

مدل‌های احتمالاتی برای پیش‌بینی تنش تسلیم میلگرد و مقاومت فشاری بتن بر مبنای رگرسیون خطی بیش‌ترین

حمیدرضا نوربالا تفتی (کارشناس ارشد)

مجتبی محصولی* (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف

مهندسی عمران شریف، تابستان ۱۴۰۳ (۱۴۰۳)
دوری ۴۰، شماره ۲، صص. ۸۷-۱۰۰ (پژوهشی)

در پژوهش حاضر، به توسعه‌ی مدل‌های احتمالاتی برای پیش‌بینی تنش تسلیم فولاد میلگرد و مقاومت فشاری بتن مصرفی در صنعت ساخت کشور پرداخته شده است. مشخصات مقاومتی مواد جزء پارامترهای اصلی در طراحی بر مبنای عملکرد در واسنجی ضوابط طراحی ضرایب بار و مقاومت بر مبنای قابلیت اعتماد و در تحلیل‌های ریسک و تاب‌آوری زیرساخت‌های عمرانی هستند. هر دو پارامتر، عدم قطعیت قابل توجهی دارند، که برای کمی‌سازی آن در پیش‌بینی مدل از رگرسیون خطی بیش‌ترین در نرم‌افزار Rt_{tx} استفاده شده است. برتری استنباط بیش‌ترین، در برآورد عدم قطعیت شناختی مدل است، که با جمع‌آوری داده‌های بیشتر با به‌هنگام‌سازی مدل کاهش می‌یابد. برای مدل‌سازی در پژوهش حاضر، عملیات گسترده‌ای برای جمع‌آوری داده از آزمایشگاه‌های مقاومت مصالح به انجام رسیده و هرگونه نقص در داده‌ها نیز براساس الگوریتم‌های دسته‌بندی مبتنی بر یادگیری ماشین مرتفع شده است. با استفاده از مدل‌های پیشنهادی، توزیع احتمال و آماره‌های مقاومت فشاری بتن به‌صورتی تابعی از مقاومت اسمی طرح، مدت‌زمان عمل‌آوری بتن در آزمایشگاه و کیفیت ساخت بتن و نیز توزیع احتمال و آماره‌های تنش تسلیم میلگردهای درجه‌های A-III و A-IV تعیین شده‌اند.

واژگان کلیدی: رگرسیون خطی بیش‌ترین، مدل‌سازی احتمالاتی، مقاومت فشاری بتن، تنش تسلیم میلگرد، قابلیت‌اعتماد سازه.

۱. مقدمه

پس از زلزله‌ی کرمانشاه (۱۳۹۶)، انواع آزمون‌های مخرب و غیرمخرب برای سنجش مقاومت فشاری بتن مصرفی در سازه‌های با سطح آسیب بالا انجام شده است.^[۱] طبق بررسی‌های پژوهش حاضر، مقاومت فشاری بتن در بیشتر سازه‌های تخریب شده، استانداردهای لازم را نداشته و دلیل عمده‌ی فروریزش‌ها همین موضوع بوده است. مطابق بند ۱/۲/۱/۹ مبحث نهم مقررات ملی ساختمان،^[۲] مقاومت مشخصه‌ی بتن طراحی شده تحت آیین‌نامه‌ی اخیر نباید از ۲۰ مگاپاسکال کمتر باشد. با این حال، برخی بررسی‌ها،^[۱] نشان می‌دهند که بتن در عمده‌ی سازه‌های آسیب‌دیده، مقاومتی حدود ۱۰ تا ۲۰ مگاپاسکال یا حتی کمتر داشته است، زیرا در مواردی ابزار اندازه‌گیری امکان اندازه‌گیری مقادیر کمتر از ۱۰ مگاپاسکال را نداشته است. حسینی هاشمی و فرشچی (۲۰۱۷)،^[۳] در این زمینه عنوان کرده‌اند که از

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۴۰۲/۴/۲۶، اصلاحیه ۱۴۰۲/۶/۲۸، پذیرش ۱۴۰۲/۷/۱۰.

استناد به این مقاله:

نوربالا تفتی، حمیدرضا و محصولی، مجتبی، ۱۴۰۳. مدل‌های احتمالاتی برای پیش‌بینی تنش تسلیم میلگرد و مقاومت فشاری بتن بر مبنای رگرسیون خطی بیش‌ترین. مهندسی

عمران شریف، ۴۰(۲)، صص. ۸۷-۱۰۰. DOI:10.24200/330.2023.62665.3238

می‌رود.^[۳] از طرف دیگر، با توجه به تعدد کارخانه‌های نورد میلگرد و تفاوت در سطح کنترل کیفیت در آنها، عدم قطعیت زیادی در تنش تسلیم فولاد به‌کار رفته در مقاطع بتنی مسلح و در نتیجه مقاومت مقطع وجود دارد. از این رو، در پژوهش حاضر، مدل‌های احتمالاتی برای پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن و تنش تسلیم میلگرد با در نظر گرفتن عدم قطعیت آنها برای به‌کارگیری در انواع تحلیل‌های احتمالاتی ارائه شده است. به‌عنوان مثال، امروزه فلسفه‌ی طراحی در حال تغییر به طراحی براساس عملکرد است، که نیازمند کمی‌سازی عدم قطعیت نه فقط در جنبش زمین، بلکه در پارامترهای مؤثر در رفتار سازه، از جمله مقاومت مواد است. همچنین، مدل‌سازی احتمالاتی مقاومت مواد در محاسبه‌ی شاخص قابلیت اعتماد و واسنجی ضرایب بار و مقاومت در روش طراحی (LRFD)^[۱]، چه در سطح اجزاء سازه و چه در سطح کل ساختمان بسیار مؤثر است. از موارد دیگر کاربرد مدل‌سازی احتمالاتی مقاومت مواد، تحلیل‌های قابلیت اعتماد، ریسک و تاب‌آوری زیرساخت‌های عمرانی است. کمیت‌های مذکور شامل عدم قطعیت‌های ذاتی و شناختی هستند. جمع‌آوری داده و توسعه‌ی مدل احتمالاتی برای یک کمیت، عدم قطعیت شناختی آن را کاهش می‌دهد. بنابراین مدل‌های احتمالاتی پارامترهای مقاومتی مواد به‌عنوان ورودی انواع تحلیل‌ها، تأثیر به‌سزایی در کمی‌سازی صحیح عدم قطعیت در تحلیل‌های احتمالاتی دارند.

به مدل‌سازی عدم قطعیت در مشخصات مصالح در برخی مطالعات توجه شده است. کمیت‌های مشترک ایمنی سازه (JCSS)^[۲]، دستورالعملی برای طراحی سازه به‌صورت احتمالاتی ارائه داده است؛^[۵] که عدم قطعیت مقاومت مواد را در سه سطح: بزرگ‌مقیاس، میان‌مقیاس، و کوچک‌مقیاس بررسی می‌کند. سطح بزرگ‌مقیاس، مربوط به عدم قطعیت در خود کمیت، یعنی محاسبه‌ی میانگین و انحراف معیار توزیع آن است. سطح میان‌مقیاس، به برآورد عدم قطعیت پارامترهای توزیع احتمال کمیت می‌پردازد. سطح کوچک‌مقیاس، نیز عدم قطعیت‌های ذاتی کمیت را بررسی می‌کند. دستورالعمل JCSS، برای مقاومت فشاری بتن‌های پیش‌ساخته و درجاساخت، مدل‌های احتمالاتی ارائه داده‌اند، که پارامترهای آن تابع مقاومت اسمی طراحی بتن هستند. همچنین تنش تسلیم میلگرد را نیز به‌صورت جمع سه متغیر تصادفی مستقل با توزیع نرمال مدل‌سازی کرده است، که هر کدام از آنها ناشی از عدم قطعیت‌های کیفیت کارخانه‌ی نورد میلگرد، فرایند ذوب و سرد شدن فولاد هستند. پارامترهای توزیع‌های ذکر شده، تابعی از تنش تسلیم و قطر میلگرد هستند. پژوهش‌های دیگری نیز به ارائه‌ی مدل‌های احتمالاتی پیش‌بینی مقاومت مواد پرداخته‌اند. کوگ^[۶] (۲۰۱۸)، مقادیر میانگین و بیشینه‌ی خطای محتمل ضریب آریبی^۴ مقاومت فشاری بتن را برای نتایج سه نوع آزمون غیرمخرب پالس آلتراسونیک^۵، چکش ارتجاعی و میله‌ی ویندسور^۶ و همچنین آزمون مخرب مغزه‌گیری ارائه کرده است. ایشان با توجه به بالا بودن مقدار خطای آزمون‌های غیرمخرب و پرهزینه بودن آزمون‌های مخرب، برای تعدیل دقت و هزینه پیشنهاد کرده است که از ترکیب آزمون‌های مذکور به‌منظور مدل‌سازی احتمالاتی مقاومت مواد بهره برد. ویشنیفسکی^۷ و همکاران (۲۰۱۲)،^[۷] نیز با جمع‌آوری تعداد نزدیک به ۵۰۰ داده از کارخانه‌های مختلف نورد و آزمایشگاه‌های گوناگون سنجش مقاومت میلگرد، توزیع احتمالاتی برای پیش‌بینی مقدار واقعی تنش تسلیم میلگرد با مقاومت اسمی ۵۰۰ مگاپاسکال ارائه کرده‌اند. مدل احتمالاتی ارائه شده‌ی ایشان در برگزیده‌ی منابع عدم قطعیتی نظیر اختلاف در قطر میلگرد و حد تعریف شده برای کرنش تسلیم در آزمون‌های سنجش مقاومت بوده است. همچنین، آنها میانگین ضریب آریبی تنش تسلیم میلگرد با مقاومت اسمی ۵۰۰ مگاپاسکال را ۱/۱۵ و ضریب تغییرات آن را ۵٪ برآورد کرده‌اند.

اسکیچ^۸ و همکاران (۲۰۲۳)،^[۸] حساسیت ضریب مقاومت طراحی در اتصال‌های جوشی تیر به ستون را نسبت به تغییرات مشخصات مکانیکی فولاد سنجیده‌اند. به‌منظور تعیین ضریب مقاومت طراحی، از تحلیل قابلیت اعتماد استفاده شده است. ایشان برای برآورد عدم قطعیت تنش تسلیم و نهایی فولاد، از داده‌های آماری آزمایش فولاد در آیین‌نامه‌ی طراحی سازه‌های فولادی اروپا،^[۹] استفاده و میانگین ضریب آریبی تنش تسلیم فولاد با مقاومت اسمی ۳۵۵ مگاپاسکال را ۱/۲ و ضریب تغییرات آن را ۵٪ برآورد کرده‌اند.

پژوهش‌هایی نیز برای توسعه‌ی مدل پیش‌بینی مقاومت مواد در داخل کشور انجام شده است. تندکار مبارکی (۲۰۱۶)،^[۱۰] در پژوهشی، با تهیه‌ی نمونه‌های مکعبی از ۱۲ طرح اختلاط بتن با نسبت‌های وزنی مختلف سیمان، مقاومت فشاری ۲۸ روزه بتن را از روی مقاومت ۷ روزه، نسبت وزنی سیمان و نسبت وزنی میکروسیلیس به‌کاررفته در طرح اختلاط پیش‌بینی کرده و در آن، یک مدل رگرسیون خطی و یک مدل شبکه‌ی عصبی پرسپترون چندلایه برای پیش‌بینی مقاومت فشاری توسعه یافته است. پاسخ هر دو مدل به‌صورت تعیینی^۹ بوده و فقط میزان خطای هر دو مدل گزارش شده‌است. توانا املشی (۲۰۱۶)،^[۱۱] نیز با ساخت نمونه‌های مکعبی، استوانه‌یی و مکعب‌مستطیلی بتن خمیری و با استفاده از آزمایش‌های استاندارد مقاومت فشاری بتن، مقاومت کششی بتن و اسلامپ، مدل‌هایی برای پیش‌بینی کمیت‌های مذکور ارائه داده است. وی برای پیش‌بینی هر کمیت، سه مدل شبکه‌ی عصبی، ماشین بردار پشتیبان (SVM)،^{۱۰} و سیستم‌های استنتاج تطبیقی عصبی - فازی (ANFIS)^{۱۱} را توسعه داده است. تمامی مدل‌های اخیر، نیز تابعی از نسبت‌های وزنی شن، ماسه، رس سیلتی، بتونیت، سیمان، آب و همچنین زمان عمل‌آوری و نوع شکل هندسی نمونه‌ی عمل‌آوری شده هستند و نیز تمامی مدل‌ها، پاسخ را به‌صورت تعیینی پیش‌بینی می‌کنند و توزیع احتمال کمیت‌های بیان شده را به‌دست نمی‌آورند. معرفت (۲۰۱۳)،^[۱۲] نیز نتایج آزمایشگاهی میلگردهایی با درجه‌های A-II و A-III از ۱۰۶ کارگاه در سطح شهر تهران جمع‌آوری و برای بیان عدم قطعیت مقدار تنش تسلیم دو نوع میلگرد اخیر، از توزیع احتمالاتی نرمال استفاده کرده است. میانگین ضریب آریبی تنش تسلیم میلگردهای درجه‌های A-II و A-III در پژوهش مذکور به‌ترتیب برابر ۱/۰۷ و ۱/۰۲ و ضریب تغییرات هر کدام نیز به‌ترتیب برابر ۰/۰۸ و ۰/۰۸ به‌دست آمده است.

