

## محاسبات مهندسی نفت با پارامترهای فازی

حمیدرضا خاتمی (کارشناس ارشد)

محمد رنجبر (دانشیار)

مهین شفیعی (استادیار)

دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان

در این تحقیق، جبر فازی به‌عنوان ابزاری برای حل عددی معادلات و روابط مهندسی دارای پارامترهای نامطمئن و نادقیق معرفی می‌شود. همچنین انواع مختلف اعداد فازی و روش‌های به‌کارگیری و پردازش آنها مورد بحث قرار خواهند گرفت؛ مثلاً جرم رسوب سولفات استرانسیم در میدان‌های نفتی، هم به‌وسیله‌ی اعداد معمولی و هم توسط اعداد فازی، محاسبه می‌شود. ثابت حلالیت سولفات استرانسیم، غلظت سولفات آزاد و جرم رسوب به‌صورت اعداد فازی محاسبه و با نتایج معمولی مقایسه می‌شوند. به‌نظر می‌رسد، به‌دلیل اینکه اعداد فازی کل مقادیر ممکن را برای پارامتر نادقیق مدل در نظر می‌گیرند، نتایج به‌دست آمده از محاسبات فازی، در مقایسه با نتایج معمولی، به واقعیت نزدیک‌ترند.

### ۱. مقدمه

عملیات ریاضی به‌وسیله‌ی اعداد فازی با توابع عضویت و اشکال دلخواه کاربرد جبر فازی را برای جهان واقعی، پیچیده و مشکل می‌کند.

برای کسب نتایج قابل اعتماد از حل عددی مسائل مهندسی، مقادیر دقیق پارامترهای مربوط به معادلات مسئله مورد نیاز است. اما در عمل، چنین مقادیر دقیقی غالباً در دسترس نیستند. معمولاً پارامترهای مدل، تغییراتی نشان می‌دهند که ممکن است مثلاً ناشی از اشکالات موجود در آزمایش‌ها یا فرایندهای ساخت مواد براساس مشخصات فیزیکی یا هندسی از پیش تعیین شده، خطاهای معین و غیرمعین، دشواری‌های نمونه‌برداری و غیره باشد. درواقع عدم قطعیت یاد شده برگرفته از نقص اطلاعات یا عدم دقت کافی است. بنابراین، نتایج به‌دست آمده از راه‌حلی که فقط بعضی مقادیر دقیق و معمولی را برای پارامترهای نامعین به‌کار می‌برند، نمی‌توانند به‌عنوان نماینده‌ی کل نتایج ممکن برای شرایط عدم اطمینان مد نظر قرار گیرند. برای رفع این محدودیت، کاربرد نظریه‌ی مجموعه‌های فازی<sup>[۱]</sup> شیوهی عملی و واقع‌گرایانه‌تر خواهد بود. به‌ویژه، عدم قطعیت‌های موجود در پارامترهای مدل را می‌توان به‌وسیله‌ی اعداد فازی بررسی کرد. این اعداد از طریق اشکال خود تأثیر پراکندگی پارامترهایی را که از داده‌های تجربی یا دانش انسانی به دست می‌آیند، به نمایش می‌گذارند. به‌وسیله‌ی اعداد و جبر فازی، عدم قطعیت‌های فرضی اولیه در طول فرایند محاسبه و پردازش می‌شوند، و در نهایت نتایج فازی حاصل می‌شوند که قابلیت اعتماد حل مسئله را منعکس می‌کنند.

### ۲. تعریف اعداد فازی

مفهوم اعداد فازی از این واقعیت سرچشمه می‌گیرد که بسیاری از پدیده‌های کمی را نمی‌توان با یک عدد مطلق و بدون ابهام توصیف کرد. عباراتی مانند حدوداً  $۱۰/۲۵$ ، یا نزدیک به ۷، و غیره از این دسته‌اند. اساساً اعداد فازی دسته‌بندی از مجموعه‌های فازی‌اند که بعضی ویژگی‌های خاص را نشان می‌دهند.<sup>[۲]</sup> مجموعه‌های فازی از تعمیم مفهوم مجموعه‌های معمولی بدین صورت حاصل می‌شوند که هر عضو مجموعه‌ی مرجع تنها با ویژگی عضو بودن یا نبودن در یک زیرمجموعه‌ی معین از مجموعه‌ی مرجع مشخص نمی‌شود، بلکه هر عضو مجموعه‌ی مرجع با درجه‌ی معین به زیرمجموعه‌ی مذکور تعلق خواهد داشت. مجموعه‌های معمولی با استفاده از تابع نشانگر مطابق رابطه‌ی ۱ بیان می‌شوند:

$$K_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \notin A \\ 1 & \text{if } x \in A \end{cases} \quad (1)$$

که در آن A زیرمجموعه‌ی مرجع U است. حال اگر برد تابع نشانگر از مجموعه‌ی  $\{0 \text{ و } 1\}$  به‌بازه‌ی  $[0, 1]$  گسترش یابد، شکل جدیدی از مجموعه‌ها به‌وجود می‌آید که «مجموعه‌های فازی» نامیده

