

مدل‌های احتمالاتی برای پیش‌بینی تنش تسلیم میلگرد و مقاومت فشاری بتن بر مبنای رگرسیون خطی بیژین

حمیدرضا نوربالافتی کارشناس ارشد دانشکده مهندسی عمران - دانشگاه صنعتی شریف
مجتبی محصولی دانشیار دانشکده مهندسی عمران - دانشگاه صنعتی شریف

چکیده:

این پژوهش به توسعه مدل‌های احتمالاتی برای پیش‌بینی تنش تسلیم فولاد میلگرد و مقاومت فشاری بتن مصرفی در صنعت ساخت کشور می‌پردازد. مشخصات مقاومتی مواد جزو پارامترهای اصلی در طراحی بر مبنای عملکرد، در واسنجی ضوابط طراحی ضرایب بار و مقاومت^۱ بر مبنای قابلیت اعتماد و در تحلیل‌های ریسک و تاب‌آوری زیرساخت‌های عمرانی هستند. هر دو پارامتر دارای عدم قطعیت قابل توجهی هستند که برای کمی‌سازی آن در پیش‌بینی مدل از رگرسیون خطی بیژین در نرم افزار Rtx بهره گرفته می‌شود. برتری استنباط بیژین در برآورد عدم قطعیت شناختی مدل است که با جمع‌آوری داده‌های بیشتر با به‌هنگام‌سازی مدل کاهش می‌یابد. برای مدل‌سازی در این پژوهش، عملیات گسترده‌ای برای جمع‌آوری داده از آزمایشگاه‌های مقاومت مصالح به‌انجام رسیده‌است و هرگونه نقص در داده‌ها نیز بر اساس الگوریتم‌های دسته‌بندی مبتنی بر یادگیری ماشین مرتفع شده‌است. با استفاده از مدل‌های پیشنهادی، توزیع احتمال و آماره‌های مقاومت فشاری بتن به‌صورتی تابعی از مقاومت اسمی طرح، مدت‌زمان عمل‌آوری بتن در آزمایشگاه و کیفیت ساخت بتن و نیز توزیع احتمال و آماره‌های تنش تسلیم میلگردهای درجه A-III و A-IV تعیین می‌شوند.

واژگان کلیدی:

رگرسیون خطی بیژین، مدل‌سازی احتمالاتی، مقاومت فشاری بتن، تنش تسلیم میلگرد، قابلیت‌اعتماد سازه.

^۱ Load and resistance factor design (LRFD)

Probabilistic models for prediction of the yield stress of rebars and compressive strength of concrete based on Bayesian linear regression

Abstract:

This paper proposes probabilistic models for predicting the yield stress of reinforcing steel bars and the compressive strength of concrete used in Iran's construction industry. The importance of this research stems from recognition that the strength of construction materials is one of the main parameters in performance-based design, in calibration of load and resistance factor design (LRFD) provisions, and in risk and resilience analysis of civil infrastructure. Moreover, due to the common practice of on-site casting of the concrete and a large number of rolling mill companies producing reinforcing steel bars, there is a considerable amount of uncertainty in the compressive strength of concrete and the yield stress of steel bars. In this paper, first an extensive database is compiled from concrete and steel laboratory tests. One key field of data for developing the concrete strength model is the nominal design strength of concrete, which was unavailable for a notable portion of the collected data. The database was augmented to account for the missing data using classification algorithms of k-nearest neighbors (KNN) and RBF-Kernel based on machine learning. Next, a probabilistic model is developed using Bayesian linear regression using the Rtx software to predict the compressive strength of concrete as a function of its nominal strength, curing duration, and the quality grade of the concrete manufacturer. The models are subsequently diagnosed for the quality of prediction, heteroskedasticity, and normality of the errors to ensure they are statically sound and well represent the underlying data. Next, a model reduction procedure is implemented to discard the inconclusive predictors from the model and to eliminate high correlations among the model parameters to achieve the final model form. Finally, the yield stress of reinforcing steel of Grades A-III and A-IV are modeled using Bayesian random variables whose distribution parameters are also random are inferred from the collected data. Bayesian inference enables the quantification of epistemic uncertainties in the model parameters and hence, makes it possible to update the model using Bayesian updating as new data emerge.

Keywords: Bayesian linear regression model, probabilistic modeling, compressive strength of concrete, rebar yield stress, structure Reliability.

۱- مقدمه

پس از زلزله کرمانشاه در سال ۱۳۹۶، انواع تست‌های مخرب و غیرمخرب برای سنجش مقاومت فشاری بتن مصرفی در سازه‌های با سطح آسیب بالا انجام شد [۱]. طبق بررسی‌های این پژوهش، مقاومت فشاری بتن در اکثر سازه‌های تخریب‌شده استاندارد‌های لازم را نداشته و دلیل عمده فروریزش‌ها همین موضوع بوده است. مطابق بند ۹-۱-۲-۱ می‌باید مقررات ملی ساختمان [۲]، مقاومت مشخصه بتن طراحی شده تحت این آیین‌نامه نباید از ۲۰ مگاپاسکال کمتر باشد. با این حال بررسی‌های [۱] نشان می‌دهد بتن در عمده سازه‌های آسیب‌دیده مقاومتی حدود ۱۰ تا ۲۰ مگاپاسکال یا حتی کمتر داشته است، زیرا در مواردی ابزار اندازه‌گیری امکان اندازه‌گیری مقادیر کمتر از ۱۰ مگاپاسکال را نداشته است. پژوهشی دیگر در این زمینه [۳] عنوان می‌کند که از عمده دلایل آسیب ساختمان‌ها در این زلزله، ضعف زیاد بتن بوده است. در واقع با بالا بردن مقدار آب به سیمان در بتن، مقاومت فشاری فدای روانی و سهولت در اجرا شده است. موارد دیگر نیز مانند عدم دانه‌بندی صحیح سنگدانه‌ها در بتن دیده شده است. مطابق با [۳]، یکی از عوامل مهم دیگر در این آسیب‌ها، ضعف اجرای بتن‌ریزی در محل بوده است. به بیان دیگر، علی‌رغم منع به کارگیری بتن دست‌ساز برای اجزای سازه‌های ساختمان‌ها در بند ۹-۷-۲-۴ مقررات ملی ساختمان [۲]، بسیاری از بتن‌های سازه‌ای در مناطق زلزله‌زده با روش‌های دستی مرسوم ساخته و پس از بتن‌ریزی درجا، با چکش و بیره زده شده بودند. اگرچه بر اساس [۴] مقاومت پایین بتن در زلزله‌های ضعیف به‌طور عمده در خرابی و خسارت تاثیرگذار نیست، اما با پایین آمدن مقدار مقاومت فشاری بتن، نمودار تنش-کرنش تحت بارگذاری بسیار زودتر به ناحیه غیرخطی خود می‌رسد و در نتیجه آن احتمال رخ دادن شکست ترد برشی در ستون‌ها، که از مخرب‌ترین انواع شکست است، بالا می‌رود [۳].

از طرف دیگر با توجه به تعدد کارخانه‌های نورد میلگرد و تفاوت در سطوح کنترل کیفیت در آن‌ها، عدم قطعیت زیادی در تنش تسلیم فولاد به کاررفته در مقاطع بتنی مسلح و در نتیجه مقاومت مقطع وجود دارد. از این رو، این پژوهش مدل‌های احتمالاتی برای

پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن و تنش تسلیم میلگرد را با در نظرگیری عدم قطعیت آن‌ها برای به کارگیری در انواع تحلیل‌های احتمالاتی ارائه می‌دهد. به عنوان مثال، امروزه فلسفه طراحی در حال تغییر به طراحی بر اساس عملکرد است که نیازمند کمی‌سازی عدم قطعیت نه تنها در جنبش زمین، بلکه در پارامترهای موثر در رفتار سازه از جمله مقاومت مواد است. هم‌چنین، مدل‌سازی احتمالاتی مقاومت مواد در محاسبه شاخص قابلیت اعتماد و واسنجی ضرایب بار و مقاومت در روش طراحی^۱ LRFD، چه در سطح اجزای سازه و چه در سطح کل ساختمان بسیار موثر است. از موارد دیگر کاربرد مدل‌سازی احتمالاتی مقاومت مواد، تحلیل‌های قابلیت اعتماد، ریسک و تاب‌آوری زیرساخت‌های عمرانی است. این کمیت‌ها شامل عدم قطعیت‌های ذاتی و شناختی هستند. جمع‌آوری داده و توسعه مدل احتمالاتی برای یک کمیت، عدم قطعیت شناختی آن را کاهش می‌دهد. بنابراین مدل‌های احتمالاتی پارامترهای مقاومتی مواد به عنوان ورودی انواع تحلیل‌ها، تاثیر به‌سزایی در کمی‌سازی صحیح عدم قطعیت در تحلیل‌های احتمالاتی دارند.

مدل‌سازی عدم قطعیت در مشخصات مصالح در مطالعاتی مورد توجه بوده است. کمیته مشترک ایمنی سازه (JCSS^۲)، دستورالعملی برای طراحی سازه به صورت احتمالاتی ارائه داده است [۵]. این دستورالعمل عدم قطعیت مقاومت مواد را در سه سطح بزرگ مقیاس، میان‌مقیاس، و کوچک مقیاس بررسی می‌کند. سطح بزرگ مقیاس مربوط به عدم قطعیت در خود کمیت است؛ یعنی محاسبه میانگین و انحراف معیار توزیع آن. سطح میان‌مقیاس به برآورد عدم قطعیت پارامترهای توزیع احتمال کمیت می‌پردازد. سطح کوچک مقیاس نیز عدم قطعیت‌های ذاتی کمیت را بررسی می‌کند. این دستورالعمل برای مقاومت فشاری بتن‌های پیش‌ساخته و درجاساخت، مدل‌های احتمالاتی ارائه داده است که پارامترهای آن تابع مقاومت اسمی طراحی بتن هستند. دستورالعمل JCSS تنش تسلیم میلگرد را نیز به صورت جمع سه متغیر تصادفی مستقل با توزیع نرمال مدل‌سازی می‌کند که هر کدام از آن‌ها ناشی از عدم قطعیت‌های کیفیت کارخانه نورد میلگرد، فرآیند ذوب و سرد شدن فولاد هستند. پارامترهای این توزیع‌ها تابعی از تنش تسلیم و قطر میلگرد هستند. پژوهش‌های

^۲ Joint committee on structural safety

^۱ Load and resistance factor design

دیگری نیز به ارائه مدل‌های احتمالاتی پیش‌بینی مقاومت مواد پرداخته‌اند. کوج^۱ در پژوهشی [۶]، مقادیر میانگین و بیشینه خطای محتمل ضریب اریبی^۲ مقاومت فشاری بتن را برای نتایج سه نوع تست غیرمخرب پالس آلتراسونیک^۳، چکش ارتجاعی، و میله ویندسور^۴ و همچنین تست مخرب مغزه‌گیری ارائه داده‌است. این پژوهش با توجه به بالا بودن مقدار خطای تست‌های غیرمخرب و پرهزینه بودن تست‌های مخرب، برای تعدیل دقت و هزینه پیشنهاد می‌دهد از ترکیب این تست‌ها به منظور مدل‌سازی احتمالاتی مقاومت مواد بهره برد. ویشنیفسکی^۵ و همکاران [۷] نیز با جمع‌آوری تعداد نزدیک به ۵۰۰ داده از کارخانه‌های مختلف نورد و آزمایشگاه‌های گوناگون سنجش مقاومت میلگرد، توزیع احتمالاتی برای پیش‌بینی مقدار واقعی تنش تسلیم میلگرد با مقاومت اسمی ۵۰۰ مگاپاسکال ارائه کرده‌اند. مدل احتمالاتی ارائه شده توسط آن‌ها دربرگیرنده منابع عدم قطعیتی نظیر اختلاف در قطر میلگرد و حد تعریف شده برای کرنش تسلیم در تست‌های سنجش مقاومت بوده‌است. آن‌ها میانگین ضریب اریبی تنش تسلیم میلگرد با مقاومت اسمی ۵۰۰ مگاپاسکال را ۱/۱۵ و ضریب تغییرات آن را پنج درصد برآورد کرده‌اند.

