

نقش تئوری‌های حدی در اقتباس روابط هندسه‌ی هیدرولیکی رودخانه‌ها

مهسا محمودی* (کارشناس ارشد)

محمدرضا مجدزاده طباطبایی (استادیار)

سید سعید موسوی ندوشنی (استادیار)

دانشکده‌ی مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه شهید بهشتی

مهندسی عمران شریف، تابستان ۱۳۹۶ (۶-۴۹-۲)
دردی ۲-۳۳، شماره ۱/۲، ص. ۴۹-۶۰

با پیدایش هزاره‌ی جدید، پیشرفت‌های بسیاری در علوم مهندسی صورت گرفته است، ولی مسئله‌ی پیش‌بینی پاسخ آبراهه‌های آبرفتی به تغییرات زیست‌محیطی و ساخته‌ی بشر هنوز در انتظار یک روش منطقی و قابل فهم است. رودخانه‌ها با تنظیم هندسه‌ی هیدرولیکی خود، تمایل به سازگاری با تغییرات وارده دارند. لذا شناخت و پیش‌بینی پاسخ هندسه‌ی هیدرولیکی، یک وظیفه‌ی اولیه‌ی مهندسی برای مدیریت و سامان‌دهی رودخانه‌ها به‌شمار می‌رود. از این‌رو در پژوهش حاضر، یک مدل تحلیلی برای ارزیابی شرایط پایدار (استاتیکی و دینامیکی) و تعیین روابط هندسه‌ی هیدرولیکی بازه‌ی پیشنهاد شده است که در آن سیستمی از معادلات با به‌کارگیری تئوری‌های حدی حل شده است. مقایسه‌ی توان‌های هندسه‌ی هیدرولیکی توسعه‌یافته در پژوهش حاضر با روابط موجود همخوانی مناسبی را نشان می‌دهد. در انتها، مدل با داده‌های صحرایی کشور انگلستان و ایران مورد واسنجی قرار گرفته و نتایج حاصل، حاکی از کاربرد مناسب مدل در رودخانه‌ها با کناره‌های مقاوم است. چراکه براساس مدل پیشنهادی، نسبت عرض سطح محاسباتی به مشاهداتی به‌طور متوسط از 40% در رودخانه‌هایی با کناره‌های با پوشش علفی بدون هرگونه درخت و درختچه، تا 72% در رودخانه‌هایی با کناره‌های با بیش از 50% پوشش درخت و درختچه تغییر می‌کند.

mahsa_mahmoodi_69@yahoo.com
m_majdzadeh@sbu.ac.ir
sa.mousavi@sbu.ac.ir

واژگان کلیدی: هندسه‌ی هیدرولیکی، مدل تحلیلی، تئوری‌های حدی.

۱. مقدمه

روابط هندسه‌ی هیدرولیکی گویای آن است که آبراهه‌های آبرفتی نسبت به تغییر شرایط جریان تحمیل شده به کانال پاسخ‌گو هستند و پس از مدتی خود را با شرایط جدید تنظیم می‌کنند. این تطابق به‌گونه‌ی است که طی آن، رودخانه بین توانایی حمل رسوب و بار رسوبی وارده از بالادست، توازن ایجاد می‌کند یا به تعبیری به حالت رژیم می‌رسد. به‌طور کلی تعیین ارتباط معنی‌دار متغیرهای مستقل و وابسته‌ی تأثیرگذار در هندسه‌ی رودخانه‌های آبرفتی کار دشواری است و بیشتر روش‌ها و راه‌حل‌های ارائه‌شده، به‌صورت تجربی هستند تا تحلیلی.^[۱]

تئوری رژیم و هندسه‌ی هیدرولیکی، یکی از معروف‌ترین انواع روش‌های پیش‌بینی پاسخ مورفولوژیک رودخانه و از مهم‌ترین مدل‌هایی هستند که در طول قرن گذشته با هدف برقراری ارتباط بین متغیرهای مؤثر در هندسه‌ی رودخانه و طراحی آبراهه‌ی پایدار ارائه شده‌اند. این روابط که اولین بار در سال ۱۹۵۳ ارائه شده‌اند،^[۲] نحوه‌ی تغییرات عرض، عمق، و سرعت با تغییرات دبی جریان را به‌صورت کتبی، طی یک بازه‌ی زمانی مشخص و در یک مقطع معین «هندسه‌ی هیدرولیکی موضعی یا ایستگاهی^{۱)}» با به‌صورت همزمان در چند رودخانه، تحت دبی غالب

* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۱/۲۹، اصلاحیه ۱۳۹۴/۷/۸، پذیرش ۱۳۹۴/۸/۳.

آن هستند که دبی، مهم ترین متغیر مستقل کنترل کننده مورفولوژی کانال است. اما در بیشتر اوقات، میان بار رسوبی و شیب، یکی به عنوان متغیر مستقل و دیگری به عنوان متغیر وابسته در نظر گرفته می شود. مدل پیشنهادی، بسته به داده های موجود در ۲ حالت شیب ثابت و شیب متغیر قابل استفاده است. در حالت شیب ثابت، دبی (Q)، شیب طولی کانال (S)، متوسط اندازه رسوبات بستر (d_{50})، شیب جانبی کناره های کانال (z)، و ضریب زبری (c_r) ورودی های مدل را تشکیل می دهند و حالت شیب متغیر مشابه حالت شیب ثابت است، با این تفاوت که نرخ انتقال بار بستر (Q_s) به عنوان متغیر مستقل ورودی به مدل و شیب طولی، به عنوان متغیر وابسته در نظر گرفته می شود (شایان ذکر است که در میخث واسنجی، مدل در حالت شیب ثابت به کار گرفته شده است). مقطع رودخانه، یک مقطع دوزنقه یی با شیب کناره های $z : 1$ در نظر گرفته شده ($\tan \theta = 1/z$) و فرض شده است که شیب کناره های کانال ثابت و براساس پایداری مصالح جداره انتخاب شده است (شکل ۱).

در شکل ۱، P_{bed} محیط بستر یا عرض کف کانال، P_{bank} محیط کناره ها، W عرض سطح، D عمق بیشینه، و z شیب جانبی کناره ها (θ زاویه ی شیب کناره) است.

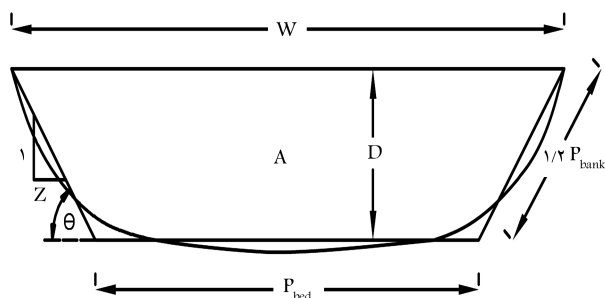
۱.۲. فرضیات مدل

با توجه به اینکه مدل سازی رودخانه های آبرفتی، که سیستم هایی کاملاً پویا هستند، با لحاظ کردن تمامی جزئیات تقریباً غیرممکن است؛ در فرایند توسعه ی مدل، از فرضیات ساده کننده یی به این شرح استفاده شده است:

۱. جریان دائمی و یکنواخت در نظر گرفته شده است؛
۲. مدل ارائه شده در بازه های تک شاخه ی مستقل، که بار بستر در مورفولوژی آنها تأثیرگذار است، قابل کاربرد است؛
۳. مصالح آبرفتی غیرجسبیده مدنظر است؛
۴. مقطع عرضی کانال، دوزنقه یی در نظر گرفته شده و بستر رودخانه، متحرک و کناره های آن پایدار است؛
۵. شرایط پایدار و تعادلی، که متناظر با ارضاء تئوری های حدی هستند، مدنظر است؛
۶. مقاومت جریان فقط به زبری ذرات وابسته است.

۲.۲. معادلات حاکم

معادلات پایه ی مورد استفاده برای توسعه ی هندسه ی کانال عبارتند از: مقاومت جریان، پیوستگی، و انتقال رسوب. این در حالی است که در تحلیل مذکور، ۴ متغیر



شکل ۱. طرح مقطع دوزنقه یی کانال.

جریان نظیر روابط انتقال رسوب، مقاومت جریان، و پیوستگی از یک سو و معادلات مبتنی بر اصول بهینه سازی از سوی دیگر بین مجهولات مسئله، رابطه ی منطقی برقرار می کنند. تعدادی از معروف ترین تئوری های حدی عبارتند از: تئوری بیشینه ی ظرفیت انتقال رسوب (MSTC)^۴، بیشینه ی بازدهی جریان (MFE)^۵، کمینه ی توان جریان (MSP)^۶ و ...

در ابتدای دهه ی ۱۹۶۰ میلادی، برخی مفاهیم مکانیک سیالات مانند نظریه ی کمینه ی تلفات انرژی برای طراحی کانال های پایدار به کار گرفته شده اند.^[۱] در پژوهشی در سال ۱۹۶۴،^[۲] نتیجه گرفته شده است که شرایط حدی کنترل کننده ی تعادل هندسه ی هیدرولیکی کانال باید کمترین تغییرات (کمینه ی واریانس (MV)^۷) را داشته باشد. در سال های ۱۹۷۶ و ۱۹۷۷، فرضیه ی بیشینه ی انتقال رسوب (MSTC) ارائه شده است،^[۳] که براساس آن شرط تعادل دینامیکی کانال، انتقال بیشینه ی رسوبات تحت تنش های موجود است. همچنین با استفاده از اصول ترمودینامیکی و انتقال رسوب، روابطی برای سیستم مورفولوژی رودخانه پیشنهاد،^[۴] و این کار منجر به پیشنهاد تئوری کمینه ی نرخ اتلاف انرژی (MEDR)^۸ شده است.^[۵] از دیگر پژوهش های مهم انجام شده در این زمینه می توان از مطالعاتی در سال ۱۹۷۹ نام برد،^[۹] که شرایط کانال متعادل را متناظر با کمینه ی توان جریان در واحد طول کانال عنوان کرده و به عقیده ی ایشان «در یک آبراهه ی آبرفتی، شرط لازم و کافی برای رسیدن به تعادل، به کمینه رسیدن توان جریان در واحد طول کانال ($\gamma Q S$) است. از آنجا که مقدار Q و γ معین و ثابت است، کمینه ی مقدار $Q S$ ، معادل با کمینه ی شیب کانال است». در سال های بعد، نظریه ی کمینه ی توان واحد جریان (MUSP)^۹ ارائه شده است،^[۱۰] که براساس نظریه ی مذکور، یک کانال پایدار، پارامترهای هندسه ی هیدرولیکی خود را براساس کمینه ی توان واحد جریان به نحوی تنظیم می کند که به صورت بهینه، انتقال آب و رسوب در آن صورت پذیرد. همچنین در سال ۲۰۰۲،^[۱۱] با استفاده از نظریه ی بیشینه ی بازدهی جریان (MFE) نشان داده شده است که با کمینه شدن انرژی بالقوه، انتقال رسوب به میزان بیشینه می رسد. نظریه ی MFE، ظرفیت بیشینه ی انتقال رسوب را برای هر قدرت جریان در دسترس تعریف می کند.

