

آنالیز مودال عملیاتی خودکار سه مرحله‌ی با استفاده از حذف مودهای ریاضی به روش خوشه‌بندی براساس چگالی

امیر سالارمهرآباد (دانشجوی دکتری)

احمد شوشتری* (استادیار)

گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه فردوسی، مشهد، ایران.

مهندسی عمران شریف، (پاییز ۱۴۰۳)
دوره ۴۰، شماره ۲، صص ۱۰۵-۱۱۶، (پژوهشی)

از جمله موارد چالش برانگیز در آنالیز مودال عملیاتی، وابستگی روش‌های آن به قضاوت کاربر در جداسازی مودهای فیزیکی از مودهای جعلی و تفکیک مودهای واقعی سازه از یکدیگر است. در سال‌های اخیر، مطالعات گسترده‌ی در خصوص خودکارسازی روش‌های آنالیز مودال عملیاتی صورت گرفته است. در غالب پژوهش‌های مذکور تلاش شده است که با استفاده از روش‌های یادگیری ماشین نیاز به دخالت کاربر در محاسبه پارامترهای مودال به میزان کمینه برسد. در پژوهش حاضر، به منظور جداسازی مودهای فیزیکی از مودهای جعلی از روش خوشه‌بندی DBSCAN استفاده شده است. در نهایت، به کمک روش خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی مودهای فیزیکی شناسایی شده از یکدیگر تفکیک شده‌اند. الگوریتم معرفی شده بر روی یک سازه ۶ درجه‌ی آزادی و یک پل واقعی پیاده‌سازی شده است. نتایج نشان می‌دهند استفاده از الگوریتم خوشه‌بندی DBSCAN نسبت به الگوریتم‌های پیشین مانند K-means، توان بالاتری در تفکیک مودهای فیزیکی از ریاضی را دارد.

amir.salarmehr@gmail.com
ashoosht@um.ac.ir

واژگان کلیدی: آنالیز مودال عملیاتی خودکار، یادگیری ماشین، خوشه‌بندی، پایش سلامت سازه.

۱. مقدمه

دینامیکی است، که می‌تواند بسامدهای طبیعی، شکل‌های مودی، و نسبت میرایی را برای هر مود با توجه به پاسخ سازه به بارهای خارجی تخمین بزند. از دیگر مزایای روش OMA، بی‌نیازی به تحریک خارجی سازه به صورت مصنوعی (که برای سازه‌های بزرگ هزینه و مشکلات زیادی دارد) و همچنین بی‌نیازی به توقف بهره‌برداری از سازه در زمان انجام آنالیز مودال است.

در طی دهه‌های اخیر، روش OMA تبدیل به ابزاری قدرتمند به منظور محاسبه پارامترهای دینامیکی سازه‌هایی چون: پل‌ها،^[۱۱] سدها و ساختمان‌ها،^[۱۲] سازه‌های تاریخی،^[۱۳] سکوه‌های دریایی، توربین‌های بادی، و استادیوم‌ها شده است. روش‌های OMA به دو دسته کلی: دامنه‌ی بسامد^۲ و دامنه‌ی زمان^۳ تقسیم می‌شوند. شناخته‌شده‌ترین روش‌های دامنه‌ی بسامد در بین روش‌های آنالیز مودال عملیاتی، روش انتخاب قله،^[۱۴] و روش تجزیه‌ی دامنه‌ی بسامد (FDD)^[۱۵] هستند. از شناخته‌شده‌ترین روش‌های

بررسی ارتعاش‌های یک سازه می‌تواند اطلاعات ارزشمندی در خصوص سلامت و ایمنی آن سازه در اختیار قرار دهد. مشخصات دینامیکی سازه و تغییرات آن می‌تواند در به‌روزرسانی مدل،^[۱] تشخیص آسیب،^[۲] پایش سلامت،^[۳] راستی‌آزمایی طراحی، تخمین نیروهای وارد بر سازه،^[۴] و توسعه‌ی سیستم هشدار در پل‌ها و ساختمان‌های بلند،^[۵] استفاده شود. دامنه‌ی کاربرد بررسی ارتعاش سازه‌ها فقط محدود به سازه‌های بزرگ مقیاس نیست و در سازه‌هایی با ابعاد بسیار کوچک مثل نانوتیرها نیز کاربرد دارد. از موارد کاربرد سازه‌های اخیر می‌توان به نانوحسگرها، نانومحرک‌ها، و میکروسکوپ‌های مقیاس نانو اشاره کرد؛ که در چند دهه‌ی اخیر، بررسی رفتار آن‌ها از جمله ارتعاش‌شان مورد توجه برخی پژوهشگران،^[۶-۱۰] قرار گرفته است.

آنالیز مودال عملیاتی (OMA)،^۱ یکی از مؤثرترین روش‌های تخمین پارامترهای

*نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۷/۲۲، تاریخ اصلاحیه: ۱۴۰۲/۱۰/۰۳، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۰/۱۸.

استناد به این مقاله:

مهرآباد، امیرسالار و شوشتری، احمد، ۱۴۰۳. آنالیز مودال عملیاتی خودکار سه مرحله‌ی با استفاده از حذف مودهای ریاضی به روش خوشه‌بندی براساس چگالی. مهندسی عمران شریف، ۴۰(۳)، صص. ۱۰۵-۱۱۶. DOI: 10.24200/j30.2024.63122.3258

^۱The Basic Frequency Domain (Peak-Picking) Method

^۲Frequency Domain Decomposition

^۱Operational Modal Analysis

^۲ Frequency Domain

^۳Time Domai

با استفاده از الگوریتم خوشه‌بندی K-میانگین^{۱۴} نیز جهت مقایسه انجام شده است. در نهایت در مرحله سوم، به کمک الگوریتم خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی^{۱۵} مودهای باقیمانده، از یکدیگر تفکیک می‌شوند. وجه تمایز پژوهش حاضر نسبت به پژوهش‌های پیشین، مشاهده‌پذیرکردن پراکندگی مودها با استفاده از الگوریتم PCA و استفاده از الگوریتم DBSCAN به‌عنوان الگوریتم مناسب خوشه‌بندی جهت تفکیک مودهای واقعی از مودهای جعلی است. الگوریتم معرفی‌شده بر روی یک قاب ۶ طبقه، در نرم‌افزار OpenSees مدل‌سازی و یک پل واقعی بررسی شده است.

۲. الگوریتم زیرفضاهای اتفاقی کوواریانس محور

روش زیرفضاهای اتفاقی، به‌عنوان یکی از محبوب‌ترین روش‌های دامنه‌ی زمان آنالیز مودال عملیاتی شناسایی و به دو دسته‌ی داده‌محور و کوواریانس‌محور تقسیم می‌شود. در بخش حاضر، خلاصه‌ی از روش زیرفضاهای اتفاقی کوواریانس محور^{۱۶}، که در پژوهش حاضر استفاده شده است، ارائه شده است. جهت اطلاع بیشتر از جزئیات روش زیرفضاهای اتفاقی می‌توان به نوشتار ون اورسچی و مور^{۱۷} (۲۰۱۲)،^[۲۷] مراجعه کرد.

روش زیرفضاهای اتفاقی، سازه را براساس یک مدل فضای حالت^{۱۸} گسسته‌ی زمانی، تحت تحریک نامعلوم در نظر می‌گیرد (مطابق روابط ۱ و ۲):

$$\{s_{k+1}\} = [A]\{s_k\} + \{w_k\} \quad (1)$$

$$\{y_k\} = [C]\{s_k\} + \{v_k\} \quad (2)$$

که در آن‌ها، $\{s_k\}$ بردار حالت، $\{y_k\}$ بردار خروجی، $[A]$ ماتریس حالت، و $[C]$ ماتریس خروجی هستند. با توجه به در دسترس نبودن بارهای اعمالی به سازه، در رابطه‌ی ۱ $\{w_k\}$ به‌صورت نویز سفید گوسی^{۱۹}، که ناشی از نویز پردازش و آثار ورودی در بردار حالت است، در نظر گرفته می‌شود. همچنین $\{v_k\}$ نیز به صورت نویز سفید گوسی فرض شده و ترکیبی از نویز اندازه‌گیری و آثار ورودی در بردار خروجی است.

می‌توان نشان داد که اطلاعات مودال، مانند: بسامد طبیعی، شکل‌های مودی، و میرایی هر مود در ماتریس‌های حالت و خروجی وجود دارند. در روش شناسایی زیرفضاهای اتفاقی کوواریانس‌محور، ابتدا ماتریس کوواریانس داده‌ها به صورت رابطه‌ی ۳ محاسبه می‌شود:

$$[\hat{R}_i] = [C][A]^{i-1}[G] = \frac{1}{N-i} [Y_{(i:N)}][Y_{(i:N)}]^T \quad (3)$$

که در آن، $[G]$ ماتریس کوواریانس بردار خروجی و بردار حالت است. همچنین ماتریس‌های $[Y_{(i:N)}]$ و $[Y_{(i:N-i)}]$ به ترتیب از حذف i داده از آخر

دامنه‌ی زمان نیز می‌توان به روش دامنه‌ی زمان ابراهیم (ITD)^۱،^[۱۶] الگوریتم تحقق سیستم ویژه (ERA)^۲،^[۱۷] و روش زیرفضاهای اتفاقی (SSI)^۳،^[۱۸] اشاره کرد. روش زیرفضاهای اتفاقی به‌دلیل توانایی بالا در تعیین پارامترهای مودال در شرایط تحریک ضعیف و تفکیک مودهای با بسامد نزدیک به یکدیگر، به‌عنوان یکی از قوی‌ترین روش‌های حوزه‌ی مذکور شناخته می‌شود.