در پژوهشی دیگر، اسکچیچ^۶ و همکاران [۸] حساسیت ضریب مقاومت طراحی در اتصالات جوشی تیر به ستون را نسبت به تغییرات مشخصات مکانیکی فولاد سنجیده‌اند. به منظور تعیین ضریب مقاومت طراحی، از تحلیل قابلیت اعتماد بهره گرفته شده‌است. آن‌ها برای برآورد عدم قطعیت تنش تسلیم و نهایی فولاد، از داده‌های آماری آزمایش فولاد در آیین‌نامه طراحی سازه‌های فولادی اروپا [۹] استفاده کرده‌اند و میانگین ضریب اریبی تنش تسلیم فولاد با مقاومت اسمی ۳۵۵ مگاپاسکال را ۱/۲ و ضریب تغییرات آن را ۵٪ برآورد کرده‌اند.

پژوهش‌هایی نیز برای توسعه مدل پیش‌بینی مقاومت مواد در داخل کشور نیز انجام شده‌است. تندکار مبارکی [۱۰] در پژوهشی،

با تهیه نمونه‌های مکعبی از ۱۲ طرح اختلاط بتن با نسبت وزنی سیمان مختلف، مقاومت فشاری ۲۸ روزه بتن را از روی مقاومت ۷ روزه، نسبت وزنی سیمان، و نسبت وزنی میکروسیلیس به کاررفته در طرح اختلاط پیش‌بینی کرده‌است. در این پژوهش یک مدل رگرسیون خطی و یک مدل شبکه عصبی پرسپترون چند لایه برای پیش‌بینی مقاومت فشاری توسعه یافته‌است. پاسخ هر دو مدل به صورت تعینی^۷ است و تنها میزان خطای هر دو مدل گزارش شده‌است. توانا املشی [۱۱] نیز با ساخت نمونه‌های مکعبی، استوانه‌ای و مکعب مستطیلی بتن پلاستیک و با بهره‌گیری از آزمایش‌های استاندارد مقاومت فشاری بتن، مقاومت کششی بتن، و اسلامپ، مدل‌هایی برای پیش‌بینی این کمیت‌ها ارائه داده‌است. وی برای پیش‌بینی هر کمیت، سه مدل شبکه عصبی، ماشین بردار پشتیبان^۸، و سیستم‌های استنتاج تطبیقی عصبی-فازی^۹ توسعه داده‌است. تمامی این مدل‌ها نیز تابعی از نسبت‌های وزنی شن، ماسه، رس سیلتی، بتونیت، سیمان، آب، و همچنین زمان عمل‌آوری و نوع شکل هندسی نمونه عمل‌آوری شده هستند. در این پژوهش نیز تمامی مدل‌ها، پاسخ را به صورت تعینی پیش‌بینی می‌کنند و توزیع احتمال کمیت‌های بیان شده را به دست نمی‌دهند. معرفت نیز در پژوهشی [۱۲] نتایج آزمایشگاهی میلگردهایی با درجه A-II و A-III از ۱۰۶ کارگاه در سطح شهر تهران جمع‌آوری کرده‌است و برای بیان عدم قطعیت مقدار تنش تسلیم این دو نوع میلگرد، از توزیع احتمالاتی نرمال استفاده کرده‌است. میانگین ضریب اریبی تنش تسلیم میلگردهای درجه A-II و A-III در این پژوهش به ترتیب برابر ۱/۰۷ و ۱/۰۲، و ضریب تغییرات هر کدام نیز به ترتیب برابر ۰/۰۸ و ۰/۰۶ به دست آمده‌است.

محمود کلاهی و محصولی [۱۳] ضرایب بار و مقاومت موجود در آیین‌نامه‌های طراحی را برای ساختمان‌های فولادی ساخته شده در ایران واسنجی کرده‌اند. آن‌ها با ارائه زنجیره مدل‌های احتمالاتی مختص به بار و مقاومت، ابتدا شاخص قابلیت اعتماد سازه را به دست

^۶ Skejić

^۷ Deterministic

^۸ Support vector machine (SVM)

^۹ Adaptive neuro fuzzy inference system (ANFIS)

^۱ Kog

^۲ Bias factor

^۳ Ultrasonic pulse

^۴ Windsor probe

^۵ Wiśniewski

آورده‌اند و سپس ضرایب طراحی آیین‌نامه‌های داخل کشور را برای رسیدن به شاخص قابلیت‌اعتماد هدف تنظیم کرده‌اند. یکی از مدل‌های احتمالاتی مقاومت در این مقله، تنش تسلیم فولاد نوع ST37 بوده‌است. آن‌ها با جمع‌آوری نمونه‌های تست تنش از آزمایشگاه‌های متالورژی داخل کشور، ضریب اریبی تنش تسلیم فولاد را به‌صورت یک توزیع احتمال لاگ‌نرمال با میانگین $1/13$ و ضریب تغییرات $0/064$ برآورد کرده‌اند. علاوه بر تنش تسلیم، در گذشته تلاش‌هایی برای توسعه مدل‌های پیش‌بینی سایر پارامترهای مقاومتی فولاد در ایران شده‌است. به‌طور مثال، پورعلی‌اکبر و همکاران [۱۴] با توسعه یک مدل شبکه عصبی مصنوعی، مقدار ریزسختی ویکرز را در منطقه متأثر از حرارت جوش به‌روی لوله‌های فلزی $XV0$ با ترکیبات شیمیایی متفاوت پیش‌بینی کرده‌اند.

علی‌رغم تلاش‌هایی که برای ارائه مدل‌های پیش‌بینی مقاومت مواد در داخل کشور صورت گرفته است، تاکنون مطالعه‌ای در جهت توسعه مدل‌های احتمالاتی که عدم قطعیت‌های شناختی و ذاتی مقاومت مواد به‌کار رفته در ساختمان‌های کشور را به‌صورت صریح برآورد کند، صورت نگرفته‌است. همان‌گونه که گفته شد، با توسعه مدل‌های احتمالاتی پیش‌بینی مقاومت مواد مورد استفاده در داخل کشور، نتایج انواع تحلیل‌های احتمالاتی روی زیرساخت‌های ایران، مانند تحلیل ریسک منطقه‌ای ساختمان‌ها، دقیق‌تر برآورد می‌شود. به این منظور، مدل‌سازی پیش‌بینی مقاومت مواد در این پژوهش به‌صورت رگرسیون خطی بی‌ژین^۱ انجام می‌شود. برتری استنباط بی‌ژین نسبت به استنباط کلاسیک در برآورد عدم قطعیت پارامترهای مدل و انحراف معیار باقیمانده مدل است. در اولین گام، یک پایگاه داده وسیع از آزمایشگاه‌های سنجش مقاومت بتن و تنش تسلیم میلگرد جمع‌آوری می‌شود. در جمع‌آوری پایگاه داده سعی می‌شود پارامترهایی از هر آزمایش انتخاب شود که هم بیشترین تاثیر را روی پاسخ مدل، یعنی مقاومت فشاری بتن و تنش تسلیم میلگرد، داشته باشد، و هم مشاهده و ثبت آن برای کاربران مدل پیش‌بینی در آینده راحت باشد. از آن‌جا که پایگاه داده از آزمایشگاه‌های متعددی جمع‌آوری می‌شود، در بخش بزرگی از مشاهدات یک

پارامتر کلیدی برای توسعه مدل پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن، یعنی مقاومت فشاری اسمی ثبت نشده بود. بنابراین در گام بعدی، این نقص در پایگاه داده بر اساس دو الگوریتم دسته‌بندی مبتنی بر یادگیری ماشین، یعنی الگوریتم نزدیک‌ترین همسایه^۲ و هسته تابع پلپه شعاعی^۳ رفع می‌شود. پس از رفع نقص پایگاه داده، مدل احتمالاتی پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن با استفاده از رگرسیون خطی بی‌ژین توسعه می‌یابد. مدل توسعه‌یافته تابعی از مقاومت اسمی بتن، مدت‌زمان عمل‌آوری بتن و درجه کیفیت کارگاه ساخت بتن است. سپس مدل تحت فرآیند عیب‌شناسی^۴ قرار می‌گیرد. در این فرآیند، مدل از نظر کیفیت پیش‌بینی، هم‌واربانی^۵ و نرمال بودن باقیمانده‌ها عیب‌یابی می‌شود تا اطمینان حاصل شود که مدل از نظر آماری صحیح است. همچنین با اعمال فرآیند کاهش مدل، ابتدا پارامترهایی از مدل که مشارکتی در پیش‌بینی پاسخ مدل ندارند حذف می‌شوند، و در ادامه پارامترهایی که بسیار هم‌بسته هستند از مدل کم می‌شوند تا شکل تابعی نهایی و بهینه مدل پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن به‌دست آید. تنش تسلیم میلگرد نیز برای میلگردهای درجه A-III و A-IV به‌صورت متغیر تصادفی بی‌ژین، مدل‌سازی می‌شود. توزیع احتمال پارامترهای متغیر تصادفی بی‌ژین، که خود نیز عدم قطعیت دارند، از روی داده‌های جمع‌آوری شده به‌دست می‌آید. استنباط بی‌ژین در هر دو مدل پیش‌بینی، امکان کمی‌سازی عدم قطعیت شناختی پارامترهای مدل را فراهم می‌کند و از این رو، به‌هنگام‌سازی مدل در صورت وقوع یک مشاهده جدید ممکن است.

استنباط بی‌ژین در این پژوهش با استفاده از Rtx انجام می‌شود که نرم‌افزاری برای تحلیل‌های قابلیت‌اعتماد، ریسک و تاب‌آوری با کتابخانه‌ای جامع از مدل‌های احتمالاتی برای خطرات، زیرساخت‌ها و پیامدهای گوناگون است [۱۵]–[۱۷]. این نرم‌افزار از آدرس rtx.civil.sharif.edu قابل بارگیری است.

همان‌گونه که عنوان شد، هدف اصلی این پژوهش توسعه مدل‌های احتمالاتی مقاومت مواد بتن و میلگرد مصرفی در ساخت‌وساز کشور است. این مدل‌های پیش‌بینی به‌عنوان ورودی در

^۴ Diagnosis

^۵ Homoskedasticity

^۱ Bayesian linear regression

^۲ k-nearest neighbors (KNN)

^۳ Radial basis function kernel (RBF-Kernel)

انواع تحلیل‌های احتمالاتی به کار گرفته می‌شوند. تحلیل‌های احتمالاتی شامل تحلیل‌های ریسک و تاب‌آوری انواع مختلف زیرساخت‌های عمرانی هستند. توسعه مدل‌های احتمالاتی پیش‌بینی مقاومت مواد متناسب با وضعیت ساخت‌وساز کشور، منجر به کمی‌سازی جامع عدم قطعیت در این تحلیل‌های احتمالاتی خواهد شد. هم‌چنین از نتایج این مقاله می‌تواند در طراحی براساس عملکرد و واسنجی ضرایب بار و مقاومت در آیین‌نامه‌های طراحی کشور بهره برد.

۲- مدل پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن

در این بخش نحوه توسعه مدل احتمالاتی پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن به صورت گام‌به‌گام شرح داده می‌شود.

۲-۱- جمع‌آوری داده

اولین گام برای توسعه مدل احتمالاتی پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن، جمع‌آوری مشاهدات است. مشاهدات جمع‌آوری‌شده در این پژوهش حاصل از انجام آزمون در آزمایشگاه روی نمونه‌های مکعب یا استوانه‌ای بتن هستند که حین بتن‌ریزی اخذ شده‌اند. این مشاهدات از سه آزمایشگاه بتن در نقاط مختلف ایران جمع‌آوری شده‌اند. آزمایشگاه اول در شرق تهران واقع شده است و ۱۰۶ داده از آن اخذ شده است. آزمایشگاه دوم در کیش قرار دارد و از آن ۱۳۲۶ داده اخذ شده است. آزمایشگاه سوم واقع در دانشگاه صنعتی شریف است که تعداد ۲۱۵۸ داده از آن اخذ شده است. بنابراین در کل ۳۵۹۰ داده از آزمایشگاه‌های گوناگون جمع‌آوری شده است. ۸۵ درصد از این تعداد داده برای پرداخت مدل، و ۱۵ درصد باقیمانده برای اعتبارسنجی مدل استفاده می‌شود. این کار به علت جلوگیری از بیش‌برازشی^۱ مدل به مشاهدات است که در بخش عیب‌شناسی مدل شرح داده می‌شود.