محمودکلایه و محصولی (۲۰۲۱)،^[۱۳] ضرایب بار و مقاومت موجود در آیین‌نامه‌های طراحی را برای ساختمان‌های فولادی ساخته شده در ایران واسنجی کرده و با ارائه‌ی زنجیره‌ی مدل‌های احتمالاتی مختص به بار و مقاومت، ابتدا شاخص قابلیت‌اعتماد سازه را به‌دست آورده و سپس ضرایب طراحی آیین‌نامه‌های داخل کشور را برای رسیدن به شاخص قابلیت‌اعتماد هدف تنظیم کرده‌اند. یکی از مدل‌های احتمالاتی مقاومت در نوشتار مذکور، تنش تسلیم فولاد نوع ST۳۷ بوده است. ایشان با جمع‌آوری نمونه‌های آزمون تنش از آزمایشگاه‌های متالورژی داخل کشور، ضریب آریبی تنش تسلیم فولاد را به‌صورت یک توزیع احتمال لاگ‌نرمال با میانگین ۱/۱۳ و ضریب تغییرات ۰/۰۶۴ برآورد کرده‌اند. علاوه‌بر تنش تسلیم، در گذشته تلاش‌هایی برای توسعه‌ی مدل‌های پیش‌بینی سایر پارامترهای مقاومتی فولاد در ایران شده است. به‌طور مثال، پورعلی‌اکبر و همکاران (۲۰۱۵)،^[۱۴] با توسعه‌ی یک مدل شبکه‌ی عصبی مصنوعی، مقدار ریزشختی ویکرز را در منطقه، متأثر از حرارت جوش بر روی لوله‌های فلزی X۷۰ با ترکیب‌های شیمیایی متفاوت پیش‌بینی کرده‌اند. علی‌رغم تلاش‌هایی که برای ارائه‌ی مدل‌های پیش‌بینی مقاومت مواد در داخل کشور صورت گرفته است، تاکنون مطالعه‌ی در جهت توسعه‌ی مدل‌های احتمالاتی

۲. مدل پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن

در بخش حاضر، نحوه توسعه مدل احتمالاتی پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن به صورت گام‌به‌گام شرح داده شده است.

۱.۲. جمع‌آوری داده

اولین گام برای توسعه مدل احتمالاتی پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن، جمع‌آوری مشاهده‌هاست. مشاهده‌های جمع‌آوری شده در پژوهش حاضر حاصل از انجام آزمون در آزمایشگاه روی نمونه‌های مکعب یا استوانه‌بی بتن بوده‌اند، که حین بتن‌ریزی اخذ و از سه آزمایشگاه بتن در نقاط مختلف ایران جمع‌آوری شده‌اند. آزمایشگاه اول، در شرق تهران قرار گرفته و ۱۰۶ داده از آن اخذ شده است. آزمایشگاه دوم، در کیش بوده و از آن ۱۳۲۶ داده اخذ شده است. آزمایشگاه سوم، واقع در دانشگاه صنعتی شریف بوده است، که تعداد ۲۱۵۸ داده از آن اخذ شده است. بنابراین در کل، ۳۵۹۰ داده از آزمایشگاه‌های گوناگون جمع‌آوری شده‌اند؛ که ۸۵٪ از آنها برای پرداخت مدل و ۱۵٪ باقیمانده برای اعتبارسنجی مدل استفاده شده‌اند. این کار به علت جلوگیری از بیش‌برازشی^{۱۸} مدل به مشاهده‌هاست، که در بخش عیب‌شناسی مدل شرح داده شده است.

داده‌های هر کدام از آزمایشگاه‌ها با یکدیگر اشتراک‌ها و تفاوت‌هایی دارند؛ یعنی بعضی از مشخصات بتن در یک آزمایشگاه ثبت شده است، که در داده‌های حاصل از آزمایشگاه دیگر وجود ندارد. اجتماع مشخصات و پارامترهای ثبت شده در مجموعه‌ی داده‌های جمع‌آوری شده به این شرح است:

- مقاومت فشاری بتن، که حاصل از شکست نمونه در دستگاه یونیورسال است؛
- مقاومت اسمی طرح اختلاط شامل C_{20} ، C_{25} ، C_{30} ، C_{35} ، C_{40} و C_{50} که عدد ذکر شده در آن مقاومت اسمی به مگاپاسکال است؛
- مدت زمان عمل‌آوری بتن، شامل: ۷، ۲۸، یا ۹۰ روزه؛
- نوع جزء سازه‌ی نمونه‌ی بتن، شامل: پی، دیوار، ستون، دال، و شمع؛
- طبقه‌ی بتن‌ریزی؛
- تاریخ نمونه‌گیری؛
- منطقه‌ی شهرداری برای نمونه‌های اخذ شده در تهران و یا نشانی پروژه برای نمونه‌های اخذ شده در کیش؛
- دمای بتن حین آزمایش؛
- اسلامپ؛
- نسبت وزنی مواد افزودنی در صورت وجود.

مدل‌سازی رگرسیون خطی بی‌زین مبتنی بر یافتن متغیرهای مؤثر در مکانیک مسئله و مشاهده‌های حاصل از آزمایش است. بنابراین، ابتدا با بررسی مطالعات و آزمایش‌های پیشین، متغیرهای مؤثر در مسئله و شکل مدل تعیین شده است. در بخش توسعه‌ی شکل مدل، چگونگی انجام این کار توضیح داده شده است. پس از به دست آوردن شکل تابعی، مدل براساس مشاهده‌های دنیای واقعی، واسنجی^{۱۹} شده است.

اما پیش از توسعه‌ی شکل مدل، باید نواقص موجود در داده‌های جمع‌آوری شده رفع شود. مقاومت اسمی طرح اختلاط، که از متغیرهای مهم و تأثیرگذار در شکل مدلی است که قرار است توسعه داده شود، برای قسمتی از مشاهده‌های جمع‌آوری شده موجود نیست. برای جلوگیری از حذف این‌گونه مشاهده‌ها و بهره‌گیری از آنها در

که عدم قطعیت‌های شناختی و ذاتی مقاومت مواد به‌کار رفته در ساختمان‌های کشور را به صورت صریح برآورد کند، صورت نگرفته است. همان‌گونه که گفته شد، با توسعه‌ی مدل‌های احتمالاتی پیش‌بینی مقاومت مواد استفاده شده در داخل کشور، نتایج انواع تحلیل‌های احتمالاتی روی زیرساخت‌های ایران، مانند تحلیل ریسک منطقه‌ی ساختمان‌ها، دقیق‌تر برآورد می‌شود. به این منظور، مدل‌سازی پیش‌بینی مقاومت مواد در پژوهش حاضر به صورت رگرسیون خطی بی‌زین^{۱۲} انجام شده است. برتری استنباط بی‌زین نسبت به استنباط کلاسیک، در برآورد عدم قطعیت پارامترهای مدل و انحراف معیار باقیمانده‌ی مدل است. در اولین گام، یک پایگاه داده‌ی وسیع از آزمایشگاه‌های سنجش مقاومت بتن و تنش تسلیم میلگرد جمع‌آوری شده است. در جمع‌آوری پایگاه داده سعی شده است پارامترهایی از هر آزمایش انتخاب شوند، که هم بیشترین تأثیر را در پاسخ مدل، یعنی مقاومت فشاری بتن و تنش تسلیم میلگرد داشته باشند و هم مشاهده و ثبت آن برای کاربران مدل پیش‌بینی در آینده راحت باشد. از آنجا که پایگاه داده از آزمایشگاه‌های متعددی جمع‌آوری شده است، در بخش بزرگی از مشاهده‌ها، یک پارامتر کلیدی برای توسعه‌ی مدل پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن، یعنی مقاومت فشاری اسمی، ثبت نشده بود. بنابراین در گام بعدی، نقص اخیر در پایگاه داده براساس دو الگوریتم دسته‌بندی مبتنی بر یادگیری ماشین، یعنی الگوریتم نزدیک‌ترین همسایه (KNN)^{۱۳} و هسته‌ی تابع پایه‌ی شعاعی (RBF-Kernel)^{۱۴} رفع شده است. پس از رفع نقص پایگاه داده، مدل احتمالاتی پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن با استفاده از رگرسیون خطی بی‌زین توسعه یافته است. مدل توسعه‌یافته، تابعی از مقاومت اسمی بتن، مدت زمان عمل‌آوری بتن و درجه‌ی کیفیت کارگاه ساخت بتن بوده است. سپس مدل تحت فرایند عیب‌شناسی^{۱۵} قرار گرفته است؛ که در آن، مدل از نظر کیفیت پیش‌بینی، هم‌واربانی^{۱۶} و نرمال بودن باقیمانده‌ها عیب‌یابی شده است، تا اطمینان حاصل شود که مدل از نظر آماری صحیح است. همچنین با اعمال فرایند کاهش مدل، ابتدا پارامترهایی از مدل، که مشارکتی در پیش‌بینی پاسخ مدل نداشته‌اند، حذف شده و در ادامه، پارامترهایی که بسیار هم‌بسته بودند، از مدل کم شده‌اند تا شکل تابعی نهایی و بهینه‌ی مدل پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن به دست آید. تنش تسلیم میلگرد نیز برای میلگردهای درجه‌های A-III و A-IV به صورت متغیر تصادفی بی‌زین مدل‌سازی شده است. توزیع احتمال پارامترهای متغیر تصادفی بی‌زین، که خود نیز عدم قطعیت دارند، از روی داده‌های جمع‌آوری شده به دست آمده است. استنباط بی‌زین در هر دو مدل پیش‌بینی، امکان کمی‌سازی عدم قطعیت شناختی پارامترهای مدل را فراهم کرده و از این رو، به هنگام‌سازی مدل در صورت وقوع یک مشاهده‌ی جدید را ممکن ساخته است.

استنباط بی‌زین در پژوهش حاضر با استفاده از نرم‌افزار Rtx^{۱۷} انجام شده است، که نرم‌افزاری برای تحلیل‌های قابلیت‌اعتماد، ریسک، و تاب‌آوری با کتابخانه‌ی جامع از مدل‌های احتمالاتی برای خطر، زیرساخت‌ها و پیامدهای گوناگون است. [۱۷-۱۵]

همان‌گونه که عنوان شد، هدف اصلی پژوهش حاضر، توسعه‌ی مدل‌های احتمالاتی مقاومت مواد بتن و میلگرد مصرفی در ساخت‌وساز کشور بوده است. مدل‌های پیش‌بینی مذکور به عنوان ورودی در انواع تحلیل‌های احتمالاتی استفاده شده‌اند. تحلیل‌های احتمالاتی، شامل تحلیل‌های ریسک و تاب‌آوری انواع مختلف زیرساخت‌های عمرانی هستند. توسعه‌ی مدل‌های احتمالاتی پیش‌بینی مقاومت مواد متناسب با وضعیت ساخت‌وساز کشور، منجر به کمی‌سازی جامع عدم قطعیت در تحلیل‌های احتمالاتی ذکر شده خواهد شد. همچنین از نتایج نوشتار حاضر می‌توان در طراحی براساس عملکرد و واسنجی ضرایب بار و مقاومت در آیین‌نامه‌های طراحی کشور بهره برد.

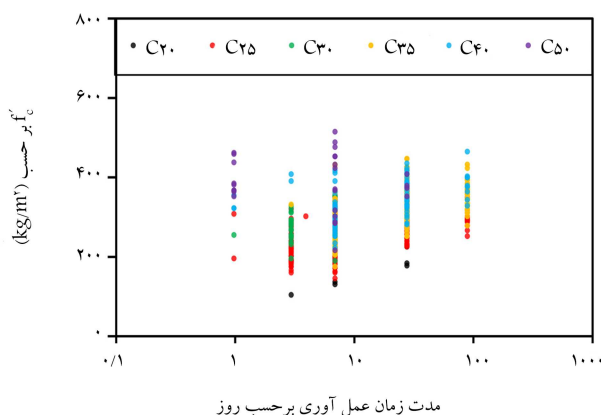
واسنجی مدل، مقدار متغیر مذکور باید در مشاهده‌هایی که فاقد آن است، از روی مشاهده‌های دیگر تخمین زده شود. به این منظور در قسمت بعد، از الگوریتم‌های دسته‌بندی^{۲۰} مبتنی بر یادگیری ماشین استفاده شده است.

۲.۲. رفع نواقص داده

الگوریتم دسته‌بندی شبیه به مدل‌سازی رگرسیون است، با این تفاوت که در مدل رگرسیون، پاسخ مدل از جنس یک کمیت پیوسته است، اما در دسته‌بندی، پاسخ مدل یک متغیر گسسته یا به نوعی برچسب^{۲۱} است و میان برچسب‌های مختلف، لزوماً برتری وجود ندارد؛ برخلاف رگرسیون که پاسخ‌های پیوسته‌ی مدل از لحاظ جبری قابل مقایسه هستند. از آنجا که مقاومت اسمی طرح اختلاط در پایگاه داده‌ی جمع‌آوری شده شامل مقادیر گسسته‌ی C_{20} ، C_{25} ، C_{30} ، C_{35} ، C_{40} و C_{50} است، می‌توان از الگوریتم دسته‌بندی برای تخمین مقاومت اسمی طرح اختلاط داده‌های ناقص بهره برد. در شکل ۱، نمودار مقاومت فشاری حقیقی نمونه‌های آزمایش شده بر حسب مدت‌زمان عمل‌آوری برای تمام داده‌های مشاهده شده که شامل مقاومت‌های اسمی مختلف هستند، رسم شده است. همان‌گونه مشخص است، یک رابطه‌ی تقریبی میان مقاومت حقیقی بتن و زمان عمل‌آوری با مقاومت اسمی آن حاکم است، به‌نحوی که می‌توان خطوطی مرزی میان داده‌های مرتبط با یک مقاومت اسمی خاص رسم کرد و آنها را در یک دسته قرار داد. در واقع، می‌توان با داشتن مقاومت فشاری حاصل از آزمایش و مدت‌زمان عمل‌آوری بتن، دسته‌ی منسوب به آن را مشاهده کرد و میران مقاومت اسمی طرح اختلاط را تخمین زد.

