



Research Note

Neural Network Models for Predicting Fracture Energy and Toughness of Asphalt Mixtures Based on Semi-Circular Bending (SCB) Test Results

Mohammad Samanipour, Mohammad Zia Alavi and Abbas Babazadeh*

School of Civil Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

* corresponding author: (ababazadeh@ut.ac.ir)

Article Info

Article history:

Received: 5 February 2025

Revised: 16 February 2025

Accepted: 5 March 2025

Keywords:

Asphalt mixtures,
semi-circular bending test,
fracture energy,
fracture toughness,
neural network.

Abstract

The measurement of failure characteristics in the semi-circular bending (SCB) test of asphalt mixtures has significantly expanded over the last decade, with laboratory study results being published in numerous studies. The purpose of this article is to develop neural network models to predict the fracture energy and fracture toughness of asphalt mixtures based on data mining principles. For this purpose, 3290 data points from SCB fracture test results of asphalt samples were collected from 102 credible articles. Out of these, 1627 data points are used to predict fracture energy and 1663 data points are used to predict fracture toughness.

The input layer of the neural networks includes data collected on fracture mode, loading rate, test temperature, sample thickness, notch dimension, presence of modifier, maximum nominal aggregate size, air void percentage, binder percentage, aging, and binder type of asphalt mixtures. The output layer generates fracture energy and fracture toughness for each assumed input. The results show that the constructed neural network models can predict fracture energy with 75% accuracy and fracture toughness with 70% accuracy.

The sensitivity analysis reveals that the loading rate, test temperature, air void percentage, and binder percentage are the most influential characteristics on the prediction models' results. The integration of data mining principles and neural network algorithms enhances the prediction accuracy of asphalt mixture properties, which can aid in designing more durable pavement materials.

The accuracy of the models was validated using metrics such as Root Mean Squared Error (RMSE) and Mean Squared Error (MSE), with RMSE values of 0.727 for fracture energy and 0.170 for fracture toughness. The regression analysis between actual and predicted values showed R^2 values of 0.75 for fracture energy and 0.70 for fracture toughness, indicating robust model performance.

In conclusion, the neural network models based on collected SCB test data exhibit acceptable performance in predicting the fracture energy and toughness of asphalt mixtures. The study's findings highlight the importance of considering key input variables such as air void percentage, binder percentage, test temperature, and loading rate in developing reliable predictive models for asphalt mixture behavior.

Funding: This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

Author Contributions: All authors contributed to the reported work for conceptualization, methodology, validation, writing-review and editing, and supervision.

To Cite this article:

Samanipour, M., Alavi, M.Z. and Babazadeh, A. 2026. Neural network models for predicting fracture energy and toughness of asphalt mixtures based on semi-circular bending (SCB) test results, Sharif Civil Engineering Journal, 42(1), 75-84.
<https://doi.org/10.24200/30.2025.64904.3353>



مدل‌های شبکه‌ی عصبی پیش‌بینی انرژی و چقرمگی شکست مخلوط‌های آسفالتی مبتنی بر نتایج آزمایش خمش نیم دایره‌ای (SCB)

محمد سامانی‌پور، سیدمحمد ضیا علوی و عباس بابازاده*

دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشکدگان فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

*نویسنده مسئول (ababazadeh@ut.ac.ir)

چکیده

اندازه‌گیری خصوصیات شکست در آزمایش خمش نیم دایره‌ای (SCB) مخلوط‌های آسفالتی در دهه‌ی گذشته گسترش وسیعی یافته و نتایج مطالعات آزمایشگاهی در زمینه‌ی مذکور در نوشتارهای متعددی منتشر شده است. هدف نوشتار حاضر، ایجاد و توسعه‌ی مدل‌های شبکه‌ی عصبی به‌منظور پیش‌بینی انرژی شکست و چقرمگی شکست مخلوط‌های آسفالتی بر مبنای اصول داده‌کاوی است. بدین منظور، ۳۲۹۰ داده‌ی حاصل از نتایج آزمایش شکست SCB نمونه‌های آسفالتی از ۱۰۲ نوشتار معتبر جمع‌آوری شده است، که ۱۶۲۷ داده برای پیش‌بینی انرژی شکست و ۱۶۶۳ داده برای محاسبه‌ی چقرمگی شکست استفاده شده‌اند. همچنین، لایه‌ی ورودی شبکه‌های عصبی، شامل داده‌های جمع‌آوری شده از: مد شکست، سرعت بارگذاری، دمای آزمایش، ضخامت نمونه، عمق شیار، وجود اصلاح‌کننده، بزرگ‌ترین اندازه‌ی اسمی سنگ‌دانه، درصد هوا، درصد قیر، پیرشدگی، و نوع قیر مخلوط آسفالتی بوده است. در لایه‌ی خروجی نیز انرژی و چقرمگی شکست برای هر ورودی مفروض تولید می‌شوند. نتایج نشان داده‌اند که مدل‌های شبکه‌ی عصبی ساخته‌شده می‌توانند انرژی شکست را با دقت ۷۵٪ و چقرمگی شکست را با دقت ۷۰٪ پیش‌بینی کنند.

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۱۱/۱۷

تاریخ اصلاحیه: ۱۴۰۳/۱۱/۲۸

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۱۲/۱۵

واژگان کلیدی:

مخلوط‌های آسفالتی،
آزمایش خمش نیم دایره‌ای،
انرژی شکست،
چقرمگی شکست،
شبکه‌ی عصبی.

۱. مقدمه

برای اندازه‌گیری خصوصیات شکست در مخلوط‌های آسفالتی، آزمایش‌های مختلفی، از جمله آزمایش‌های کشش غیرمستقیم آسفالت^۱ و خمش نیم دایره‌ای^۲ (SCB) استفاده می‌شوند. آزمایش خمش نیم دایره‌ای به‌طور گسترده‌ای برای اندازه‌گیری خصوصیات شکست مخلوط‌های آسفالتی استفاده شده است. دو نتیجه‌ی مهم حاصل از آزمایش اخیر، انرژی شکست^۳ و چقرمگی شکست^۴ هستند، که به‌خوبی می‌توانند رفتار مخلوط آسفالتی را در برابر ایجاد و انتشار ترک تعیین کنند. نتایج حاصل از آزمایش شکست نمونه‌ی نیم دایره‌ای، علاوه بر خصوصیات مواد و نسبت مواد تشکیل‌دهنده‌ی مخلوط آسفالتی، وابسته به دمای آزمایش، نرخ بارگذاری، خصوصیات هندسی نمونه (نظیر ضخامت و عمق شیار)، و مد بارگذاری اعمالی است. هدف از نوشتار حاضر، ارائه‌ی مدل‌هایی قابل‌اعتماد به منظور پیش‌بینی انرژی و چقرمگی شکست مخلوط‌های آسفالتی بر مبنای نتایج آزمایش SCB جمع‌آوری شده از نوشتارها و منابع معتبر پژوهشی است.

به‌طور کلی براساس حرکت نسبی سطح ترک‌خورده، سه مد اصلی شکست در

رویه‌ی آسفالتی قابل‌تعریف است:^[۱]

- **مد اول (حالت بازشونده):** در این حالت، در اثر تغییرات دما، انقباض و انقباض مصالح، ترک ایجاد می‌شود و سپس در اثر خمش ناشی از بارگذاری ترافیک در لایه گسترش پیدا می‌کند.

- **مد دوم (حالت برشی):** در این حالت، در اثر تنش‌های برشی حاصل از بارگذاری ترافیک، ترک ایجاد می‌شود و سپس در لایه گسترش پیدا می‌کند.

- **مد سوم (حالت پارگی):** در این حالت، در اثر تنش‌های سطحی افقی بین چرخ و سطح روسازی، که حاصل بارگذاری ترافیک است، ترک ایجاد می‌شود و سپس در لایه گسترش پیدا می‌کند.

