

## کاربرد برنامه‌ریزی غیرخطی در بهینه‌سازی طراحی شبکه‌های فاضلاب

محمدهادی افشار (استادیار)

محمدهادی ستوده (دانشجوی کارشناسی ارشد)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه علم و صنعت ایران

احداث شبکه‌های جمع‌آوری و دفع فاضلاب به دلیل وسعت و گستردگی آنها از یک طرف، و پرهزینه بودن عملیات خاکی و سازه‌ی حجیم آنها از سوی دیگر، ضروری است. بدین ترتیب بدیهی است که هرگونه صرفه‌جویی در احداث این شبکه‌ها از طریق کاهش حجم مصالح و عملیات مورد نیاز آنها می‌تواند به صرفه‌جویی قابل توجهی منجر شود. این امر، به‌ویژه در ایران که بخش عمده‌ی آن مناطق شهری آن فاقد سیستم جمع‌آوری فاضلاب است و اثرات زیست‌محیطی ناشی از این فقدان، سیاست عمومی را بر احداث این گونه شبکه‌ها استوار ساخته است، از اهمیت بیشتری برخوردار است. در این تحقیق برای بهینه‌سازی طراحی شبکه‌های فاضلاب مدلی براساس برنامه‌ریزی غیرخطی، با جانمایی مشخص ارائه شده است. با استفاده از روش توابع تاوانی، ابتدا مسئله‌ی بهینه‌سازی به صورت مسئله‌ی نامعقد فرمول‌بندی شده و سپس مسئله‌ی حاصل با استفاده از نرم‌افزار عمومی DOT حل شده است. شیب لوله‌ها به‌عنوان متغیر تصمیم در نظر گرفته شده، و با استفاده از آن قطر لوله‌ها به صورت گسسته محاسبه شده است. کارایی این مدل با استفاده از یک مثال تحلیلی و طرح دو مسئله‌ی نمونه نشان داده شده است. نتایج نشان داده است که مدل پیشنهادی قادر به بهبود نتایج ارائه شده در روش صفحه گسترده و روش غیرخطی مقید است.

### مقدمه

رشد سریع جمعیت شهری موجب افزایش مشکلاتی در ارائه‌ی خدماتی توسط مدیریت آب شهری شده است. از آنجا که تسهیلات حیاتی مرتبط با بهداشت محیط شهری (از قبیل سیستم‌های زهکشی فاضلاب های بهداشتی و آب‌های سطحی) مستقیماً بر میزان و کیفیت آب دفع شده تأثیر دارند، سرمایه‌گذاری بیشتر در طراحی، اجرا، اصلاح، بهره‌برداری و نگهداری سیستم‌های فاضلاب شهری مورد نیاز است. هزینه‌ی اجرای شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب شهری بخش اصلی هزینه‌ی سیستم دفع فاضلاب شهری را تشکیل می‌دهد. بنابراین حجم عمده‌ی سرمایه‌گذاری‌ها را می‌توان از طریق بهینه‌سازی طراحی شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب صرفه‌جویی کرد.

الگوریتم‌های متفاوتی برای طراحی بهینه‌ی شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب در سال‌های گذشته توسعه یافته‌اند که از آن جمله می‌توان به روش‌های برنامه‌ریزی پویا<sup>۱</sup>، برنامه‌ریزی خطی<sup>۲</sup>، برنامه‌ریزی غیرخطی<sup>۳</sup> و روش‌های ابتکاری<sup>۴</sup> اشاره کرد. برنامه‌ریزی پویا یکی از روش‌های متداول طراحی بهینه‌ی شبکه‌های فاضلاب، با توجه به ماهیت جریان یک‌سویه در این گونه شبکه‌ها است. این روش علی‌رغم قابلیت گسترده آن در مورد متغیرهای گسسته، در مورد متغیرهای پیوسته برخوردار از قابلیت مناسبی نیست. علاوه بر این، برنامه‌ریزی پویا به دلیل برخوردار از مشکل ابعادی<sup>۵</sup> کاربرد آن را برای طراحی بهینه‌ی شبکه‌های بزرگ مشکل می‌سازد. داچانی با استفاده از روش

برنامه‌ریزی پویا شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب کوچک را طراحی کرد، که در آن اقطار به صورت غیراستاندارد محاسبه می‌شد.<sup>[۱]</sup> برخی از محققین از روش برنامه‌ریزی پویا و برخی دیگر از روش برنامه‌ریزی پویای دیفرانسیلی گسسته<sup>۶</sup> برای بهینه‌سازی هم‌زمان جانمایی و طراحی هیدرولیکی شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب استفاده کردند.<sup>[۲،۳]</sup> همچنین الگوریتم برنامه‌ریزی پویای دیفرانسیلی گسسته با متغیر تصمیم قطر و تراز کارگذاری لوله‌ها کاربرد داشته است.<sup>[۴]</sup> روش بهینه‌سازی پویا نیز همراه با معرفی گروه‌های شدنی در گره‌های رابط، به منظور کاهش مشکل ابعادی در بهسازی هزینه‌ی سیستم‌های ثقلی - پمپاژی در طراحی بهینه‌ی شبکه‌های فاضلاب ارائه شده است.<sup>[۵]</sup> براساس برنامه‌ریزی پویا یک روش رایانه‌ی ارائه شده است که با اعمال قیود طراحی ابتدا ناحیه‌ی جواب قابل قبول برای هر لوله به دست می‌آید و سپس از برنامه‌ریزی پویا در بهینه‌سازی شبکه‌ها استفاده می‌شود.<sup>[۶]</sup>

از طرف دیگر، روش‌های برنامه‌ریزی خطی و غیرخطی را در حالت کلی می‌توان فقط برای متغیرهای پیوسته به‌کار برد. این روش در حالی که به زمان کم‌تری برای جست‌وجوی جواب بهینه نیاز دارد، تحت تأثیر نقطه‌ی شروع جست‌وجو (حدس اولیه) است و دستیابی به جواب بهینه‌ی کلی را متضمن نمی‌شود. هالند با استفاده از روش برنامه‌ریزی غیرخطی و نرم‌افزارهای موجود این مسئله را حل کرد ولی با گرد کردن جواب‌های پیوسته به اقطار تجارتي از جواب بهینه دور می‌شد.<sup>[۷]</sup>

براساس این جدول، رابطه‌ی تقریبی ۲ برای محاسبه‌ی تغییرات ضریب زبری  $n$  در فاضلابروهای دایره‌ی ارائه شده است: [۱۴]

$$\begin{aligned} 0,25 < \frac{h}{D} < 0,8 \\ \frac{n}{N} = 1,343 - 0,253 \left( \frac{h}{D} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن  $N$  ضریب مانینگ در حالت پر، و  $\frac{h}{D}$  نسبت پرشدگی فاضلابرو است.

در این تحقیق با رگرسیون داده‌های جدول پیشنهادی کمپ در نرم‌افزار Excel، رابطه‌ی ۳ برای محاسبه‌ی تغییرات ضریب زبری  $n$  ابداع و از آن در محاسبات استفاده شد:

$$\begin{aligned} 0,1 < \frac{h}{D} < 1 \\ \frac{N}{n} = \left\{ \begin{aligned} & -17,361 \left( \frac{h}{D} \right)^6 + 55,497 \left( \frac{h}{D} \right)^5 \\ & + 38,152 \left( \frac{h}{D} \right)^3 - 9,6919 \left( \frac{h}{D} \right)^2 \\ & - 67,193 \left( \frac{h}{D} \right)^4 \\ & + 0,7915 \left( \frac{h}{D} \right) + 0,8057 \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

که با درجه‌ی همبستگی  $R^2 = 0,9998$  نشان‌دهنده‌ی دقت بالای رابطه و محدوده‌ی کاربرد وسیع‌تر آن نسبت به رابطه‌ی گیل است.