در پژوهش حاضر، از دو الگوریتم دسته‌بندی استفاده شده است: الگوریتم اول، نزدیک‌ترین همسایه یا KNN است، که برای اجرای تحلیل دسته‌بندی، فقط به پارامتر تعداد همسایگی (k) نیاز دارد.^[۱۸] همسایگی در الگوریتم اول، به معنای داده‌ی برچسب‌داری است که کمترین فاصله‌ی اقلیدسی را در یک مختصات دکارتی مانند شکل ۱، به داده‌ی بدون برچسب دارد. الگوریتم اول، پس از پیدا کردن تعداد k همسایه از داده‌های برچسب‌دار برای هر داده‌ی بدون برچسب، داده را در دسته‌ی به بیشترین همسایه‌ها عضو آن هستند، قرار می‌دهد. از آنجا که ۶ دسته‌بندی برای مقاومت اسمی وجود دارد، تعداد همسایگی در الگوریتم K-NN برابر ۷ قرار داده شد، تا داده‌ی بدون برچسب دست‌کم در یکی از دسته‌ها قرار گیرد.

الگوریتم دوم، کرنل گاوسی^{۲۲} است، که با تعریف تابع کرنل مطابق معادله‌ی ۱ برای تمامی زوج‌های مرتب از داده‌های برچسب‌دار، فضای داده‌های آموزش را به



شکل ۱. نمودار مقاومت فشاری نمونه‌های بتنی در برابر زمان عمل‌آوری.

n بعد تغییر می‌دهد، که n تعداد داده‌های برچسب‌دار است.^[۱۹]

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|^2}{\gamma}\right) \quad (۱)$$

که در آن، \mathbf{x} و \mathbf{x}' به ترتیب بردار دو داده‌ی برچسب‌دار منحصر به فرد، δ یک ضریب ثابت و عملگر $\|\cdot\|$ نشانگر فاصله‌ی اقلیدسی است. سپس با استفاده از الگوریتم ماشین بردار پشتیبان، تمامی دسته‌ها به‌وسیله‌ی ابر صفحه‌های مختلف افراز و برچسب‌گذاری داده‌های بدون برچسب انجام می‌شود. اجرای هر دو الگوریتم در زبان برنامه‌نویسی پایتون و با استفاده از کتابخانه‌ی scikit-learn^[۲۰] انجام شده است.

همان‌طور که گفته شد، در مجموع ۳۵۹۰ داده از آزمایشگاه‌های سنجش مقاومت فشاری بتن در سطح کشور جمع‌آوری شدند، که ۱۷۳۰ داده، برچسب مقاومت اسمی طرح اختلاط را داشتند؛ ۸۵٪ آنها، یعنی ۱۴۷۱ داده به‌عنوان داده‌های آموزش و ۱۵٪ باقیمانده، یعنی ۲۵۹ داده به‌عنوان داده‌ی اعتبارسنجی استفاده شده‌اند. پس از اجرای الگوریتم روی داده‌های آموزش، ماتریس درهم‌ریختگی^{۲۳} برای داده‌های اعتبارسنجی به دست آمد، که در جداول ۱ و ۲، به ترتیب مقادیر آن برای الگوریتم‌های K-NN و RBF-Kernel ارائه شده است. در جدول‌های اخیر، حروف P و N به ترتیب حروف ابتدایی Positive و Negative و به معنی تعداد داده‌هایی هستند که مطابق الگوریتم در هر دسته قرار گرفته یا نگرفته‌اند. حروف T و F، نیز به ترتیب حروف ابتدایی True و False و به معنی درست یا نادرست بودن پیش‌بینی الگوریتم هستند. به‌طورمیانگین الگوریتم K-NN، ۸۹/۱۹٪ و الگوریتم RBF-Kernel، ۸۸/۴۲٪ دقت دارد. با توجه به نتایج اخیر، در ادامه، از الگوریتم K-NN برای تخمین مقاومت اسمی طرح اختلاط استفاده شده است.

۳.۲. توسعه‌ی شکل مدل

در این مرحله، از رگرسیون خطی بی‌زین مطابق رابطه‌ی ۲ برای توسعه‌ی یک شکل مدل کاربردی استفاده شده است:

$$y = \theta_1 \cdot h_1(\mathbf{x}) + \theta_2 \cdot h_2(\mathbf{x}) + \dots + \theta_k \cdot h_k(\mathbf{x}) + \varepsilon \quad (۲)$$

جدول ۱. ماتریس درهم‌ریختگی برای روش K-NN.

C ₃₀		C ₂₅		C ₂₀		
N	P	N	P	N	P	
۲۲۸	۴	۳۴	۱۵۱	۲۵۸	۰	T
۱۵	۱۲	۲۳	۵۱	۱	۰	F
C ₅₀		C ₄₀		C ₃₅		
N	P	N	P	N	P	
۲۵۳	۴	۲۴۵	۲	۱۹۳	۱۴	T
۲	۰	۹	۳	۳۴	۱۸	F

جدول ۲. ماتریس درهم‌ریختگی برای روش RBF-Kernel.

C ₃₀		C ₂₅		C ₂₀		
N	P	N	P	N	P	
۲۳۰	۳	۱۹	۱۵۵	۲۵۸	۰	T
۱۶	۱۰	۱۹	۶۶	۱	۰	F
C ₅₀		C ₄₀		C ₃₅		
N	P	N	P	N	P	
۲۵۳	۰	۲۴۷	۱	۱۹۸	۱۰	T
۶	۰	۱۰	۱	۳۸	۱۳	F

می‌شود:

$$F(\psi) = \theta_1 \cdot h_1(x) + \theta_2 \cdot h_2(x) + \dots + \theta_k \cdot h_k(x) + \varepsilon \quad (3)$$

که در آن، $F(\psi)$ یک تبدیل بر روی ضریب آریبی مقاومت فشاری بتن است. تبدیلی که در سمت چپ اعمال می‌شود، شکل خطی مدل را حفظ می‌کند و امکان استفاده از رگرسیون خطی را برای تعیین پارامترهای مدل از طریق یک راه‌حل صریح فراهم می‌سازد. اگر به جای آن، تبدیل معکوس به سمت راست اعمال شود، برای استنباط مدل، رگرسیون غیرخطی مورد نیاز است که فاقد یک راه‌حل صریح است.

پس از تشکیل یک شکل مدل منتخب، توزیع احتمال مشترک پارامترهای آن مدل (Θ) و واریانس باقیمانده‌ی آن (σ^2)، با استفاده از قضیه‌ی بیز^{۲۸} به صورت رابطه‌ی ۴ به دست می‌آید:

$$f(\Theta, \sigma^2 | y) = \frac{f(y | \Theta, \sigma^2) f(\Theta, \sigma^2)}{\int_{\mathbb{R}^k} \int_{\mathbb{R}^k} f(y | \Theta, \sigma^2) f(\Theta, \sigma^2) d\Theta d\sigma^2} \quad (4)$$

که در آن، $f(\cdot)$ تابع چگالی احتمال و y بردار پاسخ است، که مؤلفه‌هایش برابر مقادیر $F(\psi)$ در مشاهده‌های مختلف است. براساس معادله‌ی ۴، توزیع احتمال پیشین $f(\Theta, \sigma^2 | y)$ با استفاده از مشاهده‌های y به منظور به دست آوردن توزیع احتمال پسین $f(\Theta, \sigma^2 | y)$ به هنگام می‌شود. پایه‌های اصلی این به‌هنگام‌سازی، توزیع احتمال پیشین و تابع درست‌نمایی^{۲۹} هستند. با داشتن دو عبارت اخیر، مخرج معادله‌ی ۴ با انتگرال‌گیری چندگانه از صورت کسر بر روی σ^2 در فضای $\mathbb{R} \geq 0$ و تعداد k مؤلفه‌ی بردار Θ در فضای \mathbb{R}^k به دست می‌آید، که نشان‌دهنده‌ی اعداد حقیقی است. با توجه به اینکه هیچ اطلاعات قبلی در مورد پارامترها و واریانس باقیمانده‌ی مدل در دسترس نیست، مطابق با نوشتار باکس و تیاو^{۳۰} (۱۹۷۳)،^[۲۱] از فرض پیشین بدون اطلاعات، مانند معادله‌ی ۵ استفاده می‌شود:

$$f(\Theta, \sigma^2) \propto \frac{1}{\sigma^2} \quad (5)$$

تابع درست‌نمایی نیز مطابق ادبیات فنی رگرسیون خطی،^[۲۱] مطابق رابطه‌ی ۶ است:

$$f(y | \Theta, \sigma^2) = \mathcal{N}(y | \Theta, \sigma^2 I_n) \quad (6)$$

که برابر است با یک توزیع مشترک نرمال با میانگین $X\Theta$ و ماتریس انحراف معیار $\sigma^2 I_n$ ، که در آن n برابر تعداد مشاهده‌ها، X یک ماتریس $n \times k$ است، که ردیف‌هایش نشان‌دهنده‌ی مشاهده‌های مختلف توابع توصیفی از آزمایش‌ها، یعنی $h_i(x)$ ها در معادله‌ی ۳ و I_n یک ماتریس همبندی n بُعدی است. جایگذاری معادلات ۵ و ۶ در معادله‌ی ۴ و محاسبه‌ی توزیع حاشیه‌ی از توزیع مشترک پسین، منجر به تولید توزیع‌های پسین حاشیه‌ی مطابق رابطه‌های ۷ و ۸، برای Θ و σ^2 می‌شود:^[۲۱]

$$f(\Theta | y) = t_{n-k} \left(\hat{\Theta}, s^2 (X^T X)^{-1} \right) \quad (7)$$

$$f(\sigma^2 | y) = \chi_v^{-2} (n - k, s^2) \quad (8)$$

که در آنها، $\hat{\Theta}$ و s^2 مطابق رابطه‌های ۹ و ۱۰ محاسبه می‌شوند:

$$\hat{\Theta} = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (9)$$

$$s^2 = \frac{1}{n - k} (y - X\hat{\Theta})^T (y - X\hat{\Theta}) \quad (10)$$

که در آن، y پاسخ مدل^{۲۴}، $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k\}$ پارامترهای مدل، h_i توابع توصیفی^{۲۵} یا رگرسورها^{۲۶}، x بردار متغیرهای مستقل، k تعداد توابع توصیفی و ε باقیمانده‌ی مدل هستند. توابع توصیفی یا می‌توانند مستقیماً از طریق اندازه‌گیری به دست آیند و یا از ترکیب چند کمیت مشاهده شده، یک تابع تشکیل دهند و به‌عنوان یک $h_i(x)$ در معادله‌ی ۲ قرار گیرند. در رگرسیون کلاسیک، پارامترهای مدل با کمیته‌سازی خطای مدل به دست می‌آیند. یکی از راه‌های متداول برای مسئله‌ی مذکور، بهینه‌سازی با روش کمترین مربعات معمولی^{۲۷} است. در استنباط کلاسیک، پس از بهینه‌سازی فقط برآوردهای نقطه‌ی پارامترها و انحراف معیار باقیمانده‌ی مدل به دست می‌آید. اما ویژگی برتر استنباط بیزین نسبت به استنباط کلاسیک، به دست آوردن توزیع احتمال پارامترها و انحراف معیار باقیمانده‌ی مدل است.^[۲۱] در واقع با برآورد عدم قطعیت شناختی پارامترهای مدل، می‌توان آنها را با استفاده از مشاهده‌های جدید به‌هنگام نمود و دقت پیش‌بینی مدل را بالا برد.

