عددی در بازه‌های زمانی مختلف مشاهده می‌شود.

## ۳. نتایج و بحث

### ۱.۳. آنالیز حساسیت شبکه‌بندی

به‌منظور بررسی استقلال نتایج از اندازه‌ی شبکه، یک نمونه از مدل با اندازه‌های مش‌های متفاوت شبکه‌بندی شده است. سپس به حل مسئله در شرایط یکسان پرداخته و نتایج به‌دست آمده مقایسه شده‌اند. ابتدا از مش بزرگ شروع شده و سپس اندازه‌ی مش تا زمانی که نتایج همگرا شوند، کوچک شده است. همچنین، نتایج آنالیز حساسیت مش‌بندی در جدول ۲ به تفصیل ارائه شده است.

مطابق جدول ۲، در اندازه‌های مش‌های ۰,۹۱۶ و ۰,۷۳۵ (mm) نتایج همگرا و بر هم منطبق شده‌اند و سرعت و طول ناحیه‌ی کاویتاسیون دیگر تغییر نکرده است. لذا، در تمام مدل‌سازی‌های از اندازه‌ی مش ۰,۹۱۶ (mm) استفاده شده است، تا اندازه‌ی مش تأثیری در نتایج نداشته باشد.



شکل ۹. نمودار عدد رینولدز با طول کایتاسیون در مدل با گلوبی ۱۰ سانتی متری و زوایای ۸، ۱۳ و ۱۸ درجه.

در محدوده‌ی کایتاسیون رشد زیادی نسبت به مدل شونر از خود نشان داده است. در وتوری با گلوبی ۵ سانتی متری و با زاویه‌ی بازشدگی ۱۸ درجه، نیز منحنی‌های دو مدل شونر و زوارت، فقط در محدوده‌ی که عدد رینولدز در گلوبی وتوری کمتر از ۴۰۰۰۰۰ بوده است؛ تشابه داشته‌اند و پس از آن، با وجود آنکه روند و شکل منحنی‌های هر دو مدل یکی بوده است، اما در مدل زوارت کاهش طول ناحیه‌ی کایته شده بسیار قابل توجه است؛ به طوری که اختلاف حدود ۲ (cm) در عدد رینولدز در طول ناحیه‌ی قرار گرفته در محدوده‌ی کایتاسیون مشاهده می‌شود.

### ۳.۳.۳. وتوری با گلوبی ۱۰ سانتی متری

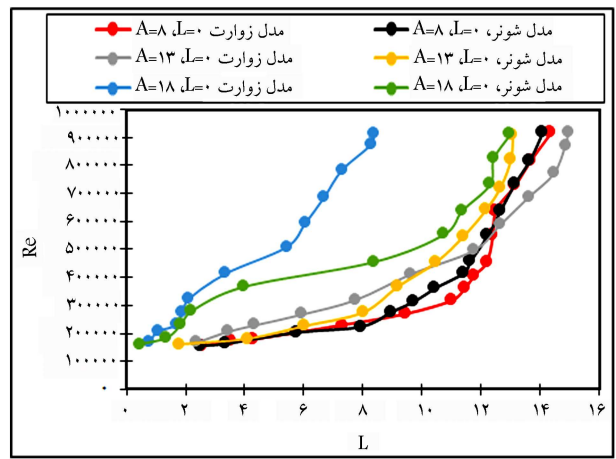
مطابق شکل ۹ مشخص است که در مدل با گلوبی ۱۰ سانتی متری و زاویه‌ی بازشدگی ۸ درجه، بین نتایج دو مدل شونر و زوارت تفاوت زیادی مشاهده نمی‌شود و نتایج کاملاً بر هم منطبق هستند و فقط در محدوده‌ی که عدد رینولدز در گلوبی از ۸۵۰۰۰۰ عبور کرده است، طول ناحیه‌ی قرار گرفته در محدوده‌ی کایتاسیون در مدل زوارت افزایش قابل ملاحظه‌ی از خود نشان داده و به طور ناگهانی افزایش پیدا کرده است.