**مدل هیدرولیکی هیزین - ویلیامز اصلاح شده<sup>۸</sup>**  
فرمول هیزین - ویلیامز اصلاح شده برای محاسبه‌ی سرعت جریان در شرایط نیمه‌پر به صورت زیر ارائه شد: [۱۰]

$$v = \gamma(k, r) D^{\alpha_1(k)} S^{\alpha_2(k)} \quad (4)$$

که در آن

$$\gamma(k, r) = [143,534 \omega_1(k) q^{0,6575} C_h]^{[1/1-\omega_2(k)]} \quad (5)$$

در اینجا  $v$  سرعت جریان،  $D$  قطر لوله،  $S$  شیب خط لوله،  $k$  ارتفاع زبری،  $q$  پارامتر ثابتی است که بستگی به عمق جریان در لوله دارد و سرانجام  $C_h$  ضریبی است که تغییرات ضریب زبری را توأم با عمق جریان در نظر می‌گیرد. به آسانی می‌توان نشان داد که سطح مقطع مرطوب لوله‌ی  $A$  از رابطه‌ی ۶ به دست می‌آید:

$$A = aD^2 \quad (6)$$

در این رابطه  $a$  ضریبی است که به ارتفاع جریان در فاضلابرو بستگی دارد. می‌توان ضریب  $a$  را از رابطه‌ی ۷ محاسبه کرد: [۱۵]

$$a = 0,25 \{ \cos^{-1}(1 - 2r) - (1 - 2r) [2r(2 - 2r)]^{1/2} \} \quad (7)$$

گوپتا نیز با استفاده از روش برنامه‌ریزی غیرخطی و توابع تاوانی، اقطار غیر استاندارد شبکه‌های بهینه را تعیین کرد. [۸] فیشر با استفاده از روش برنامه‌ریزی خطی صحیح<sup>۹</sup> اقطار استاندارد شبکه‌های خیلی کوچک را به همراه فرمول مانینگ در شرایط پر تعیین کرد. [۹] با توسعه و به‌کارگیری ترکیبی از برنامه‌ریزی خطی و گسسته‌سازی قطر، روشی ابتکاری برای طراحی بهینه‌سازی شبکه‌های فاضلاب بزرگ مقیاس ارائه شده است. [۱۰]

در این تحقیق مدلی براساس روش برنامه‌ریزی غیرخطی و براساس مدل‌های هیدرولیکی مانینگ و هیزین - ویلیامز اصلاح شده در بهینه‌سازی طراحی شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب با جانمایی مشخص ارائه شده است.

### مدل هیدرولیکی

معمولاً طراحی شبکه‌های فاضلاب همانند طراحی کانال‌های باز با استفاده از فرمول تجربی مانینگ صورت می‌گیرد. این فرمول از اثرات قطر لوله، سرعت جریان یا لزجت متوسط جریان بر ضریب زبری صرف‌نظر می‌کند. از بررسی تأثیر این نقیصه مشخص شد که میزان خطا در به‌کارگیری ضریب زبری مانینگ در مقایسه با ضریب زبری کلبروک در حدود ۲۰۰-۱۰۰٪ است. [۱۱] محدودیت‌های ذاتی فرمول هیزین - ویلیامز توسط محققین تشریح شده است [۱۲] و برای برطرف کردن این محدودیت‌ها فرمول هیزین - ویلیامز اصلاح شده پیشنهاد شد. [۱۰]

در این تحقیق از مدل‌های هیدرولیکی مانینگ و هیزین - ویلیامز اصلاح شده برای تحلیل جریان نیمه‌پر در لوله‌ها استفاده شده است.

### مدل هیدرولیکی مانینگ

سرعت جریان در رابطه‌ی مانینگ چنین محاسبه می‌شود:

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \quad (8)$$

که در آن  $V$  سرعت جریان ( $m/s$ )،  $R$  شعاع هیدرولیکی جریان در شرایط نیمه‌پر ( $m$ )،  $S$  شیب خط هیدرولیکی و  $n$  ضریب زبری مانینگ (بدون بعد) است.

اگر چه ضریب زبری  $n$  در بسیاری از موارد ثابت در نظر گرفته می‌شود، در واقع مقدار آن با ارتفاع فاضلاب و همچنین عواملی نظیر ته‌نشینی لجن، پوشش چربی در جدار داخلی و غیره تغییر می‌کند. برای فاضلابروهای دایره‌ی شکل جدولی ارائه شده است که براساس آن ضریب زبری  $n$  برای جریان‌های نیمه‌پر بیشتر از جریان پر است. [۱۳]

### تابع هدف

مجموع هزینه‌های طرح که شامل هزینه‌های خرید، اجرا و نصب لوله‌ها و آدروها و ایستگاه‌های پمپاژ و آدروهای ریزشی، در صورت وجود است، به‌عنوان تابع هدف در نظر گرفته می‌شود که می‌بایست کمینه شود. بنابراین تابع هدف چنین تعریف می‌شود:

$$C_T = \sum C_{P_i}(D_i, X_i) + \sum C_{m_i}(h_m) + \sum C_{PUMP}(Q, h_p) + \sum C_{DROP}(h_D) \quad (18)$$

که در آن  $Q$  دبی پمپاژ،  $C_{P_i}$  هزینه واحد طول کارگذاری لوله  $i$  در شبکه،  $C_{m_i}$  هزینه آدرو  $i$ ،  $C_{PUMP}$  هزینه ایستگاه پمپاژ و  $C_{DROP}$  هزینه آدرو ریزشی در شبکه است.

### قیود

قیود متداول در طراحی شبکه‌های فاضلاب که ناشی از محدودیت‌های فنی و اجرایی است چنین در نظر گرفته می‌شود:

قید کمینه و بیشینه سرعت در دبی طراحی

$$i = 1, \dots, NL$$

$$V_{\min} \leq V_i \leq V_{\max} \quad (19)$$

- قید تأمین سرعت شست و شو در دبی کمینه

$$i = 1, \dots, NL$$

$$\underline{V}_i \geq V_{clean} \quad (20)$$

- قید کمینه و بیشینه نسبت پرشدگی

$$i = 1, \dots, NL$$

$$\left(\frac{h}{D}\right)_{\min} \leq \left(\frac{h}{D}\right)_i \leq \left(\frac{h}{D}\right)_{\max} \quad (21)$$

- قید کمینه و بیشینه عمق کارگذاری

$$i = 1, \dots, NL$$

$$AD_{\min} \leq X_i \leq AD_{\max} \quad (22)$$

- قید اقطار استاندارد

$$D_i D_j \in$$

$$i = 1, \dots, NL \quad (23)$$

- قید اقطار پیش‌رونده<sup>۴</sup>

$$i = 1, \dots, NL$$

$$D_i \geq D_j \quad (24)$$

که در آن  $r = \left(\frac{h}{D}\right)$  نسبت پرشدگی لوله است. در ادامه، روابط مربوط به سایر پارامترهای مورد نیاز برای استفاده از مدل مورد نظر فهرست می‌شود:

$$q = a / \cos^{-1}(1 - 2r) \quad (8)$$

$$1/C_h = (R_p/R_f)^{0.1667} (f_p/f_f)^{0.5525} \quad (9)$$

$$R_p/R_f = 4q \quad (10)$$

$$f_p/f_f = 1 - 0.377 \ln(r) - 0.546(r - 1) + 0.104(r - 1)^2 \quad (11)$$

$$\alpha_1(k) = (\omega_2(k) + 0.6575) / (1 - \omega_2(k)) \quad (12)$$

$$\alpha_2(k) = 0.5525 / (1 - \omega_2(k)) \quad (13)$$

$$\omega_1(k) = A_1 + B_1 e^{-C_1 k} \quad (14)$$

$$\omega_2(k) = A_2 + B_2 e^{-k} + C_2 k + D_2 k^2 \quad (15)$$

$$\omega_3(k) = A_3 + B_3 \ln(k) + C_3 (k - 1) + D_3 (k - 1)^2 \quad (16)$$

مقادیر  $A_i, B_i, C_i, D_i$  به‌ازای  $i = 1, 2, 3$  در جدول ۱ آمده است.