همان‌طور که پیشتر ذکر شده است، یافتن متغیرهای مؤثر در مسئله و مشاهده‌ها، پایه‌های این رویکرد از مدل‌سازی هستند. از یک طرف، مشاهده‌ها برای واسنجی پارامترهای مدل و باقیمانده‌ی مدل استفاده می‌شوند. از سوی دیگر، با استفاده از مطالعات پیشین، توابع توصیفی $h_i(x)$ که به متغیرهای x بستگی دارند، تعیین می‌شوند. مؤلفه‌های بردار x داده‌هایی هستند که در مرحله‌ی اول جمع‌آوری شده‌اند و نمایانگر ویژگی‌های بتن آزمایش شده هستند. مؤلفه‌های x ، مشاهده‌های خام هستند و ممکن است به صورت جداگانه در مقاومت فشاری بتن تأثیری نداشته باشند. لذا، مؤلفه‌های x در توابع $h_i(x)$ ترکیب می‌شوند تا متغیرهای جدید، معنی‌دار و ترجیحاً بدون بُعد تشکیل شوند، که در پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن تأثیرگذارند. در مراحل بعدی، اثربخشی هر تابع توصیفی در پیش‌بینی پاسخ مدل بررسی و آن تابعی که در پیش‌بینی مذکور اثربخشی ندارند، در بخش گام‌به‌گام از مدل حذف شده‌اند. اعداد صحیح نیز می‌توانند به‌عنوان توابع توصیفی برای نشان دادن طبقه‌بندی برخی از ویژگی‌های مدل استفاده شوند. به‌عنوان مثال، در بخش‌های بعدی پژوهش حاضر، تعدادی از توابع توصیفی متغیرهای دودویی هستند که محل بتن‌ریزی را نشان می‌دهند و به‌طور مثال اگر محل بتن‌ریزی در پی سازه باشد، متغیر مذکور مساوی ۱ و در غیر این صورت، صفر است. برای توصیف بیش از دو دسته، یک متغیر عدد صحیح که بیش از دو مقدار می‌گیرد، را می‌توان در نظر گرفت؛ مشروط بر اینکه ترتیب مقادیر، معنی‌دار باشد و پاسخ مدل، رابطه‌ی معنی‌داری با آن ترتیب داشته باشد. در غیر این صورت، مانند پژوهش حاضر می‌توان از یک سری متغیرهای دودویی منحصر به فرد، مثلاً برای تعیین محل بتن‌ریزی در پی، شمع، دال، دیوار برشی و ستون استفاده کرد.

سمت راست عبارت رگرسیون در معادله‌ی ۲، با استفاده از تبدیل‌های مختلف بر روی هر تابع توصیفی، مانند تبدیل‌های خطی، نمایی، کسری و لگاریتمی ساخته می‌شود. سمت چپ عبارت رگرسیون، که با y در معادله ۲ نشان داده شده است، باید در بردارنده‌ی ضریب آریبی مقاومت فشاری بتن باشد، که از این به بعد با ψ نشان داده می‌شود. متغیر ψ مقداری بی‌بعد است، که برابر نسبت مقاومت فشاری واقعی بتن به مقدار اسمی آن، یعنی مقاومت فشاری طرح است. اگر ψ بیشتر از واحد باشد، مقاومت فشاری واقعی بتن از مقاومت طرح آن بیشتر و در غیر این صورت، مقاومت فشاری از مقاومت طرح کمتر است. برای بهبود پیش‌بینی این متغیر به‌وسیله‌ی مدل رگرسیون، می‌توان یک تبدیل بر روی ψ اعمال کرد. هر ترکیب منحصر به فردی از یکی از تبدیل‌های در سمت چپ معادله‌ی ۲، با تبدیل‌های مختلف توابع توصیفی در سمت راست، منجر به تشکیل یک شکل مدل منتخب در قالب کلی رابطه‌ی ۳

که مطابق آنها، توزیع پسین پارامترهای مدل (Θ) ، یک توزیع Student t چندمتغیره با بردار موقعیت $\hat{\Theta}$ ، ماتریس شکل $S^{-1}(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$ و $n - k$ درجه آزادی است. همچنین، توزیع پسین واریانس باقیمانده‌ی مدل (σ^2) ، یک توزیع وارون مربع کای مقیاس شده با $n - k$ درجه آزادی و ضریب مقیاس s^2 است. پس از به‌دست آوردن توزیع پسین پارامترهای مدل و واریانس باقیمانده، مدل باید تحت فرایند عیب‌شناسی و کاهش قرار گیرد و مدل کاهش یافته نیز مجدداً عیب‌شناسی شود، تا مدل نهایی به‌دست آید؛ که در گام‌های بعد توضیح داده شده است.

حال پس از آشنایی با توابع توصیفی و نحوه‌ی تشکیل و پرداخت مدل به‌صورت بیژین، ابتدا باید متغیرهای توصیفی مدل انتخاب و سپس بهترین شکل مدل پیش‌بینی $F(\psi)$ برآورد شود. همان‌طور که در بخش جمع‌آوری داده گفته شد، داده‌های زیادی از مشاهده‌های آزمایش مقاومت فشاری بتن جمع‌آوری شده‌اند. متغیرهای مستقل تأثیرگذار در مسئله‌ی پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن شامل ψ ، یا همان ضریب آریبی، مدت زمان عمل‌آوری بتن، محل بتن‌ریزی شامل پی، شمع، دال، دیوار برشی و ستون، مقاومت اسمی طرح اختلاط بتن و کیفیت ساخت بتن هستند، که برای تشکیل توابع توصیفی انتخاب می‌شوند. اگرچه متغیرهای مؤثر دیگری، مانند: نوع و کیفیت سنگ‌دانه‌ها، مدت زمان اختلاط بتن و دمای محیط نیز در مقدار مقاومت فشاری بتن مؤثر هستند، اما به دو دلیل آن‌ها به‌عنوان متغیر تأثیرگذار در پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن انتخاب نشده‌اند: اول آنکه داده‌های بسیاری از آنها در پایگاه داده‌ی آزمایشگاه‌های آزمون مقاومت فشاری بتن یا اصلاً موجود نیست یا بسیار ناقص است. دومین نکته، سهولت استفاده از مدل پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن برای کاربران در آینده است. چنانچه دایره‌ی متغیرهای پیش‌بینی‌کننده در مدل گسترده شود، مقداردهی آن برای استفاده در مسائل گوناگون در آینده دشوار خواهد شد. البته در ادامه‌ی نوشتار شرح داده شده است که مدل‌های پیش‌بینی توسعه‌یافته با همین تعداد متغیر اتخاذ شده نیز دقت مطلوب را خواهند داشت.

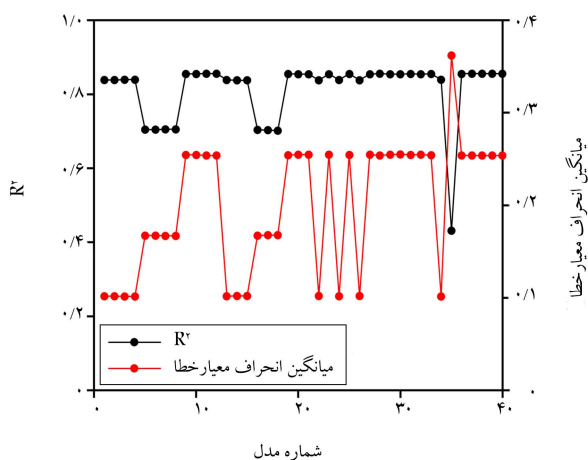
غیر از متغیر کیفیت ساخت بتن، که یک متغیر کیفی است، سایر متغیرهای مدل به‌صورت صریح از مشاهده‌ها برداشت می‌شوند. متغیر کیفیت ساخت، تابعی از میزان اختلاف مقاومت فشاری واقعی و مقاومت طراحی است. جدول ۵-۹ در میبحث نهم مقررات ملی ساختمان،^[۱۱] براساس شرایط نظارت بر تولید، کارگاه‌های تولید بتن را به ترتیب در سه دسته‌ی الف، ب و ج قرار می‌دهد. ویژگی‌های کارگاه (الف)، شامل نظارت بر تولید در سطح عالی و آزمایش بر روی بتن به‌صورت مداوم است. از آنجا که بیشتر مشاهده‌های جمع‌آوری شده از آزمایش‌هایی بودند که مقاومت بتن را به‌طور مداوم در ۲۸، ۷ و ۹۰ روز سنجیده‌اند، فرض شده است که تمامی داده‌ها از کارگاه‌های نوع الف هستند. همچنین، جدول ۵-۹ در میبحث نهم مقررات ملی ساختمان،^[۱۱] پس از تعریف کیفیت کارگاه تولید، مقادیر انحراف معیار مقاومت فشاری بتن‌های تولیدی هر نوع کارگاه را براساس مقاومت اسمی بتن بیان کرده است؛ که برای کارگاه نوع الف در جدول ۳ ارائه شده‌اند. حال براساس مقادیر، متغیر توصیفی کیفیت ساخت بتن به‌دست می‌آید، که از این پس، «شاخص q » نام‌گذاری می‌شود. برای محاسبه‌ی شاخص q ، تمامی داده‌ها به ۵ دسته تقسیم می‌شوند:

جدول ۳. انحراف معیار مقاومت بتن کارگاه (الف) براساس مقاومت اسمی.

مقاومت مشخصه‌ی بتن بر حسب مگاپاسکال	۱۶	۲۰	۲۵	۳۰ و ۳۵	۴۰ و بیشتر
	۲٫۵	۳	۳٫۵	۴	۴٫۵

دسته‌ی اول، داده‌هایی هستند که مقدار مقاومت فشاری‌شان از مقاومت اسمی‌شان کمتر و اختلاف آنها بیشتر از ۱ انحراف معیار باشد. دسته‌ی دوم، داده‌هایی هستند که مقاومت فشاری آنها از مقاومت اسمی‌شان به اندازه‌ی ۱ تا ۰٫۵ انحراف معیار کمتر باشد. قدرمطلق اختلاف مقاومت اسمی و مقاومت فشاری دسته‌ی سوم به اندازه‌ی نصف انحراف معیار است. مقاومت فشاری دسته‌ی چهارم به اندازه‌ی ۰٫۵ تا ۱ انحراف معیار از مقاومت اسمی‌شان بیشتر است. در نهایت، دسته‌ی پنجم داده‌هایی هستند که مقاومت فشاری آنها دست‌کم ۱ انحراف معیار از مقاومت اسمی‌شان بزرگ‌تر است. مقدار شاخص q دسته‌های اول تا پنجم، به ترتیب برابر اعداد ۱ تا ۵ است. همان‌گونه که گفته شد، شاخص q نماینده‌ی کیفیت کارگاه تولید بتن است. اگر بتن تولیدی کارگاه، بسیار بی‌کیفیت باشد و مقاومت آن بیش از ۱ انحراف معیار از مقاومت طرح کمتر باشد، شاخص q برابر ۱ و اگر مقاومت بسیار بیشتر از مقاومت طرح باشد، برابر ۵ می‌شود. علی‌رغم مقداردهی شاخص q به روش ذکرشده، مقاومت بیش از اندازه‌ی بتن لزوماً به معنای کیفیت بهتر آن نیست، اما برای جلوگیری از وقوع خطا در تحلیل رگرسیون خطی، شاخص q به‌صورت صعودی از ۱ تا ۵ تعریف می‌شود. برای استفاده از مدل در آینده و تعیین شاخص q ، فقط لازم است کیفیت کارگاه تولیدی بتن مشخص شود. اگر کارگاه تولیدی، بتن‌هایی بسیار کم‌مقاومت تولید کند، شاخص q برابر ۱ و اگر مقاومت بتن‌ها بسیار بالاتر از مقاومت طرح باشد، شاخص q برابر ۵ می‌شود. حد فاصل این دو حالت نیز پیشتر تعریف شده است. همان‌طور که گفته شد، شاخص q فقط نشان‌دهنده‌ی کیفیت کارگاه است؛ این شاخص نباید با تعریف کارگاه الف، که در میبحث نهم تعریف شده است، اشتباه گرفته شود. در کارگاه‌های الف نظارت بر تولید بتن در سطح عالی انجام می‌شود، که برای تمامی داده‌های جمع‌آوری شده صدق می‌کند؛ اما شاخص q در واقع میزان کیفیت بتن‌های تولیدی کارگاه‌های الف را مشخص می‌کند.

پس از تعیین متغیرهای مؤثر در مدل، در مجموع ۴۰ شکل مدل رگرسیون خطی به‌صورت بیژین پرداخت شده‌اند. همان‌گونه پیشتر گفته شد، پرداخت مدل فقط به‌وسیله‌ی ۸۵٪ از داده‌های مشاهده‌ها، یعنی داده‌های آموزش، انجام و از ۱۵٪ مابقی برای اعتبارسنجی مدل، در بخش عیب‌شناسی استفاده شده است. دو معیار کمی برای ارزیابی شکل مدل عبارت‌اند از: ضریب تعیین R^2 ، که با R^2 نمایش داده می‌شود، و انحراف معیار باقیمانده‌ی مدل، که برابر با σ است R^2 مقداری بین ۰ تا ۱ دارد، که هر چه به ۱ نزدیک‌تر باشد، و همین‌طور σ کمتر باشد، نشان‌دهنده‌ی آن است که مدل کیفیت پیش‌بینی بالاتری دارد. در شکل ۲، مقادیر R^2 و میانگین σ برای



شکل ۲. ضریب تعیین و میانگین انحراف معیار ۴۰ شکل مدل.

جدول ۴. آماره‌های لنگر دوم شکل تابعی مدل معادله‌ی ۱۱.