داده‌های هر کدام از آزمایشگاه‌ها بایکدیگر اشتراکات و تفاوت‌هایی دارد؛ یعنی بعضی از مشخصات بتن در یک آزمایشگاه ثبت شده است که در داده‌های حاصل از آزمایشگاه دیگر وجود ندارد. اجتماع مشخصات و پارامترهای ثبت‌شده در مجموعه داده‌های جمع‌آوری‌شده به شرح زیر است:

- مقاومت فشاری بتن، که حاصل از شکست نمونه در دستگاه یونیورسال است
- مقاومت اسمی طرح اختلاط شامل C۲۰، C۲۵، C۳۰، C۳۵، C۴۰ و C۵۰ که عدد ذکرشده در آن مقاومت اسمی به مگاپاسکال است
- مدت‌زمان عمل‌آوری بتن شامل ۷، ۲۸ یا ۹۰ روزه
- نوع جزء سازه‌ای نمونه بتن شامل پی، دیوار، ستون، دال و شمع
- طبقه بتن‌ریزی
- تاریخ نمونه‌گیری
- منطقه شهرداری برای نمونه‌های اخذشده در تهران و یا نشانی پروژه برای نمونه‌های اخذشده در کیش
- دمای بتن حین آزمایش
- اسلالمپ
- نسبت وزنی مواد افزودنی در صورت وجود

مدل‌سازی رگرسیون خطی بی‌ژن مبتنی بر یافتن متغیرهای موثر بر مکانیک مسأله و مشاهدات حاصل از آزمایش است. بنابراین، ابتدا با بررسی مطالعات و آزمایش‌های پیشین، متغیرهای موثر بر مسأله و شکل مدل تعیین می‌شود. در بخش توسعه شکل مدل، چگونگی انجام این کار توضیح داده می‌شود. پس از به‌دست آوردن شکل تابعی، مدل براساس مشاهدات دنیای واقعی واسنجی^۲ می‌شود.

اما پیش از توسعه شکل مدل، باید نواقص موجود در داده‌های جمع‌آوری‌شده رفع شود. مقاومت اسمی طرح اختلاط که از متغیرهای مهم و تاثیرگذار در شکل مدلی است که توسعه داده خواهد شد، برای قسمتی از مشاهدات جمع‌آوری‌شده موجود نیست. برای جلوگیری از حذف این‌گونه مشاهدات و بهره‌گیری از آن‌ها در واسنجی مدل، مقدار این متغیر باید در مشاهداتی که فاقد آن است، از روی مشاهدات دیگر تخمین زده شود. به این منظور در قسمت بعد، از الگوریتم‌های دسته‌بندی^۳ مبتنی بر یادگیری ماشینی بهره‌گرفته می‌شود.

۲-۲- رفع نواقص داده

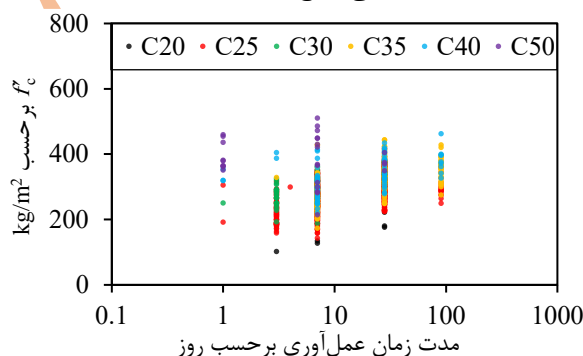
الگوریتم دسته‌بندی شبیه به مدل‌سازی رگرسیون است با این تفاوت که در مدل رگرسیون، پاسخ مدل از جنس یک کمیت

^۲ Classification

^۱ Overfitting

^۲ Calibration

پیوسته است اما در دسته‌بندی، پاسخ مدل یک متغیر گسسته یا به نوعی برچسب^۱ است و میان برچسب‌های مختلف لزوماً برتری وجود ندارد؛ بر خلاف رگرسیون که پاسخ‌های پیوسته مدل از لحاظ جبری قابل مقایسه هستند. از آنجا که مقاومت اسمی طرح اختلاط در پایگاه داده جمع‌آوری شده شامل مقادیر گسسته‌ی ۲۰، ۲۵، ۳۰، ۳۵، ۴۰، ۴۵ است، می‌توان از این الگوریتم برای تخمین مقاومت اسمی طرح اختلاط داده‌های ناقص بهره برد. در شکل ۱ نمودار مقاومت فشاری حقیقی نمونه‌های آزمایش‌شده برحسب مدت‌زمان عمل‌آوری، برای مقاومت‌های اسمی مختلف رسم شده‌است. این نمودار با تمام داده‌های مشاهده‌شده که شامل مقاومت اسمی هستند، کشیده شده‌است. همان‌گونه مشخص است، یک رابطه تقریبی میان مقاومت حقیقی بتن و زمان عمل‌آوری، با مقاومت اسمی آن حاکم است، به نحوی که می‌توان خطوطی مرزی میان داده‌های مرتبط با یک مقاومت اسمی خاص رسم کرد و آن‌ها را در یک دسته قرار داد. در واقع می‌توان با داشتن مقاومت فشاری حاصل از آزمایش و مدت‌زمان عمل‌آوری بتن، دسته منسوب به آن مشاهده و میزان مقاومت اسمی طرح اختلاط را تخمین زد.



شکل ۱: نمودار مقاومت فشاری نمونه‌های بتنی در برابر زمان عمل‌آوری.

در این پژوهش از دو الگوریتم دسته‌بندی استفاده می‌شود. الگوریتم اول نزدیک‌ترین همسایه یا KNN است. این الگوریتم برای اجرای تحلیل دسته‌بندی، تنها به پارامتر تعداد همسایگی، k ، نیاز دارد [۱۸]. همسایگی در این الگوریتم به معنای داده برچسب‌داری است که کم‌ترین فاصله اقلیدسی را در یک مختصات دکارتی مانند شکل ۱، به داده بدون برچسب دارد. این الگوریتم پس از پیدا کردن

تعداد k همسایه از داده‌های برچسب‌دار برای هر داده بدون برچسب، داده را در دسته‌ای که بیش‌ترین همسایه‌ها عضو آن هستند قرار می‌دهد. از آنجا که ۶ دسته‌بندی برای مقاومت اسمی وجود دارد، تعداد همسایگی در الگوریتم K-NN برابر ۷ قرار داده می‌شود تا داده‌ی بدون برچسب حداقل در یکی از دسته‌ها قرار بگیرد.

روش دوم الگوریتم کرنل گاوسی یا RBF-Kernel است. این الگوریتم با تعریف تابع کرنل مطابق معادله (۱) برای تمامی زوج‌های مرتب از داده‌های برچسب‌دار، فضای داده‌های آموزش را به n بعد تغییر می‌دهد، که n تعداد داده‌های برچسب‌دار است [۱۹].

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|^2}{\gamma}\right) \quad (1)$$

که در آن \mathbf{x} و \mathbf{x}' به ترتیب بردار دو داده برچسب‌دار منحصر به فرد، γ یک ضریب ثابت، و عمل گر $\|\cdot\|$ نشان‌گر فاصله اقلیدسی است. سپس با استفاده از الگوریتم ماشین بردار پشتیبان، تمامی دسته‌ها به وسیله‌ی ابرصفحه‌های مختلف افزاز و برچسب‌گذاری داده‌های بدون برچسب انجام می‌شود. اجرای هر دو الگوریتم در زبان برنامه‌نویسی پایتون و با استفاده از کتابخانه scikit-learn [۲۰] انجام می‌شود.

همان‌طور که گفته شد، در مجموع ۳۵۹۰ داده از آزمایشگاه‌های سنجش مقاومت فشاری بتن در سطح کشور جمع‌آوری شد. از این تعداد، ۱۷۳۰ داده برچسب مقاومت اسمی طرح اختلاط را داشتند که ۸۵ درصد آن‌ها، یعنی ۱۴۷۱ داده به‌عنوان داده‌های آموزش و ۱۵ درصد باقیمانده، یعنی ۲۵۹ داده به‌عنوان داده اعتبارسنجی استفاده شده‌اند. پس از اجرای الگوریتم روی داده‌های آموزش، ماتریس درهم‌ریختگی^۲ برای داده‌های اعتبارسنجی به دست می‌آید که در جدول ۱ و جدول ۲، به ترتیب مقادیر آن برای الگوریتم‌های K-NN و RBF-Kernel آورده شده‌است. در این جداول حروف P و N به ترتیب حروف ابتدایی Positive و Negative و به معنی تعداد داده‌هایی هستند که مطابق الگوریتم در هر دسته قرار گرفته، یا نگرفته‌اند. حروف T و F نیز به ترتیب حروف ابتدایی True و False و به معنی درست یا نادرست بودن پیش‌بینی الگوریتم هستند. به طور میانگین الگوریتم K-NN، ۸۹/۱۹ درصد و الگوریتم RBF-Kernel، ۸۸/۴۲ درصد دقت دارد. با توجه به این نتایج، در

^۲ Confusion Matrix

^۱ Label

ادامه از الگوریتم K-NN برای تخمین مقاومت اسمی طرح اختلاط استفاده می‌شود.

جدول ۱: ماتریس درهم‌ریختگی برای روش K-NN.

	C20		C25		C30	
	P	N	P	N	P	N
T	0	258	151	34	4	228
F	0	1	51	23	12	15

	C25		C40		C50	
	P	N	P	N	P	N
T	14	193	2	245	4	253
F	18	34	3	9	0	2

جدول ۲: ماتریس درهم‌ریختگی برای روش RBF-Kernel.

	C20		C25		C30	
	P	N	P	N	P	N
T	0	258	155	19	3	230
F	0	1	66	19	10	16

	C25		C40		C50	
	P	N	P	N	P	N
T	10	198	1	247	0	253
F	13	38	1	10	0	6

۲-۳- توسعه شکل مدل

در این مرحله، از رگرسیون خطی بیژین برای توسعه یک شکل مدل کاربردی استفاده می‌شود. شکل کلی رگرسیون خطی بیژین به صورت معادله (۲) است:

$$y = \theta_1 \cdot h_1(\mathbf{x}) + \theta_2 \cdot h_2(\mathbf{x}) + \dots + \theta_k \cdot h_k(\mathbf{x}) + \varepsilon \quad (2)$$

که در آن y پاسخ مدل^۱، $\Theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k\}$ پارامترهای مدل، h_i توابع توصیفی^۲ یا رگرسورها^۳، \mathbf{x} بردار متغیرهای مستقل، k تعداد توابع توصیفی، و ε باقیمانده مدل هستند. توابع توصیفی یا می‌توانند به صورت مستقیم از طریق اندازه‌گیری به دست آیند و یا از ترکیب چند کمیت مشاهده‌شده یک تابع تشکیل دهند و به عنوان یک $h_i(\mathbf{x})$ در معادله (۲) قرار گیرند. در رگرسیون کلاسیک، پارامترهای مدل با حداقل کردن خطای مدل به دست می‌آیند. یکی از راه‌های متداول برای این مسأله، بهینه‌سازی با روش کم‌ترین مربعات معمولی^۴ است. در استنباط کلاسیک، پس از بهینه‌سازی فقط برآوردهای نقطه‌ای پارامترها و انحراف معیار باقیمانده مدل به دست می‌آید. اما ویژگی برتر استنباط بیژین نسبت به استنباط کلاسیک، به دست آوردن توزیع احتمال پارامترها و انحراف معیار باقیمانده مدل است [۲۱]. در واقع با برآورد عدم قطعیت شناختی پارامترهای مدل،

می‌توان آن‌ها را با استفاده از مشاهدات جدید به‌هنگام نمود و دقت پیش‌بینی مدل را بالا برد.