### مدل بهینه‌سازی

مسئله طراحی بهینه شبکه‌های جمع‌آوری فاضلاب با جانمایی مشخص را می‌توان در قالب کلی مسائل بهینه‌سازی ریاضی تعریف کرد:

$$Min C = \sum f(D_i, X_i, h_m, h_p, h_D) \quad i = 1, \dots, NL$$

subject to:

$$g_j(D_i, X_i, h_D, h_p) \leq 0 \quad (17)$$

که در آن  $C$  هزینه طرح،  $D_i$  قطر لوله  $i$ ام،  $X_i$  عمق متوسط کارگذاری لوله  $i$ ام که تابعی از تراز کارگذاری بالادست و پایین‌دست لوله و به‌صورت غیرمستقیم تابعی از شیب لوله است،  $h_m$  ارتفاع آدرو،  $h_p$  ارتفاع پمپاژ،  $h_D$  ارتفاع آدرو ریزشی و  $NL$  تعداد لوله‌ها در شبکه است. در ادامه، تابع هدف و قیود مسئله معرفی می‌شوند.

جدول ۱. ضرایب توابع  $\omega_1(k)$ ،  $\omega_2(k)$  و  $\omega_3(k)$ .

$D_i$	$C_i$	$B_i$	$A_i$	$i$
	-۱,۳۰۹۹	۰,۳۱۰۳	۰,۶۸۹۴	۱
۰,۱۲۷۶	-۰,۰۵۵۹۶	-۰,۱۳۱۷۳	۰,۱۳۱۹۶	۲
-۰,۰۱۵۴۱	۰,۰۱۹۱۱	-۰,۰۲۳۹	-۰,۰۹۸۸۸	۳

- قید کمینه و بیشینه‌ی شیب لوله‌ها

$$i = 1, \dots, NL \quad (25)$$

$$S_{\min} \leq S_i \leq S_{\max}$$

در اینجا  $D_i$  مجموعه اقطار استاندارد قابل استفاده برای لوله‌ی  $i$ ،  $D_j$  مجموعه اقطار لوله‌های بالادست لوله‌ی  $i$ ،  $AD_{\min}$  عمق پوشش کمینه و  $AD_{\max}$  بیشینه پوشش مجاز و  $V_i$  سرعت در دبی کمینه‌ی طرح است.

لازم به تذکر است که قیود کمینه و بیشینه‌ی شیب لوله‌ها قیود ذاتی مسئله محسوب نمی‌شوند و لذا نیازی به منظور کردن آن نیست. دلیل عمده‌ی آیین‌نامه‌های طراحی برای منظور کردن قیود شیب، برای تأمین قید کمینه و بیشینه‌ی سرعت است که در طراحی بهینه به صورت صریح در نظر گرفته می‌شوند. در ضمن، برای افزایش قابلیت و انعطاف‌پذیری مدل در این تحقیق، از این قیود نیز استفاده شده است.

### فرایند بهینه‌سازی

حل مسئله‌ی طراحی بهینه‌ی شبکه‌های فاضلاب، چنان که از طبیعت آن مشخص است، نیازمند استفاده از روش‌های بهینه‌سازی مقید است. در این نوشتار از روشی نامقید برای طراحی بهینه‌ی شبکه‌های فاضلاب استفاده شده است که این امر نیازمند تبدیل مسئله‌ی مقید مورد نظر به مسئله‌ی نامقید است. از عمده روش‌های تبدیل مسائل مقید به نامقید می‌توان به روش‌های تابع تاوانی و ضرایب لاگرانژ اشاره کرد. روش ضرایب لاگرانژ نیاز به تعیین ضرایب از قبل تعیین شده ندارد، ولی به تعداد قیود مسئله بر مجهولات مسئله به‌عنوان ضرایب لاگرانژ افزوده می‌شود. روش تابع تاوانی را می‌توان به دو طریق تابع تاوانی داخلی و خارجی به‌کار برد. روش تابع تاوانی داخلی نیازمند نقطه‌ی شروعی شدنی است که دستیابی به آن در مسائل پیچیده‌ی مهندسی امری مشکل و بعضاً ناممکن است. مشکل استفاده از توابع تاوانی، تعیین مقدار مناسب ضریب تاوانی است.

در این تحقیق از توابع تاوانی خارجی به‌عنوان روشی برای تبدیل مسئله‌ی اصلی مقید به مسئله‌ی نامقید استفاده شده است. مسئله‌ی نامقید حاصل با استفاده از نرم‌افزار عمومی DOT<sup>[۱۶]</sup> و با به‌کارگیری روش BFGS که از لحاظ نظری یکی از بهترین روش‌های بهینه‌سازی مسائل نامقید است<sup>[۱۷]</sup> حل شده است. DOT نرم‌افزاری عمومی برای حل مسائل بهینه‌سازی - اعم از مقید و نامقید - با استفاده از روش‌های مختلف برنامه‌ریزی غیرخطی، از جمله روش دیویدسون - فلچر - پاول<sup>[۱۸]</sup> (DFP)، برویدون - فلچر - گولدفارب - شانو<sup>[۱۹]</sup> (BFGS) و روش شیب‌های مزدوج<sup>[۲۰]</sup> (CGM) است. روش BFGS روشی شبه

نیوتنی است که امروزه به‌عنوان یکی از کارآمدترین روش‌های بهینه‌سازی ریاضی مورد توجه محققین است.

با در نظر گرفتن شیب لوله به‌عنوان متغیر تصمیم، قیود کمینه و بیشینه‌ی شیب لوله‌ها به‌عنوان قیود مرزی<sup>[۱۳]</sup> فرایند بهینه‌سازی به صورت خودکار تأمین می‌شوند. قیود اقطار استاندارد، اقطار پیش‌رونده، و در صورت امکان قید بیشینه‌ی نسبت پرشدگی به صورت خودکار در فرایند محاسبه‌ی قطر استاندارد لوله‌ها که در بخش‌های بعد توضیح داده می‌شود ارضا می‌شوند. سایر قیود از طریق تابع تاوانی به تابع هزینه افزوده می‌شوند. بدین ترتیب تابع هدف به صورت رابطه‌ی ۲۶ نوشته می‌شود که در آن برای یکسان‌سازی اثر قیود از شکل نرمال‌سازی شده‌ی<sup>[۱۴]</sup> آنها استفاده شده است.

$$\min \left\{ C_T + R \sum_{i=1}^{NL} \left[ \left(1 - \frac{V_i}{V_{\min}}\right)^2 + \left(\frac{V_i}{V_{\max}} - 1\right)^2 + \left(1 - \frac{(h/D)_i}{(h/D)_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{(h/D)_i}{(h/D)_{\min}} - 1\right)^2 \right] + \left(1 - \frac{V_i}{V_{clean}}\right)^2 + \left(1 - \frac{(h/D)_i}{(h/D)_{\min}}\right)^2 + \left(1 - \frac{X_i}{AD_{\min}}\right)^2 + \left(\frac{X_i}{AD_{\max}} - 1\right)^2 \right\} \quad (26)$$

که در آن  $R$  ضریب تاوانی است که مقدار آن در صورت تخلف از قیود، عددی بزرگ و در صورتی که قیود ارضا شوند معادل صفر منظور می‌شود. از آنجا که به‌ازای برخی از شیب‌های فرضی امکان تأمین قید بیشینه‌ی نسبت پرشدگی از طریق فرایند محاسبه‌ی قطر استاندارد لوله‌ها وجود نخواهد داشت، این قید هم در تابع هدف نهایی منظور شده است.