انرژی شکست به معنای مقاومت پتانسیل مواد در برابر شکستگی است.^[۲] علاوه بر این، انرژی شکست با نسبت کار شکستگی به ناحیه‌ی شیار ترک

³ Fracture Energy (Kj/m²)

⁴ Fracture Toughness (MPa.m^{0.5})

¹ Indirect Tensile Strength test

² Semi-Circular Bending Test

استناد به این مقاله:

سامانی‌پور، محمد، علوی، سیدمحمد ضیا و بابازاده، عباس، ۱۴۰۵. مدل‌های شبکه‌ی عصبی پیش‌بینی انرژی و چقرمگی شکست مخلوط‌های آسفالتی مبتنی بر نتایج آزمایش خمش

نیم دایره‌ای (SCB). مهندسی عمران شریف، ۴۲(۱)، صص. ۷۵-۸۴. <https://doi.org/10.24200/j30.2025.64904.3353>



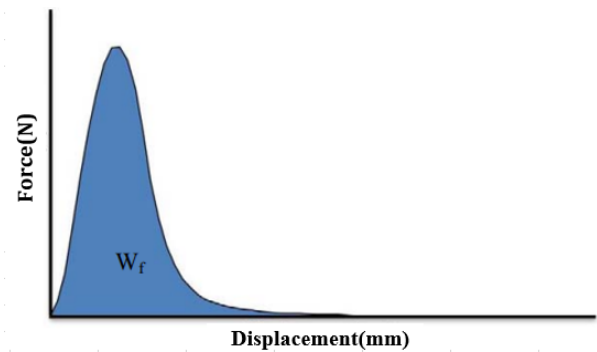
آزمایش استاندارد استفاده شده برای تعیین مقاومت کششی نمونه‌های آسفالت به‌طور گسترده استفاده می‌شود. علی‌رغم مزیت‌های بسیار زیاد روش مذکور، تغییر شکل‌های ماندگار به‌وجود آمده بر روی نمونه‌ی آسفالت در زیر میله‌های بارگذاری دستگاه آزمایش، نامطلوب بوده و در بعضی موارد، نتایج آن برای ارزیابی پتانسیل ایجاد ترک در مخلوط‌های آسفالتی مناسب نبوده است. آزمایش خمش نمونه‌ی نیم دایره‌ای می‌تواند تا حد زیادی تغییر شکل‌های ماندگار ایجاد شده در زیر میله‌ی بارگذاری را کاهش دهد و در نتیجه، به‌عنوان گزینه‌ی مناسب‌تری برای تعیین مقاومت کششی نمونه‌های آسفالت نسبت به آزمایش کشش غیرمستقیم در نظر گرفته شود. در ادامه، برخی مطالعات در زمینه‌ی آزمایش خمش نمونه‌ی نیم دایره‌ای ارائه شده است:

استفاده از پلیمر SBS باعث بهبود مقاومت چسبندگی و افزایش مقاومت ترک‌خوردگی می‌شود. با کاهش نرخ بارگذاری، نرخ رهاسازی انرژی کاهش می‌یابد و در نتیجه جذب انرژی در نمونه‌ها تا لحظه‌ی شکست کمتر می‌شود. در سرعت‌های بارگذاری بالاتر، رفتار ماده به رفتار الاستیک نزدیک‌تر می‌شود.^[۴]

با افزایش درصد قیر، چقرمگی شکست نمونه‌ها کاهش و با کاهش دمای آزمایش، مقدار چقرمگی شکست نمونه‌ها افزایش می‌یابد.^[۵] مقادیر چقرمگی شکست نمونه‌ها تحت مد II بارگذاری به‌طور قابل توجهی (سه برابر) بیشتر از مقاومت شکست تحت مد I بارگذاری است.^[۶] عامل اصلی رشد ترک‌خوردگی در مد I تنش‌های کششی است.^[۷] با نرم‌تر شدن قیر استفاده شده، سختی شکست نمونه‌ها در دمای پایین افزایش می‌یابد. استفاده از مصالح درشت‌دانه‌تر منجر به افزایش چقرمگی شکست نمونه‌ها می‌شود. با افزایش درصد فضای خالی، چقرمگی نمونه‌ها کاهش می‌یابد.^[۸]

ژائو و سرچی^۲ (۲۰۰۹)، با استفاده از شبکه‌ی عصبی مصنوعی ساخت مدل‌های پیش‌بینی رفتار سختی مخلوط‌های بتن آسفالت لاستیکی با تراشه‌ی آسفالت را بررسی کرده‌اند. در مجموع ۲۹۶ تیر مخلوط آسفالت از دو نوع لاستیک مختلف محیطی و برودتی، دو منبع تراشه‌ی آسفالت مختلف، و چهار محتوای لاستیک صفر، ۵، ۱۰، و ۱۵ درصد ساخته شده‌اند. همه‌ی نمونه‌ها در دو دمای آزمایش مختلف ۵ و ۲۰ درجه‌ی سلسیوس آزمایش شده‌اند. از روش آماری رگرسیون برای پیش‌بینی رفتار سختی مخلوط‌های ذکر شده از طریق ۷ متغیر ورودی، که خواص مهندسی مواد تیرهای آسفالت را پوشش می‌دهند، استفاده شده است. علاوه بر این، داده‌ها به صورت ۵ متغیر مستقل و یک متغیر وابسته به عنوان ورودی مدل‌های شبکه‌ی عصبی مصنوعی برای پیش‌بینی سختی تیرهای مخلوط اصلاح شده سازماندهی شده و نتایج نشان داده است که روش‌های شبکه‌ی عصبی مصنوعی در پیش‌بینی عمر خستگی مخلوط اصلاح شده نسبت به مدل‌های پیش‌بینی مبتنی بر رگرسیون سنتی مؤثرتر هستند.

شفابخش و همکاران^[۱۰] (۲۰۱۵)، به بررسی کاربرد شبکه‌های عصبی مصنوعی برای مدل‌سازی و پیش‌بینی عملکرد شیارافتادگی در مخلوط‌های آسفالتی پرداخته‌اند، که با افزودنی‌های نانو و سرباره‌ی فولادی تقویت شده‌اند. در پژوهش مذکور، ۲۷۰ نمونه‌ی آسفالتی با دو نوع سنگ‌دانه (طبیعی و سرباره‌ی فولادی) ساخته و مخلوط‌ها با افزودنی‌های میکروسیلیکا و نانو $\text{TiO}_2/\text{SiO}_2$ در غلظت‌های مختلف اصلاح شده‌اند. آزمایش‌ها در سه دمای مختلف (۴۰،



شکل ۱. منحنی بار-جابجایی آزمایش شکست.^[۱۲]

(ضخامت و طول شیار نمونه) اندازه‌گیری می‌شود، جایی که کار شکست نشان‌دهنده‌ی ناحیه‌ی زیر منحنی بار-جابجایی نشان داده شده در شکل ۱ است.

مقدار انرژی شکست G_f با استفاده از معادله‌ی ۱ محاسبه می‌شود:

$$G_f = \frac{W_f}{A_{lig}} \quad (1)$$

که در آن، G_f برابر با انرژی شکست بر حسب واحد ژول بر مترمربع (J/m^2) و W_f برابر با کار شکست با واحد ژول (J)، و A_{lig} برابر با مساحت زیر منحنی است؛ و پارامترهای W_f و A_{lig} مطابق روابط ۲ و ۳ محاسبه می‌شوند:

$$W_f = \int_0^u P du \quad (2)$$

که در آن، P مقدار بار وارده با واحد نیوتن (N) و u جابجایی خط بار بر حسب متر (m) هستند.

$$A_{lig} = (r - a) \cdot t \quad (3)$$

که در آن، r برابر با شعاع نمونه بر حسب متر (m)، a برابر با عمق شیار بر حسب متر (m)، و t برابر با ضخامت نمونه بر حسب متر (m) هستند.