با توجه به آنکه در تخمین مودهای سازه با روش زیرفضاهای اتفاقی ممکن است تعدادی مود غیرسازه‌ی (جعلی) نیز ظاهر شوند، جهت اطمینان از دستیابی به مودهای فیزیکی قابل مشاهده، مرتبه‌ی مدل به اندازه‌ی کافی بزرگ فرض می‌شود. در آنالیز مودال عملیاتی، مرتبه‌ی مدل به مفهوم تعداد مودهای فرض‌شده برای سازه در آن آنالیز است. بنابراین چنانچه مرتبه‌ی در نظر گرفته‌شده برای مدل به اندازه‌ی کافی بزرگ‌تر از تعداد مودهای فیزیکی سازه باشد، امکان رؤیت‌نشدن مودهای فیزیکی کاهش می‌یابد.

هر چند که بالا رفتن مرتبه‌ی مدل، احتمال مشاهده‌ی مودهای فیزیکی را افزایش می‌دهد، اما سبب به وجود آمدن تعداد قابل توجهی مود ریاضی می‌شود. روش مرسوم جهت تفکیک این دسته از مودها استفاده از دیاگرام پایداری^۴ و قضاوت کاربر است. این مرحله از آنالیز مودال عملیاتی غالباً به صرف وقت قابل توجهی نیاز دارد و امکان پایش مستمر سازه را دشوار می‌سازد.^[۱۹]

با توجه به مزایای خودکارسازی آنالیز مودال عملیاتی، طی دو دهه‌ی اخیر، پژوهش‌های گسترده بر روی این موضوع صورت گرفته است: وربون^۵ و همکاران (۲۰۰۳)،^[۲۰] و ساینتی^۶ و همکاران (۲۰۰۵)،^[۲۱] با استفاده از روش خوشه‌بندی فازی، روشی جهت دسته‌بندی مودهای سازه ارائه داده‌اند. ماگالهایز^۷ و همکاران (۲۰۰۹)،^[۲۲] از آنالیز مودال عملیاتی خودکار جهت تخمین پارامترهای دینامیکی پل قوسی استفاده کرده‌اند. ریندرز^۸ و همکاران (۲۰۱۲)،^[۲۳] برای اولین بار الگوریتم سه مرحله‌ی خودکارسازی آنالیز مودال عملیاتی را ارائه دادند. کابوی^۹ و همکاران (۲۰۱۷)،^[۲۴] و کاردوسو^{۱۰} و همکاران (۲۰۱۷)،^[۲۵] از روش خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی جهت جداسازی مودها استفاده کردند. سو^{۱۱} و همکاران (۲۰۲۱)،^[۲۶] از پردازش تصویر جهت پردازش دیاگرام پایداری استفاده کردند.

در پژوهش حاضر از یک الگوریتم سه مرحله‌ی در خودکارسازی تفسیر اطلاعات دیاگرام پایداری استفاده شده است. در مرحله‌ی اول، مودهایی که قطعاً جعلی هستند، توسط معیار سخت جدا می‌شوند. در مرحله‌ی دوم، شاخص‌هایی برای مودها تعریف شده و به کمک روش تحلیل مؤلفه‌های اصلی (PCA)^{۱۲}، تعداد ابعاد روش‌های ذکر شده کاهش یافته است، تا قابل مشاهده شوند. در مرحله‌ی کنونی، به کمک روش خوشه‌بندی فضایی مبتنی بر چگالی در کاربردهای دارای نویز (DBSCAN)^{۱۳}، مودها به دو دسته‌ی مودهای احتمالاً فیزیکی و مودهای قطعاً جعلی تقسیم می‌شوند. مرحله‌ی دوم

^{۱۰} Cardoso

^{۱۱} Su

^{۱۲} Principal Component Analysis

^{۱۳} Density-Based Spatial Clustering Of Applications With Noise

^{۱۴} K-Means

^{۱۵} Hierarchical Clustering

^{۱۶} Ssi-Cov

^{۱۷} Van Overschee & De Moor

^{۱۸} State Space

^{۱۹} Gaussian White Noise

^۱ Ibrahim Time Domain

^۲ Eigensystem Realization Algorithm

^۳ Stochastic Subspace Identification

^۴ Stabilization Diagram

^۵ Verboven

^۶ Scionti

^۷ Magalhães

^۸ Reynders

^۹ Cabboi

بنابر رابطه ۹، ماتریس حالت به صورت رابطه ۱۰ قابل محاسبه است:

$$(10)$$

$$[A] = [O_i]^+ [T_{\gamma(i+1)}] [\Gamma_i]^+ = [\Sigma_\gamma]^{-1/2} [U_\gamma]^T [T_{\gamma(i+1)}] [V_\gamma] [\Sigma_\gamma]^{-1/2}$$

به منظور محاسبه پارامترهای مودال سازه با تجزیه مقادیر ویژه ماتریس $[A]$ ، رابطه ۱۱ به دست می آید:

$$[A] = [\Psi][\Lambda][\Psi]^{-1} \quad (11)$$

که در آن، $[\Lambda] = \text{diag}(\mu_i)$ ماتریس مقادیر ویژه ماتریس $[A]$ و $[\Psi]$ ماتریس بردارهای ویژه $[A]$ هستند. مقادیر ویژه برای یک سیستم پیوسته زمانی به صورت رابطه ۱۲ به دست می آید:

$$[\lambda_m] = \frac{\ln(\mu_m)}{\Delta t} \quad (12)$$

که در آن، $[\Delta t]$ فاصله گام‌های زمانی است. در نهایت، مقادیر بسامدهای طبیعی، نسبت‌های میرایی، و شکل‌های مودی به صورت رابطه‌های ۱۳ الی ۱۵ به دست می آید:

$$f_r = \frac{|\lambda_r|}{2\pi} \quad (13)$$

$$\xi_r = -\frac{\text{Re}(\lambda_r)}{|\lambda_r|} \quad (14)$$

$$\phi_i = C\Psi_i \quad (15)$$

۳. حذف مودهای غیرسازیهی

نتیجه‌ی نهایی آنالیز مودال عملیاتی با استفاده از روش SSI شامل چند مدل با مرتبه‌های متفاوت است. با توجه به بزرگ‌تر بودن مرتبه‌ی مدل از مودهای فیزیکی قابل مشاهده‌ی سازه و وجود نویزهای اندازه‌گیری، تعداد قابل توجهی از مودهای شناسایی شده، مودهای جعلی هستند و جنبه‌ی فیزیکی ندارند. بنابراین، جهت حذف آن‌ها و تفکیک مودهای فیزیکی از یکدیگر توسط کاربر، دیاگرام پایداری ترسیم می‌شود. حذف مودهای ریاضی از دیاگرام پایداری به صورت خودکار تحت این دو مرحله صورت می‌گیرد:

۳.۱. معیار سخت در حذف مودهای غیرفیزیکی

عدم تحقق بعضی از مشخصات در مودهای شناسایی شده می‌تواند نشانگر مودهای غیرفیزیکی باشد. به عنوان مثال، در سازه‌های ساختمانی انتظار از نسبت میرایی، اعدادی بین ۰ تا ۲۰ درصد است. اعداد خارج از محدوده‌ی اخیر، نشان از محاسباتی بودن مود مورد نظر دارد. استفاده از معیار سخت جهت

ماتریس $[Y]$ و حذف i داده از ابتدای ماتریس $[Y]$ به دست آمده‌اند. در ادامه، ماتریس قطر ثابت $[T_{\gamma i}]$ به صورت رابطه ۴ ساخته شده است:

$$[T_{\gamma i}] = \begin{bmatrix} [\hat{R}_i] & [\hat{R}_{i-1}] & \dots & [\hat{R}_1] \\ [\hat{R}_{i+1}] & [\hat{R}_i] & \ddots & [\hat{R}_2] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\hat{R}_{\gamma-1}] & [\hat{R}_{\gamma-2}] & \dots & [\hat{R}_1] \end{bmatrix} \quad (4)$$

بر اساس رابطه ۳، ماتریس قطر ثابت فوق را می‌توان به صورت رابطه ۵ نوشت:

$$[T_{\gamma i}] = \begin{bmatrix} [C] \\ [C][A] \\ \vdots \\ [C][A]^{i-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A]^{i-1}[G] & \dots & [A][G] & G \end{bmatrix} = [O_i][\Gamma_i] \quad (5)$$