### تعیین ضریب تاوانی

استفاده از روش تابع تاوانی مستلزم معلوم بودن مقدار ضریب تاوانی است. کیفیت جواب مسئله‌ی بهینه‌سازی بستگی زیادی به مقدار ضریب تاوانی دارد. اگر ضریب تاوانی کوچک باشد ممکن است جواب مسئله نشدنی باشد، و اگر این ضریب خیلی بزرگ باشد جواب به دست آمده کیفیت خوبی نخواهد داشت. مقدار مناسب ضریب تاوانی از مسئله‌ی به مسئله‌ی دیگر فرق می‌کند و لذا مقدار آن از قبل معلوم نیست. روش متداول در تعیین مقدار مناسب ضریب تاوانی مبتنی بر سعی و خطاست که هزینه‌ی فرایند بهینه‌سازی را افزایش خواهد داد.

در این تحقیق برای تعیین مقدار ضریب تاوانی از فرایندی تکراری استفاده شده است. در این روش مقدار ضریب تاوانی در حین فرایند بهینه‌سازی تعیین شده و در نتیجه موجب افزایش هزینه‌های محاسباتی نمی‌شود.

فلوچارت فرایند بهینه‌سازی با تأکید بر نحوه‌ی تعیین ضریب تابع تاوانی در شکل ۸ نشان داده شده است.

### مثال تحلیلی

از آنجا که حل تحلیلی مسئله‌ی بهینه‌سازی شبکه‌های فاضلاب بسیار پیچیده و غیرممکن است، در اینجا از یک مثال ساده‌ی نامقید، با جواب تحلیلی معلوم، استفاده شده است. در این مثال دو فاضلابرو با مقطع دایره‌یی مطابق شکل ۲ در نظر گرفته شده است. عمق کارگذاری ابتدای فاضلابرو اول برابر ۱/۲ متر فرض شده، و از فرمول هیزین - ویلیامز اصلاح شده در تحلیل جریان استفاده شده است. تابع هزینه مسئله طبق رابطه ۲۷ فرض شده است:

$$C_T = (0.05D^2 + 10H_{ave}^2 + 40D + 80)L \quad (27)$$

که در آن  $D$  قطر فاضلابرو،  $H_{ave}$  عمق میانگین کارگذاری دو سر فاضلابرو؛ و  $L$  طول لوله است. در ادامه سایر اطلاعات مربوط به مسئله آورده شده است:

$$DH_1 = 1.2m \quad k = 1.5mm$$

$$L_1 = 75m \quad Q_1 = 0.1m^3/s$$

$$L_2 = 70m \quad Q_2 = 0.1 + 0.25 = 0.35m^3/s$$

$$Z_1 = 15.1m$$

$$Z_2 = 15m$$

$$Z_3 = 14.8m$$

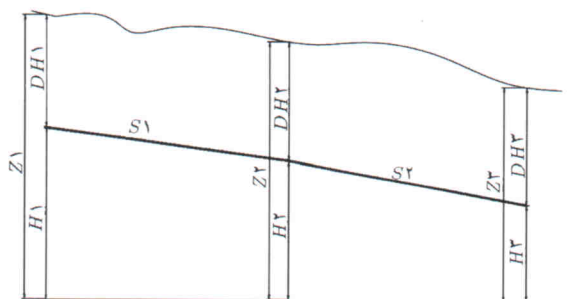
برای محاسبه‌ی جواب تحلیلی مسئله، با توجه به شکل ۲ ابتدا می‌توان عمق میانگین کارگذاری لوله‌ها را برحسب شیب لوله‌ها به دست آورد:

$$H_{av1} = \frac{DH_1 + DH_2}{2} = 1.15 + 37.5S_1$$

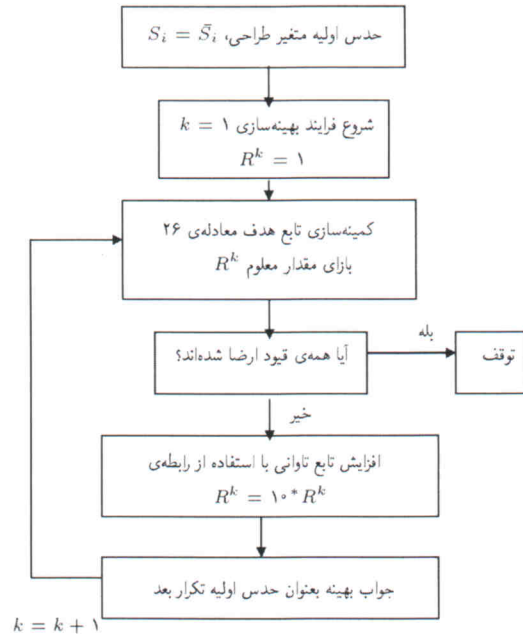
$$H_{av2} = \frac{DH_2 + DH_3}{2} = 1 + 75S_1 + 35S_2 \quad (28)$$

حال با فرض نسبت پرشدگی  $r = 0.8$  و استفاده از رابطه‌ی هیزین - ویلیامز اصلاح شده می‌توان رابطه‌ی زیر را برای محاسبه‌ی قطر به دست آورد:

$$D_i = 0.3345Q_i^{0.3938} S_i^{-0.1708} \quad i = 1, 2 \quad (29)$$



شکل ۲. جانمایی مثال تحلیلی.



شکل ۱. فلوچارت فرایند بهینه‌سازی.

### الگوریتم محاسبه‌ی اقطار استاندارد در فرایند

#### بهینه‌سازی

هدف مدل ارائه شده برای طراحی بهینه‌ی شبکه‌های فاضلاب، تعیین قطر و تراز کارگذاری لوله‌هاست، به نحوی که هزینه اجرا حداقل شود. در مدل مورد استفاده شیب لوله‌ها به‌عنوان متغیر تصمیم به‌صورت متغیری پیوسته منظور شده است ولی در فرایند بهینه‌سازی، قطر هر لوله به‌صورت گسسته مطابق الگوریتم زیر محاسبه می‌شود:

گام ۱:  $i = 1$  که در آن  $i$  اندیس شمارنده‌ی اقطار تجارتي است؛  
گام ۲: انتخاب  $D_i$  از جدول اقطار استاندارد، به‌عنوان قطر لوله، که به‌ترتیب صعودی مرتب شده‌اند؛

گام ۳: محاسبه‌ی نسبت پرشدگی فاضلاب با در دست داشتن شیب، قطر و دبی طراحی لوله و استفاده از رابطه‌ی مایننگ (معادله ۱)؛

گام ۴: اگر  $(h/D) \leq (h/D)_{max}$  به گام ۸ برو؛  
گام ۵:  $i = i + 1$ ؛

گام ۶: اگر  $i \geq Ndiam$ ، قطر لوله را بزرگ‌ترین قطر استاندارد در نظر بگیر و به گام ۸ برو؛

گام ۷: برو به گام ۲؛

گام ۸: ذخیره نتیجه؛

که در آن  $Ndiam$  تعداد اقطار استاندارد مربوط به لوله جاری است.