مقدار چقرمگی مخلوط آسفالتی براساس روابط ۴ الی ۶ محاسبه می‌شود:^[۱۲]

$$\frac{K_I}{\sigma_0 \sqrt{\pi a}} = Y_{I(0.8)} \quad (4)$$

$$Y_{I(0.8)} = 4.782 - 1.219 \left(\frac{a}{r} \right) + 0.063 \exp \left(7.045 \left(\frac{a}{r} \right) \right) \quad (5)$$

$$\sigma_0 = \frac{P_{cr}}{2rt} \quad (6)$$

که در آن‌ها، K_I عامل شدت تنش، P_{cr} بار بحرانی بر حسب نیوتن، و $Y_{I(0.8)}$ پارامتر بدون بُعدی است که از تحلیل اجزاء محدود به‌دست می‌آید و وابسته به طول ترک و شعاع نمونه است.

هوانگ^۱ و همکارانش (۲۰۰۵)،^[۱۲] در پژوهش خود به مقایسه‌ی مقاومت کششی به‌دست آمده از آزمایش کشش غیرمستقیم آسفالت و آزمایش خمش نمونه‌ی نیم دایره‌ای پرداخته‌اند. آزمایش کشش غیرمستقیم آسفالت به‌عنوان

یاری و همکاران (۲۰۲۲)^[۱۴] به پیش‌بینی مدول سختی و شیارافتادگی در قیرهای اصلاح‌شده با کلینکر روغن پالم با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی و روش سطح پاسخ پرداخته‌اند. برای ساخت قیرهای اصلاح‌شده از ۲، ۴، ۶ و ۸ درصد کلینکر روغن پالم استفاده شده است. نتایج آزمایش مذکور نشان داده است که اختلاط کلینکر روغن پالم، خواص قیر ساده را با افزایش سختی و حساسیت دما بهبود می‌بخشد. نتایج مدل‌های پیش‌بینی نشان داده است که مدل شبکه‌ای عصبی مصنوعی نسبت به روش سطح پاسخ، عملکرد بهتری داشته است.

برغبانی و همکاران (۲۰۲۲)^[۱۵] به بررسی استفاده از مدل‌های هوش مصنوعی برای پیش‌بینی رفتار شکست در مخلوط‌های آسفالتی با استفاده از داده‌های آزمایش SCB پرداخته‌اند. مدل توسعه‌یافته با دقت بالا، نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی (JC) را به‌عنوان یک پارامتر کلیدی شکست پیش‌بینی کرده است. مدل اخیر بر مبنای روابط غیرخطی بین متغیرهای ورودی (مانند ترکیب‌بندی مخلوط آسفالتی، دانه‌بندی، نوع قیر، دمای آزمایش، نرخ بارگذاری) طراحی شده و در بهبود طراحی و عملکرد مخلوط‌های آسفالتی نقش مؤثری داشته است. مدل شبکه‌ای عصبی توسعه یافته با دقت بالا با ضریب تعیین حدود ۰/۹۴، مقدار JC را پیش‌بینی کند. مدل مذکور، توانایی عمومی‌سازی برای شرایط مختلف مخلوط‌های آسفالتی را داشته است.

نوآوری مطالعه حاضر، مشخصاً کاربرد علم داده‌کاوی در تحلیل داده‌های گسترده‌ی جمع‌آوری‌شده از خصوصیات شکست مخلوط‌های آسفالتی و ارائه‌ی مدل‌های قلیل‌اعتماد برای پیش‌بینی خصوصیات مذکور با تکیه بر الگوریتم‌های شبکه‌ای عصبی بوده است. به‌دلیل زمان نسبتاً طولانی آزمایش خمش نیم دایره‌ای و همچنین مطالعات بسیار زیاد قبلی در این زمینه، که جمع‌آوری داده‌های مناسب برای مدل‌سازی انرژی شکست و چقرمگی شکست را ممکن ساخته است، انجام مطالعه برای ساخت چنین مدل‌هایی با توجه به صرفه‌جویی در هزینه و زمان، قابل‌توجه است.

۲. مشخصات داده‌های جمع‌آوری‌شده

در مطالعه حاضر، حدوداً به ۲۵۰ نوشتار برای جمع‌آوری داده‌ها استناد شده و در مجموع ۳۲۹۰ داده‌ی قابل اعتماد از ۱۰۲ نوشتار به‌دست آمده است. در شکل ۲، روند کلی مطالعه مشاهده می‌شود. اطلاعات استخراج‌شده، شامل: سال انتشار، نام نویسنده، مرجع انتشار، دمای آزمایش، نرخ بارگذاری، ضخامت نمونه، عمق شیار ایجادشده در نمونه، مد شکست، نوع قیر براساس ذکر دمای بالا و پایین عملکردی قیر، درصد قیر، بزرگ‌ترین اندازه‌ی اسمی سنگ‌دانه، درصد هوای مخلوط، نوع اصلاح‌کننده (در صورت استفاده)، شرایط پیرشدگی، مقدار چقرمگی شکست، و انرژی شکست اندازه‌گیری‌شده برای نمونه‌های آسفالتی است. در شکل ۳، تعداد نوشتارهای جمع‌آوری‌شده به تفکیک کشور مشاهده می‌شود.

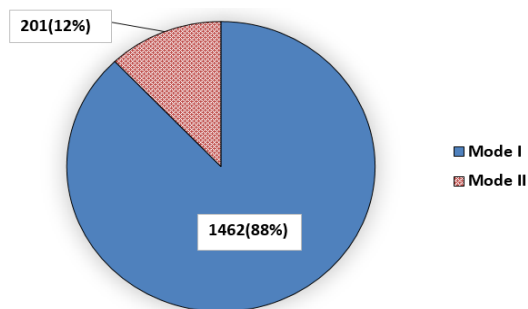
در شکل ۴، تعداد داده‌های جمع‌آوری‌شده برای انرژی شکست به تفکیک مد شکست مشاهده می‌شود؛ که مطابق آن، تعداد کل داده‌ها برابر ۱۶۲۷ است، که ۱۳۸۲ عدد آن برای مد I شکست و تعداد ۲۴۵ در مد II شکست قرار دارد. همچنین، در شکل ۵ مشاهده می‌شود که تعداد داده‌های جمع‌آوری‌شده برای چقرمگی شکست برابر با ۱۶۶۳ است، که ۱۴۶۲ عدد از آن‌ها برای مد I

۵۰ و ۶۰ درجه‌ی سانتی‌گراد) و پنج سطح تنش (۱۰۰ تا ۵۰۰ کیلوپاسکال) انجام شده‌اند. مدل ANN با ۵ پارامتر ورودی طراحی شده است: نوع سنگ‌دانه، نوع افزودنی، مقدار افزودنی، دمای آزمایش، و تنش اعمال‌شده. ضریب تعیین مدل شبکه‌ای عصبی مصنوعی (ANN) به میزان ۰/۹۸ گزارش شده است؛ که نشانگر دقت بسیار بالای مدل در پیش‌بینی شیارافتادگی مخلوط‌های آسفالتی تحت شرایط آزمایشی مختلف است.