با توجه به آنچه ذکر شده است، حفظ و نگهداری رودخانه ها در حالت تعادل (رژیم)، اهمیت زیادی دارد و تعیین هندسه ی هیدرولیکی پایدار در رودخانه ها از مهم ترین مواردی است که طراحی، مدیریت، و سامان دهی رودخانه ها براساس آن پایه گذاری می شود. از این رو در پژوهش حاضر با به کارگیری تئوری های حدی، یک مدل تحلیلی توسعه داده شده است، که با توصیف عامل شکل کانال و در نظر گرفتن طیف وسیعی از معادلات انتقال بار بستر به فرم $q_s \propto \bar{\tau}_{bed}^m (\bar{\tau}_{bed} - \tau_c)^n$ (با تأکید بر نقش آستانه ی حرکت در تخمین ابعاد مورفولوژیکی کانال)، معادلات مقاومت جریان به فرم $V \propto R^x S^y D^\alpha$ ، و درج شکل مقطع دوزنقه یی، به ازاء متغیرهای مستقل ورودی به مدل در ۲ حالت شیب های ثابت و متغیر قادر به پیش بینی ابعاد بهینه (در حالت پایداری استاتیکی یا دینامیکی در کانال)^[۱۲] است. از اهداف دیگر پژوهش حاضر، می توان به توسعه ی روابط هندسه ی هیدرولیکی بازه یی و مقایسه ی روابط حاصل از پژوهش حاضر با روابط موجود و بررسی کاربرد مدل ارائه شده در رودخانه های طبیعی اشاره کرد.

۲. تئوری

انتخاب متغیرهای مستقل و وابسته از مسائل مهمی است که در اغلب مدل های تحلیلی رودخانه ها و کانال های آبرفتی مطرح می شود. معادلات رژیم تجربی، نشان دهنده ی

۳.۲.۲. انتقال رسوب

به منظور اجتناب از به کارگیری یک فرمول خاص در مدل مذکور، یک رابطه‌ی کلی به فرم تنش برشی مازاد برای دبی بار بستر در نظر گرفته شده است (معادله ۳).^[۱۱] شایان ذکر است که اگرچه شماری از دانشمندان هیدرولیک، از جمله اینشتین،^[۱۷] وجود لحظه‌یی را به عنوان آستانه‌ی حرکت قبول ندارند، ولیکن برای مهندسان هیدرولیک تعیین حد متوسطی به عنوان شروع حرکت ذره، حائز اهمیت است؛ زیرا چنانچه شرایط هیدرولیکی را در این لحظه بتوان فرموله کرد، می‌توان از آن در حل مسائلی از قبیل: طراحی کانال‌های پایدار (طرح کانال بدون فرسایش)، طراحی اندازه‌ی سنگ‌فرش^۱ برای جلوگیری از فرسایش بستر و بدنه‌ی کانال، و محاسبه‌ی مقدار رسوب حمل‌شده توسط جریان در رودخانه‌ها استفاده کرد.^[۱۸]

$$q_s = c_s \tau_*^m (\tau_* - \tau_{c*})^n \quad (3)$$

که در آن، q_s دبی بار بستر در واحد عرض کانال، c_s ضریب ثابت مربوط به مشخصات ذرات رسوبی، τ_{c*} تنش برشی بستر، و τ_* تنش برشی بحرانی بستر است. لازم به ذکر است که معادلاتی از قبیل میسرپیتر و مولر،^[۱۹] دوبوی،^[۲۰] پارکر،^[۲۱] و... به فرم ارائه‌شده به صورت معادله ۳ قابل تبدیل هستند. در جدول ۲، تعدادی از روابط بار بستری، که به فرم معادله ۳ بیان شده‌اند، ارائه شده است.

با صرف نظر از فرم بستر در رودخانه‌های شنی، عامل بی‌بعد فرم بستر μ در رابطه‌ی میسرپیتر و مولر برابر با ۱ در نظر گرفته شده است. در روابط ارائه‌شده‌ی بار بستر در جدول ۲، τ_* (N/m^2)، τ_{c*} (N/m^2)، γ (N/m^3)، d_{50} (m)، g ($9.81 m/s^2$)، q_s ($m^3/m.s$) (به جز رابطه‌ی دوبوی که در آن q_s ($kg/m.s$)، τ_{c*} ، τ_* (kg/m^2)، d (mm)، $G_s = \rho_s/\rho = 2.65$ است)، G_s چگالی مخصوص رسوبات بستر و τ_*^* تنش برشی بی‌بعد است.

۴.۲.۲. تئوری‌های حدى

در پژوهش حاضر از روش ترکیبی تئوری بیشینه‌ی ظرفیت انتقال رسوب و تئوری کمینه‌ی شیب توأم استفاده شده است، که طبق آن یک آبراهه‌ی آبرفتی، شیب و هندسه‌ی خود را در راستای بیشینه‌سازی ظرفیت حمل رسوب تنظیم می‌کند؛ و با عبارت دیگر، به ازاء دبی و شیب معین، ابعاد آبراهه به‌گونه‌یی تغییر می‌کند که نرخ انتقال رسوب بیشینه شود.

جدول ۲. معادلات بار بستر مورد استفاده به فرم تنش برشی مازاد.

مرجع	رابطه‌ی بار بستر	فرم تغییر یافته‌ی رابطه‌ی بار بستر	ضرایب و توان‌ها
میسرپیتر و مولر ^[۱۹]	$q_s = 8 \sqrt{g(G_s - 1)d_{50}^3} \left(\mu \frac{\tau_*}{\gamma d_{50}(G_s - 1)} - \frac{\tau_{c*}}{\gamma d_{50}(G_s - 1)} \right)^{1/5}$ $\tau_{c*}/(\gamma d_{50}(G_s - 1)) = 0.47$	$q_s = c_s (\tau_* - \tau_{c*})^{1/5}$	$c_s = 8 \frac{\sqrt{g(G_s - 1)d_{50}^3}}{(\gamma d_{50}(G_s - 1))^{1/5}}$ $m = 0; j = 1/5$
دوبوی ^[۲۰]	$q_s = c_d \tau_* (\tau_* - \tau_{c*})$ $\tau_{c*} = 0.61 + 0.93d; c_d = 0.17d^{-2/4}; \tau_* = \rho R S$	$q_s = c_s \tau_* (\tau_* - \tau_{c*})$	$c_s = c_d$ $m = 1; j = 1$
پارکر ^[۲۱]	$q_s^* = 11.2 (\tau_*^* - 0.3)^{2/5} / \tau_*^{*2}$ $q_s^* = \frac{q_s}{\sqrt{g(G_s - 1)d_{50}^3}}; \tau_*^* = \frac{\tau_*}{\gamma d_{50}(G_s - 1)}$ $\tau_{c*}/(\gamma d_{50}(G_s - 1)) = 0.3$	$q_s = c_s (\tau_* - \tau_{c*})^{2/5} / \tau_*^2$	$c_s = 11.2 \frac{\sqrt{g(G_s - 1)d_{50}^3}}{(\gamma d_{50}(G_s - 1))^{1/5}}$ $m = -3; j = 2/5$

وابسته‌ی اصلی وجود دارد که عبارت‌اند از: عرض بستر (P_{bed})، عمق (D)، شیب طولی (s) (در حالت شیب متغیر) یا دبی بار بستر (Q_s) (در حالت شیب ثابت)، و سرعت متوسط جریان (V). پس در برابر ۴ متغیر موجود، فقط ۳ معادله وجود دارد و برای تعیین مجهولات، نیاز به ۱ معادله‌ی اضافه احساس می‌شود. در مطالعه‌ی حاضر، از یک تئوری حدى به عنوان معادله‌ی چهارم استفاده شده است، که در آن از روش ترکیبی بیشینه‌ی ظرفیت انتقال رسوب و کمینه‌ی توان جریان (کمینه‌ی شیب) توأم استفاده شده است. معادلات مورد استفاده در مدل در ادامه تشریح شده‌اند.

۱.۲.۲. پیوستگی جریان

رابطه‌ی پیوستگی برای شرایط پایدار به صورت رابطه ۱ ارائه شده است:

$$Q = A \times V \quad (1)$$

که در آن، Q دبی جریان غالب، V سرعت متوسط جریان، و A مساحت مقطع عرضی کانال است.

۲.۲.۲. مقاومت جریان

در مدل تحلیلی ارائه‌شده، فرم کلی رابطه‌ی ۲ برای رابطه‌ی مقاومت جریان در نظر گرفته شده است:

$$V = c_r R^x S^y D^\alpha \quad (2)$$

که در آن، c_r ضریب زبری آبراهه، R شعاع هیدرولیکی، S شیب طولی، و D عمق جریان است. روابط مقاومت جریان بسیاری بر فرم استفاده‌شده در مطالعه‌ی حاضر (معادله ۲) منطبق هستند، که از جمله‌ی آنها می‌توان به روابط: مانینگ،^[۱۳] لیسسی،^[۱۴] شزی،^[۱۵] برونلی،^[۱۶] و... اشاره کرد. در جدول ۱، تعدادی از روابط مذکور ارائه شده است.

در رابطه‌ی لیسسی، $N_a = 0.253d^{1/8}$ است، که در آن d قطر متوسط ذرات رسوبی برحسب میلی‌متر است.

جدول ۱. روابط مقاومت جریان.

مرجع	رابطه‌ی مقاومت جریان	توان‌های x, y, α
مانینگ ^[۱۳]	$V = (1/n) R^{2/3} S^{1/2}$	$x = 2/3; y = 1/2; \alpha = 0$
لیسسی ^[۱۴]	$V = (1/N_a) \sqrt{R S D^{1/4}}$	$x = 1/4; y = 1/4; \alpha = 1/4$
شزی ^[۱۵]	$V = c R^{1/2} S^{1/2}$	$x = 1/2; y = 1/2; \alpha = 0$