که در آن، $[O_i]$ و $[\Gamma_i]$ به ترتیب ماتریس رؤیت‌پذیری^۱ و کنترل‌پذیری^۲ معکوس هستند و ابعاد آن‌ها به ترتیب برابر $li \times n$ و $n \times li$ هستند. در شرایطی که سیستم کاملاً قابل رؤیت و کنترل باشد، مرتبه‌ی ماتریس قطری $[T_{\gamma i}]$ برابر با n است. می‌توان ماتریس اخیر را حاصلی از ضرب ماتریس $[O_i]$ با n ستون و $[\Gamma_i]$ با n سطر دانست. با تجزیه‌ی مقادیر تکین ماتریس $[T_{\gamma i}]$ رابطه ۶ به دست می‌آید:

$$[T_{\gamma i}] = [U][\Sigma][V]^T = [[U_\gamma][U_\gamma]] \begin{bmatrix} [\Sigma_\gamma] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V_\gamma]^T \\ [V_\gamma]^T \end{bmatrix} \quad (6)$$

می‌توان به صورت رابطه‌های ۷ و ۸، ماتریس‌های $[O_i]$ و $[\Gamma_i]$ را با تقسیم کردن ماتریس‌های تجزیه به دو قسمت محاسبه کرد:

$$[O_i] = [U_\gamma][\Sigma_\gamma]^{-1/2} \quad (7)$$

$$[\Gamma_i] = [\Sigma_\gamma]^{-1/2}[V_\gamma]^T \quad (8)$$

در صورتی که ماتریس قطر ثابت $[T_{\gamma i}]$ به اندازه‌ی یک گام زمانی به جلو انتقال یابد، رابطه ۹ به دست می‌آید:

$$(9)$$

$$[T_{\gamma(i+1)}] = \begin{bmatrix} [\hat{R}_{i+1}] & [\hat{R}_i] & \dots & [\hat{R}_1] \\ [\hat{R}_{i+2}] & [\hat{R}_{i+1}] & \ddots & [\hat{R}_2] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [\hat{R}_{\gamma i}] & [\hat{R}_{\gamma i-1}] & \dots & [\hat{R}_{i+1}] \end{bmatrix} = [O_i][A][\Gamma_i]$$

^۲ Reversed Controllability

^۱ Observability Matrix

دارد، مشاهده‌ی پراکندگی داده‌ها ممکن نیست. بدین جهت نیاز است که مشخصات موده‌ها از فضای پنج‌بُعدی به فضای دو یا سه بُعدی منتقل می‌شوند. یکی از پرکاربردترین روش‌ها جهت کاهش ابعاد پارامترها استفاده از روش PCA است. کاهش ابعاد پارامترها عمدتاً به دو منظور بالا بردن دقت خوشه‌بندی در داده‌های با ابعاد بسیار بالا و همچنین نمایش داده‌ها کاربرد دارد. PCA یک روش آماری چندمتغیره‌ی خطی برای تحلیل داده‌هاست، که هدف آن کاهش ابعاد داده با از دست‌دادن میزان کمینه‌ی اطلاعات است. ایده‌ی اصلی روش تحلیل مؤلفه‌های اصلی، پیدا کردن راستایی است که تصویر داده‌ها بر روی آن راستا، بیشترین پراکندگی را دارد. به همین ترتیب راستاهای بعدی نیز سعی می‌شود در جهتی انتخاب شوند که با حذف راستاهای قبل، بیشترین پراکندگی از تصویر داده‌ها را بر روی آن داشته باشند.

۴.۳. الگوریتم‌های خوشه‌بندی استفاده‌شده جهت تفکیک موده‌های واقعی از موده‌های جعلی

خوشه‌بندی یکی از پرکاربردترین روش‌های دسته‌بندی داده‌های بدون برچسب است، که با استفاده از دسته‌بندی داده‌ها با توجه به خصوصیات مشترکشان در علوم مختلف، چون: یادگیری ماشین، هوش مصنوعی، گیاه‌شناسی، و پزشکی کاربرد دارند. در آنالیز مودال عملیاتی، استفاده از خوشه‌بندی به دو منظور تفکیک موده‌های فیزیکی از جعلی و همچنین تفکیک موده‌های فیزیکی از یکدیگر کاربرد دارد. در بخش حاضر، سه الگوریتم خوشه‌بندی که در پژوهش حاضر جهت حذف موده‌های ریاضی از فیزیکی استفاده شده‌اند، به اختصار شرح داده شده است.

۱.۴.۳ K-means

یکی از پرکاربردترین روش‌های خوشه‌بندی داده‌ها استفاده از الگوریتم K-means است. عبارت K-means برای اولین بار توسط مک‌کوبین استفاده شده است. در روش اخیر، داده‌ها براساس فاصله‌ی اقلیدسی از یکدیگر تفکیک می‌شوند و هدف آن است که مجموع مربع اختلاف داده‌های یک خوشه از میانگین آن خوشه مطابق رابطه‌ی ۲۳، به میزان کمینه برسد.

$$\arg \min \sum_{i=1}^k \sum_{X \in S_i} \|X - \mu_i\|^2 \quad (23)$$

که در آن، k تعداد خوشه‌ها و μ_i میانگین داده‌های خوشه i ام است. رایج‌ترین الگوریتم جهت خوشه‌بندی K-means بدین صورت است که ابتدا تعداد خوشه‌ها توسط کاربر تعیین و به تعداد خوشه‌های فرض شده، نقاطی به صورت تصادفی روی مجموعه‌ی داده‌ها به‌عنوان مرکز خوشه در نظر گرفته می‌شوند. با توجه به فاصله‌ی هر یک از داده‌ها از مراکز خوشه‌های فرض شده، آن داده به یکی از خوشه‌ها منصوب می‌شود. پس از انتصاب تمامی داده‌ها به خوشه‌ها، مرکز هر خوشه براساس میانگین‌گیری موقعیت داده‌های آن خوشه تعیین می‌شود. دو مرحله‌ی انتصاب داده‌ها به خوشه‌ها و تعیین مراکز جدید خوشه‌ها آنقدر ادامه پیدا می‌کند که تغییری در خوشه‌بندی ایجاد نشود. جهت اطلاع بیشتر از الگوریتم K-means می‌توان به نوشتار هارتیگان و ونگ^۲ (۱۹۷۹)، رجوع کرد. در شکل ۱، تصویری از خوشه‌بندی داده به روش K-means برای ۶ خوشه مشاهده می‌شود.

حذف موده‌های به‌طور قطع ریاضی در نوشتار ژوانگ و پاپا^۱ (۱۹۸۵)، ارائه شده است. معیار سخت در نظر گرفته‌شده جهت حذف موده‌های ریاضی در پژوهش حاضر به شرح روابط ۱۶ الی ۱۸ هستند:

$$\operatorname{Re}(\lambda_r) \leq 0 \quad (16)$$

$$\operatorname{Im}(\lambda_r) \neq 0 \quad (17)$$

$$0\% < \xi_r < 20\% \quad (18)$$

موده‌های شناسایی‌شده، که پارامترهای آن‌ها خارج از معیار اخیر است، بلافاصله حذف می‌شوند. این تذکر لازم است که تمامی موده‌های باقی‌مانده، الزاماً مود فیزیکی نیستند.

۲.۳. معیار نرم حذف موده‌های غیرفیزیکی

پیش از تشخیص موده‌های واقعی یک سازه نیاز است که تا حد امکان موده‌های غیرفیزیکی موجود در دیاگرام پایداری حذف شوند. در مرحله‌ی دوم، برای حذف موده‌های ریاضی از روش خوشه‌بندی استفاده می‌شود. در مرحله‌ی کنونی با توجه به خاصیت نزدیک بودن پارامترهای مودال در موده‌های فیزیکی نسبت به موده‌های ریاضی، موده‌های باقی‌مانده در مرحله‌ی قبل به دو دسته‌ی جعلی و احتمالاً واقعی تفکیک می‌شوند. پارامترهای در نظر گرفته‌شده در خوشه‌بندی موده‌ها، شامل: اختلاف مقدار ویژه، اختلاف بسامد طبیعی، اختلاف میرایی، اختلاف شکل مودی، و اختلاف میانگین انحراف فاز هر مود با نزدیک‌ترین مود موجود در مدل با یک مرتبه‌ی بالاتر است. نحوه‌ی محاسبه‌ی هر یک از پارامترهای مذکور در روابط ۱۹ الی ۲۱ مشاهده می‌شود:

$$d\lambda_{ij} = \frac{|\lambda_i - \lambda_j|}{\max(|\lambda_i|, |\lambda_j|)} \quad (19)$$

$$df_{ij} = \frac{|f_i - f_j|}{\max(|f_i|, |f_j|)} \quad (20)$$

$$MAC(\phi_i, \phi_j) = \frac{|\phi_i^* \phi_j|}{\|\phi_i\|_r \|\phi_j\|_r} \quad (21)$$

بردار مشخصات هر کدام از موده‌های تخمین زده‌شده جهت خوشه‌بندی به صورت رابطه‌ی ۲۲ بر پا می‌شوند:

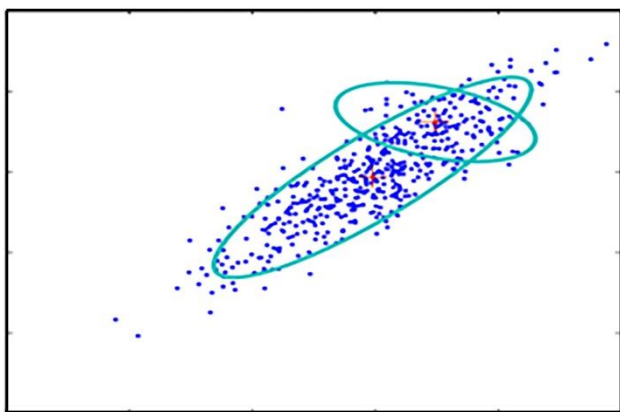
$$[P_i] = \left[d\lambda_{ij} \quad df_{ij} \quad d\xi_{ij} \quad 1 - (MAC_{ij}) \quad dMPD_{ij} \right] \quad (22)$$

۳.۳. تحلیل مؤلفه‌های اصلی

با توجه آنکه مشخصات هر مود جهت خوشه‌بندی در برداری پنج‌بُعدی قرار

^۲ Hartigan & Wong

^۱ Juang & Pappa



شکل ۳. خوشه‌بندی مجموعه‌ی داده‌ها با استفاده از ۲ خوشه و الگوریتم مدل‌های مخلوط گوسی [۳۰].