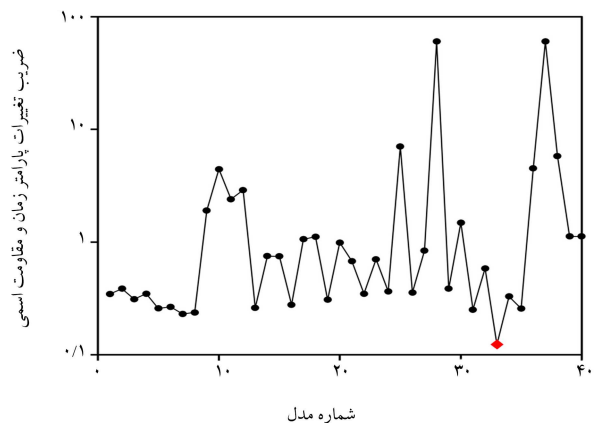
پارامتر	میانگین	ضریب تغییرات	ضریب همبستگی										
			θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	θ_5	θ_6	θ_7	θ_8			
θ_1	۰/۰۰۸۴	۰/۱۲۴	۱										
θ_2	-۰/۰۰۷۹	۴/۹۴۹	-۰/۰۰۱	۱									
θ_3	-۰/۰۱۳۶	۲/۶۱۶	-۰/۰۰۴	۰/۰۸۴	۱								
θ_4	۰/۰۰۵۱۶	۰/۰۷۱۳	-۰/۰۰۱	۰/۰۷۸	۰/۰۹۱	۱							
θ_5	-۰/۰۱۱۷	۳/۲۶۶	-۰/۰۰۲	۰/۰۹۲	۰/۰۸۴	۰/۰۹۶	۱						
θ_6	۰/۰۰۷۳۵	۰/۰۶۹۹	۰/۰۰۵	۰/۰۷۳	۰/۰۶۹	۰/۰۶۴	۰/۰۷۲	۱					
θ_7	-۰/۰۰۲۴۵	۱/۶۱۲	-۰/۰۰۷	۰/۰۷۱	۰/۰۹۵	۰/۰۹۰	۰/۰۸۳	۰/۰۹۴	۱				
θ_8	۰/۰۰۶۱۹	۰/۰۰۰۸	-۰/۰۰۳۶	۰/۰۰۹	۰/۰۰۳	۰/۰۰۳	۰/۰۰۲	۰/۰۰۵	۰/۰۰۲	۱			
θ_9	۲/۲۹۱۸	۰/۰۰۱۸	-۰/۰۳۳	-۰/۰۸۹	-۰/۰۷۲	-۰/۰۹۲	-۰/۰۸۸	-۰/۰۸۰	-۰/۰۹۱	-۰/۰۳۳	۱		
σ	۰/۲۶۳۶	۰/۰۰۱۲										۱	

که در آن، t تعداد روز عمل‌آوری بتن، c مقاومت اسمی طرح اختلاط به مگاپاسکال، I_f, I_w, I_c, I_s و I_p توابع توصیفی دو دویی هستند، که محل بتن‌ریزی را به ترتیب در پی، دیوار برشی، ستون، دال و شمع مشخص می‌کنند و I_u متغیر دو دویی است که در صورت مشخص نبودن محل بتن‌ریزی برابر ۱ و در غیر این صورت برابر صفر است. در جدول ۴، آماره‌های لنگر دوم پارامترها و انحراف معیار مدل معادله‌ی ۱۱ ارائه شده است. ماتریس همبستگی پارامترها به صورت رنگی مشخص است؛ که در آن، رنگ سبز نشان‌دهنده‌ی همبستگی مثبت، رنگ قرمز نشان‌دهنده‌ی همبستگی منفی و رنگ سفید نشان‌دهنده‌ی ناهمبستگی هستند. شدت رنگ نیز بزرگی همبستگی را مشخص می‌کند. این شکل مدل اولیه است، که در مراحل بعد تحت کاهش و عیب‌شناسی مدل قرار گرفته است. نکته‌ی مهم آن است که خود شکل مدل ارائه شده در معادله‌ی ۱۱ نیز فرایند عیب‌شناسی را گذرانده و سپس کاهش یافته است؛ اما در نوشتار حاضر، برای اختصار، فرایند عیب‌شناسی فقط پس از کاهش مدل بیان شده است.

۴.۲. کاهش مدل

در این مرحله، مدل منتخب تحت فرایند کاهش مدل قرار گرفته است. هدف از کاهش مدل دو مورد بوده است: ۱. حذف عبارت‌هایی که در کیفیت پیش‌بینی تأثیری ندارند، یا حتی موجب بدتر شدن آن می‌شوند. ۲. ادغام منابع عدم قطعیتی که همبستگی بالایی دارند. پس از این مرحله، یک مدل با کمینه‌ی تعداد متغیرهای توصیفی تشکیل می‌شود، که کار با آن آسان‌تر است. برای کاهش مدل باید دو عملیات مجزا به صورت گام‌به‌گام انجام شود، که هر کدام به یکی از اهداف ذکر شده می‌پردازند.

در اولین گام، آن تابع توصیفی، که θ نظیر آن بیشترین ضریب تغییرات را دارد، مؤثر نبوده و از شکل تابعی مدل معادله ۱۱ حذف شده است. در واقع، ضریب تغییرات بالای پارامتر مدل (θ)، به معنای تابع چگالی احتمال پهن برای آن است، که نشان می‌دهد حتی برآمدهای دور از میانگین پارامتر بسیار محتمل هستند و بنابراین، پارامتر θ می‌تواند دامنه‌ی وسیعی از مقادیر را به خود بگیرد. پس از حذف اخیر، پرداخت رگرسیون و عیب‌شناسی مدل دوباره انجام شده است، تأکید شکل تابعی مدل جدید بررسی شود. این عمل تا زمانی تکرار می‌شود که هیچ پارامتری از مدل با ضریب تغییرات بالا باقی نماند. بنابراین، برای اجرای اولین مرحله‌ی کاهش مدل، مطابق جدول ۴ تابع توصیفی I_f ، که پارامتر



شکل ۳. ضریب تغییرات پارامتر زمان و مقاومت اسمی شکل ۴۰ مدل.

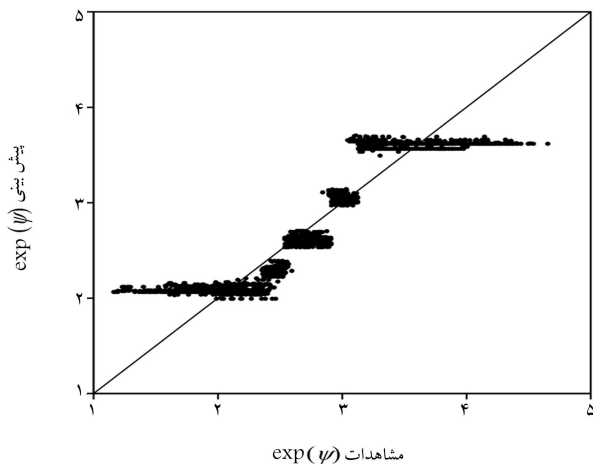
تمامی شکل مدل رسم شده است؛ که مطابق آن، مقدار R^2 بسیاری از شکل‌های مدل‌ها، بالای ۰/۸۵ و میانگین σ نیز در بازه‌ی ۰/۲ تا ۰/۶۶ است. بنابراین، دو متغیر کتی R^2 و σ ، برای بیشتر شکل‌های مدل‌ها در بازه‌های نزدیک به هم قرار دارند، به نحوی که بر یکدیگر برتری ندارند و نمی‌توان با استناد به آنها، مدلی را حذف کرد. از آنجا که پارامترهای مقاومت اسمی و مدت زمان عمل‌آوری از متغیرهای مهم و تأثیرگذار در مسئله هستند، برای انتخاب شکل مدل برتر از ضریب تغییرات پارامترهای نظیر آن‌ها استفاده شده است. اگر متغیرهای اخیر، در دو تابع توصیفی منحصر به فرد وجود داشته باشند، از میانگین ضریب تغییرات پارامترهای نظیرشان و اگر هر دو متغیر یک تابع توصیفی را تشکیل دهند، فقط از ضریب تغییرات پارامتر نظیر همان تابع توصیفی استفاده می‌شود. هر چه ضریب تغییرات پارامتر کمتر باشد، نشان‌دهنده‌ی آن است که پراکندگی توزیع احتمال پارامتر کمتر بوده و در نتیجه تابع توصیفی تعریف شده مشارکت بیشتری در مدل پیش‌بینی داشته است. این از موارد برتری استنباط رگرسیون خطی از روش بیژن است، که امکان مقایسه‌ی توزیع احتمال پارامترهای مدل را ممکن می‌کند. در شکل ۳، ضریب تغییرات پارامتر نظیر دو متغیر مقاومت اسمی و مدت زمان عمل‌آوری برای تمامی شکل‌های مدل‌ها مشاهده می‌شود. نقطه‌ی که با لوزی قرمز نشان داده شده است، مدلی است که پایین‌ترین ضریب تغییرات را داشته و به عنوان مدل برگزیده انتخاب شده و شکل تابعی آن به صورت رابطه‌ی ۱۱ است:

$$\exp(\psi) = \theta_1 \cdot \ln(t) \cdot \sqrt{c} + \theta_2 \cdot I_f + \theta_3 \cdot I_w + \theta_4 \cdot I_c \quad (11)$$

$$+ \theta_5 \cdot I_s + \theta_6 \cdot I_p + \theta_7 \cdot I_u + \theta_8 \cdot (q^2 - 6) + \theta_9 + \varepsilon$$

جدول ۶. آماره‌های لنگر دوم شکل تابعی مدل معادله ۱۴.

پارامتر	میانگین	ضریب تغییرات		ضریب هم بستگی
		θ_1	θ_2	
θ_1	۰/۰۰۷۷	۰/۱۳۲	۱	
θ_2	۰/۰۶۲۲	۰/۰۰۷	-۰/۳۳	
σ	۰/۲۶۴۳	۰/۰۱۲		



شکل ۵. نمودار پیش‌بینی در برابر مشاهده‌ها.

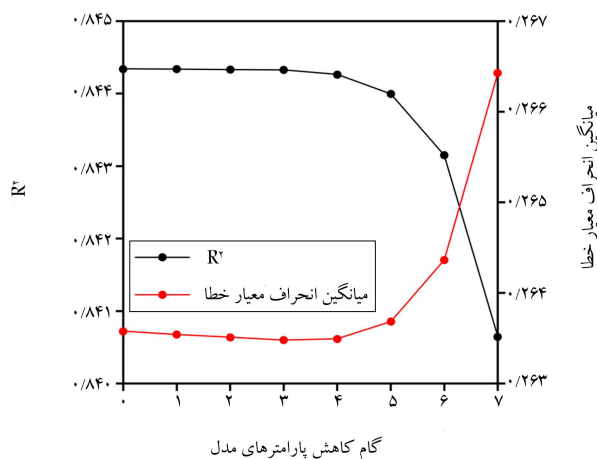
$$[\exp(\psi) - 2/40.17] =$$

$$\theta_1 \cdot (\ln(t) \cdot \sqrt{c} - 13/80.43) + \theta_2 \cdot (q^2 - 6) + \varepsilon \quad (14)$$

فرایند کاهش منجر به شکل مدلی می‌شود که تا حد امکان در تعریف توابع توصیفی آن صرفه‌جویی شده‌است. مجدداً تأکید می‌شود که هر شکل مدل جدید در فرایند کاهش باید با فرایند عیب‌شناسی آزموده شود و آن را با موفقیت پشت سر بگذارد. اما در اینجا برای اختصار، فرایند عیب‌شناسی فقط برای مدل نهایی انجام شده‌است، که در قسمت بعد به آن پرداخته شده‌است.

۵.۲. عیب‌شناسی مدل

پس از پرداخت مدل، فرایند عیب‌شناسی مدل برای کنترل کیفیت پیش‌بینی، خودهم‌بستگی، و ناهم‌وابستگی، هم‌خطی و غیرنرمال بودن باقیمانده‌ها انجام می‌شود. [۲۳، ۲۲] مهم‌ترین بررسی، کنترل کیفیت پیش‌بینی است، که عمدتاً از طریق نموداری از پیش‌بینی‌های مدل در مقابل مشاهده‌ها صورت می‌گیرد. در یک مدل دقیق، نقاط پیش‌بینی و مشاهده در امتداد یک خط ۴۵ درجه در چنان نموداری تراز می‌شوند. بیشتر توضیح داده شد که اگر مقدار R^2 زیاد و σ کم باشد، نشان‌دهنده‌ی دقت بالای مدل است. برای نزدیک کردن R^2 به واحد باید توابع توصیفی زیادی در شکل مدل رگرسیون تعریف شود. این رویکرد ممکن است منجر به بیش‌برازشی مدل شود. چنین مدلی، مشاهده‌های استفاده شده برای آموزش رگرسیون را به خوبی پیش‌بینی می‌کند، اما در پیش‌بینی مشاهده‌های جدید، ضعیف است. برای اصلاح بیش‌برازشی، داده‌های مشاهده‌ها به دو دسته‌ی ۸۵ و ۱۵ درصد تقسیم می‌شوند و از دسته‌ی اول، فقط برای پرداخت مدل و از دسته‌ی دوم برای اعتبارسنجی آن استفاده می‌شود. یک مدل که بیش‌برازش شده باشد، در پیش‌بینی مشاهده‌های اعتبارسنجی شکست می‌خورد. در شکل ۵، نمودار پیش‌بینی مدل معادله ۱۴ در برابر مشاهده‌ها نشان داده شده‌است. نقاط نمودار مذکور حول خط ۴۵ درجه قرار

شکل ۴. مقدار R^2 و میانگین انحراف معیار پس از هر مرحله کاهش مدل.

جدول ۵. آماره‌های لنگر دوم شکل تابعی مدل معادله‌ی ۱۲.