کاربرد اعداد و عملیات جبری فازی، امری بدیهی و ساده نیست. اگرچه عملگرهای معمولی ریاضی را می‌توان برای اعداد فازی از طریق اصل گسترش<sup>[۲]</sup> تعمیم داد، مسئله‌ی انجام مناسب و مطلوب

### ۳. جبر فازی

در حل عددی مسائل مهندسی، اعداد فازی می‌توانند نماینده پارامترهای غیرقطعی و نامطمئن معادلات و مدل‌ها باشند. موفق بودن محاسبات فازی وابسته به شیوهی است که این اعداد با استفاده از آن پردازش می‌شود. این شیوه باید بتواند:

- اعداد فازی با شکل تابع عضویت دلخواه، به‌ویژه اعداد فازی به‌دست آمده از داده‌های تجربی را وارد محاسبات کند.

- عملیات جبری روی این اعداد را به‌گونه‌ی محقق سازد که باعث از دست رفتن اطلاعات مربوط به عدم قطعیت نشود.

برای تعریف عملیات جبری با اعداد فازی، می‌توان دو مفهوم را در نظر گرفت. نخست آن‌که، اعداد فازی را می‌توان به مجموعه بازه‌هایی برای درجات عضویت مختلف، تجزیه کرد که در نتیجه‌ی آن جبر اعداد فازی به جبر بازه‌ی تبدیل می‌شود.<sup>[۳]</sup> دوم آن‌که، اصل گسترش<sup>[۲]</sup> مطابق معادله‌ی ۵ به‌کار گرفته شود؛ یعنی طبق این اصل، انجام توابع جبری برای مقادیر معمولی، به مقادیر فازی تعمیم می‌یابند، براین اساس، اگر  $\tilde{a}$  و  $\tilde{b}$  اعداد فازی با توابع عضویت  $\mu_{\tilde{a}}(x)$  و  $\mu_{\tilde{b}}(y)$  باشند، و نیز  $x, y \in U$ ، آنگاه نتیجه‌ی عمل  $\tilde{c} = f(\tilde{a}, \tilde{b})$  برای تابع دلخواه  $f$  با معادله‌ی ۵ تعیین می‌شود:

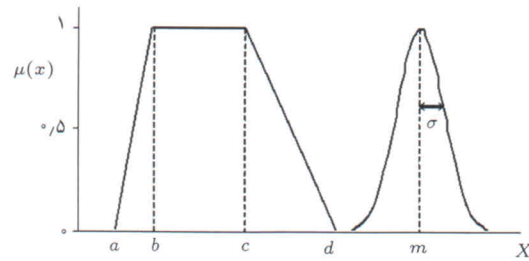
$$\mu_{\tilde{c}}(z) = \sup_{z=f(x,y)} \min\{\mu_{\tilde{a}}(x), \mu_{\tilde{b}}(y)\} \quad (5)$$

گسست توابع عضویت با اشکال دلخواه، استفاده از اصل گسترش را ساده می‌کند. به‌طور کلی دو روش برای به دست آوردن اعداد فازی گسسته قابل تصور است: گسست تابع عضویت با تقسیم محور طول‌ها یا محور عرض‌ها به بازه‌هایی با اندازه‌ی معین. تقسیم محور طول‌ها یعنی  $x$ ها، به دلیل ایجاد پاره‌ی تأثیرات نامطلوب حین انجام عملیات جبری برای این اعداد فازی، نامطلوب می‌نماید. مجموعه‌های فازی به‌دست آمده، بسته به چگونگی تقسیم محور  $x$  اشکال متفاوتی خواهند داشت؛ یعنی اگر بازه‌ها برای کاهش میزان محاسبات، بزرگ در نظر گرفته شوند، ممکن است مجموعه‌های فازی به دست آمده دیگر محدب، و در نتیجه عدد فازی نباشند - اگرچه در واقع چنین‌اند.

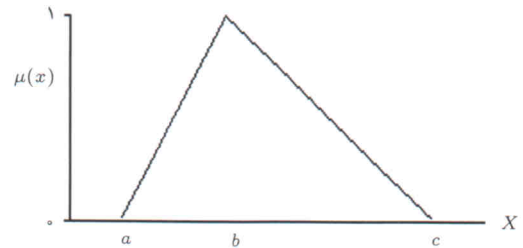
بنابراین راه حل مناسب، تقسیم محور  $\mu$  به  $n$  بخش مساوی  $(\Delta\mu = 1/n)$  است (شکل ۳). در این حالت، عدد فازی  $\tilde{n}$  با عدد فازی گسسته شده‌ی  $\tilde{n}_d$  طبق معادله‌ی ۶ تقریب زده می‌شود.

$$\tilde{n}_b = \left\{ \left( x_n^L, \mu_n \right), \dots, \left( x_n^L, \mu_n \right), \left( x_n^R, \mu_n \right), \dots, \left( x_n^R, \mu_n \right) \right\}$$

$$\mu_i = \mu_{i-1} + \Delta\mu, i = 1, 2, \dots, n, \mu_0 = 0 \text{ و } \mu_n = 1 \quad (6)$$



شکل ۱. نمایش عدد فازی  $\tilde{m}$  با تابع عضویت گوسی، و بازه‌ی فازی  $[b, c]$  با تابع عضویت ذوزنقه‌ی.