#### آزمون مدل

در این بخش کارایی مدل با حل یک مثال تحلیلی و دو مسئله‌ی نمونه، که توسط سایر محققین نیز حل شده است، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

جدول ۲. نتایج حل مثال تحلیلی توسط مدل پیشنهادی.

شماره فاضلابرو	شیب فاضلابرو	قطر (mm)	دبی (m <sup>3</sup> /s)
۱	۰/۰۰۰۵۳۲۱	۱۹۳/۶	۰/۰۱
۲	۰/۰۰۱۹۷۰۱	۲۵۵	۰/۰۳۵

با جاگذاری این رابطه در معادله ۲۷، هزینه کل شبکه به صورت زیر، و بر حسب شیب لوله‌ها بیان می‌شود:

$$C_T = [1,4226e - 3S_1^{-0,2416} + 10(1,15 + 37,5S_1)^2 + 2,136S_1^{-0,1708} + 80] * 75 + [3,872e - 3S_2^{-0,2416} + 10(1 + 75S_2 + 35S_2)^2 + 3,52S_2^{-0,1708} + 80] * 70 \quad (30)$$

با مشتق‌گیری از رابطه‌ی ۳۰ نسبت به  $S_1$  و  $S_2$ ، و مساوی صفر قرار دادن معادلات به دست آمده می‌توان مقادیر بهینه‌ی زیر را برای شیب لوله‌ها و سپس قطر لوله‌ها به دست آورد:

$$S_1 = 0,0005422 \Rightarrow D_1 = 197,1mm$$

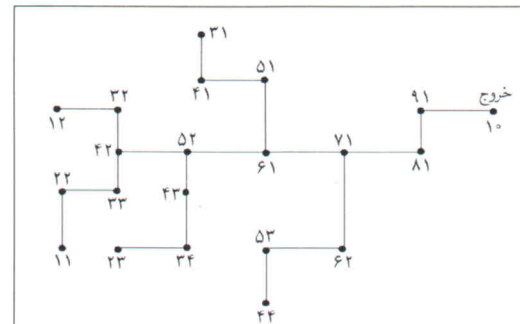
$$S_2 = 0,0021993 \Rightarrow D_2 = 254,1mm$$

در نتیجه، هزینه کل برای مثال تحلیلی مورد نظر برابر ۱۴۷۸۵ واحد پول می‌شود. جدول ۲ نتایج حاصل از طراحی بهینه‌ی شبکه‌ی مورد نظر را از طریق مدل پیشنهادی نشان می‌دهد:

هزینه‌ی طرح بهینه در این حالت برابر ۱۴۷۸۶ واحد پول است که اختلاف آن با نتایج تحلیلی بسیار ناچیز و قابل اغماض است.

## مسئله طراحی ۱

این مسئله اولین بار توسط عده‌ی از محققین [۳] مطرح، و سپس توسط دیگر محققین حل شد. [۱۹ و ۱۸] جانمایی این مسئله در شکل ۳ نشان داده شده است. در این مسئله از روابط ارائه شده برای محاسبه‌ی



شکل ۳. جانمایی مسئله‌ی طراحی اول.

هزینه‌ی لوله‌ها و آدمروها [۲۰] به صورت رابطه‌ی ۳۱ استفاده شده است:

$$C_P = \begin{cases} 10,98D + 0,8X - 5,98 & \text{if } D \leq 3' \text{ and } X \leq 10' \\ 5,94D + 1,66X + 0,504XD - 9,64 & \text{if } D \leq 3' \text{ and } X \geq 10' \\ 30/0D + 4,9X - 105,9 & \text{if } D > 3' \end{cases} \quad (31)$$

$$C_m = 250 + h^2 \quad (32)$$

که در آن  $C_P$  هزینه‌ی واحد طول نصب لوله (\$/ft)،  $C_m$  هزینه‌ی نصب آدمرو (\$)،  $D$  قطر لوله (ft)،  $X$  میانگین عمق کف کارگذاری (ft) و  $h$  عمق آدمرو (ft) است.

میلز و هینی نشان دادند که میز و ونزل و رابینسون و لابادیه با توجه به محاسبه‌ی سرعت جریان در حالت پر، و بدون در نظر گرفتن ارتفاع فاضلاب، مرتکب خطا شده‌اند. آنها از روش صفحه گسترده در تصحیح این اشتباه استفاده کردند.

در این مسئله همانند روش میلز و هینی از مدل هیدرولیکی مانینگ با ضریب زبری متغیر و قیود هیدرولیکی بیشینه‌ی سرعت ۸ ft/s، کمینه‌ی سرعت ۲ ft/s و کمینه‌ی پوشش ۸ ft استفاده شده است. نتایج نشان‌دهنده‌ی ۵/۲٪ کاهش هزینه نسبت به جواب میلز و هینی است.

نتایج حاصل از حل این مسئله با استفاده از مدل پیشنهادی در جدول ۳ نشان داده شده است.

با توجه به جدول ۳ هزینه‌ی شبکه محاسبه شده، و در جدول ۴ با روش‌های پیشین مقایسه شده است. که در نتیجه، هزینه‌ی محاسبه شده معادل ۲۳۰۰۲۳ دلار می‌شود که حاکی از ۱۰/۵٪ کاهش هزینه نسبت به جواب موجود است.

مسئله‌ی فوق بار دیگر به منظور حذف آدمروهای ریزشی و با تغییر قید بیشینه‌ی سرعت به ۱۲ ft/s و ثابت نگه‌داشتن شرایط دیگر حل شد [۱۹] و هزینه‌ی کل معادل ۲۴۵۸۷۴ دلار به دست آمد. این حالت نیز توسط مدل پیشنهادی محاسبه شده، که نتایج آن در جدول ۵ آمده است.

میلز و هینی با استفاده از روش صفحه‌ی گسترده با هدف امکان اعمال قضاوت مهندسی به حل مسئله‌ی فوق پرداختند. با توجه به این که روش آنها به نوعی خودکارسازی روش دستی است، فقط امکان مقایسه‌ی گزینه‌های بیشتری را نسبت به حالت دستی فراهم می‌آورد. بنابراین هیچ تضمینی در دست‌یابی این روش به طرحی بهینه نیست و

جدول ۵. نتایج حل مسئله طراحی اول با تغییر قید سرعت بیشینه.