پارامتر	میانگین	ضریب هم بستگی		
		θ_1	θ_2	θ_3
θ_1	۰/۰۰۷۷	۱		
θ_2	۰/۰۶۲۲	-۰/۳۳	۱	
θ_3	۲/۲۹۵۷	-۰/۹۴	۰/۱۸	۱
σ	۰/۲۶۴۳	۰/۰۱۲		

نظیرش بیشترین ضریب تغییرات را داشته‌است، از مدل حذف شده و مدل جدید، مجدداً تحت استنباط بیژین و فرایند عیب‌شناسی قرار گرفته‌است. در شکل ۴، مقادیر R^2 و میانگین σ پس از هر مرحله کاهش مدل مشاهده می‌شوند؛ که مطابق آن، انحراف معیار مدل از گام ۶ به گام ۷ پرش کرده و به همین ترتیب، ضریب تعیین در گام ۷ شدیداً نزول کرده‌است. بنابراین، کاهش مدل فراتر از گام ۶ مناسب نیست و شکل تابعی گام ۶ به عنوان مدل کاهش یافته در این مرحله انتخاب شد، که شکل تابعی آن مطابق رابطه‌ی ۱۲ است:

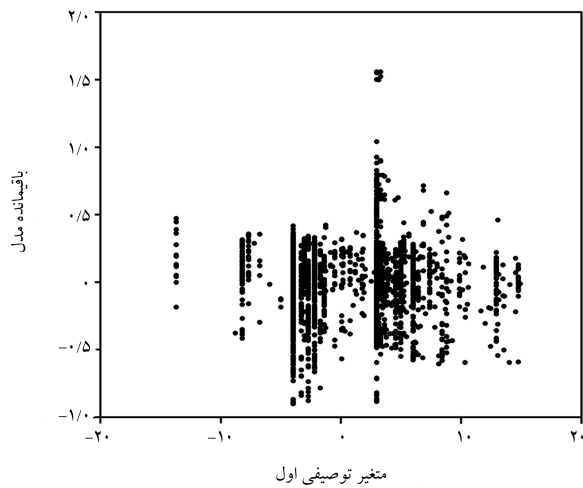
$$\exp(\psi) = \theta_1 \cdot \ln(t) \cdot \sqrt{c} + \theta_2 \cdot (q^2 - 6) + \theta_3 + \varepsilon \quad (12)$$

آماره‌های لنگر دوم مدل مذکور نیز در جدول ۵ ارائه شده‌است.

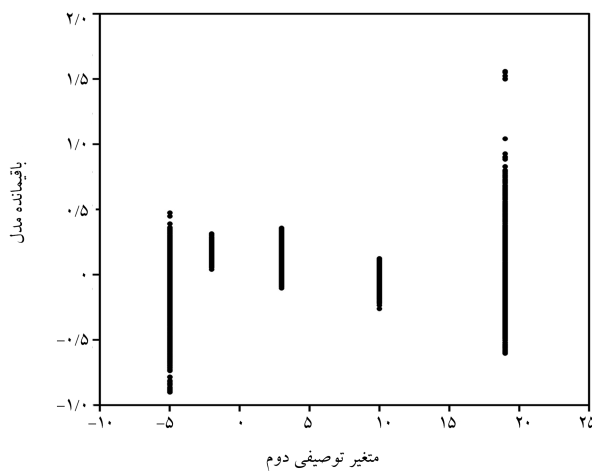
در دومین مرحله از مراحل گام‌به‌گام کاهش مدل، ضرایب هم‌بستگی ρ_{ij} بین هر جفت از پارامترهای مدل، یعنی θ_i و θ_j بررسی شده‌اند. اگر قدرمطلق ρ_{ij} از ۰/۷ بیشتر باشد، θ_i و θ_j به شدت هم‌بسته هستند و می‌توان یکی را به عنوان تابعی خطی از دیگری مطابق رابطه‌ی ۱۳ بازنویسی کرد:

$$\theta_i = \mu_i + \rho_{ij} \frac{\sigma_i}{\sigma_j} (\theta_j - \mu_j) \quad (13)$$

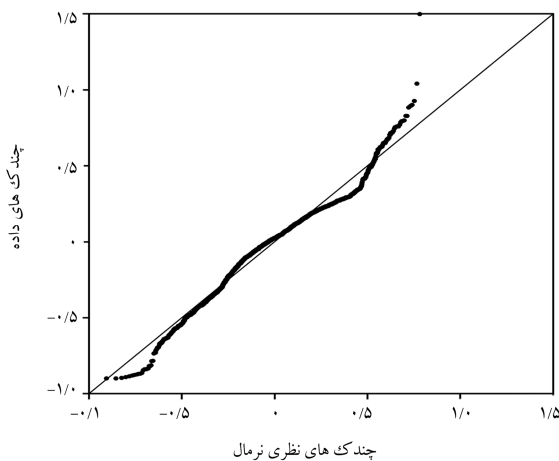
که در آن، μ_i و σ_i به ترتیب میانگین و انحراف معیار θ_i هستند. در واقع، رابطه‌ی اخیر، یکی از پارامترها را به صورت میانگین مشروط بر پارامتر دیگر بیان می‌کند. سپس استنباط بیژین تکرار می‌شود و مدل حاصل تحت فرایند عیب‌شناسی قرار می‌گیرد. این کار تا زمانی که همه‌ی هم‌بستگی‌های بالای پارامترهای مدل از بین برود تکرار می‌شود. از آنجا که پارامترهای اول و سوم شکل مدل معادله ۱۲ بسیار هم‌بسته هستند، پارامتر سوم به صورتی تابعی از پارامتر اول بازنویسی شده‌است. بنابراین در فرایند دوم کاهش، شکل مدل به صورت رابطه‌ی ۱۴ تغییر کرده و آماره‌های لنگر دوم آن در جدول ۶ ارائه شده‌است.



شکل ۸. نمودار مقدار باقیمانده در مقابل متغیر توصیفی اول.

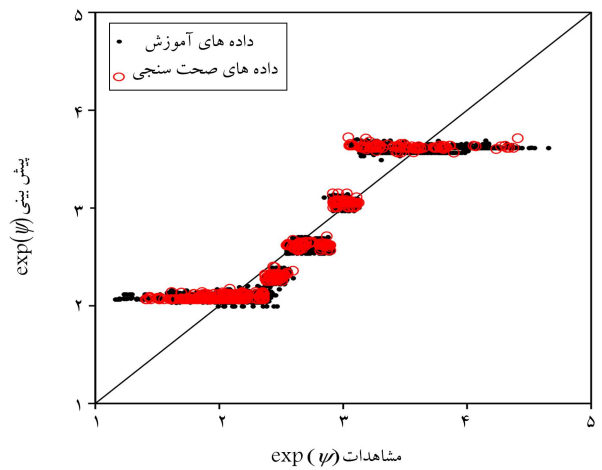


شکل ۹. نمودار مقدار باقیمانده در مقابل متغیر توصیفی دوم.

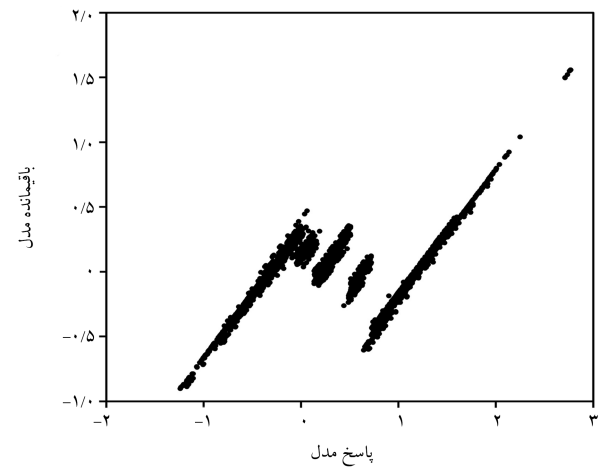


شکل ۱۰. نمودار چندک-چندک داده در برابر مقادیر نظری نرمال.

باقیمانده‌های مدل است. انحراف‌های قابل توجه نقاط نمودار احتمال نرمال از خط ۴۵ درجه، باقیمانده‌ها را غیرنرمال نشان می‌دهد و مدل منتخب را نامعتبر می‌سازد. شکل ۱۰ نشانگر آن است که باقیمانده‌های مدل به صورت قابل قبولی از توزیع نرمال تبعیت می‌کنند.



شکل ۶. بررسی بیش‌برازش مدل.



شکل ۷. نمودار مقدار باقیمانده در مقابل پاسخ مدل.

دارند، که نشان می‌دهد کیفیت مدل مناسب است. در شکل ۶، نیز نمودار پیش‌بینی برای هر دو دسته‌ی داده‌های آموزش و اعتبارسنجی رسم و با توجه به آن، فرض بیش‌برازش بودن مدل رد شده است.

روش اخیر فقط گواهی می‌کند که مدل، میانگین پاسخ را درست پیش‌بینی می‌کند. بنابراین به وسیله‌ی اقدام‌های بعدی نیز باید اعتبار مدل را بررسی کرد. هم‌خطی^{۳۲} زمانی به وجود می‌آید که دو یا چند تابع توصیفی به صورت خطی وابسته باشند. هم‌خطی با حصول اطمینان از اینکه ماتریس مشاهده‌ها، رتبه‌ی ستونی کامل دارد، ارزیابی می‌شود. با بررسی رتبه‌ی ستونی ماتریس مشاهده‌های جمع‌آوری شده، فرض هم‌خطی توابع توصیفی مدل توسعه‌یافته رد می‌شود.

خودهم‌بستگی و ناهم‌وابستگی باقیمانده‌ها به وسیله‌ی نمودار باقیمانده‌ها در مقابل هر کدام از توابع توصیفی و پاسخ مدل بررسی شده است. پیدایش الگوهای خاص در نمودارهای مذکور، نشان از خودهم‌بستگی و افزایش یا کاهش پراکندگی نقاط در امتداد محوار افقی، نشان از ناهم‌وابستگی دارد. در شکل ۷ الی ۹، به ترتیب نمودار مقدار باقیمانده مقابل پاسخ مدل، تابع توصیفی اول و تابع توصیفی دوم مشاهده می‌شود. با توجه به نکات ذکر شده، مدل توسعه‌یافته، معایب خودهم‌بستگی و ناهم‌وابستگی را نداشته است.

غیرنرمال بودن باقیمانده‌ها توسط نمودار احتمال نرمال کنترل می‌شود. نمودار احتمال نرمال در واقع یک نمودار چندک - چندک (Q-Q plot)^{۳۳} از تمامی

کارگاهی متوسط در شهر تهران به ترتیب برابر ۰/۹۴ و ۰/۱۳ به دست آورده است، که به نتایج محاسبه شده در پژوهش حاضر بسیار نزدیک است. همچنین تفاوت ضریب آریبی مقاومت فشاری بتن معمولی در ایران با نتایج موجود در مطالعات بین‌المللی، مانند JCSS، اهمیت مدل‌سازی مقاومت فشاری بتن مصرفی در کشور را نشان می‌دهد. علاوه بر مدل‌سازی مقاومت فشاری بتن، لازم است که ضرایب طراحی در آیین‌نامه‌های داخلی به‌وسیله‌ی مدل مذکور واسنجی شوند.

۳. مدل پیش‌بینی تنش تسلیم میلگرد

در بخش حاضر، فرایند توسعه‌ی یک مدل توزیع احتمال برای تنش تسلیم میلگرد شرح داده شده است. در انتها، تنش تسلیم میلگرد به صورت یک متغیر تصادفی بی‌زین، که پارامترهای توزیع احتمالش نیز عدم قطعیت دارند، مدل‌سازی شده است.

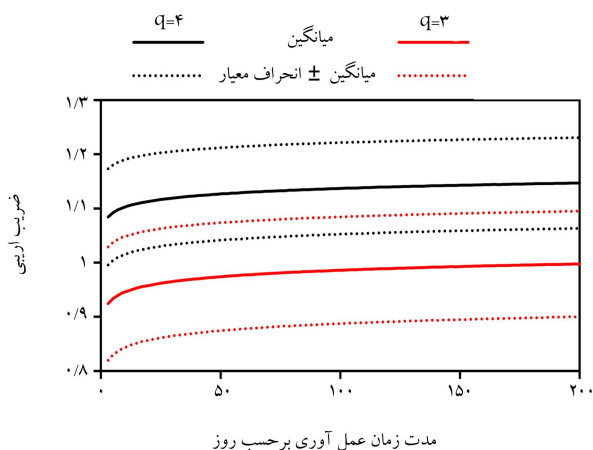
۱.۳. جمع‌آوری داده‌ها

با توجه به تنوع کارخانه‌های نورد میلگرد، پارامترهای مکانیکی آن عدم قطعیت دارند. برای جمع‌آوری داده‌های میلگرد، ۲۱۹ داده از آزمایشگاه مقاومت مصالح دانشکده‌ی مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شریف جمع‌آوری شده‌اند؛ که شامل: متغیرهای تنش تسلیم واقعی میلگرد، مقاومت نهایی، درصد کرنش نهایی، مقاومت اسمی یا درجه‌ی میلگرد، قطر اسمی و منطقه‌ی شهرداری پروژه‌ی هستند که میلگرد در آن استفاده شده است. به جز مورد آخر، تقریباً تمامی متغیرها برای هر مشاهده موجود بوده است. از آنجا که داده‌های استفاده شده حاصل آزمایش‌های متعدد میلگرد در سال‌های گوناگون و از محل‌های ساخت متفاوت هستند، احتمال می‌رود کارخانه‌های متنوعی را در برگیرند. با این حال، نیاز به جمع‌آوری داده‌های بیشتر از طیف وسیع‌تری از کارخانه‌ها و به‌هنگام‌سازی مدل در پژوهش‌های آینده برای تعمیم‌پذیری بیشتر مدل وجود دارد. در ادامه، متغیرهای مؤثر برای ساخت مدل احتمالاتی انتخاب و روند توسعه‌ی مدل تشریح شده است.