۳.۲. توسعه‌ی مدل تحلیلی

ابتدا عامل شکل بی‌بعد (ζ) براساس پارامترهای هندسی مقطع به‌صورت رابطه‌ی ۴ تعریف شده است:

$$\zeta = P_{bed}/D \quad (۴)$$

که در آن، P_{bed} و D به ترتیب نشان‌دهنده‌ی عرض کف و عمق کانال هستند (شکل ۱). در ادامه، سایر پارامترهای هندسی مقطع بر حسب عامل شکل (ζ)، عمق (D)، و شیب جانبی کانال (z) بیان شده‌اند. برای مقطع ذوزنقه‌یی، نتایج به‌صورت روابط ۵ الی ۸ است:

$$A = D^2(\zeta + z) \quad (۵)$$

$$P = P_{bed} + P_{bank} = D(\zeta + 2\sqrt{1+z^2}) \quad (۶)$$

$$R = A/P = \frac{(\zeta + z)}{(\zeta + 2\sqrt{1+z^2})} D \quad (۷)$$

$$W = P_{bed} + 2zD = D(\zeta + 2z) \quad (۸)$$

که در آن‌ها، A ، P ، R و W به ترتیب مساحت مقطع عرضی، محیط ترشده‌ی کانال، شعاع هیدرولیکی، و عرض سطح مقطع پر است. به‌منظور تعیین رابطه‌ی عمق با ضریب زبری (c_r)، شیب طولی آبراهه (s)، دبی (Q)، شیب جانبی کانال (z)، و عامل شکل (ζ) کافی است نسبت (Q/A) از رابطه‌ی پیوستگی (معادله‌ی ۱) جایگزین سرعت (V) در معادله‌ی ۲ شود و سپس با معادلات ۵ و ۷ ترکیب شود. از ترکیب رابطه‌ی حاصل (معادله‌ی ۹) و روابط مربوط به پارامترهای هندسی (معادلات ۴ الی ۷)، رابطه‌ی عرض بستر، سرعت متوسط، و تنش برشی نیز با متغیرهای مذکور به‌دست می‌آیند (روابط ۹ الی ۱۲):

$$D = \frac{(\zeta + 2\sqrt{1+z^2})^{x/(x+2+\alpha)} (Q/c_r)^{1/(x+2+\alpha)}}{(\zeta + z)^{(x+1)/(x+2+\alpha)} S^{y/(x+2+\alpha)}} \quad (۹)$$

$$P_{bed} = (\zeta D) = \frac{\zeta(\zeta + 2\sqrt{1+z^2})^{x/(x+2+\alpha)} (Q/c_r)^{1/(x+2+\alpha)}}{(\zeta + z)^{(x+1)/(x+2+\alpha)} S^{y/(x+2+\alpha)}} \quad (۱۰)$$

$$V = (Q/A) = \frac{(S^2 y Q^{(x+\alpha)} c_r^2)^{1/(x+2+\alpha)} (\zeta + z)^{(x-\alpha)/(x+2+\alpha)}}{(\zeta + 2\sqrt{1+z^2})^{(2x)/(x+2+\alpha)}} \quad (۱۱)$$

$$\tau_s = (\gamma RS) = \frac{\gamma S^{1-(y/(x+2+\alpha))} (Q/c_r)^{1/(x+2+\alpha)} (\zeta + z)^{(1+\alpha)/(x+2+\alpha)}}{(\zeta + 2\sqrt{1+z^2})^{(2+\alpha)/(x+2+\alpha)}} \quad (۱۲)$$

در این قسمت از مدل‌سازی، در ابتدا شیب طولی کانال به‌صورت تابعی از عامل شکل کانال $S = S(\zeta)$ در نظر گرفته شده و لذا با توجه به معادلات ۹، ۱۰ و ۱۲، سایر متغیرها نیز به‌صورت $P_{bed} = P_{bed}(\zeta, S(\zeta))$ ، $D = D(\zeta, S(\zeta))$ و $\tau_s = \tau_s(\zeta, S(\zeta))$ تعریف شده‌اند. از این رو رابطه‌های ۱۳ الف و ۱۳ ب را خواهیم داشت:

$$\frac{dP_{bed}}{d\zeta} = \frac{\partial P_{bed}}{\partial \zeta} + \frac{\partial P_{bed}}{\partial S} \frac{dS}{d\zeta} \quad (۱۳ الف)$$

$$d\tau_s = \frac{\partial \tau_s}{\partial \zeta} + \frac{\partial \tau_s}{\partial S} \frac{dS}{d\zeta} \quad (۱۳ ب)$$

با مشتق‌گیری جزئی از P_{bed} و τ_s نسبت به ζ و S به ترتیب از معادلات ۱۰ و ۱۲، روابط ۱۴ الف و ۱۴ ب نتیجه می‌شود:

$$\frac{\partial P_{bed}}{\partial \zeta} = \left[\frac{(\zeta + 2\sqrt{1+z^2})(\zeta + z)(2+x+\alpha)}{(\zeta + 2\sqrt{1+z^2})^2} + \frac{(2+2x+\alpha)z + \frac{(2+2x+\alpha)z\sqrt{1+z^2}}{\zeta}}{(\zeta + 2\sqrt{1+z^2})(\zeta + z)(2+x+\alpha)} \right] P_{bed} \quad (الف ۱۴)$$

$$\frac{\partial P_{bed}}{\partial S} = \frac{-y}{(2+x+\alpha)S} P_{bed}$$

$$\frac{\partial \tau_s}{\partial \zeta} = \frac{-\zeta + 2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2} - (2+\alpha)z}{(\zeta + 2\sqrt{1+z^2})(\zeta + z)(2+x+\alpha)} \tau_s$$

$$\frac{\partial \tau_s}{\partial S} = \frac{(2+x+\alpha-y)}{(2+x+\alpha)S} \tau_s \quad (ب ۱۴)$$

واضح است که به‌منظور درک چگونگی تغییرات عرض کف کانال (P_{bed})، عمق (D) و تنش برشی (τ_s) با عامل شکل (ζ)، نیاز به تعیین رابطه‌ی $S = S(\zeta)$ است. این بخش گویای آن است که با انتخاب یک رابطه‌ی انتقال بار بستر و با توجه به فقدان یک رابطه‌ی اضافی حاکم بر جریان، به‌دست‌آوردن رابطه‌ی $S = S(\zeta)$ به‌صورت صریح غیرممکن است، ولی به کمک رابطه‌ی انتقال بار بستر می‌توان به نحوه‌ی تغییرات $dS/d\zeta = 0$ با ζ پی برد.

با در نظر گرفتن Q_s به‌عنوان بار بستر در کل عرض کانال به‌صورت $Q_s = P_{bed} q_s$ (با توجه به شواهد آزمایشگاهی متعدد که نشان می‌دهد در هنگام پایداری مقطع، حرکت ذرات کناره متوقف شده است، اما انتقال مواد بستر همچنان ادامه دارد، [۲۲]) و نیز تأکید تعداد زیادی از مدل‌های تحلیلی پیش‌بینی هندسه‌ی پایدار بر پایداری کناره‌ها در زمان تعادل، $P_{bed} = P_{bed}(\zeta, S(\zeta))$ به‌عنوان عرض بستر فعال در نظر گرفته شده است) و ترکیب آن با روابط $P_{bed} = P_{bed}(\zeta, S(\zeta))$ و $Q_s = Q_s(\zeta, S(\zeta))$ ، $\tau_s = \tau_s(\zeta, S(\zeta))$ به‌صورت $Q_s = Q_s(\zeta, S(\zeta))$ تعریف می‌شود. اینک به‌منظور تعیین پیشینه‌ی ظرفیت انتقال بار بستر، باید از Q_s نسبت به ζ مشتق‌گیری کرد (رابطه‌ی ۱۵):

$$\frac{dQ_s}{d\zeta} = \frac{\partial Q_s}{\partial \zeta} + \frac{\partial Q_s}{\partial S} \frac{dS}{d\zeta} \quad (۱۵)$$

با در نظر گرفتن رابطه‌ی $Q_s = P_{bed} q_s$ و رابطه‌ی انتقال بار بستر در واحد عرض کانال (معادله‌ی ۳)، $\partial Q_s/\partial S$ و $\partial Q_s/\partial \zeta$ در معادله‌ی ۱۵ به‌صورت روابط ۱۶ الف و ۱۶ ب محاسبه می‌شوند:

$$\frac{\partial Q_s}{\partial \zeta} = \frac{\partial Q_s}{\partial \tau_s} \frac{\partial \tau_s}{\partial \zeta} + \frac{\partial Q_s}{\partial P_{bed}} \frac{\partial P_{bed}}{\partial \zeta}$$

$$= Q_s \left[\left(\frac{m}{\tau_s} + \frac{j}{(\tau_s - \tau_c)} \right) \frac{\partial \tau_s}{\partial \zeta} + \frac{1}{P_{bed}} \frac{\partial P_{bed}}{\partial \zeta} \right] \quad (الف ۱۶)$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial S} = \frac{\partial Q_s}{\partial \tau_s} \frac{\partial \tau_s}{\partial S} + \frac{\partial Q_s}{\partial P_{bed}} \frac{\partial P_{bed}}{\partial S}$$

$$= Q_s \left[\left(\frac{m}{\tau_s} + \frac{j}{(\tau_s - \tau_c)} \right) \frac{\partial \tau_s}{\partial S} + \frac{1}{P_{bed}} \frac{\partial P_{bed}}{\partial S} \right] \quad (ب ۱۶)$$

در ادامه، با جایگذاری عبارات $\frac{\partial P_{bed}}{\partial \zeta}$ ، $\frac{\partial P_{bed}}{\partial S}$ ، $\frac{\partial \tau_s}{\partial \zeta}$ ، $\frac{\partial \tau_s}{\partial S}$ از معادلات ۱۴ الف و ۱۴ ب در معادلات ۱۶ الف و ۱۶ ب و ساده‌سازی روابط مذکور، روابط ۱۷ الف و

۱۷ ب را خواهیم داشت:

$$\frac{\partial Q_s}{\partial \zeta} = \left[\frac{j(-\zeta - (\gamma + \alpha)z + 2(1 + \alpha)\sqrt{1 + z^2})\tau_c}{(\zeta + 2\sqrt{1 + z^2})(\zeta + z)(\gamma + x + \alpha)(\tau_c - \tau_c)} + \frac{((-m + x + 1 + \alpha)\zeta + (2m(1 + \alpha) + 2(1 + \alpha))\sqrt{1 + z^2})}{(\zeta + 2\sqrt{1 + z^2})(\zeta + z)(\gamma + x + \alpha)(\tau_c - \tau_c)} + \frac{(-m(\gamma + \alpha) + \gamma + 2x + \alpha)z + \frac{(\gamma + 2x + \alpha)z\sqrt{1 + z^2}}{\zeta}}{(\zeta + 2\sqrt{1 + z^2})(\zeta + z)(\gamma + x + \alpha)(\tau_c - \tau_c)} \right] Q_s \quad (الف)$$

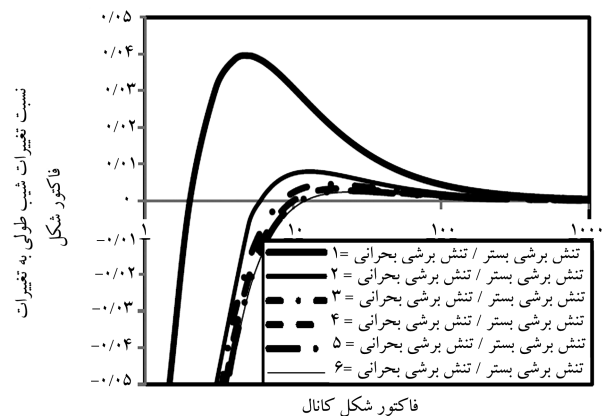
$$\frac{\partial Q_s}{\partial S} = \frac{[(x + \gamma + \alpha - y)(m + j) - y]\tau_c + [y - m(x + \gamma + \alpha - y)]\tau_c Q_s}{S(\gamma + x + \alpha)(\tau_c - \tau_c)} \quad (ب)$$

اکنون به منظور تعیین مشخصات هندسی مقطع انتقال رسوب بهینه، باید از Q_s نسبت به ζ مشتق گرفته و مشتق آن برابر صفر قرار داده شود ($dQ_s/d\zeta = 0$). در این صورت از معادله ۱۵، رابطه ۱۸ نتیجه می‌شود:

$$\frac{dS}{d\zeta} = -\frac{\partial Q_s / \partial \zeta}{\partial Q_s / \partial S} \quad (۱۸)$$

از معادلات الف، ب و ۱۸ واضح است که تغییرات $ds/d\zeta$ به تغییرات τ_c/τ_c و ζ بستگی دارد. شکل ۲ با استفاده از معادلات الف، ب و ۱۸ و با در نظر گرفتن $z = 0$ (کانال مستطیلی)، رابطه مقاومت جریان مانینگ و رابطه باربستر دویبی ترسیم شده است. مطابق شکل مذکور، به ازاء τ_c/τ_c معلوم، با افزایش ζ ، $ds/d\zeta$ از مقادیر منفی تا مقادیر مثبت تغییر می‌کند. این بدان معناست که در منحنی مربوط به رابطه S در مقابل ζ ، تعری رو به بالا وجود دارد و درست در نقطه‌یی که $ds/d\zeta$ با محور افقی تلاقی پیدا می‌کند ($ds/d\zeta = 0$)، شیب (S) به میزان کمیته‌ی مقدار خود می‌رسد. با توجه به شکل ۲، در شرایط آستانه‌ی حرکت ($\tau_c/\tau_c = 1$)، $ds/d\zeta = 0$ حاصل می‌شود (S_{min}).