همانطور که قبلاً ذکر شد، یافتن متغیرهای موثر بر مسأله و مشاهدات، پایه‌های این رویکرد از مدل‌سازی هستند. از یک طرف، مشاهدات برای واسنجی پارامترهای مدل و باقیمانده مدل استفاده می‌شود؛ از سوی دیگر، با استفاده از مطالعات پیشین توابع توصیفی $h_i(\mathbf{x})$ که به متغیرهای \mathbf{x} بستگی دارد، تعیین می‌شود. مولفه‌های بردار \mathbf{x} داده‌ای هستند که در مرحله اول جمع‌آوری شده‌اند و نمایانگر ویژگی‌ها بتن آزمایش شده هستند. مولفه‌های \mathbf{x} مشاهدات خام هستند و ممکن است به صورت جداگانه بر مقاومت فشاری بتن تاثیری نداشته باشند. از این‌رو، مولفه‌های \mathbf{x} در توابع $h_i(\mathbf{x})$ ترکیب می‌شود تا متغیرهای جدید، معنی‌دار و ترجیحاً بدون بعد تشکیل شوند که در پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن تاثیرگذارند. در مراحل بعدی، اثربخشی هر تابع توصیفی بر پیش‌بینی پاسخ مدل مورد بررسی قرار می‌گیرد و آن تابعی که در این پیش‌بینی اثربخشی ندارند، در بخش کاهش مدل گام‌به‌گام از مدل حذف می‌شوند.

اعداد صحیح نیز می‌توانند به عنوان توابع توصیفی برای نشان دادن طبقه‌بندی برخی از ویژگی‌های مدل استفاده شوند. به عنوان مثال در بخش‌های بعدی این پژوهش، تعدادی از توابع توصیفی متغیرهای دودویی هستند که محل بتن‌ریزی را نشان می‌دهند و به‌طور مثال اگر محل بتن‌ریزی در پی سازه باشد، این متغیر برابر یک و در غیر این صورت برابر صفر است. برای توصیف بیش از دو دسته، یک متغیر عدد صحیح که بیش از دو مقدار می‌گیرد را می‌توان در نظر گرفت، مشروط بر اینکه ترتیب مقادیر معنی‌دار باشد و پاسخ مدل رابطه معنی‌داری با آن ترتیب داشته باشد. در غیر این صورت، مانند این پژوهش می‌توان از یک سری متغیرهای دودویی منحصربه‌فرد، مثلاً برای تعیین محل بتن‌ریزی در پی، شمع، دال، دیوار برشی، و ستون استفاده کرد.

سمت راست عبارت رگرسیون در معادله (۲)، با استفاده از تبدیل‌های مختلف بر روی هر تابع توصیفی، مانند تبدیل‌های خطی، نمایی، کسری، و لگاریتمی ساخته می‌شود. سمت چپ عبارت رگرسیون که با y در معادله (۲) نشان داده شده‌است، باید دربردارنده

^۲ Regressor

^۴ Ordinary least squares

^۱ Regressand

^۲ Explanatory function

نشان‌دهنده اعداد حقیقی است. با توجه به اینکه هیچ اطلاعات قبلی در مورد پارامترها و واریانس باقیمانده مدل در دسترس نیست، مطابق با باکس و تیاو^۳ [۲۱] از فرض پیش بین بدون اطلاعات، مانند معادله زیر استفاده می‌شود:

$$f(\Theta, \sigma^2) \propto \frac{1}{\sigma^2} \quad (۵)$$

تابع درست‌نمایی نیز مطابق ادبیات فنی رگرسیون خطی [۲۱] به شکل زیر است:

$$f(\mathbf{y} | \Theta, \sigma^2) = \mathcal{N}(\mathbf{X}\Theta, \sigma^2 \mathbf{I}_n) \quad (۶)$$

که برابر است با یک توزیع مشترک نرمال با میانگین $\mathbf{X}\Theta$ و ماتریس انحراف‌معیار $\sigma^2 \mathbf{I}_n$ ، که در آن n برابر تعداد مشاهدات، \mathbf{X} یک ماتریس $n \times k$ که ردیف‌هایش نشان‌دهنده مشاهدات مختلف توابع توصیفی از آزمایش‌ها، یعنی $h_i(\mathbf{x})$ ها در معادله (۳)، و \mathbf{I}_n یک ماتریس همانی n بعدی است. جایگذاری معادلات (۵) و (۶) در معادله (۴) و محاسبه توزیع حاشیه‌ای از توزیع مشترک پسین، منجر به تولید توزیع‌های پسین حاشیه‌ای زیر برای Θ و σ^2 می‌شود [۲۱]:

$$f(\Theta | \mathbf{y}) = t_{n-k}(\hat{\Theta}, s^2 (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}) \quad (۷)$$

$$f(\sigma^2 | \mathbf{y}) = \chi_{n-k}^{-2}(n-k, s^2) \quad (۸)$$

که در آن‌ها:

$$\hat{\Theta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (۹)$$

$$s^2 = \frac{1}{n-k} (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\Theta})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\Theta}) \quad (۱۰)$$

مطابق با این معادلات، توزیع پسین پارامترهای مدل، Θ ، یک توزیع Student t چندمتغیره با بردار موقعیت $\hat{\Theta}$ ، ماتریس شکل $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$ و $n-k$ درجه آزادی است. همچنین، توزیع پسین واریانس باقیمانده مدل، σ^2 ، یک توزیع وارون مربع کای مقیاس‌شده با $n-k$ درجه آزادی و ضریب مقیاس s^2 است. پس از به‌دست آوردن توزیع پسین پارامترهای مدل و واریانس باقیمانده، مدل می‌بایست تحت فرآیند عیب‌شناسی و کاهش قرار بگیرد و مدل کاهش یافته نیز مجدداً عیب‌شناسی شود تا مدل نهایی به‌دست آید؛ که در گام‌های بعد توضیح داده می‌شود.

ضریب اریبی مقاومت فشاری بتن باشد که از این به بعد با ψ نشان داده می‌شود. متغیر ψ مقداری بی‌بعد است که برابر نسبت مقاومت فشاری واقعی بتن به مقدار اسمی آن، یعنی مقاومت فشاری طرح است. اگر ψ بیش‌تر از واحد باشد، مقاومت فشاری واقعی بتن از مقاومت طرح آن بیش‌تر و در غیر این‌صورت، مقاومت فشاری از مقاومت طرح کم‌تر است. برای بهبود پیش‌بینی این متغیر به‌وسیله مدل رگرسیون، می‌توان یک تبدیل به‌روی ψ اعمال کرد. هر ترکیب منحصربه‌فردی از یکی از تبدیل‌های ψ در سمت چپ معادله (۲)، با تبدیل‌های مختلف توابع توصیفی در سمت راست، منجر به تشکیل یک شکل مدل منتخب در قالب کلی زیر می‌شود:

$$F(\psi) = \theta_1 \cdot h_1(\mathbf{x}) + \theta_2 \cdot h_2(\mathbf{x}) + \dots + \theta_k \cdot h_k(\mathbf{x}) + \varepsilon \quad (۳)$$

که در آن $F(\psi)$ یک تبدیل به‌روی ضریب اریبی مقاومت فشاری بتن است. تبدیلی که در سمت چپ اعمال می‌شود، شکل خطی مدل را حفظ می‌کند و امکان استفاده از رگرسیون خطی را برای تعیین پارامترهای مدل، از طریق یک راه‌حل صریح فراهم می‌کند. اگر به جای آن، تبدیل معکوس به سمت راست اعمال شود برای استنباط مدل، رگرسیون غیرخطی مورد نیاز است که فاقد یک راه‌حل صریح است.

پس از تشکیل یک شکل مدل منتخب، توزیع احتمال مشترک پارامترهای آن مدل، Θ ، و واریانس باقیمانده آن، σ^2 ، با استفاده از قضیه بیز^۱ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$f(\Theta, \sigma^2 | \mathbf{y}) = \frac{f(\mathbf{y} | \Theta, \sigma^2) f(\Theta, \sigma^2)}{\int_0^{\infty} \int_{\Theta} f(\mathbf{y} | \Theta, \sigma^2) f(\Theta, \sigma^2) d\Theta d\sigma^2} \quad (۴)$$

که در آن $f(\cdot)$ تابع چگالی احتمال و \mathbf{y} بردار پاسخ است که مولفه‌هایش برابر مقادیر $F(\psi)$ در مشاهدات مختلف است. بر اساس معادله (۴)، توزیع احتمال پیشین $f(\Theta, \sigma^2)$ با استفاده از مشاهدات \mathbf{y} به‌منظور به‌دست آوردن توزیع احتمال پسین $f(\Theta, \sigma^2 | \mathbf{y})$ به‌هنگام می‌شود. پایه‌های اصلی این به‌هنگام‌سازی، توزیع احتمال پیشین و تابع درست‌نمایی^۲ هستند. با داشتن این دو عبارت، مخرج معادله (۴) با انتگرال‌گیری چندگانه از صورت کسر بر روی σ^2 در فضای \mathbb{R}_+ و تعداد k مولفه‌ی بردار Θ در فضای \mathbb{R}^k به‌دست می‌آید، که \mathbb{R} .

^۳ Box and Tiao

^۱ Bayes' theorem

^۲ Likelihood function

حال پس از آشنایی با توابع توصیفی و نحوه تشکیل و پرداخت مدل به صورت بیژین، ابتدا باید متغیرهای توصیفی مدل انتخاب، و سپس بهترین شکل مدل پیش‌بینی $F(\psi)$ برآورد شود. همان‌طور که در بخش جمع‌آوری داده گفته شد، داده‌های زیادی از مشاهدات آزمایش مقاومت فشاری بتن جمع‌آوری شده است. متغیرهای مستقل تاثیرگذار بر مسأله پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن شامل ψ ، یا همان ضریب اریبی، مدت زمان عمل‌آوری بتن، محل بتن‌ریزی شامل پی، شمع، دال، دیوار برشی، و ستون، مقاومت اسمی طرح اختلاط بتن و کیفیت ساخت بتن هستند که برای تشکیل توابع توصیفی انتخاب می‌شوند. اگرچه متغیرهای موثر دیگری مانند نوع و کیفیت سنگدانه‌ها، مدت زمان اختلاط بتن و دمای محیط نیز در مقدار مقاومت فشاری بتن موثر هستند، اما به دو دلیل این کمیت‌ها به عنوان متغیر تاثیرگذار بر پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن انتخاب نشده‌اند: اول آنکه داده‌های بسیاری از این متغیرها در پایگاه داده آزمایشگاه‌های تست مقاومت فشاری بتن یا اصلاً موجود نیست یا بسیار ناقص است. دومین نکته سهولت استفاده از مدل پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن برای کاربران در آینده است. چنانچه دایره متغیرهای پیش‌بینی‌کننده در مدل گسترده گردد، مقداردهی آن برای استفاده در مسائل گوناگون در آینده دشوار خواهد شد. البته در ادامه مقاله شرح داده شده است که مدل‌های پیش‌بینی توسعه‌یافته با همین تعداد متغیر اتخاذشده نیز دقت مطلوب را خواهند داشت.

غیر از متغیر کیفیت ساخت بتن، که یک متغیر کیفی است، سایر متغیرهای مدل به صورت صریح از مشاهدات برداشت می‌شوند. متغیر کیفیت ساخت تابعی از میزان اختلاف مقاومت فشاری واقعی و مقاومت طراحی است. مبحث نهم مقررات ملی ساختمان [۲] در جدول ۹-۵-۵ خود بر اساس شرایط نظارت بر تولید، کارگاه‌های تولید بتن را به ترتیب در سه دسته «الف»، «ب» و «ج» قرار می‌دهد. ویژگی‌های کارگاه «الف» شامل نظارت بر تولید در سطح عالی و آزمایش بر روی بتن به صورت مداوم است. از آنجا که بیش‌تر مشاهدات جمع‌آوری شده از آزمایش‌هایی بودند که مقاومت بتن را به طور مداوم در ۷، ۲۸ و ۹۰ روز سنجیده‌اند، فرض می‌شود تمامی داده‌ها از کارگاه‌های نوع «الف» هستند. مبحث نهم پس از تعریف کیفیت کارگاه تولید، در جدول ۹-۵-۴ خود مقادیر انحراف‌معیار

مقاومت فشاری بتن‌های تولیدی هر نوع کارگاه را بر اساس مقاومت اسمی بتن، بیان کرده است. این مقادیر برای کارگاه نوع «الف» در جدول ۳ آورده شده است.