همچنین، در وتوری با گلوبی ۱۰ سانتی متری و با زاویه‌ی بازشدگی ۱۳ درجه، دو منحنی زوارت و شونر فقط در محدوده‌ی که عدد رینولدز در گلوبی وتوری کمتر از ۴۵۰۰۰۰ بوده است، تشابه دارند و پس از آن با افزایش عدد رینولدز در گلوبی، مدل زوارت رفتار متفاوتی نسبت به مدل شونر از خود نشان داده و افزایش طول ناحیه‌ی قرار گرفته در محدوده‌ی کایتاسیون در مدل زوارت بسیار بیشتر از مدل شونر بوده است.

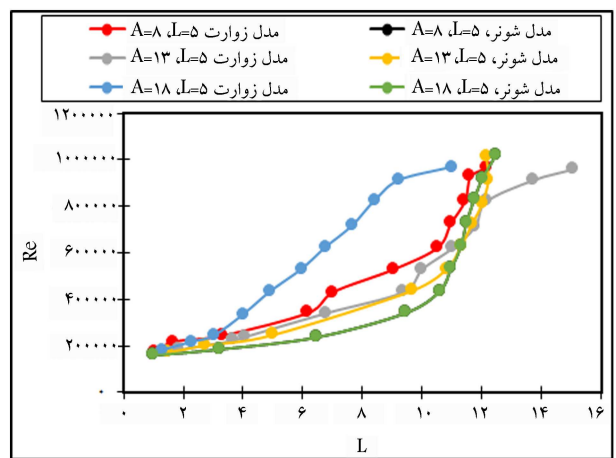
در مدل با گلوبی ۱۰ سانتی متری و زاویه‌ی بازشدگی ۱۸ درجه، نیز بین نتایج دو مدل شونر و زوارت تفاوت نسبتاً زیادی وجود دارد و دو مدل مذکور فقط در محدوده‌ی که عدد رینولدز بین ۴۵۰۰۰۰ تا ۶۵۰۰۰۰ قرار داشته است، پیوستگی مناسبی از خود نشان داده و پس از اینکه عدد رینولدز در گلوبی از محدوده‌ی ۸۵۰۰۰۰ عبور کرده است، طول ناحیه‌ی قرار گرفته در محدوده‌ی کایتاسیون در مدل زوارت افزایش زیادی پیدا کرده است.

## ۴. نتیجه‌گیری کلی

هدف از مطالعه‌ی حاضر، بررسی رژیم‌های مختلف کایتاسیون در یک وتوری



شکل ۷. نمودار عدد رینولدز با طول کایتاسیون در مدل بدون گلوبی و زوایای ۸، ۱۳ و ۱۸ درجه.



شکل ۸. نمودار عدد رینولدز با طول کایتاسیون در مدل با گلوبی ۵ سانتی متری و زوایای ۸، ۱۳ و ۱۸ درجه.

گلوبی وتوری کمتر از ۳۰۰۰۰۰ بوده است، تشابه دارند و پس از آن با وجود آنکه روند و شکل منحنی هر دو مدل تقریباً مشابه بوده است، اما در مدل زوارت کاهش طول ناحیه‌ی قرار گرفته در محدوده‌ی کایتاسیون بسیار قابل توجه است، به طوری که اختلاف حدود ۴ سانتی متر در محدوده‌ی عدد رینولدز ۹۰۰۰۰۰ در طول ناحیه‌ی کایته شده مشاهده می‌شود.