لوله	ازگره	به‌گره	ضریب زبری	دبی طراحی (cfs)	سرعت جریان (fps)	شیب لوله	قطر لوله (in)
۱۱۲۲	۱۱	۲۲	۰٫۰۱۳	۴	۴٫۹	۰٫۱۰۵	۱۵
۲۲۳۳	۲۲	۳۳	۰٫۰۱۳	۷	۶٫۲۹	۰٫۱۳۴	۱۵
۳۳۴۲	۳۳	۴۲	۰٫۰۱۳	۹	۶٫۳۴	۰٫۱۱۹	۱۸
۱۲۳۲	۱۲	۳۲	۰٫۰۱۳	۴	۴٫۹۹	۰٫۱۱	۱۵
۳۲۴۲	۳۲	۴۲	۰٫۰۱۳	۸	۶٫۰۳	۰٫۱۱۳	۱۸
۴۲۵۲	۴۲	۵۲	۰٫۰۱۳	۲۲	۸٫۶	۰٫۱۴۸	۲۴
۲۳۳۴	۲۳	۳۴	۰٫۰۱۳	۸	۶٫۴۸	۰٫۱۳۹	۱۸
۳۴۴۳	۳۴	۴۳	۰٫۰۱۳	۱۲	۷٫۹۵	۰٫۱۷۸	۱۸
۴۳۵۲	۴۳	۵۲	۰٫۰۱۳	۱۶	۷٫۱۳	۰٫۱۰۷	۲۱
۵۲۶۱	۵۲	۶۱	۰٫۰۱۳	۴۴	۱۰	۰٫۱۳۶	۳۰
۳۱۴۱	۳۱	۴۱	۰٫۰۱۳	۹	۶٫۸۴	۰٫۱۴۷	۱۸
۴۱۵۱	۴۱	۵۱	۰٫۰۱۳	۱۶	۷٫۱۳	۰٫۱۰۷	۲۱
۵۱۶۱	۵۱	۶۱	۰٫۰۱۳	۲۰	۷٫۴	۰٫۱۰۴	۲۴
۶۱۷۱	۶۱	۷۱	۰٫۰۱۳	۷۱	۱۱٫۵	۰٫۱۴۵	۳۶
۴۴۵۳	۴۴	۵۳	۰٫۰۱۳	۴	۴٫۹۸	۰٫۱۰۹	۱۵
۵۳۶۲	۵۳	۶۲	۰٫۰۱۳	۶	۵٫۳۸	۰٫۰۹۸	۱۵
۶۲۷۱	۶۲	۷۱	۰٫۰۱۳	۹	۶٫۰۸	۰٫۱۰۶	۱۸
۷۱۸۱	۷۱	۸۱	۰٫۰۱۳	۸۷	۱۰٫۳۹	۰٫۰۹۶	۴۲
۸۱۹۱	۸۱	۹۱	۰٫۰۱۳	۸۹	۹٫۷۹	۰٫۰۷۹	۴۲
۹۱۱۰	۹۱	۱۰	۰٫۰۱۳	۹۴	۸٫۸۷	۰٫۰۰۶	۴۸

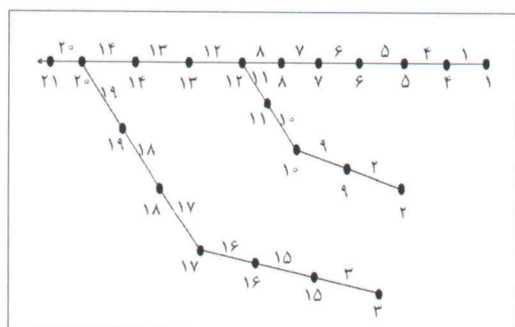
جدول ۳. نتایج حل مسئله طراحی اول با استفاده از مدل پیشنهادی.

لوله	ازگره	به‌گره	ضریب زبری	دبی طراحی (cfs)	سرعت جریان (fps)	شیب لوله	قطر لوله (in)
۱۱۲۲	۱۱	۲۲	۰٫۰۱۳	۴	۵٫۵۲	۰٫۱۳۷	۱۲
۲۲۳۳	۲۲	۳۳	۰٫۰۱۳	۷	۶٫۹۸	۰٫۱۸۲	۱۵
۳۳۴۲	۳۳	۴۲	۰٫۰۱۳	۹	۶٫۹۳	۰٫۱۵۳	۱۸
۱۲۳۲	۱۲	۳۲	۰٫۰۱۳	۴	۵٫۶۲	۰٫۱۴۴	۱۲
۳۲۴۲	۳۲	۴۲	۰٫۰۱۳	۸	۶٫۹۷	۰٫۱۶	۱۵
۴۲۵۲	۴۲	۵۲	۰٫۰۱۳	۲۲	۷٫۹۶	۰٫۱۱۸	۲۴
۲۳۳۴	۲۳	۳۴	۰٫۰۱۳	۸	۵٫۷۵	۰٫۰۰۱	۱۸
۳۴۴۳	۳۴	۴۳	۰٫۰۱۳	۱۲	۷٫۹۷	۰٫۱۷۹	۱۸
۴۳۵۲	۴۳	۵۲	۰٫۰۱۳	۱۶	۷٫۷۹	۰٫۱۳۹	۲۱
۵۲۶۱	۵۲	۶۱	۰٫۰۱۳	۴۴	۷٫۹۵	۰٫۰۰۷۶	۳۶
۳۱۴۱	۳۱	۴۱	۰٫۰۱۳	۹	۷٫۹۵	۰٫۰۲۱	۱۵
۴۱۵۱	۴۱	۵۱	۰٫۰۱۳	۱۶	۷٫۶۸	۰٫۱۳۳	۲۱
۵۱۶۱	۵۱	۶۱	۰٫۰۱۳	۲۰	۷٫۹۷	۰٫۱۲۹	۲۴
۶۱۷۱	۶۱	۷۱	۰٫۰۱۳	۷۱	۷٫۷۸	۰٫۰۰۵۲	۴۲
۴۴۵۳	۴۴	۵۳	۰٫۰۱۳	۴	۵٫۵۶	۰٫۱۳۹	۱۲
۵۳۶۲	۵۳	۶۲	۰٫۰۱۳	۶	۵٫۶۷	۰٫۱۱۴	۱۵
۶۲۷۱	۶۲	۷۱	۰٫۰۱۳	۹	۶٫۶۳	۰٫۱۳۵	۱۸
۷۱۸۱	۷۱	۸۱	۰٫۰۱۳	۸۷	۷٫۹۱	۰٫۰۰۴۶	۴۸
۸۱۹۱	۸۱	۹۱	۰٫۰۱۳	۸۹	۷٫۹۲	۰٫۰۰۴۶	۴۸
۹۱۱۰	۹۱	۱۰	۰٫۰۱۳	۹۴	۵٫۵۱	۰٫۰۰۳۶	۴۸

$$C_P = 1,93e^{2,43}D + 0,812d^{1,53} + 0,437d^{1,47}D \quad (33)$$

$$C_m = 41,46E_m \quad (34)$$

که در آن  $e$  عدد نپر،  $D$  قطر لوله به متر،  $d$  متوسط عمق خاک برداری به متر و  $E_m$  ارتفاع آدمرو به متر است. فرضیات و محدودیت‌های به‌کار گرفته شده در مسئله شامل ارتفاع زبری  $1/6$  میلی‌متر، ضریب زبری مانینگ  $0,013$ ، کمینه‌ی سرعت  $0,6$  متر بر ثانیه، بیشینه‌ی



شکل ۴. جانمایی مسئله طراحی دوم.

جدول ۴. مقایسه‌ی نتایج هزینه‌ی مسئله طراحی اول.

هزینه	روش مورد استفاده	میز و وزن
۲۶۵۳۵۵ دلار	DDDP	رایج و وزن
۲۷۴۴۶۳ دلار	CSUDP	رایج‌ترین و لایه‌بندی
۲۵۴۴۰۷ دلار	صفحه‌گسترده	میلز و هینی
۲۴۱۲۲۷ دلار	برنامه‌ریزی غیرخطی	مدل پیشنهادی

همچنین هزینه‌ی محاسباتی این روش در دست‌یابی به طرحی مناسب زیاد است.