میرعبدالعظیمی و شفافبخش (۲۰۱۷)^[۱۱] به مطالعه‌ی مدل‌سازی پیش‌بینی عمق شیارافتادگی در آسفالت‌های مخلوط داغ (HMA) حاوی الیاف فورتا پرداخته‌اند؛ که شامل آزمایش‌های خزش دینامیکی بر روی نمونه‌های آسفالت بوده است، که تحت شرایط دما و تنش‌های مختلف انجام شده‌اند. مطالعه‌ی مذکور از دو روش شبکه‌ای عصبی مصنوعی (ANN) و برنامه‌نویسی ژنتیکی (GP) برای توسعه‌ی مدل‌های پیش‌بینی استفاده و عملکرد آن‌ها را مقایسه کرده است. مدل‌های ANN و GP هم‌راستایی خوبی با داده‌های تجربی نشان داده‌اند؛ در حالی که GP مدل‌هایی قابل‌تفسیر فراهم می‌کند و ANN انعطاف‌پذیری بیشتری در پیش‌بینی دارد. دقت مدل ANN ضریب تعیین ۰/۹۶ را ارائه داده است، در حالی که مدل GP ضریب تعیین ۰/۹۳ را نشان داده است. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهند که هر دو مدل مذکور، قابلیت پیش‌بینی قابل‌توجهی دارند، با این حال مدل ANN دقت بالاتری در پیش‌بینی عمق شیارافتادگی نشان داده است.

لئون و گی^۳ (۲۰۱۹)^[۱۲] با استفاده از روش برنامه‌نویسی بیان ژن (GEP) به مدل‌سازی و بررسی تأثیر زاویه‌داری سنگ‌دانه‌ها در تغییرشکل دائمی مخلوط‌های آسفالتی پرداخته‌اند. ایشان، داده‌های آزمایشگاهی را برای اندازه‌گیری تغییرشکل دائمی مخلوط‌های آسفالتی جمع‌آوری کرده‌اند؛ که شامل آزمایش نمونه‌هایی با مقادیر مختلف زاویه‌داری سنگ‌دانه‌ها بوده است، که اثر متغیر مذکور را در رفتار تغییرشکل تحت بارگذاری مکرر بررسی کرده‌اند. از آزمایش‌های خزش دینامیکی برای کمی‌سازی ویژگی‌های تغییرشکل دائمی استفاده شده است؛ که داده‌های لازم برای توسعه و ارزیابی مدل GEP را فراهم می‌کنند. زاویه‌داری سنگ‌دانه‌ها تأثیر قلیل‌توجهی در مقاومت مخلوط‌های آسفالتی در برابر تغییرشکل دائمی داشته است. مدل GEP دقت بالایی داشته و ضریب تعیین حدود ۰/۹۵ نشان‌دهنده‌ی توافقی بسیار خوب بین نتایج پیش‌بینی‌شده و داده‌های تجربی بوده است.

مجدی‌فرد و همکاران (۲۰۱۹)^[۱۳] به بررسی استفاده از دو روش برنامه‌نویسی بیان ژن (GEP) و ترکیب شبکه‌ای عصبی مصنوعی با آنیلینگ شبیه‌سازی شده (ANN/SA) برای پیش‌بینی انرژی شکست در مخلوط‌های آسفالتی پرداخته‌اند. پایگاه داده‌ی پژوهش مذکور، شامل نتایج آزمایش‌های تنش دیسک‌شکل فشرده (DC(T))، که در دماهای مختلف بر روی نمونه‌های آسفالتی انجام شده است، بوده است. متغیرهای ورودی، شامل: درجه‌بندی عملکرد قیر (PG)، محتوای قیر، اندازه و دانه‌بندی سنگ‌دانه‌ها، محتوای آسفالت بازیافتی (RAP)، شینگل آسفالتی بازیافتی (RAS)، محتوای لاستیک خردشده، و دمای آزمایش بوده‌اند. در نتایج پژوهش اخیر، مدل GEP عملکرد بهتری نسبت به ANN/SA نشان داده است. ضریب تعیین مدل GEP، ۰/۹۷ و مدل ANN/SA، ۰/۹۳ بوده است؛ که نشانگر مدل GEP نسبت به ANN/SA است.



شکل ۵. نسبت مدهای شکست در داده‌های جمع‌آوری شده برای چقرمگی شکست.

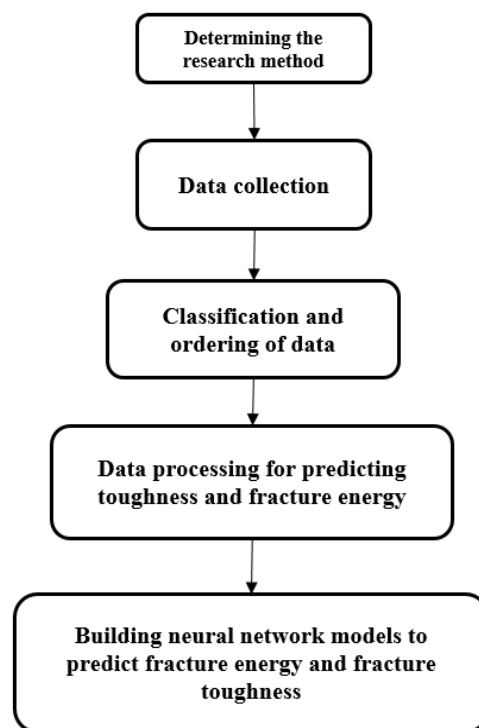
جدول ۱. خصوصیات جمع‌آوری شده از مخلوط‌های آسفالتی و دامنه‌ی تغییرات آن‌ها برای شبکه‌های عصبی انرژی شکست و چقرمگی شکست.

Characteristic	Fracture energy	Fracture toughness
Loading rate(mm/min)	0.03 - 50.8	0.018 - 50.8
Sample thickness(mm)	25 - 75	4 - 70
Notch dimension(mm)	0 - 50	2 - 30
NMAS(mm)	4.75 - 25.4	4.75 - 25.4
air void percentage	3 - 11	3 - 11
Aging	0 - 2	0 - 2
Test temperature(C°)	-33 - 44	-33 - 44
High binder temperature	64 - 82	28 - 70
Low binder temperature	-34 - -16	-64 - -16
Binder percentage	1.5 - 8.8	3.6 - 8.8
Fracture (KJ/m ²) energy	0.042 - 8.92	---
Fracture toughness (MPa.m ^{0.5})	---	0.06 - 2.49

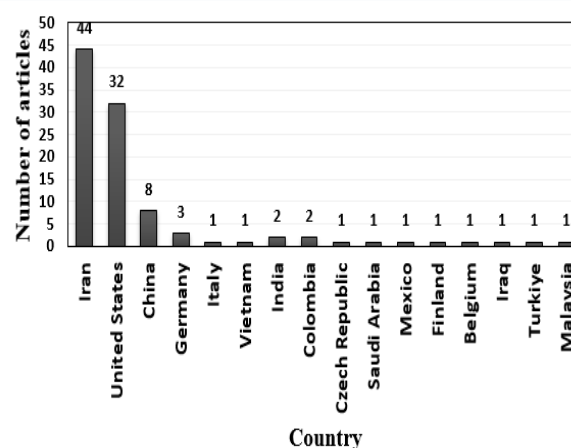
به‌عنوان نتیجه‌ی شبکه‌ی عصبی در لایه‌ی خروجی قرار می‌گیرند، سایر خصوصیات، لایه‌ی ورودی شبکه‌ی عصبی را تشکیل می‌دهند. دمای آزمایش به‌عنوان مهم‌ترین داده‌ی ورودی از بین تمامی خصوصیات در نظر گرفته شده است. همچنین درصد قیر، درصد هوا، و نرخ بارگذاری نیز در کنار دمای آزمایش، تأثیرگذاری بیشتری نسبت به سایر داده‌های ورودی داشته‌اند. برای استفاده از نوع قیر به‌عنوان ورودی در مدل‌های شبکه‌ی عصبی، از دو ورودی دمای بالای قیر و دمای پایین قیر استفاده و سایر داده‌ها نیز در جدول ۱ ارائه شده‌اند.