با توجه به معادله ۱۷ الف، نیز در شرایط آستانه‌ی حرکت ($\tau_c = \tau_c$) و به ازاء $\zeta = -(\gamma + \alpha)z + 2(1 + \alpha)\sqrt{1 + z^2}$ (که در شرایط مشابه با در نظر گرفتن $z = 0$ ، رابطه مقاومت جریان مانینگ و رابطه باربستر دویبی، $\zeta = 2$ از آن حاصل می‌شود)، $\partial Q_s / \partial \zeta = 0$ یا به عبارت دیگر، بیشینه‌ی ظرفیت انتقال



شکل ۲. تغییرات $ds/d\zeta$ با ζ ، به ازاء رابطه‌ی مقاومت جریان مانینگ و رابطه‌ی باربستر دویبی.

رسوب ($Q_s \max$) حاصل می‌شود. این امر بیان‌گر هم‌ارز بودن دو توری حدی کمیته‌ی شیب (S_{min}) (یا کمیته‌ی توان جریان) و بیشینه‌ی ظرفیت انتقال رسوب ($Q_s \max$) است. به عبارت دیگر، معادلات الف، ب و ۱۷ بیان‌گر آن هستند که یک کانال در جهت پایداری شدن، شیب خود را به گونه‌یی تنظیم می‌کند که بار رسوبی ورودی به کانال با بیشینه‌ی ظرفیت انتقال رسوب برابر شود و در حالتی که شیب به کمیته‌ی مقدار خود برسد، فقط یک ترکیب از عرض بستر (P_{bed}) و عمق (D) با معادلات مذکور سازگار خواهد بود و این حالت، معادل بیشینه‌ی ظرفیت انتقال رسوب است.

همچنین با توجه به شکل ۲ همان‌طور که انتظار می‌رود، در شرایطی که $\tau_c/\tau_c > 1$ است، در ζ های بزرگ‌تر از ۲، کمیته‌ی شیب (و متناظر با آن، ابعاد بهینه‌ی کانال) حاصل می‌شود ($ds/d\zeta = 0$).

۱.۳.۲. ابعاد بهینه‌ی مقطع عرضی ($Q_s = Q_s \max$)

از ترکیب معادلات الف، ب و ۱۸ و $ds/d\zeta = 0$ ، عامل شکل بهینه ζ_m در حالت شیب ثابت، به دست می‌آید (معادلات ۱۹ و ۲۰). با جایگذاری ζ_m در معادلات ۹ الی ۱۱، رابطه‌ی عرض کف ($(P_{bed})m$)، عمق (D_m) و سرعت متوسط جریان (V_m) در کانال بهینه حاصل می‌شود (حالت شیب ثابت). اندیس m ، نشان‌دهنده‌ی شرایط بهینه در کانال است.

$$\frac{\tau_c}{\tau_c} = \frac{K_1}{K_2} \quad (۱۹)$$

$$\frac{\tau_c - \tau_c}{\tau_c} = \frac{j(\zeta_m + (\gamma + \alpha)z - 2(1 + \alpha)\sqrt{1 + z^2})}{K_1} \quad (۲۰)$$

که در آنها:

$$K_1 = (-m + x + 1 + \alpha - j)\zeta_m + (2m(1 + \alpha) + 2(1 + \alpha) + 2j(1 + \alpha))\sqrt{1 + z^2} + (-m(\gamma + \alpha) + \gamma + 2x + \alpha)z - j(\gamma + \alpha)z + \frac{(\gamma + 2x + \alpha)z\sqrt{1 + z^2}}{\zeta_m}$$

$$K_2 = (-m + x + 1 + \alpha)\zeta_m + (2m(1 + \alpha) + 2(1 + \alpha))\sqrt{1 + z^2} + (-m(\gamma + \alpha) + \gamma + 2x + \alpha)z + \frac{(\gamma + 2x + \alpha)z\sqrt{1 + z^2}}{\zeta_m}$$

لازم به ذکر است که در ادامه، ضرایب K_1 و K_2 از معادله ۱۹ قابل محاسبه هستند.

با جایگذاری معادله ۱۹ در معادله ۱۲، شیب بهینه‌ی کانال (S_m) حاصل می‌شود (رابطه ۲۱):

$$S_m = \left(\frac{c_r}{Q} \right) (\tau_c / \gamma)^{(x + \gamma + \alpha) / (\gamma + x + \alpha - y)} \times \left(\frac{K_1}{K_2} \right)^{\frac{(x + \gamma + \alpha)}{(x + \gamma + \alpha - y)} \frac{(\zeta_m + 2\sqrt{1 + z^2})^{(\gamma + \alpha) / (\gamma + x + \alpha - y)}}{(\zeta_m + z)^{(1 + \alpha) / (\gamma + x + \alpha - y)}}} \quad (۲۱)$$

با جایگزین کردن S_m از معادله ۲۱ در معادلات ۹ الی ۱۱، رابطه‌ی عرض کف ($(P_{bed})m$)، عمق (D_m)، و سرعت متوسط جریان (V_m) در کانال بهینه حاصل

می‌شود (روابط ۲۲ الی ۲۴) (حالت شیب متغیر):

که در آن:

$$\Delta = ((-2m(1+\alpha) - 2(1+\alpha) - 2j(1+\alpha))\sqrt{1+z^2} + (m(2+\alpha) - 2 - 2x - \alpha + j(2+\alpha))z)^2 - 4(-m+x+1+\alpha-j)(4+2x+2\alpha)z\sqrt{1+z^2}$$

$$(P_{bed})_m = \left(\frac{Q\gamma^y}{c_r \tau_c^y}\right)^{\frac{1}{(x+2+\alpha-y)}} \times \left(\frac{K_1}{K_r}\right)^{\frac{y}{(x+2+\alpha-y)}} \frac{\zeta_m(\zeta_m + 2\sqrt{1+z^2})^{(x-y)/(x+2+\alpha-y)}}{(\zeta_m+z)^{(x-y+1)/(x+2+\alpha-y)}} \quad (22)$$

حد پایینی ζ_m ، نشان‌دهنده‌ی شرایط آستانه‌ی حرکت و حد بالایی آن نشان‌دهنده‌ی شرایط سیلابی است. در ترکیب معادلات مقاومت جریان و انتقال بار بستری که به ازاء $m+j < x+1+\alpha$ ، رابطه‌ی $\zeta_m > -(2+\alpha)z + 2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2}$ برقرار است، با توجه به فرضیات مدل و نظر به اینکه انگلند و اسکاتلند، [۱۲] اولین معیار کنترل شریانی شدن رودخانه نسبت عرض به عمق (W/D) بزرگ‌تر از ۵۰ در نظر گرفته شده است، حد بالایی ζ_m ، از رابطه‌ی $50 - 2z = \zeta_m$ تعیین می‌شود.

$$D_m = \left(\frac{Q\gamma^y}{c_r \tau_c^y}\right)^{\frac{1}{(x+2+\alpha-y)}} \times \left(\frac{K_1}{K_r}\right)^{\frac{y}{(x+2+\alpha-y)}} \frac{(\zeta_m + 2\sqrt{1+z^2})^{(x-y)/(x+2+\alpha-y)}}{(\zeta_m+z)^{(x-y+1)/(x+2+\alpha-y)}} \quad (23)$$

$$V_m = (Q^{(x+\alpha-y)} c_r^{\frac{1}{\gamma}} \left(\frac{\tau_c}{\gamma}\right)^y)^{\frac{1}{(x+2+\alpha-y)}} \times \left(\frac{K_r}{K_1}\right)^{\frac{y}{(x+2+\alpha-y)}} \frac{(\zeta_m+z)^{(x-y-\alpha)/(x+2+\alpha-y)}}{(\zeta_m+2\sqrt{1+z^2})^{2(x-y)/(x+2+\alpha-y)}} \quad (24)$$

همچنین از جایگذاری معادله‌ی ۲۳ در معادله‌ی ۸، رابطه‌ی عرض سطح بهینه به صورت رابطه‌ی ۲۵ حاصل می‌شود:

۲.۳.۲. روابط هندسه‌ی هیدرولیکی بین حد پایینی و بالایی ζ_m
روابط هندسه‌ی کانال بهینه (معادلات ۲۱ الی ۲۶)، نشان‌دهنده‌ی ابعاد یک کانال پایدار است. بنابراین، روابط مذکور باید از انطباق با روابط رژیم و روابط هندسه‌ی هیدرولیکی در مقطع پر، که به صورت تجربی از کانال‌های پایدار و رودخانه‌های طبیعی به دست آمده‌اند، برخوردار باشند. با توجه به اینکه در روابط تجربی از توابع توانی برحسب دبی جریان (Q) استفاده شده است، روابط هندسه‌ی کانال بهینه‌ی حاصل را نیز باید به فرم توابع توانی به صورت روابط ۲۸ الی ۳۲ تبدیل کرد:

$$W_m = \left(\frac{Q\gamma^y}{c_r \tau_c^y}\right)^{\frac{1}{(x+2+\alpha-y)}} \left(\frac{K_1}{K_r}\right)^{\frac{y}{(x+2+\alpha-y)}} \times \frac{(\zeta_m + 2\sqrt{1+z^2})^{(x-y)/(x+2+\alpha-y)} (\zeta_m + 2z)}{(\zeta_m+z)^{(x-y+1)/(x+2+\alpha-y)}} \quad (25)$$

با در نظر گرفتن رابطه‌ی بار بستر در کل عرض کانال به صورت:

$$S_m \propto Q^{-1/(x+2+\alpha-y)} \zeta_m^{\beta_1} \quad (28)$$

$$(P_{bed})_m \propto Q^{\frac{1}{(x+2+\alpha-y)}} \zeta_m^{\beta_2} \quad (29)$$

$$Q_s \propto Q^{\frac{1}{(x+2+\alpha-y)}} \zeta_m^{\beta_3} \quad (30)$$

$$V_m \propto Q^{\frac{(x+\alpha-y)}{(x+2+\alpha-y)}} \zeta_m^{\beta_4} \quad (31)$$

$$W_m \propto Q^{\frac{1}{(x+2+\alpha-y)}} \zeta_m^{\beta_5} \quad (32)$$

$$Q_s = P_{bed} c_s (\tau_0/\tau_c)^m ((\tau_0 - \tau_c)/\tau_c)^j \tau_c^{m+j}$$