داده با درجه‌ی از عضویت، عضوی از تمامی خوشه‌هاست. احتمال عضویت یک داده در یک خوشه‌ی خاص، عددی بین ۰ تا ۱ است. مسئله‌ی اساسی در روش GMM، پیدا کردن مراکز گوسی و کواریانس داده‌هاست. رابطه‌ی ۲۴، یک مدل مخلوط گوسی را نشان می‌دهد.

$$p(x) = \sum_{k=1}^K \pi_k N(x | \mu_k, \Sigma_k) \quad (24)$$

که در آن، K تعداد توزیع‌های گوسی و یا تعداد خوشه‌هاست. μ_k بردار میانگین و Σ_k ماتریس کواریانس خوشه‌ی k ام است. همچنین π_k وزن مؤثر خوشه‌ی k ام است (رابطه‌ی ۲۵).

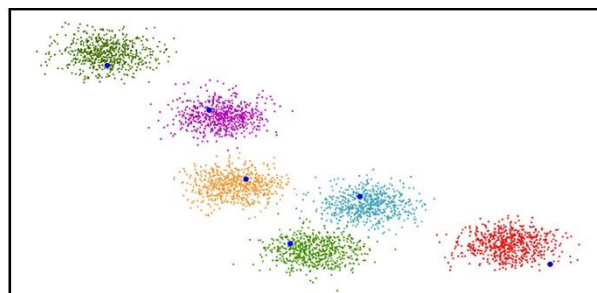
$$\sum_{k=1}^K \pi_k = 1 \quad (25)$$

جهت تعیین مشخصات هر خوشه، از الگوریتم EM استفاده می‌شود. الگوریتم EM شامل ۲ گام است:

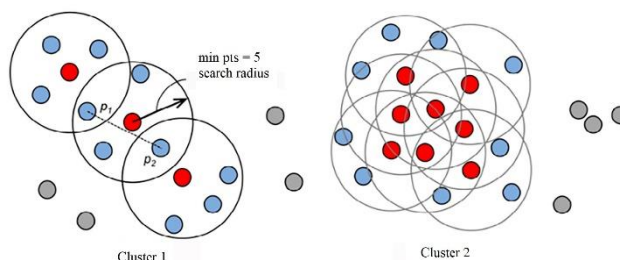
گام اول، متوسط‌گیری^۲ و گام دوم، بیشینه‌سازی^۳ نام دارد. به‌طور خلاصه، در ابتدا فرضیاتی در خصوص پارامترهای هر توزیع گوسی انجام می‌شود. در بخش بعد، درجه‌ی عضویت هر یک از داده‌ها نسبت به هر توزیع محاسبه می‌شود. سپس پارامترهای توزیع‌های گوسی براساس درجه‌ی عضویت داده‌ها اصلاح می‌شوند. دو مرحله‌ی اخیر، محاسبه‌ی درجه‌ی عضویت و اصلاح پارامترهای گوسی تا همگراشدن ادامه می‌یابد. در شکل ۳، خوشه‌بندی داده‌ها توسط دو خوشه با توزیع گوسی مشاهده می‌شود.

۴. تفکیک موده‌های سازه‌یی از یکدیگر

پس از جداسازی موده‌های جعلی از موده‌های واقعی، لازم است که هر یک از موده‌های فیزیکی از یکدیگر تفکیک و پارامترهای دینامیکی، شامل: بسامد طبیعی، شکل مودی، و نسبت میرایی هر مود محاسبه شود. در بخش حاضر نیز می‌توان از الگوریتم‌های خوشه‌بندی استفاده کرد. در پژوهش حاضر، با استفاده از شکل‌های مودی و ضریب MAC و برپایی ماتریس فاصله بین موده‌های باقی‌مانده و استفاده از خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی، موده‌های سازه از



شکل ۱. دسته‌بندی داده‌های دو بُعدی به ۶ خوشه با روش K-means



شکل ۲. روند خوشه‌بندی DBSCAN [۲۹].

۳.۴.۳. خوشه‌بندی DBSCAN

الگوریتم خوشه‌بندی DBSCAN، یک الگوریتم خوشه‌بندی براساس چگالی تجمع داده‌هاست. دو پارامتر اساسی در الگوریتم مذکور، شعاع همسایگی (ϵ) و کمینه‌ی داده‌های موجود در شعاع همسایگی (Minpts) جهت در نظر گرفتن آن‌ها به عنوان یک خوشه است. به‌طور خلاصه، مراحل خوشه‌بندی به روش DBSCAN به این صورت است:

- ۱- برای هر نقطه، تعداد نقاط موجود در شعاع همسایگی آن به دست می‌آید.
- ۲- در صورتی که تعداد نقاط موجود در آن همسایگی بیش از MinPts باشد، تمامی نقاط موجود به عنوان یک خوشه در نظر گرفته می‌شوند و اگر در شعاع همسایگی نقطه، تعداد نقاط کمتر از MinPts باشد، آن نقطه به عنوان نویز فرض می‌شود.
- ۳- برای تمامی نقاط موجود در خوشه‌ی اختصاص داده‌شده، مرحله‌ی ۲ تکرار می‌شود تا خوشه گسترش یابد. این گسترش خوشه تا جایی ادامه می‌یابد که هیچ نقطه‌ی دیگری با کمینه‌ی MinPts داده از خوشه همسایگی داشته باشد.

۴- روند اخیر برای تمامی داده‌های موجود انجام می‌شود، تا تمامی آن‌ها به عنوان عضوی از یک خوشه و یا نویز برچسب‌گذاری شوند (روند خوشه‌بندی DBSCAN در شکل ۲ مشاهده می‌شود).

۳.۴.۲. مدل‌های مخلوط گوسی

در روش خوشه‌بندی مدل مخلوط گوسی (GMM)^۱، مدل‌سازی داده‌ها با استفاده از ترکیبی از توزیع‌های گوسی انجام می‌شود. در روش GMM، هر

^۳ Maximization

^۱ Gaussian Mixture Model

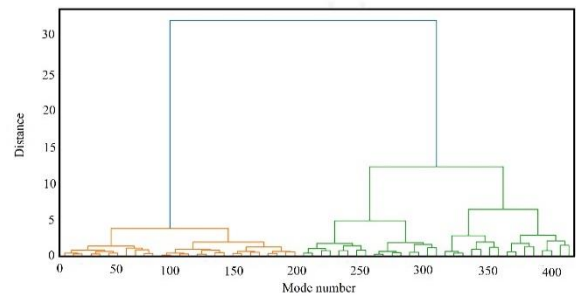
^۲ Expectation

یکدیگر تفکیک شده‌اند. در ادامه، توضیح مختصری از خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی ارائه شده است.

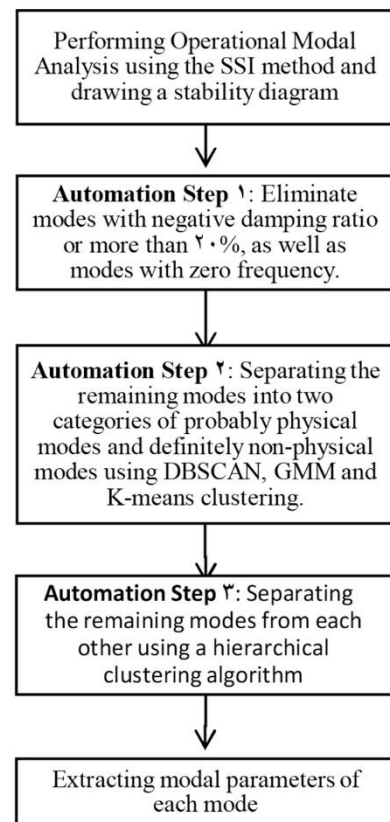
۱.۴. خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی

در روش خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی، در ابتدا هر یک از داده‌ها به عنوان یک خوشه‌ی مستقل در نظر گرفته می‌شود. سپس داده‌ها براساس شباهت و نزدیکی به یکدیگر با هم ادغام می‌شوند. روند ادغام داده‌ها و کاهش خوشه‌ها تا جایی که فاصله‌ی خوشه‌ها به حد مشخصی برسد، ادامه پیدا می‌کند. در شکل ۴، روند خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی مشاهده می‌شود.