جدول ۳: انحراف‌معیار مقاومت بتن کارگاه «الف» بر اساس مقاومت اسمی.

مقاومت مشخصه بتن برحسب مگاپاسکال				
۱۶	۲۰	۲۵	۳۰ و ۳۵	۴۰ و بیش‌تر
۲/۵	۳	۳/۵	۴	۴/۵

حال بر اساس مقادیر جدول ۳، متغیر توصیفی کیفیت ساخت بتن به دست می‌آید که از این پس، «شاخص q » نام‌گذاری می‌شود. برای محاسبه شاخص q ، تمامی داده‌ها به پنج دسته تقسیم می‌شوند. دسته اول داده‌هایی هستند که مقدار مقاومت فشاری‌شان از مقاومت اسمی‌شان کم‌تر، و اختلاف آنها بیش‌تر از یک انحراف‌معیار باشد. دسته دوم داده‌هایی هستند که مقاومت فشاری آن‌ها از مقاومت اسمی‌شان به اندازه یک تا نیم انحراف‌معیار کم‌تر باشد. قدرمطلق اختلاف مقاومت اسمی و مقاومت فشاری دسته سوم به اندازه نصف انحراف‌معیار است. مقاومت فشاری دسته چهارم به اندازه نیم تا یک انحراف‌معیار از مقاومت اسمی‌شان بیش‌تر است. در نهایت دسته پنجم داده‌هایی هستند که مقاومت فشاری آن‌ها حداقل یک انحراف‌معیار از مقاومت اسمی‌شان بزرگ‌تر است. مقدار شاخص q دسته‌های اول تا پنجم، به ترتیب برابر اعداد یک تا پنج است. همان‌گونه که گفته شد، شاخص q نماینده کیفیت کارگاه تولید بتن است. اگر بتن تولیدی کارگاه بسیار بی‌کیفیت باشد و مقاومت آن بیش از یک انحراف‌معیار از مقاومت طرح کم‌تر باشد، شاخص q برابر یک می‌شود و اگر مقاومت بسیار بیش‌تر از مقاومت طرح باشد، برابر پنج می‌شود. علی‌رغم مقداردهی شاخص q به این شکل، مقاومت بیش‌از اندازه بتن لزوماً به معنای کیفیت بهتر آن نیست. اما برای جلوگیری از وقوع خطا در تحلیل رگرسیون خطی، شاخص q به صورت صعودی از یک تا پنج تعریف می‌شود. برای استفاده از مدل در آینده و تعیین شاخص q ، تنها لازم است کیفیت کارگاه تولیدی بتن مشخص شود. اگر کارگاه تولیدی، بتن‌هایی بسیار کم‌مقاومت تولید کند این شاخص برابر یک، و اگر مقاومت بتن‌ها بسیار بالاتر از مقاومت طرح باشد، این شاخص برابر پنج می‌شود. حداقل این دو حالت نیز بیش‌تر تعریف شد. همان‌طور که گفته شد، شاخص q تنها نشان‌دهنده کیفیت کارگاه است؛ این شاخص نباید با تعریف کارگاه «الف»، که در مبحث نهم

تعریف شده، اشتباه گرفته شود. در کارگاه‌های «الف» نظارت بر تولید بتن در سطح عالی انجام می‌شود که برای تمامی داده‌های جمع‌آوری شده صدق می‌کند؛ اما شاخص q در واقع میزان کیفیت بتن‌های تولیدی کارگاه‌های «الف» را مشخص می‌کند.

پس از تعیین متغیرهای موثر در مدل، در مجموع ۴۰ شکل مدل رگرسیون خطی به‌صورت بیژین پرداخت می‌شوند. همان‌گونه پیش‌تر گفته شد، پرداخت مدل تنها به‌وسیله ۸۵ درصد از داده‌های مشاهدات، یعنی داده‌های آموزش، انجام می‌شود و از ۱۵ درصد مابقی برای اعتبارسنجی مدل، در بخش عیب‌شناسی استفاده می‌شود. دو معیار کمی برای ارزیابی شکل مدل عبارتند از ضریب تعیین^۱، که با R^2 نمایش داده می‌شود، و انحراف معیار باقیمانده مدل، که برابر با σ است. R^2 مقداری بین صفر تا یک دارد. هرچه این مقدار نزدیک‌تر به یک باشد، و همین‌طور σ کم‌تر باشد، نشان‌دهنده آن است که مدل کیفیت پیش‌بینی بالاتری دارد. در شکل ۲ مقادیر R^2 و میانگین σ برای تمامی ۴۰ شکل مدل رسم شده‌است. همان‌گونه مشخص است، مقدار R^2 بس‌یاری از شکل مدل‌ها بالای ۰/۸۵ است، و میانگین σ نیز در بازه ۰/۲ تا ۰/۶ است. بنابراین این دو متغیر کمی برای بیش‌تر شکل مدل‌ها در بازه‌های نزدیک‌به‌هم قرار دارند، به‌نحوی که بر یکدیگر برتری ندارند و نمی‌توان با استناد به این متغیرها مدلی را حذف کرد.

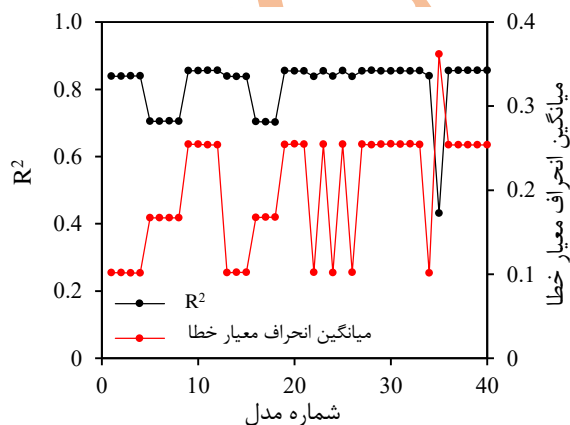
از آنجا که مقاومت اسمی و مدت‌زمان عمل‌آوری از متغیرهای مهم و تاثیرگذار در مسأله هستند، برای انتخاب شکل مدل برتر از ضریب تغییرات پارامترهای نظیر این متغیرها استفاده می‌شود. اگر این دو متغیر در دو تابع توصیفی منحصربه‌فرد وجود داشته باشند، از میانگین ضریب تغییرات پارامترهای نظیرشان، و اگر هر دو متغیر یک تابع توصیفی را تشکیل دهند، تنها از ضریب تغییرات پارامتر نظیر همان تابع توصیفی استفاده می‌شود. هرچه ضریب تغییرات این پارامتر کم‌تر باشد، نشان‌دهنده آن است که پراکندگی توزیع احتمال پارامتر کم‌تر بوده و در نتیجه تابع توصیفی تعریف‌شده مشارکت بیش‌تری در مدل پیش‌بینی دارد. این از موارد برتری استنباط رگرسیون خطی از روش بیژین است که امکان مقایسه توزیع احتمال پارامترهای مدل را ممکن می‌کند. شکل ۳ ضریب

تغییرات پارامتر نظیر این دو متغیر را برای تمامی شکل مدل‌ها نشان می‌دهد. نقطه‌ای که با لوزی قرمز نشان داده شده‌است، مدلی است که پایین‌ترین ضریب تغییرات را دارد و به‌عنوان مدل برگزیده انتخاب می‌شود. شکل تابعی این مدل به‌صورت زیر است:

$$\exp(\psi) = \theta_1 \cdot \ln(t) \cdot \sqrt{c} + \theta_2 \cdot I_f + \theta_3 \cdot I_w + \theta_4 \cdot I_c \quad (11)$$

$$+ \theta_5 \cdot I_s + \theta_6 \cdot I_p + \theta_7 \cdot I_u + \theta_8 \cdot (q^2 - 6) + \theta_9 + \varepsilon$$

که در آن t تعداد روز عمل‌آوری بتن، c مقاومت اسمی طرح اختلاط به مگاپاسکال، I_f ، I_w ، I_c ، I_s ، I_p و I_u توابع توصیفی دودویی که محل بتن‌ریزی را به‌ترتیب در پی، دیوار برشی، ستون، دال، و شمع مشخص می‌کند، و I_u متغیر دودویی است که در صورت مشخص نبود محل بتن‌ریزی برابر یک و در غیراین‌صورت برابر صفر است. در جدول ۴ آماره‌های لنگر دوم پارامترها و انحراف معیار مدل معادله (۱۱) آورده شده‌است. ماتریس همبستگی پارامترها به‌صورت رنگی به‌نمایش درآمده‌است که در آن، رنگ سبز نشان‌دهنده همبستگی مثبت، قرمز نشان‌دهنده همبستگی منفی و سفید نشان‌دهنده ناهمبستگی است. شدت رنگ نیز بزرگی همبستگی را مشخص می‌کند. این شکل مدل اولیه است که در مراحل بعد تحت کاهش و عیب‌شناسی مدل قرار می‌گیرد. نکته مهم آن است که خود شکل مدل ارائه شده در معادله (۱۱) نیز فرآیند عیب‌شناسی را گذرانده است و سپس کاهش می‌یابد؛ اما در این مقاله برای اختصار، فرآیند عیب‌شناسی تنها پس از کاهش مدل بیان خواهد شد.



شکل ۲: ضریب تعیین و میانگین انحراف معیار ۴۰ شکل مدل.

^۱ Coefficient of determination

به شدت همبسته هستند و می توان یکی را به عنوان تابعی خطی از دیگری بازنویسی کرد [۲۲]:

$$\theta_i = \mu_i + \rho_{ij} \frac{\sigma_i}{\sigma_j} (\theta_j - \mu_j) \quad (13)$$

که μ_i و σ_i به ترتیب میانگین و انحراف معیار θ_i هستند. این رابطه در واقع، یکی از پارامترها را به صورت میانگین مشروط بر پارامتر دیگر بیان می کند. سپس استنباط بیشترین تکرار می شود و مدل حاصله تحت فرآیند عیب شناسی قرار می گیرد. این کار تا زمانی که همه همبستگی های بالای پارامترهای مدل از بین برود تکرار می شود. از آن جا که پارامترهای اول و سوم شکل مدل (۱۲) بسیار همبسته هستند، پارامتر سوم به صورتی تابعی از پارامتر اول بازنویسی می شود. بنابراین در فرآیند دوم کاهش، شکل مدل به صورت زیر تغییر می کند:

$$[\exp(\psi) - 2.4017] = \theta_1 \cdot (\ln(t) \cdot \sqrt{c} - 13.8043) + \theta_2 \cdot (q^2 - 6) + \varepsilon \quad (14)$$

آماره های لنگر دوم این مدل در جدول ۶ آورده شده است.

جدول ۶: آماره های لنگر دوم شکل تابعی مدل معادله (۱۴).

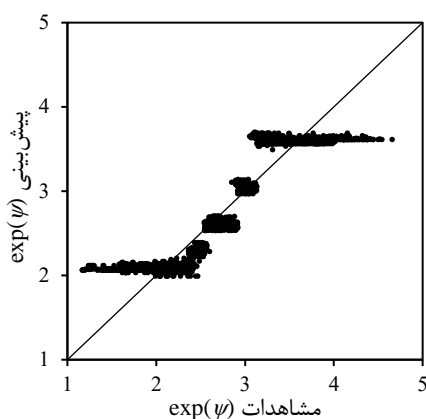
پارامتر	میانگین	ضریب تغییرات	ضریب همبستگی
			θ_1
θ_1	0.0077	0.132	1
θ_2	0.0622	0.007	-0.33
σ	0.2643	0.012	1

فرآیند کاهش منجر به شکل مدلی می شود که تا حد امکان در تعریف توابع توصیفی آن صرفه جویی شده است. مجددا تاکید می شود که هر شکل مدل جدید در فرآیند کاهش باید با فرآیند عیب شناسی آزموده شود و آن را با موفقیت پشت سر بگذارد. اما در این جا برای اختصار، فرآیند عیب شناسی تنها برای مدل نهایی، در قسمت بعدی شرح داده می شود.