و ترکیب آن با معادلات ۱۹، ۲۰ و ۲۲، رابطه‌ی حاصل می‌شود که در صورت معلوم بودن مقادیر Q و Q_s (یعنی در حالت شیب متغیر) و با فرض $Q_s = Q_s \max$ در شرایط تعادل در کانال، عامل شکل بهینه‌ی کانال (ζ_m) را می‌توان از آن به دست آورد (معادله‌ی ۲۶):

$$Q_s = (Q_s \max) = j^j c_s \gamma^{\frac{y}{(x+2+\alpha-y)}} \tau_c^{m+j - \frac{y}{(x+2+\alpha-y)}} (Q/c_r)^{\frac{1}{(x+2+\alpha-y)}} \times \frac{(\zeta_m + (2+\alpha)z - 2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2})^j (K_r)^{m - \frac{y}{(x+2+\alpha-y)}}}{(K_1)^{m+j - \frac{y}{(x+2+\alpha-y)}}} \times \frac{\zeta_m(\zeta_m + 2\sqrt{1+z^2})^{(x-y)/(x+2+\alpha-y)}}{(\zeta_m+z)^{(x-y+1)/(x+2+\alpha-y)}} \quad (26)$$

مطابق معادله‌ی ۲۶، به ازاء $\zeta_m = -(2+\alpha)z + 2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2}$ ، $Q_s = 0$ می‌شود که نشان‌دهنده‌ی شرایط آستانه‌ی حرکت است. همچنین به منظور حاصل شدن مقادیر $Q_s \geq 0$ ، معادله‌ی ۲۶ باید تعیین علامت و محدوده‌ی قابل قبولی برای ζ_m تعریف شود. با توجه به معادله‌ی ۲۶، برای داشتن مقادیر $Q_s \geq 0$ در صورتی که رابطه‌ی $m+j > x+1+\alpha$ بین روابط مقاومت جریان و انتقال رسوب برقرار باشد، تغییرات ζ_m به بازه‌ی تعریف شده در رابطه‌ی ۲۷ محدود می‌شود:

$$-(2+\alpha)z + 2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2} < \zeta_m < \frac{[2m(1+\alpha) + 2(1+\alpha) + 2j(1+\alpha)]\sqrt{1+z^2}}{2(m-x-1-\alpha+j)} + \frac{(-m(2+\alpha) + 2 + 2x + \alpha - j(2+\alpha))z + \sqrt{\Delta}}{2(m-x-1-\alpha+j)} \quad (27)$$

سپس در نرم‌افزار اکسل، عبارات برحسب ζ_m در معادلات ۲۸ الی ۳۲ در مقابل ζ_m در محدوده‌ی تعریف شده‌ی آن رسم و از برازش رابطه‌ی توانی بر نقاط حاصل، توان‌های $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$ تعیین می‌شوند. لازم به ذکر است که با توجه به بررسی تغییرات زاویه‌ی کناره‌ی کانال در موارد موجود در طبیعت، [۱۵، ۲۱] و نیز روش‌های تحلیلی متعدد، [۱۶] در پژوهش حاضر، روابط هندسه‌ی هیدرولیکی به ازاء تغییرات زاویه‌ی کناره‌ی کانال از ۳۰ تا ۹۰ درجه تعیین شده است. از جایگذاری عبارات

همچنین با فرض مستقل بودن ضریب زبری در رابطه‌ی مقاومت جریان (c_r) علاوه بر Q و S ، روابط هندسه‌ی هیدرولیکی سه متغیره (برحسب پارامترهای Q ، S ، c_r) حاصل می‌شود (روابط ۴۲ الی ۴۵):

$$(P_{bed})_m \propto S^{\beta_r/\beta_1} (c_r^{-1} Q)^{(1+(\beta_r/\beta_1))/(x+2+\alpha-y)} \quad (42)$$

$$D_m \propto S^{(\beta_r-1)/\beta_1} (c_r^{-1} Q)^{(1+((\beta_r-1)/\beta_1))/(x+2+\alpha-y)} \quad (43)$$

$$V_m \propto S^{\beta_r/\beta_1} Q^{(x+\alpha-y+(\beta_r/\beta_1))/(x+2+\alpha-y)} c_r^{(2-(\beta_r/\beta_1))/(x+2+\alpha-y)} \quad (44)$$

$$W_m \propto S^{\beta_0/\beta_1} (c_r^{-1} Q)^{(1+(\beta_0/\beta_1))/(x+2+\alpha-y)} \quad (45)$$

۳.۳.۲. روابط هندسه‌ی هیدرولیکی در حد پایینی ζ_m

معادله‌ی ۲۶ به‌ازاء $\sqrt{1+z^2}$ و $\zeta_m = -(2+\alpha)z + 2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2}$ یعنی شرایط آستانه‌ی حرکت منجر می‌شود. به‌منظور تعیین روابط هندسه‌ی هیدرولیکی در شرایط آستانه‌ی حرکت، کافی است در معادلات ۲۱ الی ۲۵، مقدار ثابت $\zeta_m = -(2+\alpha)z + 2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2}$ را جایگزین کرد و روابط S ، D ، V و W را بر حسب توانی از Q به‌صورت روابط ۴۶ الی ۴۹ به‌دست آورد:

$$S_{tr} = t_{tr} Q^{-1/(x+2+\alpha-y)} \quad (46)$$

$$D_{tr} = c_{tr} Q^{1/(x+2+\alpha-y)} \quad (47)$$

$$V_{tr} = k_{tr} Q^{(x+\alpha-y)/(x+2+\alpha-y)} \quad (48)$$

$$W_{tr} = a_{tr} Q^{1/(x+2+\alpha-y)} \quad (49)$$

که در آنها، ضرایب t_{tr} ، k_{tr} ، c_{tr} ، a_{tr} برابر هستند با:

$$a_{tr} = (\gamma^y / (c_r \tau_c^y))^{1/(x+2+\alpha-y)} (2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2} - \alpha z) \times \frac{(2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2} - z(1+\alpha))^{(y-x-1)/(x+2+\alpha-y)}}{((4+2\alpha)\sqrt{1+z^2} - z(2+\alpha))^{(y-x)/(x+2+\alpha-y)}}$$

$$c_{tr} = \left(\frac{\gamma^y}{c_r \tau_c^y} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)} \frac{(2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2} - z(1+\alpha))^{(y-x-1)/(x+2+\alpha-y)}}{((4+2\alpha)\sqrt{1+z^2} - z(2+\alpha))^{(y-x)/(x+2+\alpha-y)}}$$

$$k_{tr} = (c_r^x (\tau_c/\gamma)^y)^{1/(x+2+\alpha-y)} \frac{(2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2} - (1+\alpha)z)^{(-y+x-\alpha)/(x+2+\alpha-y)}}{((4+2\alpha)\sqrt{1+z^2} - (2+\alpha)z)^{x/(x+2+\alpha-y)}}$$

$$t_{tr} = (c_r^x (\tau_c/\gamma)^y)^{1/(x+2+\alpha-y)} \frac{((4+2\alpha)\sqrt{1+z^2} - z(2+\alpha))^{(2+\alpha)/(x+2+\alpha-y)}}{(2(1+\alpha)\sqrt{1+z^2} - z(1+\alpha))^{(1+\alpha)/(x+2+\alpha-y)}}$$

اندیس tr نشان‌دهنده‌ی شرایط آستانه‌ی حرکت است. در روابط ذکرشده با در نظر گرفتن رابطه‌ی $\tau_c = \tau_c^* \gamma d_{50} (G_s - 1)$ (که در آن γ وزن مخصوص آب و G_s چگالی مخصوص رسوبات است) و نیز با فرض مستقل بودن متوسط اندازه‌ی رسوبات بستر (d_{50}) علاوه بر دبی (Q)، روابط هندسه‌ی هیدرولیکی دومتغیره بر حسب (Q و d_{50}) مطابق روابط ۵۰ الی ۵۳ حاصل خواهند

توانی حاصل در معادلات ۲۸ الی ۳۲، ترکیب معادله‌ی ۴ با معادله‌ی ۲۹ و نیز ثابت در نظر گرفتن نسبت (Q_s/Q) (با توجه به تعاریف ارائه‌شده‌ی پژوهشگران متعدد در ارتباط با مفهوم تعادل، مبنی بر اینکه یک کانال آبرفتی زمانی در تعادل یا رژیم قرار دارد که در آن نسبت Q_s/Q ثابت است یا در بازه‌ی محدودی تغییر کند) [۲۷] و پارامترهای تنش برشی بحرانی (τ_c)، متوسط اندازه‌ی رسوبات بستر (d_{50})، و ضریب زبری در رابطه‌ی مقاومت جریان (c_r)، روابط هندسه‌ی هیدرولیکی تک متغیره برحسب دبی حاصل خواهد شد (معادلات ۳۳ الی ۳۷):

$$(P_{bed})_m = e Q^{((1-\beta_r/\beta_r)/(x+2+\alpha-y)) + (\beta_r/\beta_r)} \quad (33)$$

$$D_m = c Q^{((1+(\beta_r-1)/\beta_r)/(x+2+\alpha-y)) + (\beta_r-1)/\beta_r} \quad (34)$$

$$S_m = t Q^{-((1+\beta_r/\beta_r)/(x+2+\alpha-y)) + \beta_r/\beta_r} \quad (35)$$

$$V_m = k Q^{((x+\alpha-y-\beta_r/\beta_r)/(x+2+\alpha-y)) + \beta_r/\beta_r} \quad (36)$$

$$W_m = a Q^{((1-\beta_0/\beta_r)/(x+2+\alpha-y)) + (\beta_0/\beta_r)} \quad (37)$$