فلوچارت مربوط به الگوریتم ارائه‌شده، مطابق شکل ۵ است؛ که مراحل ۲ الی ۴ آن، ۳ مرحله‌ی خودکارسازی آنالیز مودال عملیاتی را نشان می‌دهد.



شکل ۴. روند خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی.



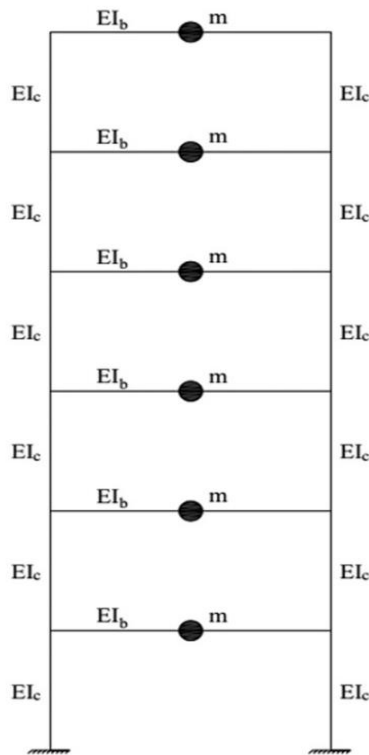
شکل ۵. فلوچارت الگوریتم آنالیز مودال عملیاتی خودکار ۳ مرحله‌ی ارائه شده.

۵. مطالعه‌ی موردی عددی

در بخش حاضر با استفاده از مدل عددی از یک قاب ۶ طبقه‌ی مدل‌سازی شده در برنامه‌ی OpenSees و اطلاعات موجود از ارتعاش واقعی یک پل، الگوریتم معرفی‌شده جهت آنالیز مودال عملیاتی خودکار بررسی شده است.

۱.۵. آنالیز مودال عملیاتی خودکار بر روی قاب ۶ طبقه

به منظور بررسی الگوریتم ارائه‌شده جهت خودکارسازی آنالیز مودال عملیاتی، یک قاب دوطبقه‌ی ۶ طبقه در برنامه‌ی OpenSees مدل‌سازی شده است. مطابق شکل ۶، ارتفاع هر طبقه ۴ متر و طول دهانه‌ی قاب مذکور، ۶ متر در نظر گرفته شده است. مقطع ستون‌ها به صورت قوطی مربع‌شکل با عرض و ارتفاع ۱۴۰ میلی‌متر و ضخامت ۴ میلی‌متر، و مقطع تیرها به صورت IPE۱۲۰ فرض شده است. مدول کشسانی فرض شده برای تیرها و ستون‌ها، ۲۱۰ گیگاپاسکال در نظر گرفته شده است. همچنین در هر طبقه، جرم متمرکزی به مقدار ۱۰۰۰ کیلوگرم مدل شده است. نسبت میرایی در نظر گرفته‌شده در مدل مذکور برای هر کدام از ۶ مود در جدول ۱ ارائه شده است.

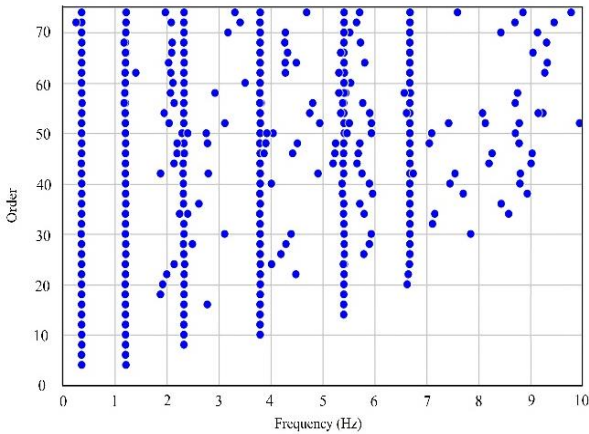


شکل ۶. قاب ۶ طبقه‌ی مدل‌شده در برنامه‌ی OpenSees.

جدول ۱. نسبت میرایی مدل‌شده برای هر مود.

شمار مود	مود ۱	مود ۲	مود ۳	مود ۴	مود ۵	مود ۶
نسبت میرایی	٪۱	٪۰/۵	٪۰/۵	٪۰/۵	٪۲	٪۱

تفکیک مدهای جعلی از فیزیکی نسبت به سایر الگوریتم‌های خوشه‌بندی معرفی شده بهتر عمل کند.

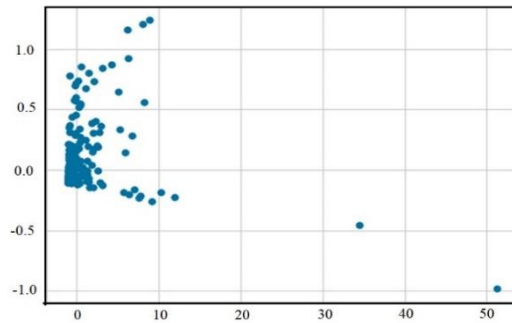
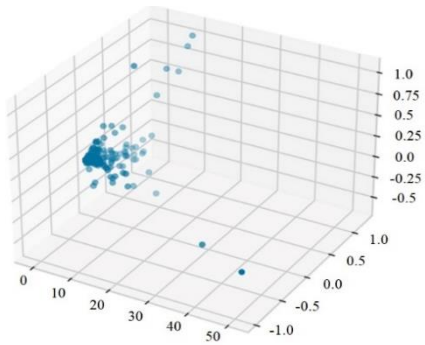


شکل ۷. دیاگرام پایداری براساس SSI-COV پس از حذف مدهای قطعی موهومی.

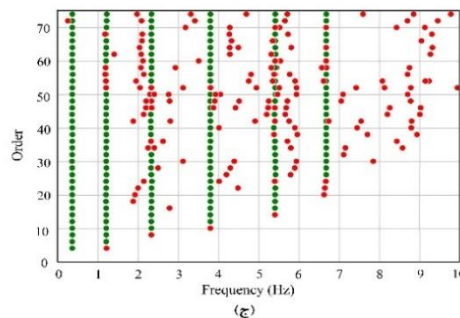
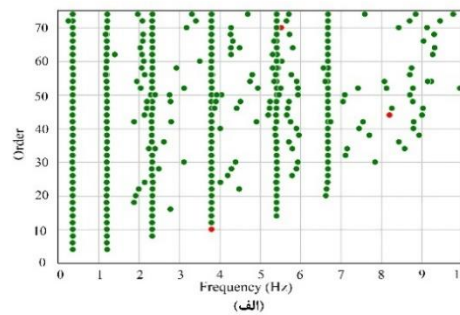
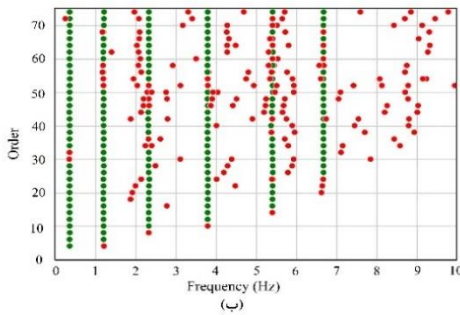
ارتعاش قاب ۶ طبقه به صورت اعمال شتاب به پایه‌ی آن صورت گرفته است. شتاب اعمالی به صورت نویز سفید گوسی در نظر گرفته شد و سازه به مدت ۳۰۰ ثانیه توسط روش نیومارک تحلیل شد. بسامد برداشت اطلاعات مربوط به جابه‌جایی هر طبقه، ۱۰۰ هرتز در نظر گرفته شد.

پاسخ سازه به بار اعمالی توسط روش زیرفضاهای اتفاقی کواریانس محور تحلیل شد. کمینه و بیشینه‌ی مرتبه‌ی در نظر گرفته شده در روش اخیر برابر با ۱ و ۷۵ بوده است. در شکل ۷، دیاگرام پایداری به دست آمده از روش ذکر شده را پس از حذف مدهایی که قطعاً موهومی هستند، مشاهده می‌شود.

در شکل ۸، تصاویر دوبعدی و سه‌بعدی که توسط الگوریتم PCA از بردار پنج‌بعدی مطابق رابطه‌ی ۲۳ به دست آمده است، مشاهده می‌شود؛ که مطابق آن، چگالی داده‌ها در محدوده‌ی اطراف مرکز مختصات، زیاد است، که نشانگر مدهای فیزیکی احتمالی است. با توجه به بالابودن چگالی مدهای فیزیکی در مرکز مختصات، انتظار می‌رود الگوریتم خوشه‌بندی بر مبنای چگالی، در شکل ۹، دیاگرام پایداری تفکیک مدهای فیزیکی از جعلی توسط الگوریتم‌های خوشه‌بندی K-means، GMM، و DBSCAN مشاهده می‌شود؛ که در آن‌ها، نقاط قرمز به عنوان مدهای جعلی شناسایی شده‌اند.



شکل ۸. (الف) تصاویر دوبعدی، و (ب) تصویر سه‌بعدی ساخته شده توسط الگوریتم PCA از بردار پنج‌بعدی مشخصات مدها.