### مسئله‌ی طراحی ۳

این مسئله به‌عنوان قسمتی از شبکه‌ی جمع‌آوری شهر کرمان [۲۱] و با استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی مقید و به‌کارگیری مدل هیدرولیکی هیزین - ویلیامز اصلاح شده و مانینگ با ضریب زبری ثابت حل شد. جانمایی مسئله در شکل ۴ نشان داده شده است. توابع هزینه‌ی کارگذاری لوله‌ها و آدمروها مطابق روابط ۳۳ و ۳۴ داده شده است:

جدول ۷. نتایج حل مسئله‌ی طراحی دوم توسط مدل پیشنهادی و با استفاده از مدل هیدرولیکی مانیگ.

لوله	ازگره	به‌گره	ضریب زبری	دبی طراحی (cfs)	سرعت جریان (fps)	شیب لوله	قطر لوله (in)
۱	۱	۴	۲۷٫۹	۱	۰٫۰۰۶۳	۲۵۰	۰٫۵۵
۲	۲	۹	۵۴٫۹	۰٫۹۵	۰٫۰۰۳۷	۳۰۰	۰٫۷۷
۳	۳	۱۵	۲۱٫۱	۰٫۸	۰٫۰۰۴۵	۲۰۰	۰٫۷۹
۴	۴	۵	۳۰٫۴	۰٫۶۴	۰٫۰۰۱۸	۳۰۰	۰٫۶۴
۵	۵	۶	۳۲٫۴	۰٫۷۳	۰٫۰۰۲۵	۳۰۰	۰٫۶
۶	۶	۷	۳۴	۰٫۹۲	۰٫۰۰۴۴	۳۰۰	۰٫۵۲
۷	۷	۸	۳۶٫۶	۰٫۸۵	۰٫۰۰۳۴	۳۰۰	۰٫۵۸
۸	۸	۱۲	۳۸٫۷	۰٫۷۳	۰٫۰۰۲۳	۳۰۰	۰٫۷
۹	۹	۱۰	۵۶٫۲	۰٫۶۱	۰٫۰۰۱۱	۴۰۰	۰٫۶۹
۱۰	۱۰	۱۱	۵۸	۰٫۷۶	۰٫۰۰۱۹	۴۰۰	۰٫۵۸
۱۱	۱۱	۱۲	۵۹٫۶	۰٫۸۳	۰٫۰۰۲۳	۴۰۰	۰٫۵۵
۱۲	۱۲	۱۳	۹۶٫۷	۰٫۸۹	۰٫۰۰۲۲	۴۰۰	۰٫۸۱
۱۳	۱۳	۱۴	۱۰۱٫۲	۰٫۷	۰٫۰۰۱۱	۵۰۰	۰٫۶۹
۱۴	۱۴	۲۰	۱۰۴٫۷	۰٫۷	۰٫۰۰۱۱	۵۰۰	۰٫۷۱
۱۵	۱۵	۱۶	۲۶٫۴	۰٫۷	۰٫۰۰۲۷	۲۵۰	۰٫۷۲
۱۶	۱۶	۱۷	۳۰	۰٫۸۱	۰٫۰۰۳۵	۲۵۰	۰٫۷۱
۱۷	۱۷	۱۸	۳۱٫۹	۰٫۸۱	۰٫۰۰۳۵	۲۵۰	۰٫۷۵
۱۸	۱۸	۱۹	۴۰٫۳	۰٫۶۶	۰٫۰۰۱۸	۳۰۰	۰٫۸۱
۱۹	۱۹	۲۰	۴۴٫۶	۰٫۶۱	۰٫۰۰۱۲	۴۰۰	۰٫۵۷
۲۰	۲۰	۲۱	۱۶۵٫۹	۱٫۱۲	۰٫۰۰۲۷	۵۰۰	۰٫۷۱

جدول ۸. مقایسه‌ی نتایج هزینه‌ی مسئله‌ی طراحی دوم.

فرمول مانیگ	فرمول هیزین - ویلیامز اصلاح شده
۸۳۱۱۶	۸۲۹۵۰
۸۱۵۵۳	۷۶۸۱۱

به میزان ۱٫۸۸٪ با استفاده از فرمول مانیگ و ۷٫۴٪ با استفاده از فرمول هیزین - ویلیامز اصلاح شده نسبت به جواب موجود است.

### نتیجه‌گیری

در این تحقیق براساس روش برنامه‌ریزی غیرخطی مدلی برای طراحی بهینه‌ی شبکه‌های فاضلاب ارائه شده است که در آن از شیب لوله‌ها به‌عنوان متغیر تصمیم مسئله‌ی بهینه‌سازی استفاده شده است. در این روش از تابع تاوانی خارجی برای تبدیل مسئله‌ی مقید اصلی به مسئله‌ی نامقید استفاده شده است. مسئله‌ی نامقید حاصل، با استفاده از الگوریتم BFGS توسط نرم‌افزار DOT حل شده است. در این

سرعت ۳ متر بر ثانیه و کمینه‌ی پوشش معادل ۲/۴۵ متر هستند. نتایج حل مسئله به‌وسیله‌ی مدل پیشنهادی با استفاده از مدل هیدرولیکی هیزین - ویلیامز اصلاح شده و مانیگ با ضریب زبری ثابت به‌ترتیب در جداول ۶ و ۷ منعکس شده است. هزینه‌های بهینه‌ی حاصل از به‌کارگیری مدل پیشنهادی در جدول ۸ با نتایج قبلی مقایسه شده است. محققان با منظور کردن عمق کارگذاری متوسط و اختلاف ارتفاع دو سر لوله به‌عنوان متغیر تصمیم از روش جهات امکان‌پذیر برای حل مسئله‌ی مقید مورد نظر استفاده کردند. از آن جا که مدل مورد استفاده‌ی آنان قطر بهینه را به‌صورت پیوسته ارائه می‌دهد، تبدیل قطر بهینه‌ی پیوسته به قطرهای تجاری از طریق روش پیشنهادی آنان به دور شدن از جواب بهینه منجر می‌شود. مدل پیشنهادی ارائه شده با توجه به محاسبه‌ی قطر لوله‌ها به‌صورت گسسته در حین فرایند بهینه‌سازی، این نقیصه را برطرف کرده و موجب بهبود جواب‌های حاصل شده است (این امر با مقایسه‌ی هزینه‌ها نشان داده شده است). نتایج نشان‌دهنده‌ی کاهش هزینه‌ها

جدول ۶. نتایج حل مسئله‌ی طراحی دوم توسط مدل پیشنهادی با استفاده از مدل هیدرولیکی هیزین - ویلیامز اصلاح شده.