که در روابط مذکور، ضرایب a ، c ، k ، t و e برابر هستند با:

$$a = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_0/\beta_r}$$

$$c = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_r-1/\beta_r}$$

$$k = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_r/\beta_r}$$

$$t = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_1/\beta_r}$$

$$e = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_r/\beta_r} \left(\frac{\gamma^y}{c_r \tau_c^y} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$k = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_r/\beta_r} \left(c_r^x \left(\frac{\tau_c}{\gamma} \right)^y \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$t = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_1/\beta_r} \left(c_r^x \left(\frac{\tau_c}{\gamma} \right)^{x+\alpha+2} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$e = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_r/\beta_r} \left(\frac{\gamma^y}{c_r \tau_c^y} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$k = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_r/\beta_r} \left(c_r^x \left(\frac{\tau_c}{\gamma} \right)^{x+\alpha+2} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$e = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_r/\beta_r} \left(\frac{\gamma^y}{c_r \tau_c^y} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$k = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_r/\beta_r} \left(c_r^x \left(\frac{\tau_c}{\gamma} \right)^{x+\alpha+2} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$t = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_1/\beta_r} \left(c_r^x \left(\frac{\tau_c}{\gamma} \right)^{x+\alpha+2} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$e = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_r/\beta_r} \left(\frac{\gamma^y}{c_r \tau_c^y} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$k = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_r/\beta_r} \left(c_r^x \left(\frac{\tau_c}{\gamma} \right)^{x+\alpha+2} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$t = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_1/\beta_r} \left(c_r^x \left(\frac{\tau_c}{\gamma} \right)^{x+\alpha+2} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$e = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_r/\beta_r} \left(\frac{\gamma^y}{c_r \tau_c^y} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$k = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_r/\beta_r} \left(c_r^x \left(\frac{\tau_c}{\gamma} \right)^{x+\alpha+2} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$t = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_1/\beta_r} \left(c_r^x \left(\frac{\tau_c}{\gamma} \right)^{x+\alpha+2} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$e = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_r/\beta_r} \left(\frac{\gamma^y}{c_r \tau_c^y} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$k = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_r/\beta_r} \left(c_r^x \left(\frac{\tau_c}{\gamma} \right)^{x+\alpha+2} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$t = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_1/\beta_r} \left(c_r^x \left(\frac{\tau_c}{\gamma} \right)^{x+\alpha+2} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$e = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_r/\beta_r} \left(\frac{\gamma^y}{c_r \tau_c^y} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$k = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_r/\beta_r} \left(c_r^x \left(\frac{\tau_c}{\gamma} \right)^{x+\alpha+2} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$t = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_1/\beta_r} \left(c_r^x \left(\frac{\tau_c}{\gamma} \right)^{x+\alpha+2} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

$$e = \left[\frac{(Q_s/Q)}{j^j c_s \tau_c^{m+j} \left(\frac{\gamma^y}{c_r} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}} \right]^{\beta_r/\beta_r} \left(\frac{\gamma^y}{c_r \tau_c^y} \right)^{1/(x+2+\alpha-y)}$$

شد:

$$S_{tr} \propto d_{0_0}^{(x+2+\alpha)/(x+2+\alpha-y)} Q^{-1/(x+2+\alpha-y)} \quad (50)$$

$$D_{tr} \propto d_{0_0}^{-y/(x+2+\alpha-y)} Q^{1/(x+2+\alpha-y)} \quad (51)$$

$$V_{tr} \propto d_{0_0}^{y/(x+2+\alpha-y)} Q^{(x+\alpha-y)/(x+2+\alpha-y)} \quad (52)$$

$$W_{tr} \propto d_{0_0}^{-y/(x+2+\alpha-y)} Q^{1/(x+2+\alpha-y)} \quad (53)$$

با توجه به معادلات ۴۶ الی ۵۳، توان‌های هندسه‌ی هیدرولیکی تک‌متغیره در شرایط آستانه‌ی حرکت در مطالعه‌ی حاضر، فقط به معادله‌ی مقاومت جریان بستگی دارد و با تغییر معادله‌ی انتقال رسوب ثابت باقی می‌ماند. از معادله‌ی ۱۴ می‌توان دریافت که به ازاء Q و S معلوم، در کانال‌هایی که در آستانه‌ی حرکت قرار دارند، رابطه‌ی ۵۴ برقرار است:

$$(\tau_0)_{tr} = \max \tau_0(\zeta) = \tau_c \quad (54)$$

مطابق معادله‌ی ۵۴، به ازاء حد پایینی ζ_m در رابطه‌ی ۱۲، τ_0 به بیشینه‌ی مقدار خود می‌رسد و این با تعریف تنش برشی بحرانی (بیشینه‌ی تنش برشی که سبب هیچ‌گونه فرسایشی در بستر آبراهه نمی‌شود) مطابقت دارد. به عبارت دیگر، معادله‌ی ۵۴ حاکی از آن است که کانال‌هایی که در شرایط آستانه‌ی حرکت قرار دارند، به‌طور متوسط تحت تأثیر یک نیروی مالشی معادل تنش برشی بحرانی برای حرکت ذرات واقع بر جداره‌ی کانال قرار می‌گیرند. این شرایط معادل شرایط تعادل در کانال است، چرا که هیچ‌گونه فرسایش و رسوب‌گذاری در مرز کانال رخ نمی‌دهد.

۴.۳.۲. روابط هندسه‌ی هیدرولیکی در حد بالایی ζ_m

با توجه به معادله‌ی ۲۶، به ازاء حد بالایی ζ_m ، مقادیر بسیار بزرگی برای $Q_s \max$ حاصل می‌شود و حتی در تعدادی از ترکیب معادلات مورد استفاده (نظیر ترکیب معادله‌ی مقاومت جریان لیبسی و معادله‌ی باربستر دویوی و...)، به ازاء دبی و شیب طولی ثابت برای آبراهه، $Q_s \max$ به بی‌نهایت میل می‌کند ($Q_s \max \rightarrow \infty \Rightarrow Q_s \rightarrow \infty$). از طرفی همان‌طور که پیش‌تر ذکر شده است، به ازاء ζ_m ‌های بزرگ‌تر از حد بالایی، رودخانه به حالت شریانی تبدیل می‌شود، از آنجایی که رودخانه‌های تک‌شاخه معمولاً در اثر وقوع پدیده‌هایی نظیر سیل، به حالت شریانی تبدیل می‌شوند، لذا این حالت را می‌توان معادل شرایط سیلابی و به عبارت دیگر آستانه‌ی تغییر الگوی کانال در نظر گرفت. از آنجا که در حین وقوع سیل معمولاً اطلاعاتی از متغیرهای هندسه‌ی هیدرولیکی اندازه‌گیری شده جهت واسنجی مدل در دسترس نیست، روابط هندسه‌ی هیدرولیکی در چنین شرایطی تعیین نشده است.

مراحل مذکور با به‌کارگیری معادله‌ی باربستر دویوی و ترکیب آن با معادلات مقاومت جریان مانینگ، شزی و لیبسی انجام شده و محدوده‌ی کلی توان‌های هندسه‌ی هیدرولیکی حاصل از ترکیب معادلات مذکور به ازاء تغییرات زاویه‌ی کناره‌ی کانال از ۳۰ تا ۹۰ درجه در جدول‌های ۳ و ۴ ارائه شده است.

۴.۲. مقایسه‌ی روابط هندسه‌ی هیدرولیکی محاسباتی با روابط

موجود

در این قسمت به منظور بررسی صحت روابط هندسه‌ی هیدرولیکی حاصل از مدل تحلیلی توسعه داده شده در پژوهش حاضر، به مقایسه‌ی روابط مذکور با روابط هندسه‌ی هیدرولیکی تجربی و تحلیلی موجود پرداخته شده است. اهم نتایج به‌دست‌آمده از جدول‌های ۳ و ۴ به این شرح است:

جدول ۳. مقایسه‌ی روابط هندسه‌ی هیدرولیکی در حد پایینی ζ_m با روابط هندسه‌ی هیدرولیکی موجود در شرایط آستانه‌ی حرکت.

روابط هندسه‌ی هیدرولیکی	نوع رابطه	مرجع
$W \propto Q^{0.44 \sim 0.50}$		
$D \propto Q^{0.44 \sim 0.50}$		
$S \propto Q^{-0.50 \sim 0.44}$	تحلیلی - تک‌متغیره	مطالعه‌ی حاضر
$V \propto Q^{0.81}$		
$W \propto d_{0_0}^{-0.25 \sim 0.22} Q^{0.44 \sim 0.50}$		
$D \propto d_{0_0}^{-0.25 \sim 0.22} Q^{0.44 \sim 0.50}$		
$S \propto d_{0_0}^{0.22 \sim 0.25} Q^{-0.50 \sim 0.44}$	تحلیلی - دو متغیره	مطالعه‌ی حاضر
$V \propto d_{0_0}^{0.44 \sim 0.50} Q^{0.81}$		
$W \propto Q^{0.50}$		
$D \propto Q^{0.48}$		
$S \propto Q^{-0.48}$	نیمه‌تحلیلی - تک‌متغیره	بری [۲۸]
$V \propto Q^{0.72}$		
$W \propto d^{-0.15} Q^{0.46}$		
$D \propto d^{-0.15} Q^{0.46}$		
$S \propto d^{0.15} Q^{-0.46}$	تحلیلی - دو متغیره	لین [۲۹]
$V \propto d^{0.2} Q^{0.88}$		

d قطر متوسط ذرات رسوبی بر حسب میلی‌متر است.

۱. در جدول ۳، توان‌های هندسه‌ی هیدرولیکی محاسباتی به ازاء حد پایینی ζ_m با توان‌های حاصل از مدل‌های نیروی مالشی (که در آنها از معادلات پیوستگی، مقاومت جریان و آستانه‌ی حرکت رسوبات کف و کناره برای محاسبه‌ی هندسه‌ی کانال پایدار استفاده شده است)، مقایسه شده و سازگاری مناسبی با آنها دارد. بنابراین به‌منظور طراحی ابعاد مقطع بهینه برای کانال‌های با پایداری استاتیکی (کانال‌هایی که در آنها جریان می‌تواند با خود رسوب حمل کند ولی قادر به فرسایش مرزهای آبراهه نیست)، می‌توان از روابط هندسه‌ی هیدرولیکی به‌دست‌آمده به ازاء حد پایینی ζ_m استفاده کرد.

۲. توان‌های هندسه‌ی هیدرولیکی بین حد پایینی و حد بالایی عامل شکل، تقریباً مستقل از معادلات مقاومت جریان هستند و با توان‌های هندسه‌ی هیدرولیکی حاصل از مشاهدات صحرایی در رودخانه‌هایی با خواص فیزیوگرافی متفاوت و نیز روابط تحلیلی مختلف مطابقت دارند. این تطابق مبین آن است که آبراهه‌های آبرفتی طبیعی تا رسیدن به شرایط تعادل قادر به تنظیم شکل کانال خود هستند و نیز طراحی ابعاد مقطع بهینه برای کانال‌های با پایداری دینامیکی می‌تواند براساس روابط مذکور صورت گیرد.

۳. شیب کناره‌های کانال تأثیر قابل ملاحظه‌ی در توان‌های هندسه‌ی هیدرولیکی ندارد و بیشتر در ضرایب هندسه‌ی هیدرولیکی تأثیرگذار است، که روابط هندسه‌ی هیدرولیکی تجربی موجود، [۲۴] نیز مؤید این امر است.

۴. روابط هندسه‌ی هیدرولیکی محاسباتی گویای آن است که در رودخانه‌های شنی مستقیم، افزایش دبی (تحت شرایط کنترل‌شده‌ی شیب) با افزایش عرض و عمق کانال همراه است. تغییرات دبی بیشترین اثر را در عرض سطح و تغییرات شیب طولی، بیشترین اثر را در عمق کانال می‌گذارد.

جدول ۴. مقایسه‌ی روابط هندسه‌ی هیدرولیکی به ازاء مقادیر C_m بین حد پایینی و حد بالایی با روابط هندسه‌ی هیدرولیکی موجود در شرایط بزرگ‌تر از آستانه‌ی حرکت ($Q_s > 0$).