شکل ۲. عدد فازی مثلثی  $A = \langle a, b, c \rangle_{TFN}$ .

می‌شوند و در آن هر عضو مجموعه‌ی مرجع در زیرمجموعه‌ی دلخواه  $A$  دارای درجه‌ی عضویتی است که می‌توان آن را به‌وسیله‌ی ضابطه‌ی خاص مشخص کرد. عدد فازی، یک مجموعه‌ی فازی محدب روی مجموعه‌ی مرجع  $U$  با تابع عضویت  $\mu(x) \in [0, 1]$  است که فقط به ازاء  $x = m \in \mathbb{R}$  مقدار عضویت آن برابر با یک خواهد بود (شرط تک‌نمایی بودن). برای مثال، اعداد فازی متقارن گوسی دارای توابع عضویتی مطابق رابطه‌ی ۲ هستند:

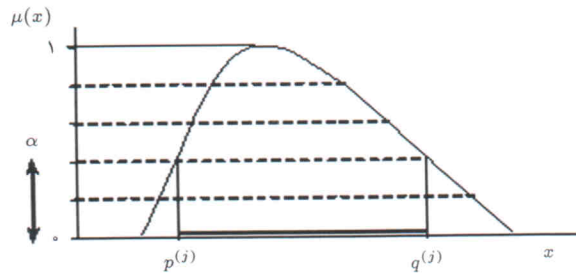
$$\mu(x) = e^{-\frac{(x-m)^2}{\tau\sigma^2}} \quad (2)$$

که در آن  $m$  مقدار میانگین، و  $\sigma$  انحراف استاندارد توزیع گوسی را نشان می‌دهد. با حذف شرط تک‌نمایی بودن، بازه‌ی فازی با تابع عضویت ذوزنقه‌ی و ضابطه‌ی ۳ به‌دست می‌آید (شکل ۱):

$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right) \quad (3)$$

عدد فازی مثلثی نیز نوع دیگری از اعداد فازی است که عمدتاً به دلیل خطی بودن و سادگی محاسبات با آن، برای حل مسائل مهندسی مورد توجه بوده است. این اعداد مطابق معادله‌ی ۴ تعریف می‌شوند (شکل ۲):

$$\mu(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{if } a \leq x \leq b \\ \frac{x-c}{b-c} & \text{if } b < x \leq c \\ 0 & \text{if } c < x \end{cases} \quad (4)$$



شکل ۴. تجزیه‌ی یک عدد فازی دلخواه به بازه‌های غیرفازی.

به‌طور کلی، شکل معادلات ۹ و ۱۰ به نوع عمل جبری (جمع، ضرب، لگاریتم و غیره) و اینکه آیا دامنه‌ی عدد فازی فقط مثبت، فقط منفی، یا هم مثبت و هم منفی است، بستگی دارد.

رویه‌ی ارائه شده، بسیار شبیه روش تجزیه‌ی اعداد فازی به  $-\alpha$  برش‌ها است. در این روش، عملیات جبری برای اعداد فازی با استفاده از جبر بازه‌ی انجام می‌شود. اگر اعداد فازی  $\tilde{a}$  و  $\tilde{b}$ ، به‌صورت زیر به مجموعه بازه‌های  $A$  و  $B$  تجزیه شوند (شکل ۴):

$$A = \{[p_a^{(0)}, q_a^{(0)}], [p_a^{(1)}, q_a^{(1)}], \dots, [p_a^{(m)}, q_a^{(m)}]\}$$

$$B = \{[p_b^{(0)}, q_b^{(0)}], [p_b^{(1)}, q_b^{(1)}], \dots, [p_b^{(m)}, q_b^{(m)}]\} \quad (11)$$

\* و یکی از چهار عمل اصلی روی بازه‌ها باشد، مقطع  $\alpha$  برای  $\tilde{a} * \tilde{b}$  برحسب مقاطع  $\alpha$  برای  $\tilde{a}$  و  $\tilde{b}$  با رابطه‌ی ۱۲ بیان می‌شود:<sup>[۴]</sup>

$$\alpha_{(\tilde{a} * \tilde{b})} = \alpha_{\tilde{a}} * \alpha_{\tilde{b}} \quad (12)$$

برای نمونه، به‌منظور تعیین نتیجه‌ی عمل جبری  $\tilde{a} \times \tilde{b}$  ابتدا باید جبر بازه‌ها به‌طور مجزا برای هر سطح عضویت  $\mu_j$ ،  $j = 0, 1, 2, \dots, m$  توسط رابطه‌ی ۱۳ اعمال شود:

$$[p_a^{(j)}, q_a^{(j)}] \cdot [p_b^{(j)}, q_b^{(j)}] = [\min(M^{(j)}), \max(M^{(j)})] \quad (13)$$