### ۲.۳.۳. وتوری با گلوبی ۵ سانتی متری

مطابق شکل ۸، مشخص است که در وتوری با گلوبی ۵ سانتی متری و با زاویه‌ی بازشدگی ۸ درجه، روند هر دو منحنی مدل‌های زوارت و شونر تا زمانی که عدد رینولدز در گلوبی در محدوده‌ی زیر ۳۵۰۰۰۰ بوده است، تقریباً مشابه هم بوده و پس از افزایش عدد رینولدز تا مرز ۷۰۰۰۰۰، دو مدل نتایج متفاوتی را نشان داده‌اند، به طوری که طول ناحیه‌ی کایته شده در یک عدد رینولدز مشخص، در مدل زوارت کوچک‌تر از مدل شونر بوده است، اما بعد از محدوده‌ی اخیر، دوباره دو مدل همگرا شده‌اند. همچنین، در مدل با گلوبی ۵ سانتی متری و زاویه‌ی بازشدگی ۱۳ درجه، بین نتایج دو مدل شونر و زوارت تفاوت زیادی مشاهده نمی‌شود و منحنی‌های هر دو مدل تقریباً بر هم منطبق هستند و فقط در محدوده‌ی که عدد رینولدز در گلوبی بالاتر از ۸۰۰۰۰۰ قرار گرفته است، در مدل زوارت طول ناحیه‌ی قرار گرفته

- سرعت به دست آمده در گلوبی در شرایط یکسان زمانی، در تمام مدل‌ها مقدار ثابتی از خود نشان داده است، که نشانگر استقلال سرعت نسبت به هر دو مدل شونر و زوارت است؛
- نتایج نشان داده است که در ونتوری بدون گلوبی، در محدوده‌ی که عدد رینولدز کمتر از ۳۰۰۰۰۰ بوده است، کاویتاسیون مشاهده شده است. در ونتوری با گلوبی ۵ سانتی‌متری، فقط در محدوده‌ی که عدد رینولدز در گلوبی بیشتر از ۸۰۰۰۰۰ بوده است، کاویتاسیون ایجاد شده است. همچنین نتایج نشان داده است که در ونتوری با گلوبی ۱۰ سانتی‌متری در محدوده‌ی کاویتاسیون، عدد رینولدز از محدوده‌ی ۸۵۰۰۰۰ بیشتر شده است؛
- همچنین نتایج نشان داده‌اند که تشکیل پدیده‌ی کاویتاسیون در گلوبی ۱۰ سانتی‌متر نسبت به ۵ سانتی‌متر به میزان ۵/۸۸٪، در گلوبی ۱۰ سانتی‌متری نسبت به بدون گلوبی به میزان ۶۴/۷۱٪ و در گلوبی ۵ سانتی‌متری نسبت به بدون گلوبی به میزان ۶۲/۵٪ تغییر یافته است.
- متقارن محوری همگرا - واگرا بوده است. لذا، ۹ هندسه‌ی مختلف ونتوری در بحث وقوع کاویتاسیون و طول ناحیه‌ی کاویته شده تحلیل و بررسی شده‌اند. ونتوری‌های اخیر با طول‌های مختلف گلوبی و بدون گلوبی و همچنین زاویه‌های بازشدگی متفاوت مدل‌سازی و بررسی شده‌اند.
- با مقایسه‌ی طول گلوبی‌ها ملاحظه می‌شود که با افزایش طول گلوبی در حالت کلی در محدوده‌ی صفر تا ۵ سانتی‌متری، طول ناحیه‌ی کاویته شده، کمی کاهش و در محدوده‌ی پس از آن افزایش یافته است؛
- در حالت کلی، مدل زوارت طول ناحیه‌ی کاویته شده‌ی بزرگ‌تری را در محدوده‌ی که عدد رینولدز در گلوبی بزرگ‌تر بوده است، نسبت به مدل شونر نشان داده است؛
- در حالت کلی، در آنالیزهای رایانه‌ی مقایسه‌ی سرعت همگرایی دو مدل شونر و زوارت ملاحظه شده است که سرعت همگرایی مدل شونر بالاتر از مدل سرعت همگرایی مدل زوارت بوده است؛