لوله	ازگره	به‌گره	ضریب زبری	دبی طراحی (cfs)	سرعت جریان (fps)	شیب لوله	قطر لوله (in)
۱	۱	۴	۲۷٫۹	۰٫۸۱	۰٫۰۰۲۵	۲۵۰	۰٫۶۶
۲	۲	۹	۵۴٫۹	۰٫۹۳	۰٫۰۰۲۴	۳۰۰	۰٫۷۸
۳	۳	۱۵	۲۱٫۱	۰٫۷۹	۰٫۰۰۲۵	۲۰۰	۰٫۷۹
۴	۴	۵	۳۰٫۴	۰٫۸۴	۰٫۰۰۲۶	۲۵۰	۰٫۶۹
۵	۵	۶	۳۲٫۴	۰٫۸۵	۰٫۰۰۲۵	۲۵۰	۰٫۷۲
۶	۶	۷	۳۴	۰٫۸۶	۰٫۰۰۲۵	۲۵۰	۰٫۷۵
۷	۷	۸	۳۶٫۶	۰٫۸۹	۰٫۰۰۲۶	۲۵۰	۰٫۷۹
۸	۸	۱۲	۳۸٫۷	۰٫۸۷	۰٫۰۰۲۵	۳۰۰	۰٫۶
۹	۹	۱۰	۵۶٫۲	۰٫۹۴	۰٫۰۰۲۴	۳۰۰	۰٫۷۸
۱۰	۱۰	۱۱	۵۸	۰٫۹۷	۰٫۰۰۲۶	۳۰۰	۰٫۷۹
۱۱	۱۱	۱۲	۵۹٫۶	۰٫۹۷	۰٫۰۰۲۵	۳۰۰	۰٫۸۱
۱۲	۱۲	۱۳	۹۶٫۷	۰٫۹۸	۰٫۰۰۲	۴۰۰	۰٫۷۳
۱۳	۱۳	۱۴	۱۰۱٫۲	۱٫۰۴	۰٫۰۰۲۳	۴۰۰	۰٫۷۳
۱۴	۱۴	۲۰	۱۰۴٫۷	۱٫۰۶	۰٫۰۰۲۴	۴۰۰	۰٫۷۳
۱۵	۱۵	۱۶	۲۶٫۴	۸۱٫۰	۰٫۰۰۲۵	۲۵۰	۰٫۶۳
۱۶	۱۶	۱۷	۳۰	۰٫۸۴	۰٫۰۰۲۶	۲۵۰	۰٫۶۸
۱۷	۱۷	۱۸	۳۱٫۹	۰٫۸۶	۰٫۰۰۲۶	۲۵۰	۰٫۷۱
۱۸	۱۸	۱۹	۴۰٫۳	۰٫۸۴	۰٫۰۰۲۲	۳۰۰	۰٫۶۴
۱۹	۱۹	۲۰	۴۴٫۶	۰٫۸۸	۰٫۰۰۲۳	۳۰۰	۰٫۶۸
۲۰	۲۰	۲۱	۱۶۵٫۹	۱٫۱۶	۰٫۰۰۲۴	۵۰۰	۰٫۶۹



زیری مانینگ و فرمول هیزین - ویلیامز اصلاح شده برای تحلیل جریان نیمه پر استفاده و تأثیر آن بر روی جواب‌ها بررسی شده است. کارایی مدل با استفاده از حل یک مثال تحلیلی و دو مسئله‌ی نمونه نشان داده شده است. نتایج به دست آمده نشان دهنده‌ی برتری روش پیشنهادی در مقایسه با سایر روش‌های موجود در ادبیات موضوع است.

مدل با در دست داشتن شیب لوله‌ها امکان محاسبه‌ی قطر لوله‌ها به صورت گسسته فراهم شده و به این ترتیب از فرایند گرد کردن جواب‌های پیوسته‌ی اقطار، به اقطار استاندارد که باعث دور شدن جواب نهایی از جواب بهینه می‌شود اجتناب شده است. در این مدل از مدل‌های هیدرولیکی مانینگ با بیان جدیدی برای محاسبه‌ی تغییرات ضریب

### پانویس

1. dynamic programming
2. linear programming
3. non-linear programming
4. heuristic methods
5. curse of dimensionality
6. discrete differential dynamic programming
7. integer linear programming
8. modified hazen-williamz
9. progressive diameter constraint
10. Davidon-Fletcher-Powell
11. Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno
12. Conjugate Gradients Method
13. box constraints
14. normalization

### منابع

1. Dajani, J. S. S., Hasit, Y., and McCullers, S. D. "Mathematical programming in sewer network design", *J. Engrg. Optimization*, **3**, pp. 27-35 (1977).
2. Argaman, Y., Shamir, U., and Spivak, E. "Design of optimal sewerage system", *J. Envir. Engrg. Div., ASCE*, **99** (5), pp. 703-716 (1973).
3. Mays, L. W., and Wenzel, H. G. "Optimal design of multilevel branching sewer systems", *Water Resour. Research*, **12** (5), pp. 913-917 (1976).
4. Merritt, L. B., Bogan, R. H. "Computer-based optimal design of sewer systems", *J. Envir. Engrg. Div., ASCE*, **99** (1), pp. 35-53 (1973).
5. Kulkarni, V. S., and Khanna, P. "Pumped wastewater collection system optimization", *J. Envir. Engrg., ASCE*, **111** (5), pp. 589-601 (1985).
6. Walsh, S., and Brown, L. C. "Least cost method for sewer designs", *J. Envir. Engrg. Div., ASCE*, **99**(3), pp. 333-345 (1973).
7. Holland, M. E. "Computer model of wastewater collection systems", Water Resources Group, Harvard University, Mass (1966).
8. Gupta, J. M., Agarwal, S. K., and Khanna, P. "Optimal design of wastewater collection system", *J. Envir. Engrg. Div., ASCE*, **102** (5), pp.1029-1041 (1976).

9. Fisher, J. M., et al., "Design of sewer systems", Proceedings of 6<sup>th</sup> Annual American Water Resources Conference, Las Vegas, Nev. (1970).
10. Elimam, A. A., Charalambous, C., and Ghobrial F. H. "Optimum design of large sewer networks", *J. Envir. Engrg., ASCE*, **115** (6), pp. 1171-1190 (1989).
11. Mohan, D. M., and Khanna, P. "Modified formula gives better sewer design", *Water and Sewage Works*, pp. 20-22, 24 (1979).
12. Jain, A. K., Mohan, D. M., and Khanna, P. "Modified Hazen-Williams formula", *J. Envir. Engrg., ASCE*, **104** (1), pp. 137-146 (1978).
13. Camp, T. R. "Design of sewers to facilitate flow", *Sewerage Works Journal*, **18**, p.3. (1946).
14. Gill, M. A. "Hydraulics of horseshoe and arch sewers", *J. Envir. Engrg., ASCE*, **114** (1), pp. 179-189 (1988).
15. Gupta, A., Mehndiratta, S. L., and Khanna, P. "Gravity wastewater collection systems optimization", *J. Envir. Engrg., ASCE*, **109**, pp. 1195-1209 (1983).
16. Vanderplaats, Miura and Associates, <http://www.vander.com> (1994).
17. Vanderplaats, "Dot user manual" (1993).
18. Robinson, D. K., and Labadie, J. W. "Optimal design of urban storm water drainage systems", International Symp. on Urban Hydrology, Hydraulics, and Sediment Control, Univ. of Kentucky, Lexington, Ky., pp. 145-156 (1981).
19. Miles, S. W., and Heaney, J. P. "Better than optimal method for designing drainage systems" *J. Water Resour. Plng. and Mgmt., ASCE*, **114** (5), pp. 477-499 (1988).
20. Meredith, D. D. "Dynamic programming with case study on planning and design of urban water facilities", Treatise on Urban Water Systems, Colorado State Univ., Fort Collins, Colo., pp. 37-47 (1972).

۲۱. منصوری، خانجانی. «بهینه‌سازی شبکه‌های فاضلاب با برنامه‌ریزی غیرخطی»، مجله آب و فاضلاب، شماره ۳۰، صص. ۲۰-۳۰ (۱۳۷۸).