۲.۳. توسعه‌ی مدل احتمالاتی

برای استفاده از رگرسیون بی‌زین برای پیش‌بینی تنش تسلیم میلگرد، باید کمیت مذکور به صورت تابعی از متغیرهای مستقل بیان شود. برای گزینش متغیرهای مستقل، نکته‌ی مهم آن است که استفاده‌کنندگان از مدل به راحتی بتوانند متغیرهای مستقل را جمع‌آوری کنند. بنابراین گزینش مقاومت نهایی و کرنش نهایی به عنوان تابع توصیفی صحیح نیست. از طرفی، منطقه‌ی شهرداری نیز نمی‌تواند متغیر دقیق و تأثیرگذاری برای توصیف مدل باشد. بنابراین فقط درجه‌ی میلگرد و قطر اسمی به عنوان تابع توصیفی انتخاب شده است. برای دید بهتر از مدل‌سازی لازم است نمودار پراکنش میان تنش تسلیم و قطر اسمی میلگرد رسم شود؛ که در شکل ۱۲، نمودار مذکور برای درجه‌های مختلف میلگرد مشاهده می‌شود؛ که مطابق آن، با افزایش درجه‌ی میلگرد از A-II به A-IV، مقدار تنش تسلیم آن افزایش یافته است؛ اما روند خاصی میان قطر اسمی هر درجه‌ی میلگرد با تنش تسلیم آن مشاهده نمی‌شود. بنابراین، در پژوهش حاضر از قطر اسمی به عنوان یک تابع توصیفی استفاده نشده است. پس از حذف قطر اسمی از متغیرها، فقط درجه‌ی میلگرد به عنوان تابع توصیفی مدل باقی‌مانده است.

از آنجا که درجه‌ی میلگرد، یک متغیر گسسته است و به عنوان یگانه تابع توصیفی در مدل حضور دارد، نمی‌توان یک مدل رگرسیون خطی مناسب برای



شکل ۱۱. مدل‌های پیش‌بینی احتمالاتی ضریب آریبی مقاومت فشاری بتن با مقاومت اسمی ۳۵ مگاپاسکال.

در ادامه، پس از اطمینان از اعتبار مدل، چند مورد از پیش‌بینی‌های صورت‌گرفته برای مقاومت فشاری بتن از مدل احتمالاتی توسعه داده شده بیان شده است.

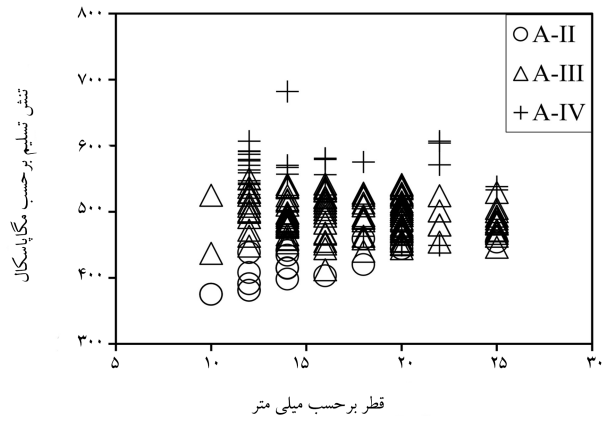
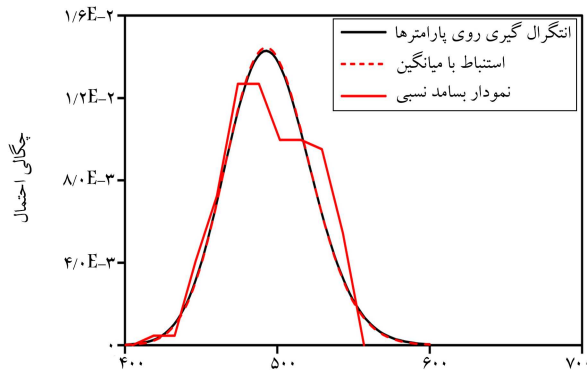
۲.۶. پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن

برای پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن به صورت احتمالاتی، کافی است توزیع احتمال نسبت مقاومت فشاری به مقاومت اسمی مطابق با معادله‌ی ۱۴، از طریق نمونه‌گیری مونت‌کارلو توسط نرم‌افزار RtX برآورد شود. در شکل ۱۱، مدل‌های پیش‌بینی احتمالاتی مقاومت فشاری بتن با مقاومت اسمی ۳۵ مگاپاسکال در مقابل مدت زمان عمل‌آوری بتن مشاهده می‌شود؛ که مطابق آن، نمودار تحت دو شرایط شاخص $q = 4$ ، خطوط سیاه‌رنگ، و برای $q = 3$ ، خطوط قرمز رنگ رسم شده است. خطوط معمولی برابر میانگین و خطوط نقطه‌چین یک انحراف معیار بیشتر و کمتر از میانگین هستند. همان‌طور که انتظار می‌رفت، افزایش مقاومت فشاری با مدت زمان عمل‌آوری در پیش‌بینی مدل مشهود است و پس از گذشت مدت زمان طولانی، به یک مقدار خاص میل کرده است. همان‌گونه که گفته شد، $q = 3$ نشانگر ساخت بتن با کیفیت معمولی و $q = 4$ نشانگر تولید بتن با کیفیت بهتر و مقاومتی بیشتر از مقاومت مورد انتظار است، که در شکل ۱۱ نیز در خروجی میانگین مدل مشهود است. نکته‌ی قابل توجه آن است که بخشی از توزیع‌های احتمال دو حالت ذکر شده، هم‌پوشانی دارند. این نکته نشانگر اهمیت در نظر گرفتن عدم قطعیت در مدل‌سازی مقاومت فشاری بتن است.

به منظور مقایسه‌ی نتایج به دست آمده در پژوهش حاضر با آنچه در ادبیات فنی موجود است، از میانگین و ضریب تغییرات ضرایب آریبی به دست آمده برای مقاومت فشاری ۲۸ روزه‌ی بتن با مقاومت اسمی ۳۵ مگاپاسکال در شکل ۱۱ استفاده شده است. همان‌طور که مشخص است، میانگین ضریب آریبی برای شاخص $q = 3$ برابر ۰/۹۶ و برای شاخص $q = 4$ برابر ۱/۱۲ است. ضریب تغییرات دو پارامتر مذکور نیز به ترتیب برابر ۰/۱۰۵ و ۰/۰۷۷ است. چنانچه شاخص q مقادیر بیشتر یا کمتری به خود بگیرد، یا به عبارتی کیفیت تولید بتن تغییر کند، میانگین و ضریب تغییرات ضریب آریبی مقاومت فشاری نیز متناظراً تغییر خواهد کرد. با استفاده از مدل‌های احتمالاتی ارائه شده در JCSS^[۱۴]، میانگین ضریب آریبی مقاومت فشاری بتن با مقاومت اسمی ۳۵ مگاپاسکال برابر ۱/۳۵ و ضریب تغییرات آن برابر ۰/۱۱۷ محاسبه شده است. معرفت (۲۰۱۳)^[۱۴]، نیز این مقادیر را برای شرایط

جدول ۷. پارامترهای توزیع احتمال تنش تسلیم میلگرد.

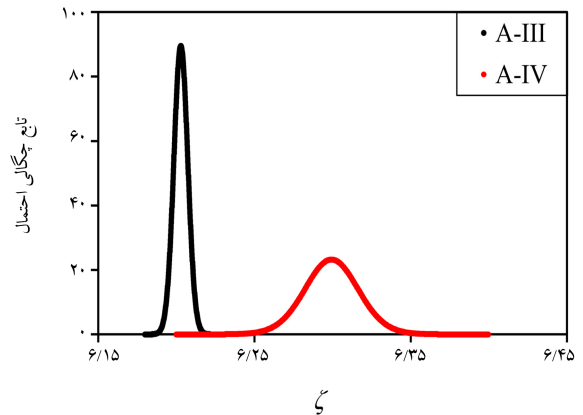
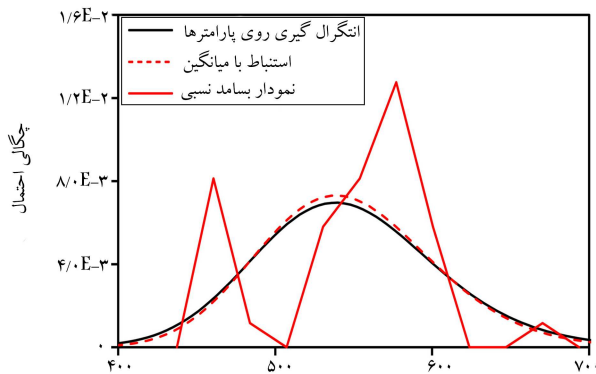
توزیع A - IV		توزیع A - III		میانگین	ضریب تغییرات
پارامتر β	پارامتر ζ	پارامتر β	پارامتر ζ		
۰٫۱۰۹۶	۶٫۲۹۹۴	۰٫۰۵۳۰	۶٫۲۰۳۰		
۰٫۱۱۲۲۰۲	۰٫۰۰۲۷۸۸	۰٫۰۸۴۳۶	۰٫۰۰۰۷۲۲		



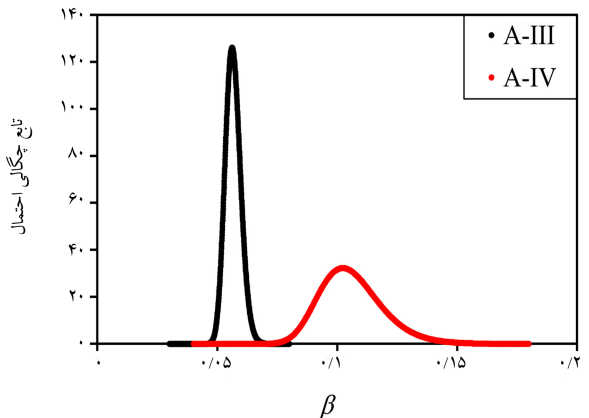
شکل ۱۲. نمودار پراکنش تنش تسلیم میلگرد به قطر اسمی.

شکل ۱۳. نمودار پراکنش تنش تسلیم میلگرد بر حسب مگا پاسکال

شکل ۱۵. نمودار توزیع احتمال و بسامد تنش تسلیم میلگرد A-III.



شکل ۱۴. نمودار توزیع احتمال و بسامد تنش تسلیم میلگرد A-IV.



شکل ۱۵. نمودار توزیع احتمال و بسامد تنش تسلیم میلگرد A-III.

میلگرد، توزیع احتمال لاگ نرمال دارد. در ابتدا به عنوان یک فرض بدون اطلاعات، توزیع پیشین برای پارامترهای اصلی توزیع لاگ نرمال تنش تسلیم، یعنی میانگین لگاریتمی (ζ) و انحراف معیار لگاریتمی (β)، یک توزیع یکنواخت مشترک در نظر گرفته شده است. پس از به هنگام سازی توزیع های پیشین با تمامی مشاهده ها، توزیع پسین پارامترهای مدل به دست آمده است. در شکل های ۱۳ و ۱۴، به ترتیب توزیع های پسین β و ζ میلگردهای A-III و A-IV مشاهده می شود.

در جدول ۷، نیز مقادیر میانگین و ضریب تغییرات هر کدام از توزیع های پسین ارائه شده است. در شکل های ۱۵ و ۱۶، سه منحنی برای تنش تسلیم میلگردهای A-III و A-IV با یکدیگر مقایسه شده اند. یک منحنی، نشانگر بسامد نسبی ۳۵ داده های مشاهده هاست، که تخمینی از نمودار تابع چگالی احتمال است. دو منحنی دیگر نیز مربوط به توزیع پیش بیانه ی پسین ۳۶ تنش تسلیم هستند، که یکی فقط با استفاده از میانگین پسین پارامترهای ζ و β رسم شده است و دیگری، با انتگرال گیری احتمال کل روی توزیع احتمال پسین دو پارامتر ζ و β به دست آمده است. از آنجا که توزیع احتمال پارامترها بسیار به توزیع نرمال نزدیک هستند، دو نمودار مذکور بسیار به یکدیگر شبیه هستند.

تنش تسلیم استنباط کرد. بنابراین، تنش تسلیم میلگرد به صورت یک متغیر تصادفی برای درجه های مختلف مدل سازی شده است. با توجه به برتری روش بیژین نسبت به روش کلاسیک، این مدل احتمالاتی با رویکرد بیژین استنباط شده است. در استنباط بیژین، برای پارامترهای توزیع احتمال نیز یک توزیع پیشین در نظر گرفته می شود و با استفاده قضیه ی بیز، توزیع احتمال پارامترهای مدل به هنگام می شوند، تا توزیع های پسین به دست آیند. از آنجا که تعداد بسیار کمی داده از میلگرد درجه ی A-II موجود است، استنباط فقط روی میلگردهای درجه های A-III و A-IV انجام شده است. براساس پژوهش بارتلت ۳۴ و همکاران (۲۰۰۳)، [۲۵] تنش تسلیم

ذاتی و هم عدم قطعیت شناختی ناشی از مشاهددها را در بر می‌گیرد. در نهایت، با استفاده از تحلیل نمونه‌گیری مونت‌کارلو نیز ضریب آریبی بتن برای چند حالت مختلف پیش‌بینی و بیش‌هایی از آن بیان شده است. در بخش دیگر نیز، توزیع احتمال تنش تسلیم میلگرد برای درجه‌های A-III و A-IV ارائه شده است. بدین منظور، متغیر تصادفی ضریب آریبی تنش تسلیم درجه‌های A-III و A-IV از میلگردها به صورت بی‌زین استنباط شد. در نهایت نیز ضرایب آریبی به دست آمده با مقادیر موجود در ادبیات فنی مقایسه شده است.