۳. روش انجام مدل‌سازی

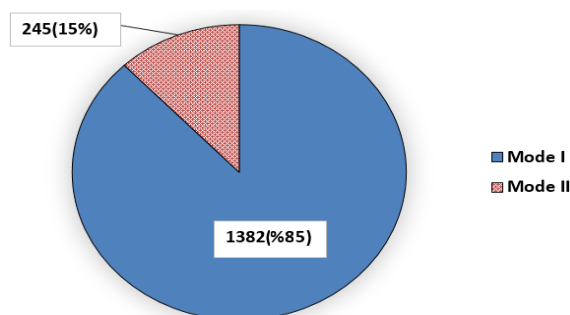
در مرحله‌ی حاضر، پایش داده‌ها صورت گرفته است. با توجه به نیازهای مدل شبکه‌ی عصبی، از ۱۲ خصوصیت ورودی برای پیش‌بینی مقدار انرژی شکست



شکل ۲. روند کلی انجام مطالعه.

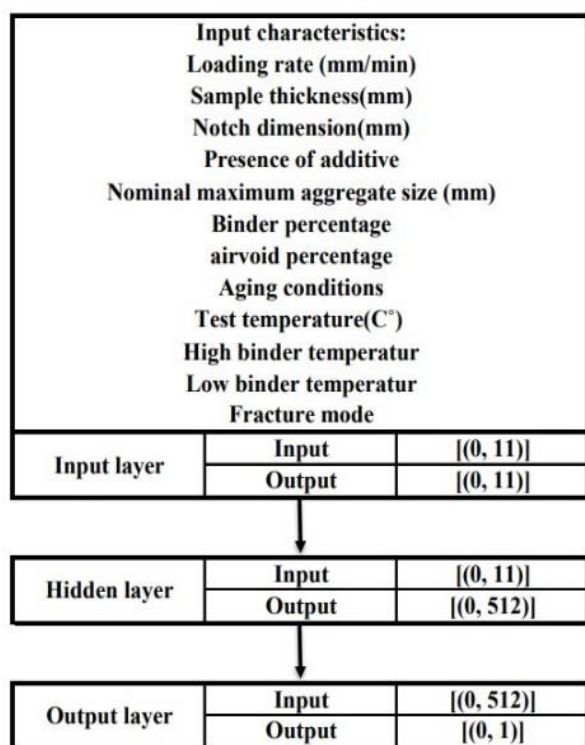


شکل ۳. تعداد نوشتارهای جمع‌آوری شده به تفکیک کشور.



شکل ۴. نسبت مدهای شکست در داده‌های جمع‌آوری شده برای انرژی

شکست، و تعداد ۲۰۱ در مد II شکست قرار دارند. در جدول ۱، نیز داده‌های جمع‌آوری شده از خصوصیات مخلوط‌های آسفالتی نمونه و بازه‌ی تغییرات هر کدام ارائه شده است. خصوصیات ذکر شده در نوشتار حاضر، برای مدل‌سازی شبکه‌های عصبی پیش‌بینی انرژی شکست و چقرمگی شکست مخلوط آسفالتی استفاده شده‌اند. به جز دو خصوصیت انرژی و چقرمگی شکست، که



شکل ۶. ساختمان شبکه‌ی عصبی.

جدول ۲. نتایج پیش‌بینی انرژی شکست و چقرمگی مخلوط‌های آسفالتی.

Coefficient of determination (R^2)	Mean square error (MSE)	Root mean square error (RMSE)	Characteristics of fracture
0.75	0.529	0.727	Fracture energy (KJ/m^2)
0.70	0.032	0.170	Fracture toughness ($\text{MPa.m}^{0.5}$)

خطای میانگین مربعات (MSE)، و ضریب تعیین (R^2) ارائه شده‌اند. مقدار RMSE برای انرژی شکست و چقرمگی به ترتیب برابر ۰/۷۲۷ و ۰/۱۷۰ بوده است، که نشان می‌دهد خطای میانگین بین مقادیر پیش‌بینی‌شده و واقعی برای انرژی شکست نسبتاً کم و برای چقرمگی بسیار کم است. همچنین مقدار MSE برای دو خصوصیت اخیر به ترتیب برابر ۰/۵۲۹ و ۰/۰۳۲ به‌دست آمده است، که نشان می‌دهد خطای مربع میانگین برای پیش‌بینی انرژی شکست کمتر از ۱ و برای چقرمگی شکست، بسیار کمتر از ۱ بوده است. مقادیر مذکور حاکی از عملکرد خوب مدل‌های شبکه‌ی عصبی در پیش‌بینی خصوصیات شکست مخلوط‌های آسفالتی است. بنابراین، نتایج به‌دست‌آمده، بیانگر کارایی مدل‌های شبکه‌ی عصبی در پیش‌بینی انرژی شکست و چقرمگی شکست مخلوط‌های آسفالتی هستند و می‌توانند به‌عنوان ابزارهای مفیدی در طراحی و ارزیابی مصالح روسازی استفاده شوند.

و چقرمگی شکست استفاده شده است، که شامل خصوصیات مخلوط و شرایط آزمایش بوده‌اند.

برای پیش‌بینی خصوصیات انرژی و چقرمگی شکست مخلوط آسفالتی از مدل شبکه‌ی عصبی متوالی^۴ استفاده شده است. مدل شبکه‌ی عصبی متوالی، یک نوع معماری شبکه‌ی عصبی است، که در آن لایه‌ها به‌صورت ترتیبی یکی پس از دیگری قرار می‌گیرند. در این نوع معماری، خروجی هر لایه به‌عنوان ورودی لایه‌ی بعدی استفاده می‌شود و اطلاعات از ابتدا تا انتها به‌صورت خطی انتقال می‌یابند. به‌عبارت دیگر، در مدل متوالی هیچ ارتباط پرش یا بازگشتی بین لایه‌ها وجود ندارد و اطلاعات فقط در یک جهت جریان می‌یابند. در مدل‌سازی از الگوریتم آنالیز مؤلفه‌های اصلی (PCA)^۵ برای بهینه‌سازی استفاده شده است. آنالیز مؤلفه‌های اصلی، یک روش ریاضی است، که در تجزیه و تحلیل داده‌ها و کاهش ابعاد استفاده می‌شود. هدف اصلی آنالیز PCA، کاهش تعداد خصوصیات ورودی به شبکه‌ی عصبی ضمن حفظ اطلاعات مهم است. به‌طور خلاصه، آنالیز مؤلفه‌های اصلی تبدیلی خطی است که به‌صورت اتوماتیک، ورودی‌های اصلی را طوری استخراج می‌کند که بیشترین واریانس را در داده‌ها توضیح دهند. کاهش تعداد ورودی‌ها در کاربردهایی، چون: تجزیه و تحلیل داده‌ها، تشخیص الگو، دسته‌بندی داده‌ها و تصاویر، روش‌های شناسایی چهره، و غیره استفاده شده است. ساختار شبکه‌های عصبی مطالعه‌ی حاضر به این صورت است که لایه‌ی ورودی، خصوصیات تعیین‌شده در آنالیز مؤلفه‌های اصلی را به‌عنوان ورودی می‌گیرد، لایه‌های پنهان از تابع فعال‌سازی واحد خطی اصلاح‌شده‌ی (Relu)^۶ استفاده می‌کند، که غیرخطی را به مدل یادگیری معرفی می‌کند. لایه‌ی خروجی، یک مقدار واحد تولید می‌کند، که همان انرژی شکست یا چقرمگی پیش‌بینی‌شده توسط شبکه‌ی عصبی است. انتخاب معماری با لایه‌های مخفی متعدد به شبکه‌ی عصبی اجازه می‌دهد تا الگوهای پیچیده در داده‌ها را بیاموزد. تعداد نورون‌ها در هر لایه را می‌توان براساس پیچیدگی و میزان داده‌های موجود برای آموزش تنظیم کرد. تابع Relu به‌دلیل توانایی آن در مدل‌سازی روابط غیرخطی معمولاً در لایه‌های پنهان استفاده می‌شود. فعال‌سازی خطی برای مسائل رگرسیون مناسب است، جایی که هدف پیش‌بینی یک مقدار پیوسته در لایه‌ی خروجی است. در شکل ۶، ساختمان شبکه‌ی عصبی ایجادشده مشاهده می‌شود، که در آن تمامی خصوصیات ذکرشده‌ی مخلوط آسفالتی در جدول ۱ در لایه‌ی ورودی استفاده شده است. در مدل مذکور، از یک لایه‌ی پنهان با تعداد ۵۱۲ نورون استفاده شده و در نهایت، مدل انرژی شکست یا چقرمگی را به‌عنوان یگانه خروجی ارائه داده است. با افزایش تعداد لایه‌ی پنهان و یا تعداد نورون، بهبودی در عملکرد مدل ایجاد نشده و زمان اجرای مدل افزایش پیدا کرده است. در ساختار نشان داده‌شده در شکل ۶، مدل در حالت بهینه‌ی خود عمل کرده و از پیش‌برازش جلوگیری شده است.