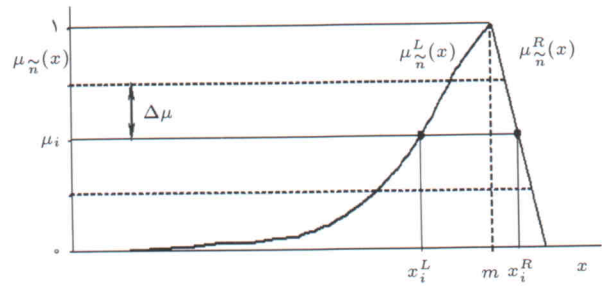
$$M^{(j)} = \{p_a^{(j)} \cdot p_b^{(j)}, p_a^{(j)} \cdot q_b^{(j)}, q_a^{(j)} \cdot p_b^{(j)}, q_a^{(j)} \cdot q_b^{(j)}\} \quad \text{و}$$

در نهایت، حاصل فازی عملیات ذکر شده با ترکیب مجدد بازه‌های به‌دست آمده به شکل یک عدد فازی در می‌آید؛ یعنی:<sup>[۴]</sup>

$$\tilde{a} * \tilde{b} = \cup \alpha_{(\tilde{a} * \tilde{b})} \cdot \alpha \quad \text{و} \quad \alpha \in [0, 1] \quad (14)$$

#### ۴. تقریب استاندارد

در این روش، نتیجه‌ی عمل جبری فازی که ممکن است یک عدد فازی با شکل دلخواه باشد، به یک عدد فازی مثلثی تقریب زده می‌شود.<sup>[۴]</sup>



شکل ۳. تقریب عدد فازی  $\tilde{n}$  به عدد فازی گسسته شده  $\tilde{n}_d$ .

فرض کنید  $\mu_{\tilde{n}}^L(x)$  و  $\mu_{\tilde{n}}^R(x)$  توابع یکنواختی باشند که به‌ترتیب بر شاخه‌ی سمت چپ و راست تابع عضویت  $\mu_{\tilde{n}}(x)$  دلالت می‌کنند. این توابع از معادله‌ی ۷ پیروی خواهند کرد:

$$\mu_{\tilde{n}}(x) = \begin{cases} \mu_{\tilde{n}}^L(x), & x \in \left\{ x \mid \frac{d\mu_{\tilde{n}}(x)}{dx} \geq 0 \right\} \\ \mu_{\tilde{n}}^R(x), & x \in \left\{ x \mid \frac{d\mu_{\tilde{n}}(x)}{dx} \leq 0 \right\} \end{cases} \quad (7)$$

عناصر  $x_i^L$  و  $x_i^R$  تکیه‌گاه عدد فازی گسسته شده  $\tilde{n}_d$  مطابق

معادله‌ی ۸ داده می‌شوند:

$$x_i^L = \left( \mu_{\tilde{n}}^L \right)^{-1} (\mu_i) \quad \text{و} \quad x_i^R = \left( \mu_{\tilde{n}}^R \right)^{-1} (\mu_i) \quad \text{و} \quad i = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (8)$$

برای اعداد فازی گوسی، می‌توان از عناصر مربوط به  $i = 0$  صرف‌نظر کرد.

با استفاده از اعداد فازی گسسته شده  $\tilde{n}_d$  در معادلات ۶ و ۷ که نماینده‌ی اعداد فازی  $\tilde{n}$  هستند، عملیات جبری را می‌توان برای هر عنصر از درجات عضویت  $\mu_i$  به‌طور جداگانه انجام داد. از میان تعداد ترکیبات ممکن بین این عناصر، ترکیب قابل قبول در در نهایت به نتیجه‌ی صحیح می‌رسد، با استفاده از اصل گسترش تعیین می‌شود. برای مثال، اگر جمع دو عدد فازی  $\tilde{a}$  و  $\tilde{b}$  با استفاده از شکل گسسته‌شده‌ی آنها،  $\tilde{a}_d$  و  $\tilde{b}_d$  مطلوب باشد، یعنی شکل گسسته‌ی  $\tilde{c} = \tilde{a} + \tilde{b}$  فقط با ترکیب عناصر شاخه‌های چپ هر دو عدد فازی برای شاخه‌ی سمت چپ عدد  $\tilde{c}$ ، و ترکیب شاخه‌های سمت راست آنها برای به دست آوردن شاخه‌ی سمت راست  $\tilde{c}$ ، حاصل می‌شود. به‌عبارت دیگر، اگر  $\tilde{a}$  و  $\tilde{b}$  طبق معادله‌ی ۶ برحسب  $x$  و  $y$  تعریف شوند، آنگاه  $\tilde{c}_d$  برحسب  $z$ :

$$\tilde{c}_d = \{(z_0^L, \mu_0), \dots, (z_n^L, \mu_n), (z_0^R, \mu_0), \dots, (z_n^R, \mu_n)\} \quad (9)$$

$$z_i^L = x_i^L + y_i^L, \quad z_i^R = x_i^R + y_i^R, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

## ۵. مسئله‌ی مهندسی: محاسبه‌ی مقدار رسوب

### سولفات استرانسیم

در این بخش، یک مسئله‌ی مهندسی با اعداد فازی و معمولی حل، و نتایج آن با یکدیگر مقایسه می‌شوند. این مسئله عبارت است از، محاسبه‌ی مقدار رسوب سولفات استرانسیم در عملیات نفتی.