مرجع	نوع رابطه	روابط هندسه‌ی هیدرولیکی
مطالعه‌ی حاضر	تحلیلی - تک‌متغیره	$W \propto Q^{0.458 \sim 0.503}$
		$D \propto Q^{0.242 \sim 0.414}$
		$S \propto Q^{-(0.28 \sim 0.152)}$
		$V \propto Q^{0.78 \sim 0.91}$
مطالعه‌ی حاضر	تحلیلی - دو متغیره	$W \propto Q^{0.465 \sim 0.505} S^{(-0.39) \sim 0.77}$
		$D \propto Q^{0.286 \sim 0.313} S^{-(0.39 \sim 0.351)}$
		$V \propto Q^{0.176 \sim 0.222} S^{0.262 \sim 0.363}$
		$W \propto (c_r^{-1} Q)^{0.465 \sim 0.505} S^{(-0.39) \sim 0.77}$
مطالعه‌ی حاضر	تحلیلی - سه متغیره	$D \propto (c_r^{-1} Q)^{0.286 \sim 0.313} S^{-(0.39 \sim 0.351)}$
		$V \propto Q^{0.176 \sim 0.222} S^{0.262 \sim 0.363} c_r^{-(0.824 \sim 0.767)}$
		$W \propto Q^{0.45}$
		$D \propto Q^{0.35}$
هی و تورن [۲۴]	تجربی - تک‌متغیره	$S \propto Q^{-0.2}$
		$W \propto Q^{0.467 \sim 0.555} S^{0.11 \sim 0.2}$
		$D \propto Q^{0.261 \sim 0.306} S^{-(0.238 \sim 0.327)}$
هوانگ و نانسون [۱۱]	تحلیلی - دو متغیره	$V \propto Q^{0.184 \sim 0.227} S^{0.235 \sim 0.326}$
		$W \propto Q^{0.4 \sim 0.5} S^{-(0.2 \sim 0.25)}$
		$D \propto Q^{0.25 \sim 0.4} S^{-(0.2 \sim 0.125)}$
جولین و وارگادالام [۳۰]	تحلیلی - دو متغیره	$V \propto Q^{0.2 \sim 0.25} S^{0.275 \sim 0.4}$
		$W \propto (n Q)^{0.444 \sim 0.48} S^{(-0.27) \sim 0.4}$
		$D \propto (n Q)^{0.212 \sim 0.322} S^{-(0.224 \sim 0.278)}$
هوانگ و وارنر [۳۱]	تحلیلی - سه متغیره	$V \propto Q^{0.208 \sim 0.222} S^{0.215 \sim 0.364} n^{-(0.792 \sim 0.778)}$
		$W \propto Q^{0.501} n^{0.255} S^{-0.156}$
		$D \propto Q^{0.299} n^{0.383} S^{-0.206}$
هوانگ و وارنر [۳۱]	تجربی - سه متغیره	$V \propto Q^{0.2} S^{0.362} n^{-0.738}$

جدول ۵. محدوددهی داده‌های مورد استفاده (مرجع داده‌ها: هی و تورن). [۲۴]

مشخصات جریان	توضیحات	محدوده‌ی مقادیر مورد استفاده
Q_{bf} (m ³ /s)	دبی مقطع پر	۴۲۴ - ۳/۹
D_{50} (m)	متوسط اندازه‌ی مواد بستر	۰/۱۷۶ - ۰/۰۱۴
W (m)	عرض مقطع پر	۷۷/۱۰ - ۵/۵
d_m (m)	بیشینه‌ی عمق جریان	۵/۲۵ - ۰/۷۷
S	شیب طولی کانال	۰/۰۲۱۴۶۷ - ۰/۰۰۱۱۹
n	ضریب زبری مانینگ	۰/۰۷ - ۰/۰۲۴

۳. واسنجی مدل

در پژوهش حاضر، به منظور واسنجی مدل از ۲ مطالعه‌ی موردی به این شرح استفاده شده است.

۱.۳. بخش اول

در این قسمت از داده‌های به دست آمده از بازه‌های ۵۸ رودخانه‌ی بستر شنی پایدار از کشور انگلستان، [۲۵، ۲۴] استفاده و رودخانه‌های مذکور به عنوان کانال‌های تک شاخه‌ی پایدار با بستر متحرک توصیف شده‌اند. در مجموعه داده‌های مذکور، اطلاعات مربوط به پوشش گیاهی کناره در ۴ گروه طبقه‌بندی و مشخص شده‌اند: نوع ۱. پوشش علفی بدون هرگونه درخت و درختچه؛ نوع ۲. ۱ تا ۵٪ پوشش درخت و درختچه؛ نوع ۳. ۵ تا ۵۰٪ پوشش درخت و درختچه؛ نوع ۴. بیش از ۵۰٪ پوشش درخت و درختچه.

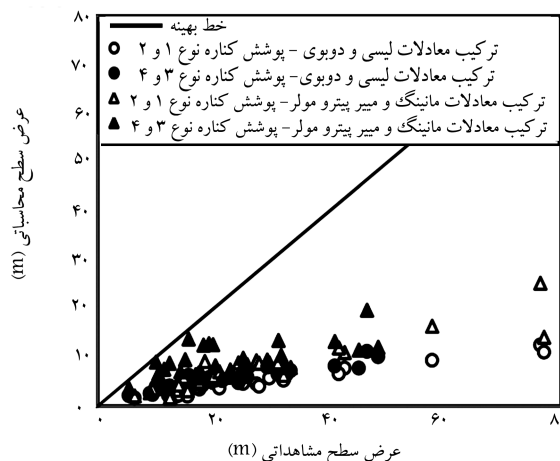
d_m ، S و D_{50} داده‌های اندازه‌گیری شده هستند. ضریب زبری مانینگ (n) بر مبنای مشخصات جریان و ابعاد مشاهداتی رودخانه‌های مورد نظر از رابطه‌ی مانینگ محاسبه شده است. [۱۲] زاویه‌ی کناره‌ی θ در رودخانه‌های مورد بررسی تهیه و گردآوری شده است، [۲۵، ۲۴] که محدوددهی تغییرات آن از ۳۴-۹۰ درجه است.

در بخش ۴.۲، توان‌های روابط هندسه‌ی هیدرولیکی حاصل با توان‌های

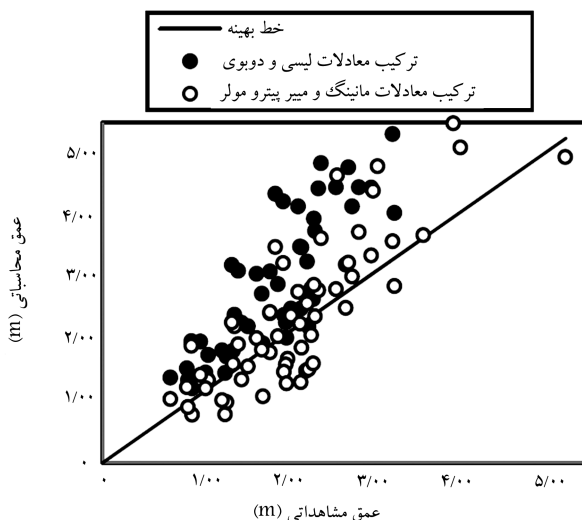
محدوده‌ی داده‌های مورد استفاده مطابق جدول ۵ است، که در آن Q_{bf} ، W ،

حاصل از مطالعات سایر پژوهشگران که از داده های مشاهداتی حاصل شده است، مورد صحت سنجی قرار گرفته است. در ادامه، به منظور صحت سنجی دقیق تر روابط هندسه ی هیدرولیکی با به کارگیری روابط هندسه ی هیدرولیکی دومتغیره، ۱ بار به ازاء ترکیب معادلات لیسی،^[۱۴] و دوبوی^[۲۰] و بار دیگر به ازاء ترکیب معادله ی مقاومت جریان مانینگ،^[۱۳] و معادله ی بار بستر میسر پیتر و مولر،^[۱۹] ابعاد هندسی کانال محاسبه و در برابر ابعاد مشاهداتی ترسیم شده است. شکل های ۳ و ۴، نشان دهنده ی اختلاف هندسه ی مدل شده ی ۵۸ رودخانه ی شنی انگلستان با ابعاد واقعی آنهاست. همان طور که در شکل های مذکور مشهود است، مدل ترکیبی MSTC و MSP در رودخانه هایی مانند بازه های ۵۸ رودخانه ی منتخب در کشور انگلستان، غالباً عرض کانال های آبرفتی را کمتر و عمق را بیشتر از مقادیر مشاهداتی تخمین می زنند.

در ادامه، برای محاسبه ی ابعاد مقطع بهینه (با به کارگیری معادله ی مقاومت جریان مانینگ،^[۱۳] و معادله ی بار بستر میسر - پیتر و مولر^[۱۹]) از روابط ارائه شده در قسمت ۱.۳.۲ استفاده شده و عرض و عمق مقطع پر به ترتیب با درصد خطای نسبی متوسط ۴۷٪ و ۳۸٪ محاسبه شده است. سپس عرض و عمق محاسباتی به کار گرفته شده و روابط توانی تک متغیره به آنها برازش داده شده و نهایتاً روابط هندسه ی هیدرولیکی به دست آمده با روابط هی و تورن،^[۲۴] مقایسه شده است (جدول ۶).



شکل ۳. مقایسه ی عرض مقطع پر محاسباتی و مشاهداتی.



شکل ۴. مقایسه ی عمق مقطع پر محاسباتی و مشاهداتی.

مطابق جدول ۶، علی رغم تطابق مناسب توان های هندسه ی هیدرولیکی حاصل از مدل تحلیلی توسعه یافته در مطالعه ی حاضر با توان های هندسه ی هیدرولیکی مشاهداتی (متوسط خطای نسبی ۰٫۰۰٪ و ۱۵٫۶۳٪ به ترتیب در محاسبه توان های b و f)، توافق نسبتاً نامناسبی بین ضریب هندسه ی هیدرولیکی محاسباتی با مقدار مشاهداتی در رابطه ی عرض به چشم می خورد (متوسط خطای نسبی حدود ۴۹٫۰۴٪ و ۱٫۶۹٪ به ترتیب در محاسبه ی ضرایب a و c) و علت آن ممکن است عدم اعمال برخی عوامل تأثیرگذار در مورفودینامیک رودخانه از قبیل پوشش گیاهی کناره در مدل پیشنهادی باشد.

نهایتاً این طور می توان بیان کرد که صحت سنجی در ۲ فاز روابط و خصوصیات هندسی انجام شده است.