۴. نتایج عددی

در بخش کنونی، نتایج حاصل از شبکه‌های عصبی ساخته‌شده در نوشتار حاضر ارائه شده است:

در جدول ۲، خطای مدل‌های شبکه‌ی عصبی انرژی شکست و چقرمگی شکست بر حسب معیارهای ریشه‌ی خطای میانگین مربعات (RMSE)،

⁶ Relu Activator Function

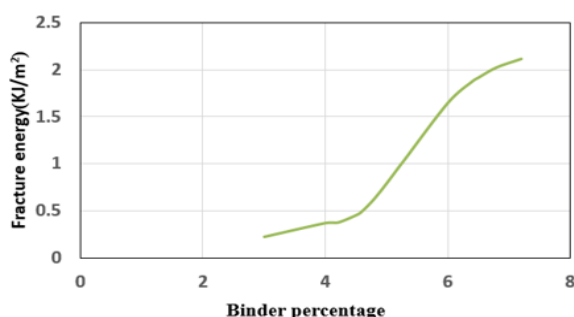
⁴ Sequential Neural Network Model

⁵ Principal Component Analysis

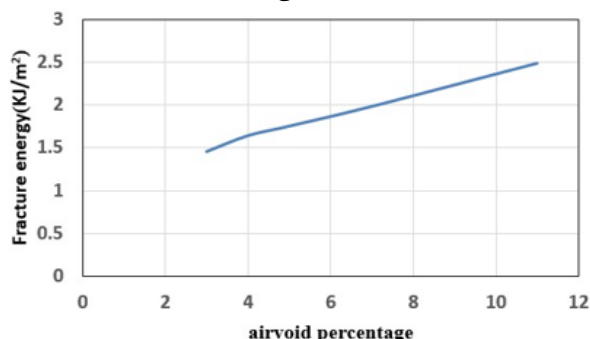
شکست در شکل ۱۰ نشان می‌دهد که با افزایش درصد هوا، انرژی شکست افزایش پیدا کرده است.

نتایج مدل انرژی شکست ارائه‌شده در شکل ۱۱ نشان می‌دهد که در دماهای زیر صفر با افزایش دما، انرژی شکست افزایش و در دماهای بالای صفر با افزایش دما، انرژی شکست کاهش پیدا کرده است. نتایج اخیر با نتایج نوشتار انسینجیمو^۷ و همکاران (۲۰۱۷)،^[۱۹] برای دماهای آزمایش بالای صفر، و با نتایج نوشتار زی و لی^۸ (۲۰۱۰)،^[۲۰] برای دمای‌های آزمایش زیر صفر تطابق داشته است. همچنین، براساس نوشتار انسینجیمو و همکاران،^[۱۹] با افزایش نرخ بارگذاری، انرژی شکست روند افزایشی ملایمی داشته است، که با توجه به شکل ۱۲، با نتایج مدل شبکه‌ی عصبی انرژی شکست همخوانی داشته است.

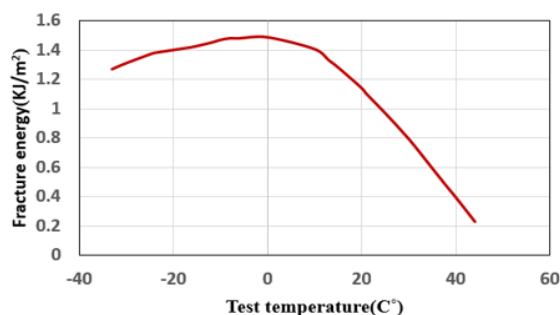
براساس نتایج نوشتار بویی و مفرش^۹ (۲۰۲۱)،^[۲۱] با افزایش درصد قیر، چقرمگی شکست کاهش یافته است. شکل ۱۳ نشان می‌دهد که در مدل



شکل ۹. تغییرات انرژی شکست با افزایش درصد قیر در مدل شبکه‌ی عصبی.



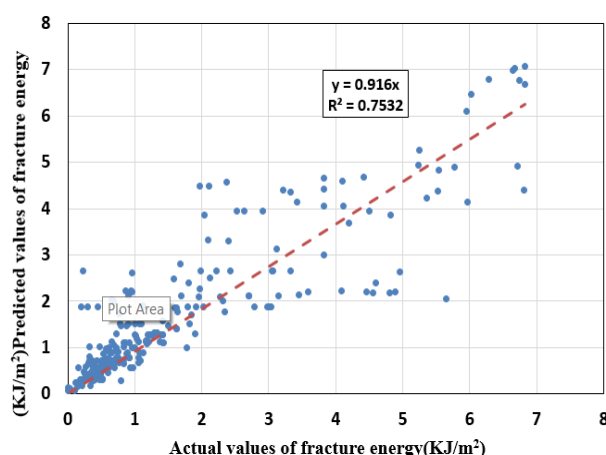
شکل ۱۰. تغییرات انرژی شکست با افزایش درصد هوا در مدل شبکه‌ی عصبی.



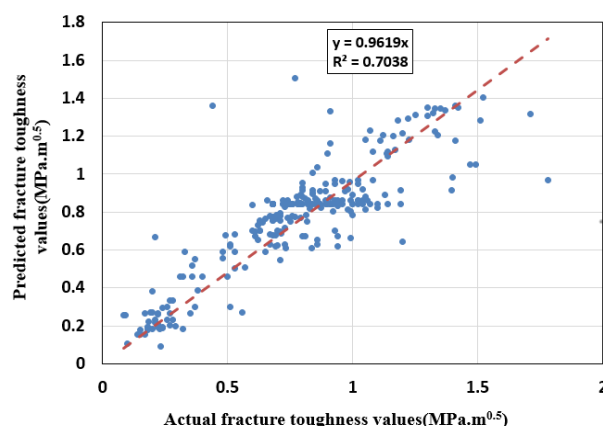
شکل ۱۱. تغییرات انرژی شکست با افزایش دمای آزمایش در مدل شبکه‌ی عصبی.

در شکل‌های ۷ و ۸، خطوط رگرسیون بین مقادیر واقعی (حاصل از آزمایش) و پیش‌بینی‌شده، انرژی شکست و چقرمگی مخلوط‌های آسفالتی را نشان می‌دهند. ضریب R^2 مربوط به خطوط رگرسیون مذکور به ترتیب برابر با ۰/۷۵ و ۰/۷۰ بوده است؛ که بیانگر دقت قابل قبول مدل‌ها در پیش‌بینی خصوصیات ذکرشده است. مقدار R^2 نشان می‌دهد که ۷۵٪ از تغییرات در مقادیر انرژی شکست و ۷۰٪ از تغییرات در مقادیر چقرمگی توسط مدل‌های شبکه‌ی عصبی تبیین می‌شود، که حاکی از توانایی مناسب مدل‌های مذکور در پیش‌بینی نتایج است."