عموماً واژه‌ی «رسوب» در صنعت به تشکیل فاز جامد ناشی از ته‌نشست یا کریستالیزاسیون کانی‌های غیرآلی موجود در آب در یک محل خاص، اطلاق می‌شود. [۵] تشکیل رسوب سولفات‌های باریم، استرانسیم و کلسیم در عملیات بهره‌برداری و انتقال نفت و گاز، یک مشکل جدی است. این رسوبات با چسبیدن به سطوح داخلی لوله‌ها، سوپاپ‌ها و دیگر تجهیزات سطحی، باعث کاهش میزان جریان سیال و حتی بسته‌شدن کامل آنها می‌شوند. رسوبات سولفات می‌توانند به دلیل تغییر در دما و/یا فشار در سیر جریان آب ایجاد شوند؛ اما دلیل اصلی تشکیل این رسوبات، ناسازگاری شیمیایی بین آب‌های تزریقی و آب سازندی است. [۶] آب دریا که عموماً از آن برای عملیات سیلاب‌زنی در میدان‌های نفتی استفاده می‌شود، غنی از یون سولفات است و آب سازندی نیز حاوی غلظت‌های بالایی از یون‌های باریم، کلسیم و/یا استرانسیم است که اختلاط این دو نوع آب، به ایجاد شرایط فوق اشباع و در نتیجه تشکیل رسوبات سولفات می‌انجامد. ترکیب آب دریا و آب سازندی در این مسئله مطابق جدول ۱ است. محاسبات رسوب نیز برای دمای  $100^{\circ}C$ ، فشار  $4000\text{ psi}$  و با یکسان بودن درصد آب دریا و آب سازندی در مخلوط انجام می‌شود.

برای محاسبه‌ی رسوب، ابتدا باید حلالیت نمک مورد نظر در دما، فشار و قدرت یونی مورد نظر معین شود. بدین منظور می‌توان از معادلات استخراج شده توسط Odde-Tomson استفاده کرد. شکل تابعی این معادلات عبارت است از: [۷]

$$pK = a + bT + cT^2 + dP + eT^{0.5} + fI + gI^{0.5}T \quad (18)$$

جدول ۱. ترکیب آب سازندی (میدان نینیان) و آب دریا (دریای شمال). [۷]

یون	آب سازندی	آب دریا
Na	*۸۵۱۱	۱۰۵۰۰
K	۱۶۰	۳۸۰
Mg	۲۵	۱۳۵۰
Ca	۱۵۱	۴۰۰
Sr	۴۴	۸٫۱
Ba	۲۰	۰٫۳
Cl	۱۲۶۶۰	۱۹۳۵۴
SO <sub>۴</sub>	۱۴	۲۷۱۲
HCO <sub>۳</sub>	۱۴۳۰	۱۴۲
قدرت یونی (مولار)	۰٫۴	۰٫۷

\* غلظت‌ها برحسب  $mg/lit$  هستند.

البته با توجه به کاربرد جبر فازی برای حل مسائل مهندسی آمیخته با عدم قطعیت، به نظر می‌رسد که در بعضی موارد معایب استفاده از تقریب‌های خطی وزن بیشتری نسبت به مزیت‌های آن داشته باشد. اعداد فازی مثلثی تنها تقریبی خام و نادقیق از عدم قطعیت‌های واقعی‌اند. به علاوه، تقریب پی در پی اعداد فازی غیرخطی که در اثر انجام عملیات ریاضی غیرخطی مانند ضرب و تقسیم به دست می‌آیند، به اعداد خطی که برای اجتناب از تغییر شکل تابع مرجع صورت می‌پذیرد، باعث از دست رفتن اطلاعات مربوط به عدم قطعیت‌های اولیه در طول فرایند انجام محاسبات مهندسی می‌شود.