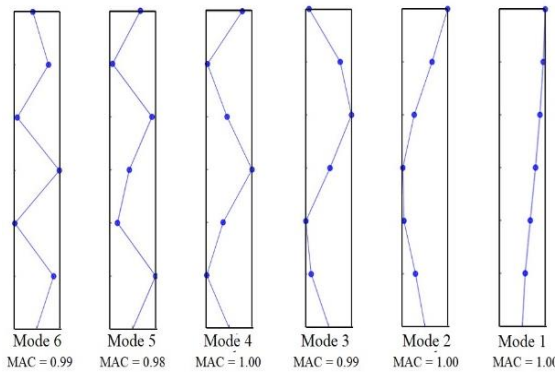
شکل ۹. تفکیک مدهای سازه‌یی از جعلی: (الف) با استفاده از خوشه‌بندی K-means؛ (ب) با استفاده از خوشه‌بندی GMM؛ (ج) با استفاده از خوشه‌بندی DBSCAN.

محاسبه‌شده توسط آنالیز مودال بدون دراختیارداشتن ماتریس‌های جرم و سختی و فقط بر اساس پاسخ سازه به بارهای نامعلوم به‌دست آمده‌اند. در شکل ۱۱، نیز هر یک از شکل‌های مودی تخمین زده‌شده مشاهده می‌شوند. ضریب MAC شکل مودی تخمین زده‌شده با شکل مود تحلیلی نشان از دقت بالای روش در تخمین شکل‌های مودی دارد

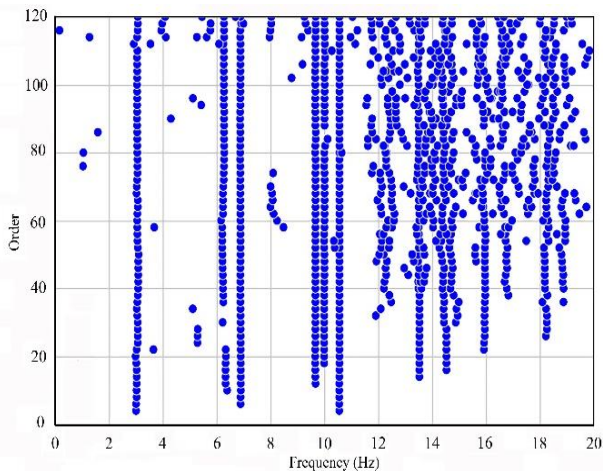
۲.۵. آنالیز مودال عملیاتی پل قدیمی آدا^۱

پل قدیمی آدا، یک پل خریابی فلزی با تکیه‌گاه ساده با طول ۵۹/۲ متر و عرض ۳/۶ م ر بوده است. این پل در سال ۱۹۵۹ در کشور ژاپن ساخته و در سال ۲۰۱۲ تخریب شده است. پیش از تخریب پل، تعدادی آزمایش مودال عملیاتی تحت بارهای وسائط نقلیه بر روی آن انجام شد. در نوشتار چنگ و کیم^۲ (۲۰۱۶)،^[۳۱] پنج سن اریو شامل: عدم آسیب مصنوعی، وجود آسیب مصنوعی (۳ سناریو)، و تعمیر مجدد پل بررسی شده است.

داده‌های استفاده‌شده در پژوهش حاضر، از یکی از آزمون‌های مودال نوشتار اخیر، پیش از آسیب مصنوعی است (A-۳). در آزمایش حاضر، اطلاعات توسط ۸ حسگر شتاب‌سنج و با بسامد ۲۰۰ هرتز برداشت شده‌اند. در شکل ۱۳، موقعیت حسگرها بر روی پل مشاهده می‌شوند. تعداد داده‌های هر یک از حسگرها ۷۵۹۶۴ عدد بوده است. بیشینه‌ی مرتبه‌ی درنظر گرفته‌شده برای این آنالیز ۱۲۰ در نظر گرفته شده است. همچنین، در شکل ۱۲، دیاگرام پایداری پس از حذف مودهایی که قطعاً موهومی هستند، مشاهده می‌شود.



شکل ۱۱. شکل‌های مودی تخمین زده‌شده.



شکل ۱۲. دیاگرام پایداری براساس SSI-COV پس از حذف مودهای قطعی ریاضی.

همان‌طور که انتظار می‌رفت، الگوریتم‌های DBSCAN و GMM، عملکرد به مراتب بهتری در حذف مودهای موهومی نسبت به الگوریتم K-means از خود نشان داده‌اند.

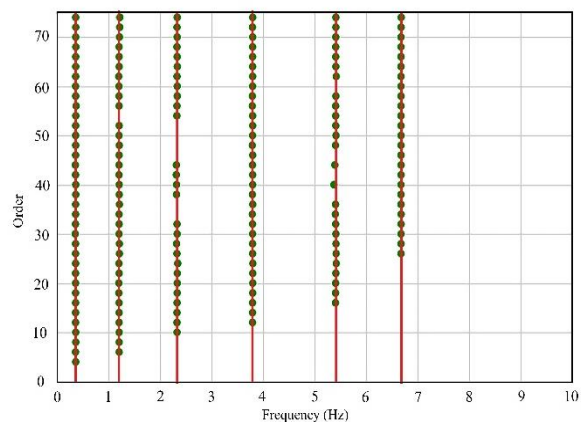
در جدول ۲، اختلاف بسامدهای مودی تحلیلی و تخمین زده‌شده ارائه شده است.

در شکل ۱۰، جداسازی مودهای سازه‌ی از یکدیگر توسط الگوریتم خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی، با فرض درنظرگرفتن ۶ مود قابل‌مشاهده، نشان داده شده است. به‌دلیل کیفیت بالاتر جداسازی مودهای سازه‌ی از غیرسازه‌ی توسط الگوریتم DBSCAN نسبت به سایر الگوریتم‌ها، ورودی الگوریتم خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی مودهای سازه‌ی تفکیک‌شده توسط الگوریتم DBSCAN صورت گرفته است.

این تذکر لازم است که بسامدهای تحلیلی مستقیماً توسط ماتریس‌های جرم و سختی به کمک برنامه‌ی OpenSees به‌دست آمده‌اند. همچنین، بسامد

جدول ۲. بسامدهای تحلیلی و محاسباتی با استفاده از آنالیز مودال عملیاتی.

شماره‌ی مود	مود ۱	مود ۲	مود ۳	مود ۴	مود ۵	مود ۶
بسامد تحلیلی (هرتز) براساس ماتریس‌های جرم و سختی	۰/۳۷۳	۱/۲۲۴	۲/۳۵۳	۳/۸۱۲	۵/۴۴۴	۶/۷۹۷
بسامد محاسبه‌شده (هرتز) با آنالیز مودال عملیاتی خودکار	۰/۳۷۱	۱/۲۱۹	۲/۳۴۸	۳/۷۸۰	۵/۳۸۵	۶/۷۰۳
درصد خطا	۰/۵	۰/۴	۰/۲	۰/۸	۱/۱	۱/۴



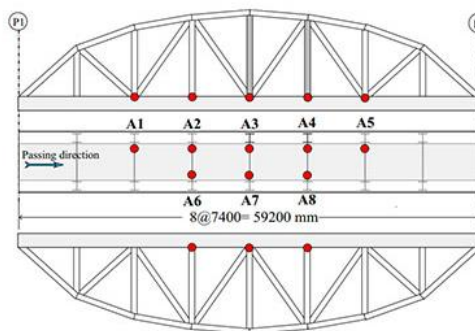
شکل ۱۰. تفکیک مودهای سازه‌ی با استفاده از الگوریتم خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی.

^۲ Chang & Kim

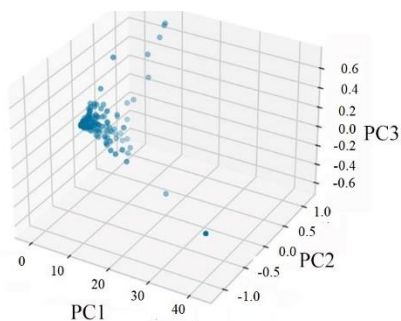
^۱ Old ADA bridge

مطابق آن، عملکرد الگوریتم K -means در جداسازی مدهای اصلی از مدهای ریاضی، بسیار ضعیف به نظر می‌رسد در شکل ۱۶، مدهای سازه‌یی تفکیک‌شده از یکدیگر با فرض در نظر گرفتن ۶ مود قابل مشاهده توسط الگوریتم خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی مشاهده می‌شود. مشابه سازه‌ی قبل، برای تفکیک مدها از یکدیگر بر روی داده‌های مربوط به خروجی، روش خوشه‌بندی DBSCAN اعمال شده است. این تذکر لازم است که ماتریس فاصله جهت

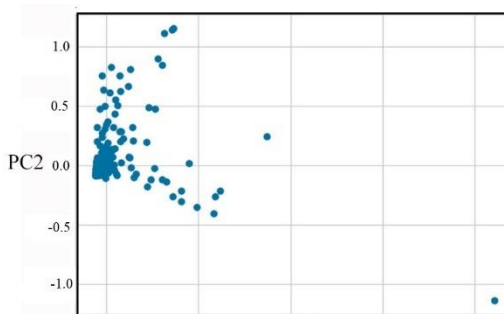
در شکل ۱۴، تصاویر سه‌بعدی و دوبعدی از بردار مشخصات مدها جهت جداسازی مدهای جعلی از فیزیکی که توسط الگوریتم PCA به دست آمده است، مشاهده می‌شود. مشابه مدل عددی بررسی شده در بخش قبل، تراکم داده‌ها در مرکز مختصات بیشتر از سایر نقاط بوده است. در شکل ۱۵، نیز دیاگرام پایداری مدهای احتمالی فیزیکی تفکیک‌شده توسط الگوریتم‌های خوشه‌بندی K -means، GMM، و DBSCAN مشاهده می‌شود؛ که