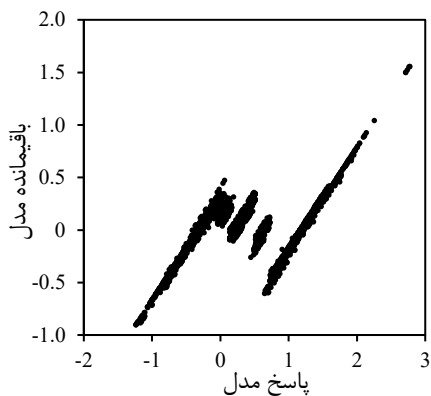
۲-۵- عیب شناسی مدل

پس از پرداخت مدل، فرآیند عیب شناسی مدل برای کنترل کیفیت پیش بینی، خود هم بستگی و ناهم واریانس، هم خطی، و غیر نرمال بودن باقیمانده ها انجام می شود [۲۲] و [۲۳]. مهم ترین بررسی، کنترل کیفیت پیش بینی است که عمدتاً از طریق نموداری از پیش بینی های مدل در مقابل مشاهدات صورت می گیرد. در یک مدل دقیق، نقاط پیش بینی و مشاهده در امتداد یک خط ۴۵ درجه

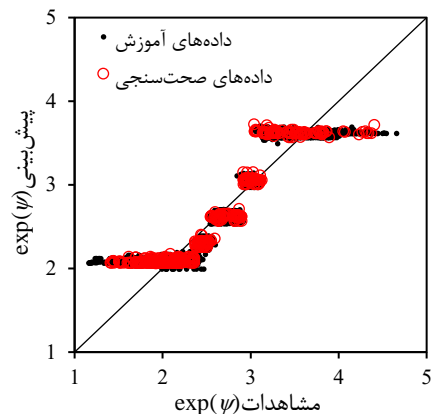
در چنین نموداری تراز می شوند. پیش تر توضیح داده شد که اگر مقدار R^2 زیاد و σ کم باشد، نشان دهنده دقت بالای مدل است. برای نزدیک کردن R^2 به واحد باید توابع توصیفی زیادی در شکل مدل رگرسیون تعریف کرد. این رویکرد ممکن است منجر به بیش برآزشی مدل شود. چنین مدلی، مشاهدات مورد استفاده برای آموزش رگرسیون را به خوبی پیش بینی می کند، اما در پیش بینی مشاهدات جدید ضعیف است. برای اصلاح بیش برآزشی، داده های مشاهدات به دو دسته ۸۵ و ۱۵ درصد تقسیم می شوند و از دسته اول تنها برای پرداخت مدل، و از دسته دوم برای اعتبارسنجی آن استفاده می شود. یک مدل که بیش برآزش شده باشد، در پیش بینی مشاهدات اعتبارسنجی شکست می خورد. شکل ۵ نمودار پیش بینی مدل (۱۴) را در برابر مشاهدات نشان می دهد. نقاط این نمودار حول خط ۴۵ درجه قرار دارند که نشان می دهد کیفیت مدل مناسب است. در شکل ۶ نیز این نمودار برای هر دو دسته داده های آموزش و اعتبارسنجی رسم شده است و با توجه به آن، فرض بیش برآزش بودن مدل رد می شود.



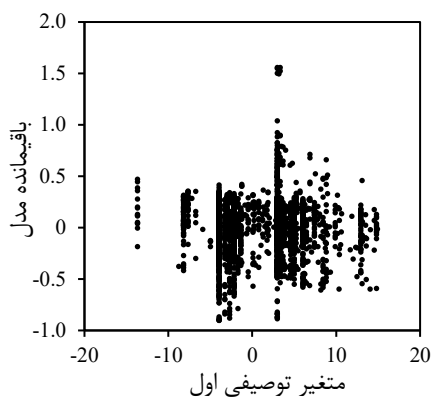
شکل ۵: نمودار پیش بینی در برابر مشاهدات.



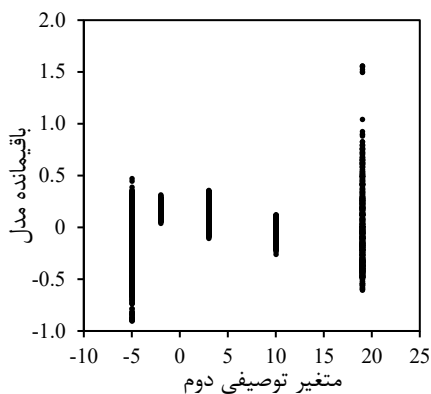
شکل ۷: نمودار مقدار باقیمانده در مقابل پاسخ مدل.



شکل ۶: بررسی بیش‌برازش مدل.



شکل ۸: نمودار مقدار باقیمانده در مقابل متغیر توصیفی اول.



شکل ۹: نمودار مقدار باقیمانده در مقابل متغیر توصیفی دوم.

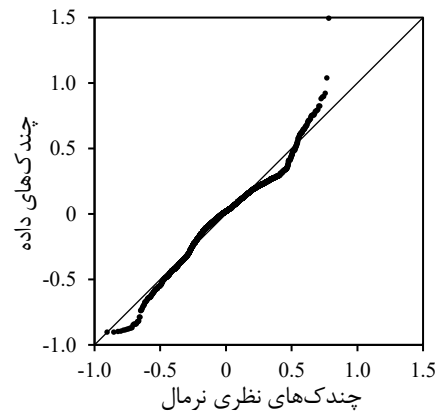
روش بالا تنها گواهی می‌کند که مدل، میانگین پاسخ را درست پیش‌بینی می‌کند. بنابراین به‌وسیله اقدامات بعدی نیز باید اعتبار مدل را بررسی کرد. هم‌خطی^۱ زمانی به‌وجود می‌آید که دو یا چند تابع توصیفی به‌صورت خطی وابسته باشند. هم‌خطی با حصول اطمینان از این که ماتریس مشاهدات رتبه ستونی کامل دارد، ارزیابی می‌شود. با بررسی رتبه ستونی ماتریس مشاهدات جمع‌آوری‌شده، فرض هم‌خطی توابع توصیفی مدل توسعه‌یافته رد می‌شود. خودهم‌بستگی و ناهم‌وابستگی باقیمانده‌ها به‌وسیله نمودار باقیمانده‌ها در مقابل هر کدام از توابع توصیفی و پاسخ مدل بررسی می‌شود. پیدایش الگوهای خاص در این نمودارها نشان از خودهم‌بستگی، و افزایش یا کاهش پراکندگی نقاط در امتداد محور افقی، نشان از ناهم‌وابستگی دارد. شکل ۷ تا شکل ۹ به‌ترتیب نمودار مقدار باقیمانده را مقابل پاسخ مدل، تابع توصیفی اول و تابع توصیفی دوم نشان می‌دهد. با توجه به نکات ذکرشده، مدل توسعه یافته معایب خودهم‌بستگی و ناهم‌وابستگی را ندارد.

غیرنرمال بودن باقیمانده‌ها توسط نمودار احتمال نرمال کنترل می‌شود. نمودار احتمال نرمال در واقع یک نمودار چندک-چندک (Q-Q plot) از تمامی باقیمانده‌های مدل است. انحرافات قابل توجه

^۲ Quantile-Quantile

^۱ Collinearity

نقاط این نمودار از خط ۴۵ درجه، باقیمانده‌ها را غیرنرمال نشان می‌دهد و مدل منتخب را نامعتبر می‌سازد. شکل ۱۰ نشان‌گر آن است که باقیمانده‌های مدل به صورت قابل قبولی از توزیع نرمال تبعیت می‌کنند.



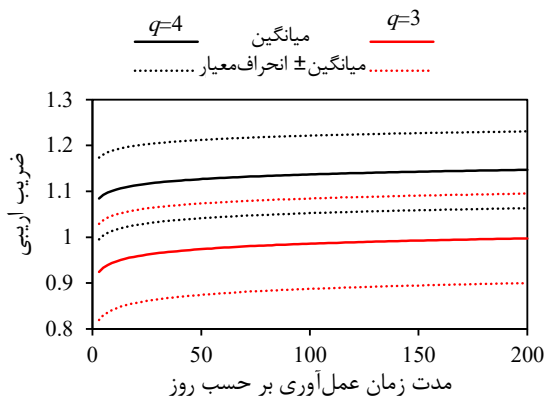
شکل ۱۰: نمودار چندک-چندک داده در برابر مقادیر نظری نرمال.

در ادامه، پس از اطمینان از اعتبار مدل چند مورد از پیش‌بینی‌های صورت گرفته برای مقاومت فشاری بتن از مدل احتمالاتی توسعه داده شده بیان می‌شود.

۲-۶- پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن

برای پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن به صورت احتمالاتی، کافی است توزیع احتمال نسبت مقاومت فشاری به مقاومت اسمی مطابق با معادله (۱۴)، از طریق نمونه‌گیری مونت کارلو به وسیله نرم‌افزار Rtx برآورد شود. شکل ۱۱ مدل‌های پیش‌بینی احتمالاتی مقاومت فشاری بتن با مقاومت اسمی ۳۵ مگاپاسکال را در مقابل مدت زمان عمل‌آوری بتن نمایش می‌دهد. این نمودار تحت دو شرایط شاخص q برابر ۴، خطوط سیاه‌رنگ، و برابر ۳، خطوط قرمز رنگ، رسم شده است. خطوط معمولی برابر میانگین و خطوط نقطه‌چین یک انحراف معیار بیشتر و کمتر از میانگین هستند. همان‌طور که انتظار می‌رفت، افزایش مقاومت فشاری با مدت زمان عمل‌آوری در پیش‌بینی مدل مشهود است و پس از گذشت مدت زمان طولانی، به یک مقدار خاص میل می‌کند. همان‌گونه که گفته شد، $q=3$ برابر ساخت بتن با کیفیت معمولی و $q=4$ نشان‌دهنده تولید بتن با کیفیت بهتر و مقاوم‌تری است که از مقاومت مورد انتظار است که در شکل ۱۱ نیز در خروجی میانگین مدل مشهود است. نکته قابل توجه آن است که بخشی از توزیع‌های احتمال این دو حالت

هم‌پوشانی دارند. این نکته نشان‌گر اهمیت در نظرگیری عدم قطعیت در مدل‌سازی مقاومت فشاری بتن است.

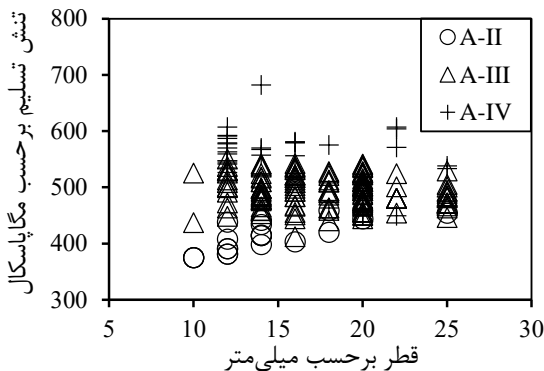


شکل ۱۱: مدل‌های پیش‌بینی احتمالاتی ضریب اریبی مقاومت فشاری بتن با مقاومت اسمی ۳۵ مگاپاسکال.

به منظور مقایسه نتایج به دست آمده در این پژوهش با آنچه در ادبیات فنی موجود است، از میانگین و ضریب تغییرات ضرایب اریبی به دست آمده برای مقاومت فشاری ۲۸ روزه بتن با مقاومت اسمی ۳۵ مگاپاسکال در شکل ۱۱ استفاده می‌شود. همان‌طور که مشخص است، میانگین ضریب اریبی برای شاخص $q=3$ برابر ۰/۹۶ و برای شاخص $q=4$ برابر ۱/۱۲ است. ضریب تغییرات این دو پارامتر نیز به ترتیب برابر ۰/۱۰۵ و ۰/۰۷۷ است. چنانچه شاخص q مقادیری بیش‌تر یا کم‌تر به خود بگیرد، یا به عبارتی کیفیت تولید بتن تغییر کند، میانگین و ضریب تغییرات ضریب اریبی مقاومت فشاری نیز متناظراً تغییر خواهند کرد. با استفاده از مدل‌های احتمالاتی ارائه شده در [۲۴] JCSS، میانگین ضریب اریبی مقاومت فشاری بتن با مقاومت اسمی ۳۵ مگاپاسکال برابر ۱/۳۵ و ضریب تغییرات آن برابر ۰/۱۱۷ محاسبه می‌شود. معرفت [۱۲] نیز این مقادیر را برای شرایط کارگاهی متوسط در شهر تهران به ترتیب برابر ۰/۹۴ و ۰/۱۳ به دست آورده است، که به نتایج محاسبه شده در این پژوهش بسیار نزدیک است. هم‌چنین تفاوت ضریب اریبی مقاومت فشاری بتن معمولی در ایران با نتایج موجود در تحقیقات بین‌المللی، مانند JCSS، اهمیت مدل‌سازی مقاومت فشاری بتن مصرفی در کشور را نشان می‌دهد. علاوه بر مدل‌سازی مقاومت فشاری بتن، نیاز است ضرایب طراحی در آیین‌نامه‌های داخلی به وسیله این مدل واسنجی شوند.