عدد فازی  $\tilde{n}$  با تابع عضویت گوسی  $\mu_{\tilde{n}}(x)$  را می‌توان به عدد فازی مثلثی  $\tilde{n}_t$  با تابع عضویت  $\mu_{\tilde{n}_t}(x)$  تقریب زد. برای تبدیل این دو نوع تابع به یکدیگر باید روابط ۱۵ و ۱۶ برقرار باشد (شکل ۵):

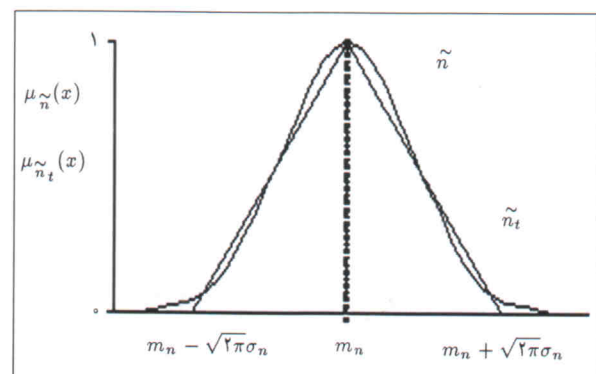
$$\mu_{\tilde{n}_t}(m_n) = \mu_{\tilde{n}}(m_n) = 1 \quad (15)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mu_{\tilde{n}_t}(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_{\tilde{n}}(x) dx \quad (16)$$

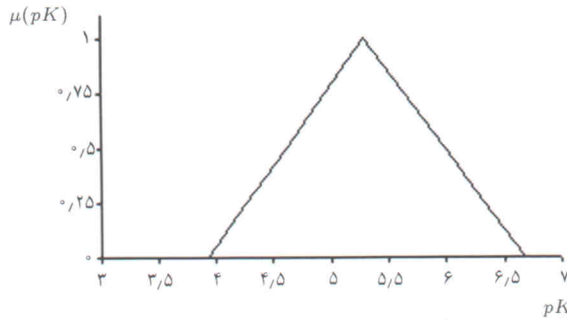
با توجه به روابط بالا، تابع عضویت  $\mu_{\tilde{n}_t}(x)$  چنین تعیین می‌شود:

$$\mu_{\tilde{n}_t}(x) = \max \left\{ 0, 1 - \frac{|x - m_n|}{\sqrt{2}\pi\sigma_n} \right\} \quad (17)$$

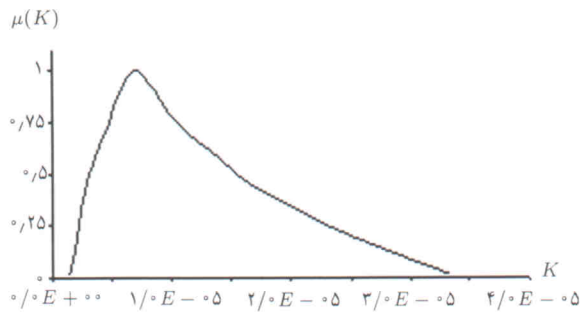
دو مزیت عمده‌ی به‌کارگیری اعداد فازی مثلثی عبارت‌اند از: ۱. شیوه‌ی محاسبات با توابع خطی که تنها سه پارامتر دارند و حتی در حالت اعداد فازی متقارن به دو پارامتر نیز کاهش می‌یابد، بسیار ساده است. ۲. نتیجه‌ی اعمال جبری خطی فازی به اعداد فازی مثلثی منجر می‌شود. [۲] به عبارت دیگر، شکل اعداد فازی در طول محاسبه ثابت خواهد ماند و در نتیجه، غیرفازی‌سازی پارامتر به دست آمده را ساده خواهد کرد.



شکل ۵. عدد فازی اولیه‌ی  $\tilde{n}$  با شکل گوسی، و تقریب خطی آن به صورت عدد فازی مثلثی  $\tilde{n}_t$ .



شکل ۶. منفی لگاریتم حلالیت سولفات استرانسیم در دمای ۱۰۰°C و فشار ۴۰۰۰ psi به صورت یک عدد فازی.



شکل ۷. ثابت حلالیت سولفات استرانسیم در دمای ۱۰۰°C و فشار ۴۰۰۰ psi به صورت یک عدد فازی.

با توجه به اینکه  $\tilde{K} = 10^{-p\tilde{K}}$ ، برای محاسبه‌ی تابع  $\tilde{K}$ ، تابع عضویت  $p\tilde{K}$  برای سولفات استرانسیم در دمای ۱۰۰ درجه سلسیوس و فشار ۴۰۰۰ psi، با استفاده از رابطه‌های ۶ و ۸ گسسته می‌شود (شکل ۶):

$$p\tilde{K}_{SrSO_4} = \left\{ \frac{0}{3/92} + \frac{0/25}{4/27} + \frac{0/5}{4/61} + \frac{0/75}{4/96} + \frac{1}{5/30} + \frac{0/75}{5/65} + \frac{0/5}{5/99} + \frac{0/25}{6/34} + \frac{0}{6/68} \right\} \quad (22)$$

که در آن منظور از علامت +، اجتماع است. خط کسری نیز به معنای تقسیم جبری نیست، بلکه صورت کسر درجه‌ی عضویت مقدار مخرج کسر را در مجموعه‌ی فازی  $p\tilde{K}_{SrSO_4}$  نشان می‌دهد.