به دلیل توسعه‌ی مدل‌های ذکر شده بر مبنای رگرسیون بی‌زین، با جمع‌آوری داده‌های بیشتر در آینده می‌توان پارامترهای مدل‌های اخیر را به‌هنگام کرد تا عدم قطعیت‌های شناختی در آنها کاهش یابد. این اولین پژوهش برای توسعه‌ی مدل‌های احتمالاتی پیش‌بینی مقاومت مواد در کشور ایران است. اگرچه در گذشته، مدل‌های پیش‌بینی برای مقاومت مواد داخل کشور توسعه یافته است، اما پاسخ آنها به صورت احتمالاتی نبوده و عدم قطعیت در آنها کمی نشده است، که مانع به‌کارگیری آنها در تحلیل‌های احتمالاتی و در واسنجی ضوابط طراحی است. این مهم، یکی از موانع اصلی برای ارائه‌ی ضرایب بار و مقاومت بومی‌سازی شده برای طراحی لرزه‌ی است، که نتیجه‌ی آن، اقتباس مستقیم ضرایب مذکور از استاندارد ۱۰-ASCE/SEI۷ است.^[۲۷] محمود کلایه و محصولی (۲۰۲۱)،^[۱۴] نشان دادند که چنین اقتباسی منجر به ضوابطی شده است که نه فقط مشخص نیست برای شرایط کشور بهینه باشند، بلکه حتی سطوح قابلیت اعتماد هدف در آیین‌نامه‌ی مبدأ را نیز ارضا نمی‌کنند.

تقدیر و تشکر

نویسندگان از آقای دکتر اسکندری، عضو هیئت علمی دانشکده‌ی مهندسی عمران دانشگاه صنعتی شریف، آقایان مهندس علوم و مهندس شورمستی در آزمایشگاه‌های دانشگاه صنعتی شریف، آقای مهندس نوری در آزمایشگاه پردیس بین‌الملل جزیره‌ی کیش دانشگاه صنعتی شریف، آقای مهندس خسروی، و تمامی پرسنل آزمایشگاه سینا عمران آسیا، که با همکاری خود، جمع‌آوری داده را برای پژوهش حاضر میسر ساختند، صمیمانه تشکر می‌کنند.

مبحث نهم مقررات ملی ساختمان،^[۱] مقادیر اسمی تنش تسلیم میلگرد را برای درجه‌های A-III و A-IV به ترتیب ۴۰۰ و ۵۰۰ مگاپاسکال بیان کرده است. از تقسیم میانگین مدل‌های احتمالاتی به دست آمده بر مقادیر اسمی ذکر شده، ضریب آریبی به دست می‌آید. بدین ترتیب، ضرایب آریبی برای تنش تسلیم میلگردهای A-III و A-IV به ترتیب ۱/۲۳۷۵ و ۱/۰۹۳۹ به دست آمده است. ضریب تغییرات این توزیع‌های احتمال نیز به ترتیب ۵/۵۷ و ۹/۹۳۴ درصد به دست آمده است. اگر از مدل‌های پیشنهادی JCSS،^[۲۶] برای تخمین ضریب آریبی استفاده شود، ضریب آریبی میلگردهای A-III برای قطر اسمی ۲۲ میلی‌متر، مقدار ۱/۲۸۸۷ به دست آمده است، که به مقدار به دست آمده در پژوهش حاضر نزدیک است.

۴. نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، به توسعه‌ی مدل‌های احتمالاتی پیش‌بینی برای پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن و تنش تسلیم میلگرد استفاده شده در ساخت سازه‌های بتنی کشور پرداخته شده است. این مدل‌های احتمالاتی در انواع تحلیل‌های احتمالاتی، از جمله تحلیل‌های قابلیت اعتماد، ریسک، و تاب‌آوری، به منظور کمی‌سازی صحیح عدم قطعیت کاربرد دارند.

در بخش نخست، برای توسعه‌ی مدل پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن، یک رویکرد احتمالاتی ارائه شده است، که در آن از رگرسیون خطی بی‌زین استفاده شده است. مدل‌سازی به‌وسیله‌ی رگرسیون خطی بی‌زین، بر دو پایه‌ی یافتن متغیرهای تأثیرگذار در مسئله و مشاهده‌ها استوار است. در نوشتار حاضر، ضریب آریبی مقاومت فشاری بتن به‌عنوان پاسخ مدل رگرسیون انتخاب شده است، که تابعی از مقاومت اسمی، مدت‌زمان عمل‌آوری و کیفیت کارگاه ساخت بتن است. پس از انتخاب متغیرهای مدل و ساخت توابع توصیفی، پارامترهای شکل مدل از طریق مشاهده‌ها واسنجی می‌شوند. بنابراین، مدل رگرسیون خطی بی‌زین، هم عدم قطعیت

پانویس‌ها

1. Load and Resistance Factor Design (LRFD)
2. Joint Committee on Structural Safety
3. Kog
4. Bias Factor
5. Ultrasonic Pulse
6. Windsor Probe
7. Wiśniewski
8. Skejčić
9. Deterministic
10. Support Vector Machine (SVM)

11. Adaptive Neuro Fuzzy Inference System (ANFIS)
12. Bayesian Linear Regression
13. K-Nearest Neighbors (KNN)
14. Radial Basis Function- Kernel
15. Diagnosis
16. Homoskedasticity
۱۷. نرم‌افزار Rtx از آدرس rtx.civil.sharif.edu قابل بارگیری است.
18. Overfitting
19. Calibration
20. Classification
21. Label
22. RBF-Kernel
23. Confusion Matrix

24. Regressand
25. Explanatory Function
26. Regressor
27. Ordinary Least Squares
28. Bayes' Theorem
29. Likelihood Function
30. Box and Tiao
31. Coefficient of Determination
32. Collinearity
33. Quantile-Quantile
34. Bartlett
35. Relative Frequency Diagram
36. Posterior Predictive Distribution

منابع (References)

1. Ahmadi, B., 2017. Preliminary Assessment of the Quality of Concrete Implemented in the Earthquake-Affected Areas of Kermanshah Province. Road, Housing & Urban Development Research Center. [In Persian].
2. Iranian National Building Code, Part 9th, 2013. Design and Construction of Reinforcement Concrete Buildings. [In Persian].
3. Hosseini Hashemi, B. and Farshchi, H., 2017. Earthquake Report on November 12, 2017, Sarpol-e Zahab, Kermanshah province. Volume III: Structure and Vital Roads, Chapter V: Reinforcement Concrete Buildings. International Institute of Earthquake Engineering and Seismology, pp.141-158. [In Persian].
4. Kwon, O.S. and Elnashai, A., 2006. The Effect of material and ground motion uncertainty on the seismic vulnerability curves of RC structure. *Engineering Structures*, 28(2), pp.289-303. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2005.07.010>.
5. Joint Committee of Structural Safety (JCSS), 2001. *Probabilistic Model Code, Part 3.00, Resistance Models: General Principles*. <https://www.jcss-lc.org/publications/jcsspmc/general.pdf>.
6. Kog, Y.C., 2018. Estimating In situ compressive strength of existing concrete structures. *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, 23(3). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)SC.1943-5576.0000374](https://doi.org/10.1061/(ASCE)SC.1943-5576.0000374).
7. Wiśniewski, D.F., Cruz, P.J.S., Henriques, A.A.R. and and simes, R.A.D., 2012. Probabilistic models for mechanical properties of concrete, *Reinforcing Steel and Pre-stressing Steel. Structure and Infrastructure Engineering*, 8(2), pp.111-123.
8. Skejić, D., Valčić, A., Žuvelek, V. and Čudina, I., 2023. The Influence of Steel Variability on the Reliability of Welded Beam- to- Column Joints. *Ce/papers - Proceedings in Civil Engineering*, 6(3-4), pp.1483-1488. <https://doi.org/10.1002/cepa.2266>.
9. European Committee for Standardization (CEN). FprEN 1993-1-1, Eurocode 3: Design of Steel Structures - Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings (FprEN 1993-1-1:2022); CEN: Brussels, Belgium, 2022.
10. Mobaraki, A.T., 2016. Prediction of 28-day compressive strength of concrete based on its 7-day compressive strength using artificial neural network. Thesis, Ayandegan Institute of Higher Education, Tonekabon, Iran. [In Persian].
11. Amlashi, A.T., 2016. Prediction of compressive and tensile strength of plastic concrete using data mining methods. Thesis, Sirjan University of Technology, Sirjan, Iran. [In Persian].
12. Marafet, M., 2013. Statistical description of uncertainties in the parameters of reinforced concrete sections for workshop conditions in Tehran. *6th International Civil Engineering Conference, Isfahan*. [In Persian]. <https://civilica.com/doc/811>.
13. Mahmoudkalayeh, S. and Mahsuli, M., 2021. Ramifications of blind adoption of load and resistance factors in building codes: Reliability-Based assessment. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 19(2), pp.963-986. <https://doi.org/10.1007/s10518-020-01015-7>.
14. Pouraliakbar, H., Khalaj, M., Nazerfakhari, M., and Khalaj, G., 2015. Artificial neural networks for hardness prediction of haz With chemical composition and tensile test of X70 pipeline steels. *Journal of Iron and Steel Research International*, 22(5), pp.446-450. [https://doi.org/10.1016/S1006-706X\(15\)30025-X](https://doi.org/10.1016/S1006-706X(15)30025-X).
15. Nasrazadani, H. and Mahsuli, M., 2020. Probabilistic framework for evaluating community resilience: Integration of risk models and Agent-Based simulation. *Journal of Structural Engineering*, 146(11), [https://doi.org/10.1061/\(asce\)st.1943-541x.0002810](https://doi.org/10.1061/(asce)st.1943-541x.0002810).
16. Mahsuli, M. and Haukaas, T., 2013. Computer program for multimodel reliability and optimization analysis. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 27(1), pp.87-98. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CP.1943-5487.0000204](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CP.1943-5487.0000204).
17. Mahsuli, M., 2012. Probabilistic models, methods, and software for evaluating risk to civil infrastructure. Dissertation, University of British Columbia, Vancouver, Canada. <https://doi.org/10.14288/1.0050878>.
18. Piryonesi, S.M. and El-Diraby, T.E., 2020. Role of data analytics in infrastructure asset management: Overcoming data size and quality problems. *Journal of Transportation Engineering, Part B: Pavements*, 146(2), p.04020022. <https://doi.org/10.1061/JPEODX.0000175>.
19. Andersen, E.B., 1986. Information Science and Statistics. In: COMPSTAT. De Antoni, F., Lauro, N., Rizzi, A. (eds), Physica-Verlag HD, pp.3-9. https://doi.org/10.1007/978-3-642-46890-2_1.
20. Pedregosa, F., Varoquaux, G., Gramfort, A., Michel, V., Thirion, B., Grisel, O., Blondel, M., Prettenhofer, P., Weiss, R., Dubourg, V., Vanderplas, J., Passos, A., Cournapeau, D., Brucher, M., Perrot, M. and Duchesnay, E., 2011. Scikit-learn: Machine learning in python. *Journal of Machine Learning Research*, 12, pp.2825-2830.
21. Box, G.E. and Tiao, G.C., 1973. *Bayesian Inference in Statistical Analysis*. Edition 1, p.211. John Wiley & Sons.
22. Gardoni, P., Der Kiureghian, A. and Mosalam, K.M., 2002. Probabilistic capacity models and fragility estimates for reinforced concrete columns based on experimental observations. *Journal of Engineering Mechanics*, 128(10), pp.1024-1038. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2002\)128:10\(1024\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2002)128:10(1024)).

23. Aghababaei, M. and Mahsuli, M., 2019. Component damage models for detailed seismic risk analysis using structural reliability methods. *Structural Safety*, 76, pp.108-122. <https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2018.08.004>.
24. Joint Committee of Structural Safety (JCSS), 2001. Probabilistic model code, Part 3.01, Resistance Models: Concrete. <https://www.jcss-lc.org/publications/jcsspmc/concrete.pdf>.
25. Bartlett, F.M., Dexter, R.J., Graeser, M.D., Jelinek, J.J., Schmidt, B.J. and Galambos, T.V., 2003. Updating standard shape material properties database for design and reliability. *Engineering Journal-American Institute of Steel Construction Inc*, 40(1), pp.2-14. <https://www.aisc.org/Updating-Standard-Shape-Material-Properties-Database-for-Design-and-Reliability>.
26. Joint Committee of Structural Safety (JCSS), 2001. *Probabilistic Model Code, Part 3.0*. Resistance Models: Reinforcing Steel. <https://www.jcss-lc.org/publications/jcsspmc/rebar.pdf>
27. American Society of Civil Engineers (ASCE), 2010. Minimum design loads for buildings and other structures. ASCE/SEI 7-10, Reston, Virginia. <https://doi.org/10.1061/9780784412916>.