۳- مدل پیش‌بینی تنش تسلیم میلگرد

میلگرد با تنش تسلیم آن دیده نمی‌شود. بنابراین در این پژوهش از قطر اسمی به عنوان یک تابع توصیفی استفاده نمی‌شود. پس از حذف قطر اسمی از متغیرها، تنها درجه میلگرد به عنوان تابع توصیفی مدل باقی می‌ماند.



شکل ۱۲: نمودار پراکنش تنش تسلیم میلگرد به قطر اسمی.

از آنجا که درجه میلگرد یک متغیر گسسته است و به عنوان تنها تابع توصیفی در مدل حضور دارد، نمی‌توان یک مدل رگرسیون خطی مناسب برای تنش تسلیم استنباط کرد. بنابراین تنش تسلیم میلگرد به صورت یک متغیر تصادفی برای درجه‌های مختلف مدل‌سازی می‌شود. با توجه به برتری روش بیشین نسبت به روش کلاسیک، این مدل احتمالاتی با رویکرد بیشین استنباط می‌شود. در استنباط بیشین، برای پارامترهای توزیع احتمال نیز یک توزیع پیشین در نظر گرفته می‌شود و با استفاده قضیه بیز، توزیع احتمال پارامترهای مدل به‌هنگام می‌شوند تا توزیع‌های پسین به‌دست آیند. از آنجا که تعداد بسیار کمی داده از میلگرد درجه A-II موجود است، استنباط فقط روی میلگردهای درجه A-III و A-IV انجام می‌شود. بر اساس پژوهش بارتلت و همکاران [۲۵]، تنش تسلیم میلگرد توزیع احتمال لاگ‌نرمال دارد. در ابتدا به‌عنوان یک فرض بدون اطلاعات، توزیع پیشین برای پارامترهای اصلی توزیع لاگ‌نرمال تنش تسلیم، یعنی میانگین لگاریتمی، μ ، و انحراف معیار لگاریتمی، β ، یک توزیع یکنواخت مشترک در نظر گرفته می‌شود. پس از به‌هنگام‌سازی توزیع‌های پیشین با تمامی مشاهدات، توزیع پسین پارامترهای مدل به‌دست می‌آید. در شکل ۱۳ و شکل ۱۴، به ترتیب توزیع‌های پسین μ و β میلگردهای درجه A-III و A-IV قابل مشاهده است.

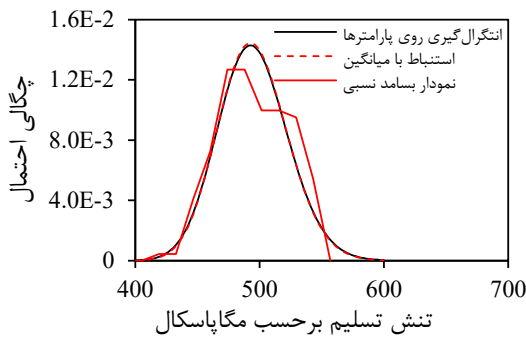
در این بخش فرآیند توسعه یک مدل توزیع احتمال برای تنش تسلیم میلگرد شرح داده می‌شود. در انتها، تنش تسلیم میلگرد به صورت یک متغیر تصادفی بیشین که پارامترهای توزیع احتمالش نیز عدم قطعیت دارند، مدل‌سازی می‌شود.

۳-۱- جمع‌آوری داده‌ها

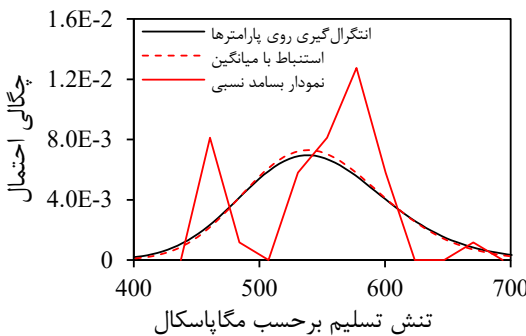
با توجه به تنوع کارخانه‌های نورد میلگرد، پارامترهای مکانیکی آن عدم قطعیت دارند. برای جمع‌آوری داده‌های میلگرد، ۲۱۹ داده از آزمایشگاه مقاومت مصالح دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شریف جمع‌آوری شده است. این داده‌ها شامل متغیرهای تنش تسلیم واقعی میلگرد، مقاومت نهایی، درصد کرنش نهایی، مقاومت اسمی یا درجه میلگرد، قطر اسمی، و منطقه شهرداری پروژه‌ای هستند که میلگرد در آن استفاده شده است. به جز مورد آخر، تقریباً تمامی متغیرها برای هر مشاهده موجود است. از آنجا که داده‌های به‌کارگرفته‌شده حاصل آزمایش‌های متعدد میلگرد در سال‌های گوناگون و از محل‌های ساخت متفاوت هستند، احتمال می‌رود کارخانه‌های متنوعی را دربرگیرند. با این حال، نیاز به جمع‌آوری داده‌های بیشتر از طیف وسیع‌تری از کارخانه‌ها و به‌هنگام‌سازی مدل در پژوهش‌های آینده برای تعمیم‌پذیری بیشتر مدل وجود دارد. در ادامه، متغیرهای موثر برای ساخت مدل احتمالاتی انتخاب و روند توسعه مدل تشریح می‌شود.

۳-۲- توسعه مدل احتمالاتی

برای استفاده از رگرسیون بیشین برای پیش‌بینی تنش تسلیم میلگرد می‌بایست این کمیت به صورت تابعی از متغیرهای مستقل بیان شود. برای گزینش متغیرهای مستقل نکته مهم آن است که استفاده‌کنندگان از مدل به راحتی بتوانند این متغیرها را جمع‌آوری کنند. بنابراین گزینش مقاومت نهایی و کرنش نهایی به عنوان تابع توصیفی صحیح نیست. از طرفی منطقه شهرداری نیز نمی‌تواند متغیر دقیق و تاثیرگذاری برای توصیف مدل باشد. بنابراین تنها درجه میلگرد و قطر اسمی به عنوان تابع توصیفی انتخاب می‌شوند. برای دید بهتر از مدل‌سازی لازم است نمودار پراکنش میان تنش تسلیم و قطر اسمی میلگرد رسم شود. در شکل ۱۲ این نمودار برای درجه‌های مختلف میلگرد کشیده شده است. همان‌طور که مشخص است، با افزایش درجه میلگرد از A-II به A-IV مقدار تنش تسلیم آن افزایش می‌یابد؛ اما روند خاصی میان قطر اسمی هر درجه



شکل ۱۵: نمودار توزیع احتمال و بسامد تنش تسلیم میلگرد A-III.

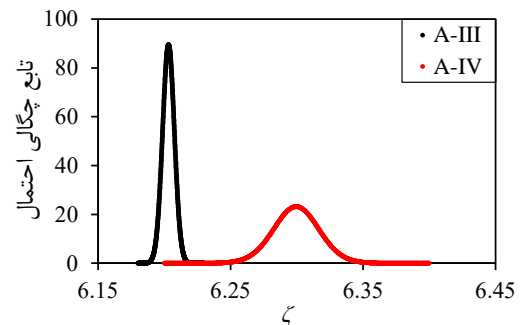


شکل ۱۶: نمودار توزیع احتمال و بسامد تنش تسلیم میلگرد A-IV.

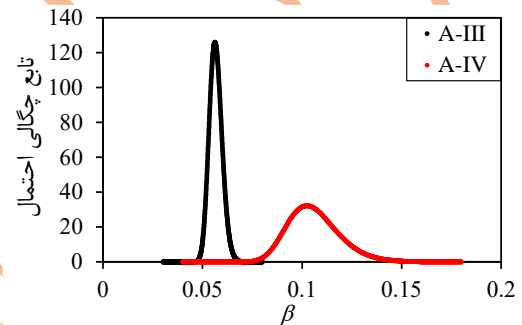
میحث نهم مقررات ملی ساختمان [۲] مقادیر اسمی تنش تسلیم میلگرد را برای درجات A-III و A-IV به ترتیب ۴۰۰ و ۵۰۰ مگاپاسکال بیان می‌کند. از تقسیم میانگین مدل‌های احتمالاتی بدست آمده بر این مقادیر اسمی، ضریب اریبی بدست می‌آید. بدین ترتیب، ضرایب اریبی برای تنش تسلیم میلگردهای A-III و A-IV به ترتیب ۱/۲۳۷۵ و ۱/۰۹۳۹ به دست می‌آیند. ضریب تغییرات این توزیع‌های احتمال نیز به ترتیب ۵/۵۷۰ و ۹/۹۳۴ درصد به دست می‌آید. اگر از مدل‌های پیشنهادی JCSS [۲۶] برای تخمین ضریب اریبی استفاده شود، ضریب اریبی میلگردهای A-III برای قطر اسمی ۲۲ میلیمتر، مقدار ۱/۲۸۸۷ به دست می‌آید که به مقدار به دست آمده در این پژوهش نزدیک است.

۴- نتیجه گیری

این پژوهش به توسعه مدل‌های احتمالاتی پیش‌بینی برای پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن و تنش تسلیم میلگرد مورد استفاده در ساخت سازه‌های بتنی کشور می‌پردازد. این مدل‌های احتمالاتی



شکل ۱۳: توزیع احتمال پسین پارامتر β میلگردهای A-III و A-IV.



شکل ۱۴: توزیع احتمال پسین پارامتر γ میلگردهای A-III و A-IV.

در جدول ۷ نیز مقادیر میانگین و ضریب تغییرات هر کدام از توزیع‌های پسین آورده شده است. در شکل ۱۵ و شکل ۱۶ سه منحنی برای تنش تسلیم میلگردهای درجه A-III و A-IV با یکدیگر مقایسه شده‌اند. یک منحنی نشان‌گر بسامد نسبی^۱ داده‌های مشاهدات است که تخمینی از نمودار تابع چگالی احتمال است. دو منحنی دیگر نیز مربوط به توزیع پیش‌بینانه‌ی پسین^۲ تنش تسلیم هستند که یکی تنها با استفاده از میانگین پسین پارامترهای β و γ رسم شده است و دیگری با انتگرال‌گیری احتمال کل روی توزیع احتمال پسین این دو پارامتر به دست آمده است. از آنجا که توزیع احتمال پارامترها بسیار به توزیع نرمال نزدیک هستند، این دو نمودار بسیار به یکدیگر شبیه‌اند.

جدول ۷: پارامترهای توزیع احتمال تنش تسلیم میلگرد.

	توزیع A-IV		توزیع A-III	
	پارامتر β	پارامتر γ	پارامتر β	پارامتر γ
میانگین	۰/۱۰۹۶	۶/۲۹۹۴	۰/۰۵۳۰	۶/۲۰۳۰
ضریب تغییرات	۰/۱۱۲۲۰۲	۰/۰۰۲۷۸۸	۰/۰۸۴۵۳۶	۰/۰۰۰۷۲۲

^۲ Posterior predictive distribution

^۱ Relative frequency diagram

در انواع تحلیل‌های احتمالاتی، از جمله تحلیل‌های قابلیت اعتماد، ریسک و تاب‌آوری، به‌منظور کمی‌سازی صحیح عدم‌قطعیت کاربرد دارند.