با استفاده از اصل گسترش، تابع  $\tilde{K}$  نیز به صورت گسسته شده‌ی زیر به دست می‌آید (شکل ۷):

$$\tilde{K}_{SrSO_4} = \left\{ \frac{0}{3/4 \times 10^{-5}} + \frac{0/25}{2/29 \times 10^{-5}} + \frac{0/5}{1/54 \times 10^{-5}} + \frac{0/75}{1/04 \times 10^{-5}} + \frac{1}{7 \times 10^{-6}} + \frac{0/75}{4/71 \times 10^{-6}} + \frac{0/5}{3/17 \times 10^{-6}} + \frac{0/25}{2/14 \times 10^{-6}} + \frac{0}{1/44 \times 10^{-6}} \right\} \quad (23)$$

که در آن  $pK$  منفی لگاریتم حلالیت،  $T$  دما برحسب درجه فارنهایت، فشار برحسب  $psi$  و  $I$  قدرت یونی برحسب مولار است. پارامترهای لازم نیز مطابق جدول ۲ تعیین خواهند شد: برای تعیین میزان رسوب لحاظ کردن اثر یون مشترک ضروری است. در نتیجه در محاسبات رسوب، باید غلظت سولفات آزاد طبق فرمول ۱۹ معین شود: [۷]

$$[SO_4^{2-}] = \frac{C_{SO_4} - C_{Ca} - C_{Mg} - K' + \sqrt{[(C_{SO_4} - C_{Ca} - C_{Mg} - K')^2 + 4K'C_{SO_4}]^{1/2}}}{2} \quad (19)$$

که در آن  $K' = 1/K_{MgSO_4}$ ،  $C_{SO_4}$ ،  $C_{Ca}$  و  $C_{Mg}$  به ترتیب سولفات کل، کلسیم کل و منیزیم کل برحسب مولار است. اکنون با در دست داشتن حلالیت و مقدار سولفات آزاد، مقدار رسوب سولفات استرانسیم مطابق رابطه‌ی ۲۰ محاسبه می‌شود: [۸]

$$m_{SrSO_4} (mole/kgH_2O) = \frac{[Sr] + [SO_4^{2-}]_{free} - x}{2}$$

و

$$x = \left\{ ([Sr] + [SO_4^{2-}]_{free})^2 - 4([Sr][SO_4^{2-}]_{free} - K) \right\}^{1/2} \quad (20)$$

که در آن  $[Sr]$  غلظت یون استرانسیم است.

با استفاده از داده‌های جدول ۲ توابع عضویت پارامترهای رابطه‌ی ۱۸ تعیین می‌شوند. شکل این توابع در ابتدا گوسی است که برای سهولت انجام محاسبات و با استفاده از رابطه‌ی ۸ به توابع مثلثی تقریب زده می‌شوند. در نهایت با استفاده از جبر بازه‌ها برای اعداد فازی مثلثی،  $pK$  به صورت یک عدد مثلثی و با تابع عضویت زیر تعیین می‌شود: [۹]

$$p\tilde{K} = \langle a + bT + cT^2 + dP + eI^{1/2} + fI + gI^{1/2}T, \sqrt{2\pi}(\sigma_a + T\sigma_b + T^2\sigma_c + P\sigma_d + I^{1/2}\sigma_e + I\sigma_f + I^{1/2}T\sigma_g) \rangle_{TFN} \quad (21)$$

جدول ۲. ضرایب و انحراف استاندارد تخمین حاصل ضرب حلالیت سولفات‌ها. [۷]

$\sigma$		ضرایب $MgSO_4$ تعداد نقاط = ۱۹۹	$\sigma$		ضرایب $SrSO_4$ تعداد نقاط = ۹۲
a	۰٫۰۳۷	۱٫۸۵۸	a	۰٫۰۸۶	۶٫۱۰۵
b	۰٫۰۰۰۴۳۷	۰٫۰۰۴۵۱	b	۰٫۰۰۰۹۱	۰٫۰۰۱۹۸
c	۰٫۰۰۰۰۰۱۳	۰٫۰۰۰۰۰۱۱۷۳	c	۰٫۰۰۰۰۰۲۵	۰٫۰۰۰۰۰۶۳
d	۰٫۰۰۰۰۰۲۳	۰٫۰۰۰۰۰۱۰۶۵۸	d	۰٫۰۰۰۰۰۶۳	۰٫۰۰۰۰۰۴۵۷
e	۰٫۰۴۶	-۲٫۳۷۸	e	۰٫۰۸۷	-۱٫۸۸۷
f	۰٫۰۱۷	۰٫۵۸۳	f	۰٫۰۳۹	۰٫۶۶۷
g	۰٫۰۰۰۱۵	-۰٫۰۰۱۳۳	g	۰٫۰۰۰۳۰	-۰٫۰۰۰۱۸۸

ازای هر بشکه نفت، یک بشکه آب شور تولید می‌شود<sup>[۵]</sup>) بسیار بارزتر خواهد بود. علاوه بر این، محاسبات فازی قادر است حداکثر رسوب ممکن را نیز با توجه به اطلاعات موجود پیش‌بینی کند (شکل ۸).