شکل ۱۳. تصویر و موقعیت حسگرگذاری بر روی پل قدیمی آدا.^[۳۱]

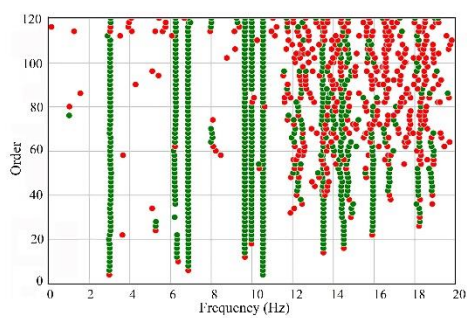


(ب)

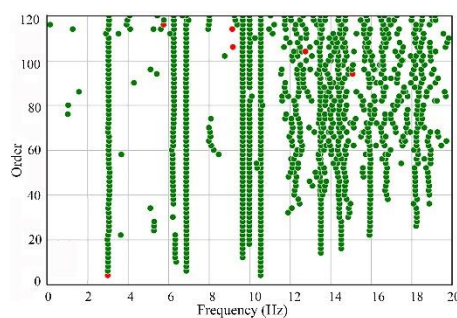


(الف)

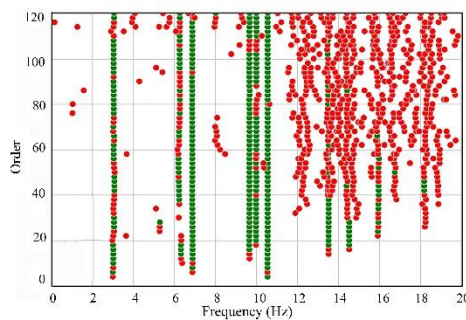
شکل ۱۴. (الف) تصاویر دوبعدی، و (ب) تصویر سه‌بعدی ساخته‌شده توسط الگوریتم PCA از بردار پنج‌بعدی مشخصات مدها.



(ب)



(الف)

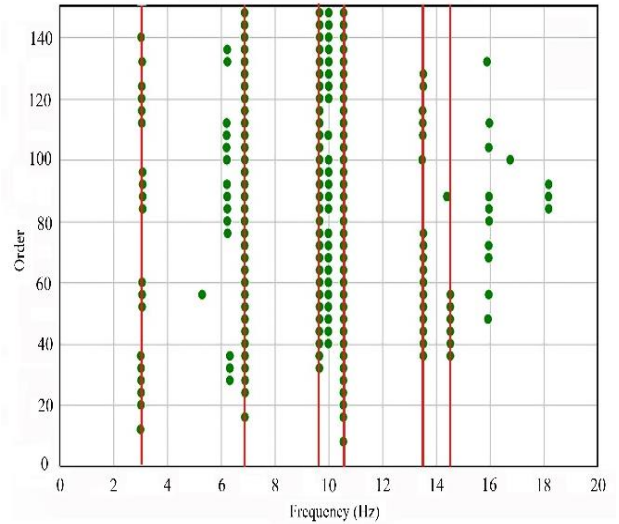


(ج)

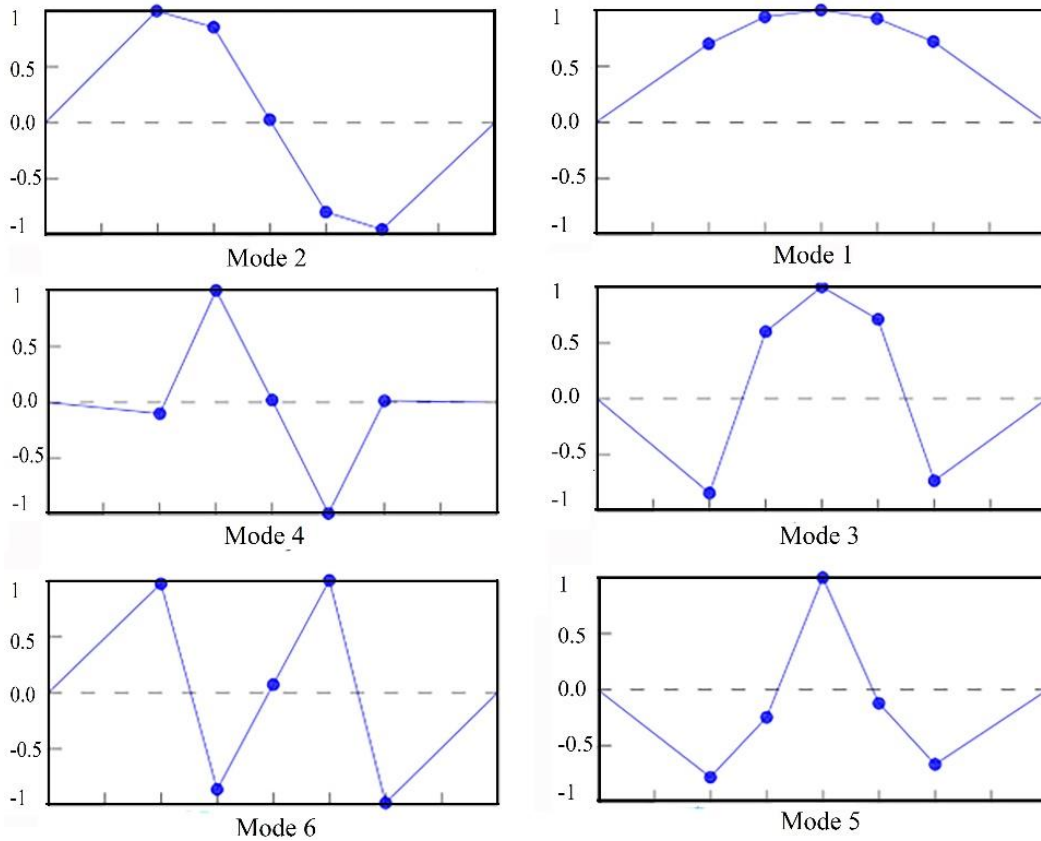
شکل ۱۵. تفکیک مدهای سازه‌یی از جعلی: (الف) با استفاده از خوشه‌بندی K -means (ب) با استفاده از خوشه‌بندی GMM: (ج) با استفاده از خوشه‌بندی DBSCAN.

جدول ۳. بسامدهای تحلیلی و محاسباتی با استفاده از آنالیز مودال عملیاتی.

شماره‌ی مود	مود ۱	مود ۲	مود ۳	مود ۴	مود ۵	مود ۶
بسامد محاسبه شده (هرتز) با آنالیز مودال عملیاتی خودکار	۳/۰۲۵	۶/۸۴۱	۹/۶۶۷	۱۰/۵۶۷	۱۳/۵۲۵	۱۴/۵۰۴
بسامد محاسبه شده در نوشتار چنگ و کیم (۲۰۱۶) [۳۱]	۲/۲۹۷	۶/۷۷۶	۹/۸۳۱	۱۰/۹۵۷	۱۳/۴۲۲	---
درصد تفاوت	۱/۵۷	۰/۹۶	۱/۰۲	۳/۶۹	۰/۷۷	---



شکل ۱۶. تفکیک مودهای سازه‌یی از یکدیگر با استفاده از الگوریتم خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی.



شکل ۱۷. شکل‌های مودی تخمین زده شده.

خواهد رفت. همچنین در جدول ۳، بسامد مودهای تخمین‌زده شده ارائه شده است.

۶. نتیجه‌گیری

هر چند که آنالیز مودال عملیاتی ابزاری کارا جهت تخمین مشخصات

خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی براساس ضریب MAC بین مودهای جداسازی شده تشکیل شده است.

در شکل ۱۷، شکل‌های مودی تخمین زده شده ملاحظه می‌شوند. باید اشاره کرد به دلیل کمبود تعداد نقاط آزمون شده در آنالیز مودال، شکل‌های مودی، شکستگی‌های شدیدی دارند، که با افزایش نقاط آزمون، این مسئله از بین

موهومی از اصلی پیشنهاد شده است. همچنین به منظور تفکیک مدهای فیزیکی از یکدیگر از الگوریتم خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی استفاده شده است.

روش ارائه‌شده بر روی یک قاب ۶ طبقه، مدل‌سازی شده و یک پل خرابایی فلزی آزمایش‌شده بررسی شده است. نتایج نشان دادند که روش‌های خوشه‌بندی GMM و DBSCAN عملکرد بسیار بهتری در حذف مدهای ریاضی نسبت به الگوریتم K-means داشته‌اند. بیشینه‌ی خطا در تخمین بسامد طبیعی قاب مدل‌شده، ۱/۴٪ و بیشینه‌ی تفاوت بسامد طبیعی تخمین زده‌شده‌ی پل با مقدار محاسبه‌شده در نوشتار چنگ و کیم (۲۰۱۶)، ^[۳۱] ۳/۶۹٪ به‌دست آمده است.