در بخش نخست، برای توسعه مدل پیش‌بینی مقاومت فشاری بتن یک رویکرد احتمالاتی ارائه می‌شود که در آن از رگرسیون خطی بیژین استفاده می‌شود. مدل‌سازی به‌وسیله رگرسیون خطی بیژین بر دو پایه یافتن متغیرهای تاثیرگذار بر مسأله و مشاهدات استوار است. در این مقاله ضریب اریبی مقاومت فشاری بتن به‌عنوان پاسخ مدل رگرسیون انتخاب شده‌است که تابعی از مقاومت اسمی، مدت‌زمان عمل‌آوری، و کیفیت کارگاه ساخت بتن است. پس از انتخاب متغیرهای مدل و ساخت توابع توصیفی، پارامترهای شکل مدل از طریق مشاهدات واسنجی می‌شوند. بنابراین مدل رگرسیون خطی بیژین هم عدم‌قطعیت ذاتی و هم عدم‌قطعیت شناختی ناشی از مشاهدات را دربرمی‌گیرد. درنهایت با استفاده از تحلیل نمونه‌گیری مونت‌کارلو نیز، ضریب اریبی بتن برای چند حالت مختلف پیش‌بینی و بینش‌هایی از آن بیان شده‌است.

در بخش دیگر نیز، توزیع احتمال تنش تسلیم میلگرد برای درجه‌های A-III و A-IV ارائه شد. بدین‌منظور، متغیر تصادفی ضریب اریبی تنش تسلیم این درجات از میلگردها به‌صورت بیژین استنباط شد. در نهایت نیز ضرایب اریبی به‌دست‌آمده با مقادیر موجود در ادبیات فنی مقایسه شده‌است.

به‌دلیل توسعه این مدل‌ها بر مبنای رگرسیون بیژین، با جمع‌آوری داده‌های بیشتر در آینده می‌توان پارامترهای این مدل‌ها را به‌هنگام کرد تا عدم‌قطعیت‌های شناختی در آن‌ها کاهش‌یابد. این اولین پژوهش برای توسعه مدل‌های احتمالاتی پیش‌بینی مقاومت مواد برای کشور ایران است. اگرچه در گذشته مدل‌های پیش‌بینی برای مقاومت مواد داخل کشور توسعه یافته‌است، اما پاسخ این مدل‌ها به‌صورت احتمالاتی نبوده و عدم‌قطعیت در آن‌ها کمی نشده‌است که مانع به‌کارگیری آن‌ها در تحلیل‌های احتمالاتی و در واسنجی ضوابط طراحی است. این مهم، یکی از موانع اصلی برای ارائه ضرایب بار و مقاومت بومی‌سازی‌شده برای طراحی لرزه‌ای است که نتیجه آن، اقتباس مستقیم این ضرایب از استاندارد ASCE/SEI 7-10 [27] است. محمودکلاویه و محصولی [13] نشان دادند که چنین اقتباسی منجر به ضوابطی شده‌است که نه تنها

مشخص نیست برای شرایط کشور بهینه باشند، بلکه حتی سطوح قابلیت اعتماد هدف در آیین‌نامه مبدا را نیز ارضا نمی‌کنند.

۵- قدردانی

نویسندگان از آقای دکتر اسکندری، عضو هیئت علمی دانشکده مهندسی عمران دانشگاه صنعتی شریف، آقایان مهندس علمی و مهندس شورمستی در آزمایشگاه‌های دانشگاه صنعتی شریف، آقای مهندس نوری در آزمایشگاه پردیس بین‌الملل جزیره کیش دانشگاه صنعتی شریف، آقای مهندس خسروی و تمامی پرسنل آزمایشگاه سنا عمران آس‌یا که با همکاری خود، جمع‌آوری داده را برای این پژوهش میسر ساختند، صمیمانه تشکر می‌کنند.

مراجع

- [۱] Ahmadi, B., ۲۰۱۷. Preliminary Assessment of the Quality of Concrete Implemented in the Earthquake-Affected Areas of Kermanshah Province. *Road, Housing & Urban Development Research Center*. (In Persian).
- [۲] Iranian National Building Code, Part ۹th, ۲۰۱۳. Design and Construction of Reinforcement Concrete Buildings. (In Persian).
- [۳] Hosseini Hashemi, B. and Farshchi, H., ۲۰۱۷. Earthquake Report on November ۱۲, ۲۰۱۷, Sarpol-e Zahab, Kermanshah province. Volume III: Structure and Vital Roads, Chapter V: Reinforcement Concrete Buildings. *International Institute of Earthquake Engineering and Seismology*, pp. ۱۴۱-۱۵۸. (In Persian).
- [۴] Kwon, O.S. and Elnashai, A., ۲۰۰۶. The Effect of Material and Ground Motion Uncertainty on the Seismic Vulnerability Curves of RC Structure. *Engineering Structures*, ۲۸(۲), pp. ۲۸۹-۳۰۳. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2005.07.010>
- [۵] Joint Committee of Structural Safety (JCSS), ۲۰۰۱. Probabilistic Model Code, Part ۳, ۲۰۰۰, Resistance Models: General Principles. <https://www.jcss-lc.org/publications/jcsspmc/general.pdf>
- [۶] Kog, Y. C., ۲۰۱۸. Estimating In Situ Compressive Strength of Existing Concrete Structures. *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, ۲۳(۳). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)SC.1943-5576.0000374](https://doi.org/10.1061/(ASCE)SC.1943-5576.0000374)

- [١٤] Nasrazadani, H. and Mahsuli, M., ٢٠٢٠. Probabilistic Framework for Evaluating Community Resilience: Integration of Risk Models and Agent-Based Simulation. *Journal of Structural Engineering*, ١٤٤(١١).
[https://doi.org/10.1061/\(asce\)st.1943-541x.0002810](https://doi.org/10.1061/(asce)st.1943-541x.0002810)
- [١٥] Mahsuli, M. and Haukaas, T., ٢٠١٣. Computer Program for Multimodel Reliability and Optimization Analysis. *Journal of Computing in Civil Engineering*, ٢٧(١), pp.٨٧-٩٨.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CP.1943-5417.000204](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CP.1943-5417.000204)
- [١٦] Mahsuli, M., ٢٠١٢. Probabilistic Models, Methods, and Software for Evaluating Risk to Civil Infrastructure. Dissertation, *University of British Columbia*, Vancouver, Canada.
<https://doi.org/10.14288/1.0050878>
- [١٧] Piryonesi, S.M. and El-Diraby, T.E., ٢٠٢٠. Role of Data Analytics in Infrastructure Asset Management: Overcoming Data Size and Quality Problems. *Journal of Transportation Engineering, Part B: Pavements*, ١٤٤(٢), p.٤٠٢٠٠٢٢.
<https://doi.org/10.1061/JPEODX.0000175>
- [١٨] Andersen, E.B., ١٩٨٤. Information Science and Statistics. In: *COMPSTAT*. De Antoni, F., Lauro, N., Rizzi, A. (eds), Physica-Verlag HD, pp. ٣-٩.
https://doi.org/10.1007/978-3-642-46890-2_1
- [١٩] Pedregosa, F., Varoquaux, G., Gramfort, A., Michel, V., Thirion, B., Grisel, O., Blondel, M., Prettenhofer, P., Weiss, R., Dubourg, V., Vanderplas, J., Passos, A., Cournapeau, D., Brucher, M., Perrot, M. and Duchesnay, E., ٢٠١١. Scikit-learn: Machine Learning in Python. *Journal of Machine Learning Research*, ١٢, pp.٢٨٢٥-٢٨٣٠.
- [٢٠] Box, G.E. and Tiao, G.C., ١٩٧٣. *Bayesian Inference in Statistical Analysis*, Edition ١, pp. ٢١١. John Wiley & Sons.
- [٢١] Gardoni, P., Der Kiureghian, A. and Mosalam, K.M., ٢٠٠٢. Probabilistic Capacity Models and Fragility Estimates for Reinforced Concrete Columns Based on Experimental Observations. *Journal of Engineering Mechanics*, ١٢٨(١٠), pp.١٠٢٤-١٠٣٨.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2002\)128:10\(1024\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2002)128:10(1024))
- [٢٢] Wiśniewski, D. F., Cruz, P. J. S., Henriques, A. A. R., and Simões, R. A. D., ٢٠١٢. Probabilistic Models for Mechanical Properties of Concrete, Reinforcing Steel and Pre-stressing Steel. *Structure and Infrastructure Engineering*, ٨(٢), pp.١١١-١٢٢.
- [٢٣] Skejić, D., Valčić, A., Žuvelek, V., and Čudina, I., ٢٠٢٣. The Influence of Steel Variability on the Reliability of Welded Beam-to-Column Joints. *ce/papers – Proceedings in civil engineering*, ٩(٣-٤), pp.١٤٨٣-١٤٨٨.
<https://doi.org/10.1002/cepa.2266>
- [٢٤] European Committee for Standardization (CEN). FprEN ١٩٩٣-١-١, Eurocode ٢: Design of Steel Structures - Part ١-١: General rules and rules for buildings (FprEN ١٩٩٣-١-١:٢٠٢٢); CEN: Brussels, Belgium, ٢٠٢٢.
- [٢٥] Mobaraki, A. T., ٢٠١٤. Prediction of ٢٨-day Compressive Strength of Concrete Based on its ٧-day Compressive Strength Using Artificial Neural Network. Thesis, *Ayandegan Institute of Higher Education*, Tonekabon, Iran. (In Persian).
- [٢٦] Amlashi, A. T., ٢٠١٤. Prediction of Compressive and Tensile Strength of Plastic Concrete Using Data Mining Methods. Thesis, *Sirjan University of Technology*, Sirjan, Iran. (In Persian).
- [٢٧] Marafet, M., ٢٠١٣, Statistical Description of Uncertainties in The Parameters of Reinforced Concrete Sections for Workshop Conditions in Tehran. ٩th International Civil Engineering Conference, Isfahan. (In Persian).
<https://civilica.com/doc/811>
- [٢٨] Mahmoudkalayeh, S. and Mahsuli, M., ٢٠٢١. Ramifications of Blind Adoption of Load and Resistance Factors in Building Codes: Reliability-Based Assessment. *Bulletin of Earthquake Engineering*, ١٩(٢), pp.٩٤٣-٩٨٤.
<https://doi.org/10.1007/s10518-020-0105-٧>
- [٢٩] Pouraliakbar, H., Khalaj, M., Nazerfakhari, M., and Khalaj, G., ٢٠١٥. Artificial Neural Networks for Hardness Prediction of Haz With Chemical Composition and Tensile Test of X٧٠ Pipeline Steels. *Journal of Iron and Steel Research International*, ٢٢(٥), pp.٤٤٤-٤٥٠.
[https://doi.org/10.1016/S1006-707X\(15\)30025-X](https://doi.org/10.1016/S1006-707X(15)30025-X)

- [۲۳] Aghababaei, M. and Mahsuli, M., ۲۰۱۹. Component Damage Models for Detailed Seismic Risk Analysis Using Structural Reliability Methods. *Structural Safety*, ۷۶, pp. ۱۰۸-۱۲۲.
<https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2018.08.004>
- [۲۴] Joint Committee of Structural Safety (JCSS), ۲۰۰۱. Probabilistic Model Code, Part ۳,۰۱, Resistance Models: Concrete.
<https://www.jcss-lc.org/publications/jcsspmc/concrete.pdf>
- [۲۵] Bartlett, F.M., Dexter, R.J., Graesser, M.D., Jelinek, J.J., Schmidt, B.J. and Galambos, T.V., ۲۰۰۳. Updating Standard Shape Material Properties Database for Design and Reliability. *Engineering Journal-American Institute of Steel Construction Inc*, ۴۰(۱), pp. ۲-۱۴.
<https://www.aisc.org/Updating-Standard-Shape-Material-Properties-Database-for-Design-and-Reliability>
- [۲۶] Joint Committee of Structural Safety (JCSS), ۲۰۰۱. Probabilistic Model Code, Part ۳,۰*, Resistance Models: Reinforcing Steel.
<https://www.jcss-lc.org/publications/jcsspmc/rebar.pdf>
- [۲۷] American Society of Civil Engineers (ASCE), ۲۰۱۰. *Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures*. ASCE/SEI ۷-۱۰, Reston, Virginia
<https://doi.org/10.1061/9780784412916>