## ۶. نتیجه‌گیری

در این تحقیق، جبر و اعداد فازی برای انجام محاسبات مهندسی نفت معرفی شدند و عملکرد این دو روش در پیش‌بینی مقدار رسوب سولفات استرانسیم مورد بررسی قرار گرفت. نتایج به دست آمده را می‌توان چنین بیان کرد:

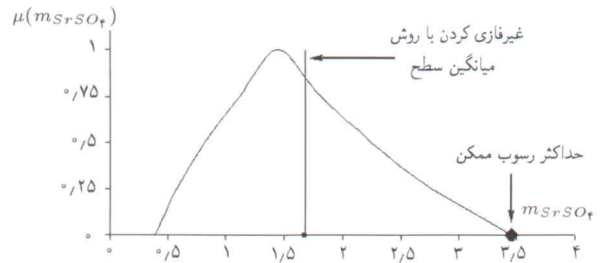
۱. اعداد فازی تمام مقادیر ممکن برای یک پارامتر خاص را با شکل تابع عضویت خود نشان می‌دهند و در نتیجه، گستره‌ی نتایج ممکن را بعد از اعمال جبری به صورت یک عدد فازی نشان می‌دهند.
۲. به دلیل وجود داده‌های نادقیق و عدم قطعیت موجود در پارامترها، استفاده از اعداد فازی و جبر فازی نتایج قابل اعتمادتری را نسبت به روش غیرفازی و استفاده از کمیت‌های معمولی ارائه می‌دهد.
۳. استفاده از جبر و اعداد فازی در محاسبات دقیق و حساس مانند به دست آوردن مقدار رسوب، دید وسیع‌تر و ابزار لازم برای تجزیه و تحلیل بیشتر را فراهم می‌آورد.

## قدردانی

این تحقیق با حمایت گروه پژوهشی انرژی‌های تجدیدناپذیر پژوهشکده انرژی و محیط‌زیست دانشگاه شهید باهنر کرمان انجام شده است.

## منابع

1. Zadeh L.A. "Fuzzy sets", *Information and Control*, **8**, pp. 338-353 (1965).
2. Kaufmann A., Gupta M.M. "Introduction to fuzzy arithmetic", Van Nostrand Reinhold, New York, pp. 9 (1991).
3. Alefeld G., Herzberger J., "Introduction to interval computations", Academic Press, New York, pp. 53-54 (1983).
4. Buckley J., Qu Y., "On using  $\alpha$ -cuts to evaluate fuzzy equations", *Fuzzy sets and systems*, **38**, pp. 309-312 (1990).
5. Cowan J.C., Weintritt D.J.; "Water-formed scale deposits", Gulf publishing company, Houston, Texas, pp. 6-25 (1976).



شکل ۸. مقدار رسوب سولفات استرانسیم برحسب میلی‌گرم در لیتر ( $mg/l$ )، در دمای  $100^{\circ}C$  و فشار  $4000$  psi به صورت یک عدد فازی.

به همین ترتیب و با استفاده از اصل گسترش، غلظت سولفات آزاد و در نهایت مقدار رسوب نیز محاسبه می‌شود (شکل ۸). در این حالت، برای غیرفازی کردن اعداد به دست آمده از روش میانگین سطح استفاده می‌شود. در این روش مقداری به عنوان نماینده‌ی تابع فازی انتخاب می‌شود که مساحت زیر منحنی عدد فازی را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند.<sup>[۱۰]</sup> اکنون می‌توان نتایج به دست آمده از محاسبات فازی و غیرفازی را با یکدیگر مقایسه کرد:

(۲۴) مقدار رسوب سولفات استرانسیم (محاسبات معمولی)

$$m_{SrSO_4} = 1/42 mg/l$$

(۲۵) مقدار رسوب سولفات استرانسیم (محاسبات فازی)

$$\tilde{m}_{SrSO_4} = 1/7 mg/l$$

تفاوت در پیش‌بینی مقدار رسوب برای میدان‌های نفتی که سالانه میلیون‌ها بشکه آب شور به همراه نفت تولید می‌کنند (به طور متوسط به

6. Yuan M.D., Todd A.C.; "Prediction of sulfate scaling tendency in oilfield operations", SPE 18484, pp. 63-72 (1991).
7. Oddo J.E., Tomson M.B.; "Why scale forms in oilfields and methods to predict it", SPE 21710, pp. 717-726 (1991).
8. Tomson M.B., Kan A.T., Fu G., Al-Thubaiti M., "Scale formation and prevention in the presence of hydrate inhibitors", SPE 80255, pp. 1-16 (2003).
۹. خاتمی، حمیدرضا. رنجبر، محمد. بونسی، رضا. آریا، شراه. پیش‌بینی رسوب سولفات‌ها در مخازن و تجهیزات بهره برداری نفت با استفاده از جبر اعداد فازی LR؛ مجموعه مقالات دهمین کنگره ملی مهندسی شیمی ایران، صص. ۶۲۸۳-۶۲۷۳، زاهدان (آبان ۱۳۸۴).
10. Nguyen H.T., Walker E.A.; "A first course in fuzzy logic", second edition, Chapman and Hall/CRC, pp. 331-332 (1999).