## پانویس‌ها

1. Euler
2. Kadivar
3. Yu
4. Suo
5. Tulin
6. Uhlman
7. Singhal
8. Mixture
9. Zwart
10. Schnerr & Sauer
11. Elsevier

## منابع (References)

1. Euler, L., 1802. Letters of euler on different subjects in physics and philosophy: Addressed to a German princess (Vol. 2). Murray and Highley.
2. Kadivar, E., Timoshevskiy, M.V., Nichik, M.Y., El Moctar, O., Schellin, T.E. and Pervunin, K.S., 2020. Control of unsteady partial cavitation and cloud cavitation in marine engineering and hydraulic systems. *Physics of Fluids*, 32(5), pp.1-19. <https://doi.org/10.1063/5.0006560>.
3. Yu, A., Zou, Z., Zhou, D., Zheng, Y. and Luo, X., 2020. Investigation of the correlation mechanism between cavitation rope behavior and pressure fluctuations in a hydraulic turbine. *Renewable Energy*, 147(1). [doi.org/10.1016/j.renene.2019.09.096](https://doi.org/10.1016/j.renene.2019.09.096)
4. Suo, X., Jiang, Y. and Wang, W., 2021. Hydraulic axial plunger pump: Gaseous and vaporous cavitation characteristics and optimization method. *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 15(1). pp. 712-726. [doi.org/10.1080/19942060.2021.1913232](https://doi.org/10.1080/19942060.2021.1913232).
5. Kornfeld, M. and Suvorov, L., 1944. On the destructive action of cavitation. *Journal of Applied Physics*, 15(6), pp.495-506. [doi.org/10.1063/1.1707461](https://doi.org/10.1063/1.1707461).
6. Tulin, M.P., 1960. Steady two-dimensional cavity flows about slender bodies.
7. Zienkiewicz, O.C., Paul, D.K. and Hinton, E., 1983. Cavitation in fluid-structure response (with particular reference to dams under earthquake loading). *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 11(4), pp.463-481. [doi.org/10.1002/eqe.4290110403](https://doi.org/10.1002/eqe.4290110403).
8. Uhlman, J.S., 1987. The surface singularity method applied to partially cavitating hydrofoils. *Journal of Ship Research*, 31(02), pp.107-124. [doi.org/10.5957/jsr.1987.31.2.107](https://doi.org/10.5957/jsr.1987.31.2.107).
9. Borghei, S.M., Jalili, M.R. and Ghodsian, M., 1999. Discharge coefficient for sharp-crested side weir in sub-critical flow. *Journal of Hydraulic Engineering*, 125(10), pp.1051-1056. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1999\)125:10\(1051\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1999)125:10(1051))
10. Ghazi, B., Daneshfaraz, R. and Jaihouni, E., 2019. Numerical investigation of hydraulic characteristics and prediction of cavitation number in Shahid Madani Dam's Spillway. *Journal of Groundwater Science and Engineering*, 7(4), pp.323-332. [10.19637/j.cnki.2305-7068.2019.04.003](https://doi.org/10.19637/j.cnki.2305-7068.2019.04.003).
11. Daneshfaraz, R. and Zogi, N., 2013. Investigation of cavitation in stepped spillway of Siah-Bishe dam by using Flow-3D model. *International Research Journal of Applied and Basic Sciences*, 4(11), pp.3382-3388. <https://www.cabidigitallibrary.org/doi/full/10.5555/20133348057>.



12. Kadivar, E., Timoshevskiy, M.V., Nichik, M.Y., El Moc-tar, O., Schellin, T.E. and Pervunin, K.S., 2020. Control of unsteady partial cavitation and cloud cavitation in marine engineering and hydraulic systems. *Physics of Fluids*, 32(5), pp.1-19. doi.org/10.1063/5.0006560.
13. Singhal, A.K., Athavale, M.M., Li, H. and Jiang, Y., 2002. Mathematical basis and validation of the full cavitation model. *J. Fluids Eng.*, 124(3), pp.617-624. doi.org/10.1115/1.1486223.
14. Zwart, P.J., Gerber, A.G. and Belamri, T., 2004, May. A two-phase flow model for predicting cavitation dynamics. *In Fifth International Conference on Multiphase Flow*, 152. Japan: Yokohama.
15. Schnerr, G.H. and Sauer, J., 2001, May. Physical and numerical modeling of unsteady cavitation dynamics. *In Fourth international Conference on Multiphase Flow*, 1, pp.1-12. New Orleans, LO, USA: ICMF New Orleans.
16. Kalateh, F. and Attarnejad, R., 2011. Finite element simulation of acoustic cavitation in the reservoir and effects on dynamic response of concrete dams. *Finite Elements in Analysis and Design*, 47(5), pp.543-558.