برای اعتبارسنجی بهتر مدل‌های شبکه‌ی عصبی، اثر ۴ ورودی مهم (درصد هوا، درصد قیر، دمای آزمایش، و نرخ بارگذاری) در پیش‌بینی خصوصیات انرژی شکست و چقرمگی مخلوط‌های آسفالتی بررسی شده است. نتایج آزمایشگاهی ارائه‌شده در برخی نوشتارها،^[۱۶، ۱۷] نتایج یکسانی را در مورد تأثیر درصد قیر در انرژی شکست مخلوط‌های آسفالتی ارائه نداده‌اند، در حالی که شکل ۹ نشان می‌دهد که انرژی شکست با افزایش درصد قیر روندی افزایشی داشته است. نتایج آزمایشگاهی نوشتار ملک و کی‌منش (۲۰۲۳)،^[۱۸] نشان داده است که با افزایش درصد هوا، مقدار کار شکست و در نتیجه، انرژی شکست نیز کاهش یافته‌اند. ولی نتایج ارائه‌شده‌ی مدل شبکه‌ی عصبی انرژی



شکل ۷. خط رگرسیون بین مقادیر واقعی و پیش‌بینی‌شده‌ی انرژی شکست.

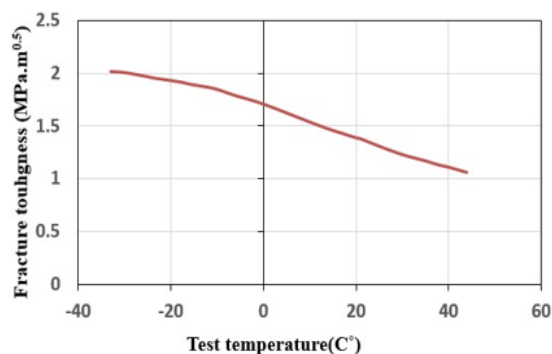


شکل ۸. خط رگرسیون بین مقادیر واقعی و پیش‌بینی‌شده‌ی چقرمگی شکست.

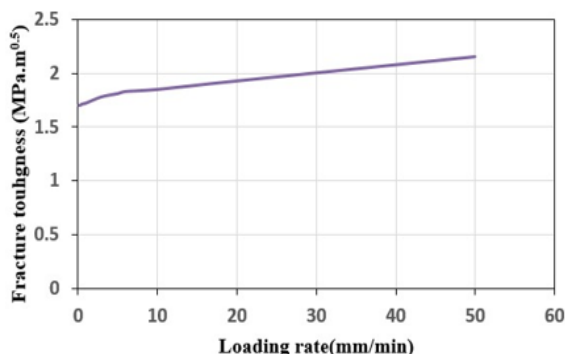
⁹ Bui & Mofreh

⁷ Nsengiyumva

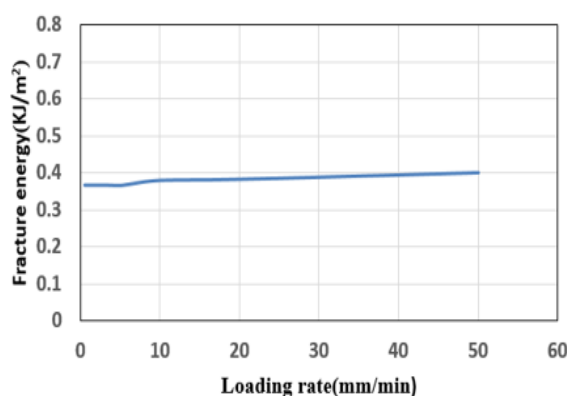
⁸ X & Li



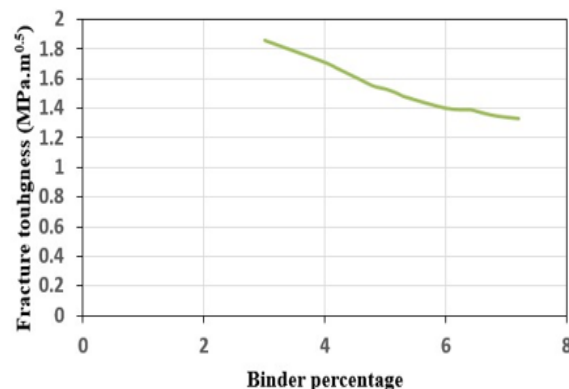
شکل ۱۵. تغییرات چقرمگی شکست با افزایش دمای آزمایش در مدل شبکه‌ی عصبی.



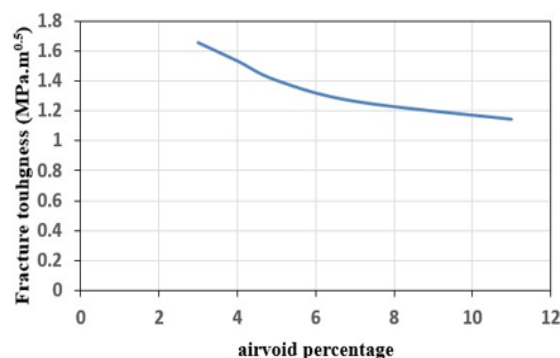
شکل ۱۶. تغییرات چقرمگی شکست با افزایش نرخ بارگذاری در مدل شبکه‌ی عصبی.



شکل ۱۲. تغییرات انرژی شکست با افزایش نرخ بارگذاری در مدل شبکه‌ی عصبی.



شکل ۱۳. تغییرات چقرمگی شکست با افزایش درصد قیر در مدل شبکه‌ی عصبی.



شکل ۱۴. تغییرات چقرمگی شکست با افزایش درصد هوا در مدل شبکه‌ی عصبی.

۵. نتیجه‌گیری

نتایج آزمایش خمش نیم دایره‌ای (SCB) و سایر اطلاعات استفاده‌شده در مطالعه‌ی حاضر از حدود ۱۰۰ نوشتار معتبر جمع‌آوری و از داده‌های مذکور برای ساخت مدل‌های شبکه‌ی عصبی پیش‌بینی نتایج آزمایش SCB، شامل انرژی شکست و چقرمگی، استفاده شده است. نوشتارهای مختلفی در شرایطی متفاوت، از جمله: درصد قیر، افزودنی، و یا نوع قیر متفاوت و موارد دیگر، آزمایش SCB را انجام داده‌اند. براساس داده‌های جمع‌آوری‌شده، دو مدل شکست در نظر گرفته شده و مدل‌سازی هم برای مد I شکست، هم برای مد II و هم برای ترکیب داده‌های دو مد I و II به‌صورت اضافه‌کردن یک متغیر باینری صورت گرفته است. سپس خروجی‌های مدل‌های ساخته‌شده، تجزیه و تحلیل شده و این نتایج به‌دست آمده است:

- مدل‌های شبکه‌ی عصبی ساخته‌شده بر مبنای داده‌های جمع‌آوری‌شده از نوشتارهای مختلف، عملکردی قابل قبول در پیش‌بینی انرژی شکست و چقرمگی شکست داشته‌اند.
- استفاده از ترکیب داده‌های مدهای I و II، شکست در ساخت مدل‌های شبکه‌ی عصبی، دقت مدل‌های پیش‌بینی انرژی شکست و چقرمگی مخلوط آسفالتی را بهبود بخشیده است.
- ضریب تعیین R^2 خط رگرسیون بین مقادیر واقعی و پیش‌بینی‌شده‌ی انرژی شکست و چقرمگی شکست به ترتیب برابر با ۰/۷۵ و ۰/۷۰ بوده است، که نشانگر دقت قابل قبول مدل‌های شبکه‌ی عصبی است.