از دیگر نتایج پژوهش حاضر، بالا بودن هزینه‌ی محاسباتی الگوریتم خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی به‌خصوص در شرایطی که تعداد مدهای سازه افزایش می‌یابند، بوده است؛ که امکان استفاده از الگوریتم خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی در پایش سلامت سازه‌ها را به صورت برخط دشوار می‌سازد.

دینامیکی سازه است، اما از مشکلات آن متکی بودن فرایند حذف مدهای غیرواقعی و همچنین تفکیک مدهای فیزیکی از یکدیگر به کاربر است. این مسئله سبب افزایش زمان و هزینه‌ی آنالیز مودال و دشوار شدن پایش سلامت سازه‌ها به صورت مستمر می‌شود.

استفاده از الگوریتم ۳ مرحله‌ی، شامل: (۱) حذف مدهای قطعاً جعلی، (۲) جداسازی مدهای جعلی از فیزیکی به‌کمک خوشه‌بندی، و (۳) تفکیک مدهای فیزیکی از یکدیگر، در دهه‌ی اخیر مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. در غالب پژوهش‌های پیشین از روش خوشه‌بندی K-means جهت تفکیک مدهای اصلی از موهومی استفاده شده است. در پژوهش حاضر، آنالیز مودال عملیاتی با استفاده از روش دامن‌ی زمان SSI-COV انجام شده است. سپس با استفاده از روش PCA، بردار مشخصات مدها جهت خوشه‌بندی به فضای دو بُعدی و سه بُعدی منتقل و با توجه به پراکندگی مدها، استفاده از الگوریتم‌های خوشه‌بندی GMM و DBSCAN جهت تفکیک مدهای

References - منابع

- Benedettini, F. and Gentile, C., 2011. Operational modal testing and FE model tuning of a cable-stayed bridge. *Engineering Structures*, 33(6), pp.2063-2073. doi.org/10.1016/j.engstruct.2011.02.046
- Bernal, D., 2010. Load vectors for damage location in systems identified from operational loads. *Journal Of Engineering Mechanics*, 136(1), pp.31-39. doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000067
- Van der Auweraer, H. and Peeters, B., 2003. International research projects on structural health monitoring: an overview. *Structural Health Monitoring*, 2(4), pp.341-358. doi.org/10.1177/147592103039836
- Parloo, E., Verboven, P., Guillaume, P. and Van Overmeire, M., 2003. Force identification by means of in-operation modal models. *Journal Of Sound And Vibration*, 262(1), pp.161-173. doi.org/10.1016/S0022-460X(02)01052-0
- Caetano, E., Cunha, Á., Moutinho, C. and Magalhães, F., 2010. Studies for controlling human-induced vibration of the Pedro e Inês footbridge, Portugal. Part 2: Implementation of tuned mass dampers. *Engineering Structures*, 32(4), pp.1082-1091. doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.12.033
- Mu, B. and Kiani, K., 2022. Surface and shear effects on spatial buckling of initially twisted nanowires. *Engineering Analysis With Boundary Elements*, 143, pp.207-218. doi.org/10.1016/jenganabound.2022.06.011
- Kiani, K., 2015. Stability and vibrations of doubly parallel current-carrying nanowires immersed in a longitudinal magnetic field. *Physics Letters A*, 379(4), pp.348-360. doi.org/10.1016/j.physleta.2014.11.006
- Kiani, K., 2014. Axial buckling analysis of vertically aligned ensembles of single-walled carbon nanotubes using nonlocal discrete and continuous models. *Acta Mechanica*, 225(12), pp.3569-3589. doi.org/10.1007/s00707-014-1107-3
- Kiani, K., 2015. Nonlocal and shear effects on column buckling of single-layered membranes from stocky single-walled carbon nanotubes. *Composites Part B: Engineering*, 79, pp.535-552. doi.org/10.1016/j.compositesb.2015.04.030
- Kiani, K., 2016. Nonlocal-integro-differential modeling of vibration of elastically supported nanorods. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 83, pp.151-163. doi.org/10.1016/j.physe.2016.04.018
- Borlenghi, P., Gentile, C. and Zonno, G., 2022. Monitoring reinforced concrete arch bridges with operational modal analysis. In *Proceedings Of The 1st Conference Of The European Association On Quality Control Of Bridges And Structures: EUROSTRUCT 2021 1* (pp. 361-371). Springer International Publishing. doi.org/10.1007/978-3-030-91877-4_42
- Wang, T., Zhang, L. and Tamura, Y., 2005. An operational modal analysis method in frequency and spatial domain. *Earthquake Engineering And Engineering Vibration*, 4, pp.295-300. doi.org/10.1007/s11803-005-0012-0
- Ramos, L.F., Marques, L., Lourenço, P.B., De Roeck, G., Campos-Costa, A. and Roque, J., 2010. Monitoring

- historical masonry structures with operational modal analysis: two case studies. *Mechanical Systems And Signal Processing*, 24(5), pp.1291-1305. doi.org/10.1016/j.ymssp.2010.01.011
14. Felber, A.J., 1994. *Development Of A Hybrid Bridge Evaluation System* (Doctoral dissertation, University of British Columbia). doi.org/10.14288/1.0050403
15. Brincker, R., Zhang, L. and Andersen, P., 2001. Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition. *Smart Materials And Structures*, 10(3), p.441. doi.org/10.1088/0964-1726/10/3/303
16. [16] Ibrahim, S.R., "A method for the direct identification of vibration parameter from the free responses", *Shock And Vibration Bulletin*, 47(4), (1977). doi.org/10.1017/S1014233900003278
17. Juang, J.N. and Pappa, R.S., 1985. An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction. *Journal Of Guidance, Control, And Dynamics*, 8(5), pp.620-627. doi.org/10.2514/3.20031
18. Ceravolo, R. and Abbiati, G., 2013. Time domain identification of structures: Comparative analysis of output-only methods. *Journal Of Engineering Mechanics*, 139(4), pp.537-544. doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000503
19. Reynders, E. and De Roeck, G., 2008. Reference-based combined deterministic–stochastic subspace identification for experimental and operational modal analysis. *Mechanical Systems And Signal Processing*, 22(3), pp.617-637. doi.org/10.1016/j.ymssp.2007.09.004
20. Vanlanduit, S., Verboven, P., Guillaume, P. and Schoukens, J., 2003. An automatic frequency domain modal parameter estimation algorithm. *Journal Of Sound And Vibration*, 265(3), pp.647-661. doi.org/10.1016/S0022-460X(02)01461-X
21. Scionti, M. and Lanslots, J.P., 2005. Stabilisation diagrams: Pole identification using fuzzy clustering techniques. *Advances In Engineering Software*, 36(11-12), pp.768-779. doi.org/10.1016/j.advengsoft.2005.03.029
22. Magalhães, F., Cunha, A. and Caetano, E., 2009. Online automatic identification of the modal parameters of a long span arch bridge. *Mechanical Systems And Signal Processing*, 23(2), pp.316-329. doi.org/10.1016/j.ymssp.2008.05.003
23. Reynders, E., Houbrechts, J. and De Roeck, G., 2012. Fully automated (operational) modal analysis. *Mechanical Systems And Signal Processing*, 29, pp.228-250. doi.org/10.1016/j.ymssp.2012.01.007
24. Cabboi, A., Magalhães, F., Gentile, C. and Cunha, Á., 2017. Automated modal identification and tracking: Application to an iron arch bridge. *Structural Control And Health Monitoring*, 24(1), p.e1854. doi.org/10.1002/stc.1854
25. Cardoso, R., Cury, A. and Barbosa, F., 2017. A robust methodology for modal parameters estimation applied to SHM. *Mechanical Systems And Signal Processing*, 95, pp.24-41. doi.org/10.1016/j.ymssp.2017.03.021
26. Su, L., Zhang, J.Q., Huang, X. and LaFave, J.M., 2021. Automatic operational modal analysis of structures based on image recognition of stabilization diagrams with uncertainty quantification. *Multidimensional Systems And Signal Processing*, 32, pp.335-357. doi.org/10.1007/s11045-020-
27. Van Overschee, P. and De Moor, B., 2012. *Subspace Identification For Linear Systems: Theory—Implementation—Applications*. Springer Science & Business Media. doi.org/10.1007/978-1-4613-0465-4
28. Hartigan, J.A. and Wong, M.A., 1979. Algorithm AS 136: A k-means clustering algorithm. *Journal Of The Royal Statistical Society. Series C (Applied Statistics)*, 28(1), pp.100-108. doi.org/10.2307/2346830
29. DiFrancesco, P.M., Bonneau, D. and Hutchinson, D.J., 2020. The implications of M3C2 projection diameter on 3D semi-automated rockfall extraction from sequential terrestrial laser scanning point clouds. *Remote Sensing*, 12(11), p.1885. doi.org/10.3390/rs12111885
30. Huang, T., Peng, H. and Zhang, K., 2017. Model selection for Gaussian mixture models. *Statistica Sinica*, pp.147-169. doi.org/10.5705/ss.2014.05
31. Chang, K.C. and Kim, C.W., 2016. Modal-parameter identification and vibration-based damage detection of a damaged steel truss bridge. *Engineering Structures*, 122, pp.156-173. doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.04.057