شبکه‌ی عصبی هم با افزایش درصد قیر، چقرمگی شکست کاهش یافته است. براساس نتایج آزمایشگاهی نوشتار انسینجیمو و همکاران،^[۱۹] با افزایش درصد هوا، چقرمگی شکست کاهش یافته است و در شکل ۱۴، نیز چنین رفتاری برای نتایج مدل شبکه‌ی عصبی چقرمگی مشاهده می‌شود. در ضمن، براساس نوشتار انسینجیمو و همکاران،^[۱۹] با افزایش دمای آزمایش در دماهای زیر صفر، چقرمگی شکست کاهش پیدا کرده است، که با نتایج مدل شبکه‌ی عصبی ارائه‌شده در شکل ۱۵ تطابق دارد. نتایج آزمایشگاهی نوشتار اربانی و فردوسی^[۲۰] (۲۰۰۷)، نیز نشان داده است که با افزایش نرخ بارگذاری، چقرمگی شکست روند افزایشی داشت است، و در شکل ۱۶ نیز روند افزایشی اخیر در نتایج مدل مشاهده می‌شود.

- خطای پیش‌بینی انرژی شکست و چقرمگی مدل‌های شبکه‌ی عصبی بر حسب معیارهای RMSE و MSE در حد قابل قبولی بوده است، هر چند خطای مدل پیش‌بینی چقرمگی به مراتب کمتر بوده است.
- مدل‌های شبکه‌ی عصبی در پیش‌بینی عملکرد مواد و ساختارهای شکست‌پذیر قابل استفاده هستند.
- اثر چهار ورودی مهم (درصد هوا، درصد قیر، دمای آزمایش و نرخ بارگذاری) بر پیش‌بینی انرژی شکست و چقرمگی شکست بررسی شد.
- مدل‌های شبکه‌ی عصبی ساخته‌شده، قابلیت پیش‌بینی دقیق و مؤثر انرژی شکست و چقرمگی را در سناریوهای مختلف درصد هوا، درصد قیر، دمای آزمایش و نرخ بارگذاری نشان داده‌اند.
- ترکیب داده‌های آزمایشگاهی و محاسباتی بهبود قابل توجهی در عملکرد و دقت مدل‌های شبکه‌ی عصبی ساخته‌شده ایجاد کرده است.

References- منابع

1. Pirmohammad, S. and Ayatollahi, M., 2020. *Fracture behavior of asphalt materials*.
<http://dx.doi.org/10.1007/978-3-030-39974-0>
2. Huang, B., Shu, X. and Tang, Y., 2005. Comparison of semi-circular bending and indirect tensile strength tests for HMA mixtures. *Advances in Pavement Engineering*, pp.1–12.
[https://doi.org/10.1061/40776\(155\)14](https://doi.org/10.1061/40776(155)14)
3. AASHTO, 2010. Determining the fracture energy of asphalt mixtures using the semi circular bend geometry (SCB). In Designation: *TP 105-20*, Washington, DC 20004.
4. Lancaster, I. and Khalid, H., 2011. Crack growth analysis of polymer modified asphalt using linear and non linear fracture mechanics. *Fifth International Conference on Bituminous Mixtures and Pavements*, pp.612–623.
5. Biligiri, K., Said, S. and Hakim, H., 2012. Asphalt mixtures crack propagation assessment using semi-circular bending tests. *International Journal of Pavement Research and Technology*, 5(4), pp.209–217.
6. Im, S., Ban, H. and Kim, Y. R., 2014. Mode-dependent fracture behavior of asphalt mixtures with semicircular bend test. *Transportation Research Record, Journal of the Transportation Research Board*, 2447, pp.23–31.
<https://doi.org/10.3141/2447-03>
7. Mahmoud, E., Saadeh, S., Hakimelahi, H. and Harvey, J., 2014. Extended finite-element modelling of asphalt mixtures fracture properties using the semi-circular bending test. *Road Materials and Pavement Design*, 15, pp.153–166.
<https://doi.org/10.1080/14680629.2013.863737>
8. Pirmohammad, S. and Ayatollahi, M., 2015. Asphalt concrete resistance against fracture at low temperatures under different modes of loading. *Cold Regions Science and Technology*, 110, pp.149–159.
<https://doi.org/10.1016/j.coldregions.2015.03.001>
9. Xiao, F. and Serji, N., 2009. Artificial neural network approach to estimating stiffness behavior of rubberized asphalt concrete containing reclaimed asphalt pavement. *Journal of Transportation Engineering*, 135, (8), pp.580–589.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)TE.1943-5436.0000014](https://doi.org/10.1061/(ASCE)TE.1943-5436.0000014)
10. Shafabakhsh, G. H., Jafrai Ani, O. and Talebsafa, M., 2015. Artificial neural network modeling (ANN) for predicting rutting performance of nano-modified hot-mix asphalt mixtures containing steel slag aggregates. *Construction and Building Materials*, 85, pp.136–143.
<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.03.060>
11. Mirabdolazimi, S. and Shafabakhsh, G., 2017. Rutting depth prediction of hot mix asphalts modified with forta fiber using artificial neural networks and genetic programming technique. *Construction and Building Materials*, 148, pp.666–674.
<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.05.088>
12. Leon, P. L. and Gay, D., 2019. Gene expression programming for evaluation of aggregate angularity effects on permanent deformation of asphalt mixtures. *Construction and Building Materials*, 211, pp.470–478.
<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.03.225>
13. Majdifard, H., Jahangiri, B., Buttlar, W. G. and Alavi, A. H., 2019. New machine learning-based prediction models for fracture energy of asphalt mixtures. *Measurement*, 135, pp.438–451.
<https://doi.org/10.1016/j.measurement.2018.11.081>
14. Yaro, N., Sutanto, M. H., Habib, N. Z., Napiah, M., Usman, A. and Muhammad, 2022. Comparison of

- response surface methodology and artificial neural network approach in predicting the performance and properties of palm oil clinker fine modified asphalt mixtures. *Construction and Building Materials*, 324, 126618. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2022.126618>
15. Barghabany, P., Zhang, J., Mohammad, L. N. and Cooper, S. B., 2022. Novel model to predict critical strain energy release rate in semi-circular bend test as fracture parameter for asphalt mixtures using an artificial neural network approach. *Journal of the Transportation Research Board*. <https://doi.org/10.1177/03611981211036357>
 16. Abuawad, I., Al-Qadi, I. and Trepanier, J., 2015. Mitigation of moisture damage in asphalt concrete: testing techniques and additives/modifiers effectiveness. *Construction and Building Materials*, 84, pp.437-443. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.03.001>
 17. Hamed, G. H., Saedi, D. and Ghahremani, H., 2020. Effect of short-term aging on low-temperature cracking in asphalt mixtures using mechanical and thermodynamic methods. *ASCE*, 32. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)MT.1943-5533.0003388](https://doi.org/10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0003388)
 18. Malek, M. and Keymanesh, M., 2023. Impact of thickness, void content, temperature and loading rate on tensile fracture toughness and work of fracture of asphalt mixtures-an experimental study using the SCB test. *Engineering Solid Mechanics*, 11, pp.163-174. <https://doi.org/10.5267/j.esm.2023.000015>
 19. Nsengiyumva, G., You, T. and Kim, Y., 2017. Experimental-statistical investigation of testing variables of a semicircular bending (SCB) fracture test repeatability for bituminous mixtures. *Journal of Testing and Evaluation*, 45, pp.1691-1701. <https://doi.org/10.1520/JTE20160103>
 20. X., J. and Li, M., 2010. Using semi circular bending test to evaluate low temperature fracture resistance for asphalt concrete. *Experimental Mechanics*, 50, pp.867-876. <https://doi.org/10.1007/s11340-009-9303-0>
 21. Bui, H. and Mofreh, S., 2021. Effects of specimen size and loading conditions on the fracture behaviour of asphalt concretes in the SCB test. *Engineering Fracture Mechanics*, 242, 107452. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2020.107452>
 22. Arabani, M. and Ferdowsi, B., 2007. Evaluating the semi-circular bending test for HMA mixtures. *International Journal of Engineering*, 22, pp.47-58. <https://doi.org/10.22068/ije.22.1.47>