۲.۳. بخش دوم

در این بخش، از داده های به دست آمده از بازه های ۴ رودخانه از کشور ایران (استان خوزستان) استفاده شده است. این داده ها در سال ۲۰۱۴،^[۲۲] جمع آوری شده و این رودخانه ها نیز به عنوان کانال های پایدار با بستر شنی متحرک توصیف شده اند. ایستگاه های مورد مطالعه در قسمت شمالی و شرقی خوزستان قرار گرفته اند، که مناطقی کوهستانی، در حاشیه ی رشته کوه زاگرس هستند. مشخصات و اطلاعات اندازه گیری شده موجود در هر ایستگاه هیدرومتری توسط سازمان آب و برق خوزستان و امور آب منطقه یی چهارمحال و بختیاری عمدتاً شامل برداشت مقطع عرضی به صورت سالانه، شیب آبراهه و ضریب زبری مانینگ است. متوسط اندازه ی رسوبات بستر و دبی مقطع پر توسط جوهری،^[۲۳] تعیین شده است. مشخصات هندسی و هیدرولیکی بازه های مورد مطالعه در جدول ۷ ارائه شده است. لازم به ذکر است که زاویه ی کناره (θ) در داده های مرجع وجود نداشته و با استفاده از نرم افزار اتوکد، از بررسی شکل مقطع عرضی در ۲ کناره ی رودخانه در هر ایستگاه تعیین و متوسط آن به عنوان داده ی ورودی به مدل در نظر گرفته شده است. همچنین از آنجا که در مجموعه ی داده های مورد بررسی، بار بستر (Q_s) مستقیماً اندازه گیری نشده است، به منظور واسنجی از مدل در حالت شیب ثابت استفاده شده است.

مدل ارائه شده با به کارگیری معادله ی مقاومت جریان مانینگ،^[۱۳] و ترکیب آن با معادلات انتقال بار بستر میسر - پیتر و مولر،^[۱۹] دوبوی،^[۲۰] و پارکر،^[۲۱] اجرا شده و درصد خطای مدل در جدول ۸ ارائه شده است.

با توجه به جدول ۸، معادله ی بار بستر میسر پیتر و مولر،^[۱۹] نسبت به سایر معادلات بار بستر مورد استفاده در بازه های مطالعاتی در خوزستان، عملکرد بهتری دارد، اما با وجود این، مدل پیشنهادی غالباً عرض کانال های آبرفتی را کمتر و عمق را بیشتر از مقادیر مشاهداتی تخمین زده است.

۴. نتیجه گیری

نتایج به دست آمده از مدل، بیانگر هم ارز بودن دو تئوری حدی کمینه ی شیب (یا کمینه ی توان جریان) و بیشینه ی ظرفیت انتقال رسوب است.

مدل مورد نظر با در نظر گرفتن طیف وسیعی از معادلات انتقال بار بستر به فرم $\tau = c_\tau R^\alpha S^\beta D^\gamma$ و معادلات مقاومت جریان به فرم $q_s = c_s \tau_m (\tau_0 - \tau_c)$ ، گویای آن است که توان های هندسه ی هیدرولیکی حاصل از ترکیب معادلات مختلف تقریباً یکسان است و تطابق توان های هندسه ی هیدرولیکی محاسباتی با مقادیر

جدول ۶. مقایسه‌ی روابط توانی محاسباتی و مشاهداتی (سیستم SI).

ضریب تعیین (R ^۲)	D = cQ ^f , W = aQ ^b			مشخصات کانال	مرجع	
	f	c	a			
۰٫۷۶۹	—	—	۰٫۴۵	۱٫۸۶	عرض مقطع پر (W)	مطالعه‌ی حاضر
۰٫۶۰۵	۰٫۳۷	۰٫۵۸	—	—	عمق ماکزیم (D)	
۰٫۸۰۱	—	—	۰٫۴۵	۳٫۶۵	عرض مقطع پر (W)	هی و تورن [۲۲]
۰٫۷۸۷	۰٫۳۲	۰٫۵۹	—	—	عمق ماکزیم (D)	

جدول ۷. مشخصات مقطع پر کانال رودخانه در ۴ بازه‌ی مطالعاتی در استان خوزستان (ایران).

نام ایستگاه	نام رودخانه	دبی مقطع پر (m ^۳ /s)	شیب طولی	متوسط اندازه مواد بستر (m)	ضریب زبری مانینگ	زاویه کناره (°)	عرض سطح (m)	عمق متوسط (m)
سوسن	کارون	۱۳۳۰٫۹۸	۰٫۰۰۰۰۷	۰٫۰۵۲۶	۰٫۰۴۱	۳۲	۶۴٫۵۴	۸٫۳۴
خیرآباد	آب شیرین	۴۷۳٫۰۸	۰٫۰۰۱۳۶	۰٫۰۲۸۳	۰٫۰۳۴	۲۲	۷۲٫۵۲	۲٫۹۷
چمن‌نظام	مارون	۱۰۲۹٫۰۶	۰٫۰۰۲۰۳	۰٫۰۳۰۵	۰٫۰۳۱	۵۳	۱۱۷٫۶۸	۲٫۹۶
پل زال	زال	۱۱٫۲۷	۰٫۰۰۳۹	۰٫۰۳۶۹	۰٫۰۵۰	۸۴	۱۳٫۴	۱٫۰۰

جدول ۸. متوسط درصد خطای نسبی محاسبات مدل.

معادله‌ی انتقال بار	درصد خطای نسبی متوسط
مبیر - پیترو مولر [۱۹]	۲۳٫۶۵ (۲۵٫۵۷)
دوبوی [۲۰]	۳۵٫۵۴ (۳۳٫۴۵)
پارکر [۲۱]	۲۹٫۵۷ (۲۹٫۳۷)

علامت () نشان‌دهنده‌ی مقادیر منفی (تخمین کمتر از مقادیر مشاهداتی) است.

تغییر می‌کند. در واقع در رودخانه‌های عریض با کاهش اثر پوشش گیاهی کناره در مقاومت جریان، پیش‌بینی مقادیر عرض کانال توسط مدل با خطای بیشتری همراه بوده است و در شرایط مذکور مدل باید با احتیاط مورد استفاده قرار گیرد. در مقابل رودخانه‌های کم‌عرض با پوشش گیاهی انبوه، به دلیل مقاوم بودن کناره‌ها به فرض صلب بودن کناره‌ها در مدل پیشنهادی نزدیک‌تر است و نتایج تخمین ابعاد پایدار توسط مدل، در چنین رودخانه‌هایی دقت بیشتری دارند.

بررسی نتایج حاصل از اجرای مدل پیشنهادی علی‌رغم تطابق توان‌های هندسه‌ی هیدرولیکی حاصل از روش تحلیلی ارائه‌شده در مطالعه‌ی حاضر با روابط موجود، نشان‌دهنده‌ی توافق نسبتاً نامناسب هندسه‌ی محاسباتی کانال با هندسه‌ی مشاهداتی است و علت آن ممکن است عدم اعمال برخی عوامل تأثیرگذار در مورفودینامیک رودخانه از قبیل پوشش گیاهی کناره باشد.

در حالت کلی می‌توان گفت که استفاده از مدل پیشنهادی به منزله‌ی آن است که کناره‌های رودخانه، مقاومت بالایی در مقابل فرسایش دارند و عرض‌های پیش‌بینی‌شده‌ی کانال با استفاده از مدل مذکور در کانال‌های آبرفتی با مرزهای مقاوم معتبر هستند و لذا شرایط کناره‌های فرسایش‌پذیر براساس آن ممکن است نتایج مطلوبی به همراه نداشته باشد (در چنین مواردی استفاده از مدل مذکور با اعمال قید پایداری کناره پیشنهاد می‌شود). از مدل ارائه‌شده در پژوهش حاضر با در نظر گرفتن موارد ذکر شده، جهت طراحی هندسه‌ی پایدار آبراهه‌های آبرفتی در مواردی چون احیا و لایروبی رودخانه می‌توان بهره جست.

مشاهداتی نشان می‌دهد که آبراهه‌های آبرفتی طبیعی تا رسیدن به شرایط تعادل، قادر به تنظیم شکل کانال خود هستند.

فرایند واسنجی مدل حاکی از آن است که عرض‌های پیش‌بینی‌شده توسط مدل غالباً کوچک‌تر از عرض‌های مشاهداتی به دست آمده‌اند، اما میزان این اختلاف با افزایش چگالی پوشش گیاهی کناره‌ها کاهش یافته است (شکل ۳). به طوری که با در نظر گرفتن معادله‌ی مقاومت جریان مانینگ و ترکیب آن با معادله‌ی انتقال بار بستر مبیر - پیترو مولر و به کارگیری روابط به دست آمده برای تعیین عرض سطح بهینه، نسبت عرض سطح محاسباتی به مشاهداتی به طور متوسط از ۰٫۴۰ برای پوشش گیاهی نوع ۱ (کناره‌هایی با پوشش علفی بدون هرگونه درخت و درختچه)، تا ۰٫۷۲ برای پوشش گیاهی نوع ۴ (کناره‌هایی با بیش از ۵۰٪ پوشش درخت و درختچه)

پانویس‌ها

1. at-a-station hydraulic geometry
2. downstream hydraulic geometry

3. extrenal hypotheses
4. maximum sediment transport capacity
5. maximum flow efficiency
6. minimum stream power
7. minimum variance

8. minimum energy dissipation rate
9. minimum unit stream power
10. riprap

(References) منابع

1. Millar, R.G. "Development of an analytical model of river response", MSc thesis, University of Queensland, Brisbane, Australia (1984).
2. Leopold, L.B. and Maddock, T., *The Hydraulic Geometry of Stream Channels and Some Physiographic Implications*, US Geological Survey, Professional Paper 252, Washington, D.C., 57 p. (1953).
3. Leopold, L.B. and Langbein, W.B., *The Concept of Entropy in Landscape Evolution*, U.S. Government Printing Office, Professional paper 500-A (1962).
4. Langbein, W.B. "Geometry of river channels", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, **90**(HY2), pp. 301-311 (1964).
5. Pickup, G. "Adjustment of stream channel shape to hydrologic regime", *Journal of Hydrology*, **30**(4), pp. 365-373 (1976).
6. Kirkby, M.J., *Maximum Sediment Efficiency as a Criterion for Alluvial Channels*, In River Channel Changes, Gregory, K.J. (ed.), Chichester: Wiley, pp. 429-442 (1977).
7. Yang, C.T. "Potential energy and stream morphology", *Water Resources Research*, **7**(2), pp. 311-322 (1971a).
8. Yang, C.T. and Molinas, A. "Sediment transport and unit stream power function", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, **108**, pp. 774-793 (1982).
9. Chang, H.H. "Minimum stream power and river channel patterns", *Journal of Hydrology*, **41**(3-4), pp. 303-327 (1979b).
10. Song, C.S.S. and Yang, C.T. "Minimum stream power: Theory", *J. Hydraul. Eng., ASCE*, **106**(9), pp. 1477-1488 (1980).
11. Huang, H.Q. and Nanson, G.C. "A stability criterion inherent in laws governing alluvial channel flow", *Earth Surface Processes and Landforms*, **27**(9), pp. 929-944 (2002).
12. Knighton, A.D. "Fluvial forms and processes", *Earth Surface Processes and Landforms*, Edward Arnold: London, **24**(4), pp. 378-379 (1998).
13. Manning, R. "On the flow of water in open channels and pipes", *Transactions of the Institution of Civil Engineers of Ireland*, **20**, pp. 161-207 (1891).
14. Lacey, G. "Flow in alluvial channels with sandy mobile beds", *Proceedings of the Institute of Civil Engineers*, London, Discussion on paper No. 6274, **11**(2), pp. 145-164 (1958).
15. Chadwick, A.J. and Morfett, J.C., *Hydraulics in Civil and Environmental Engineering*, Chapman & Hall (1995).
16. Brownlie, W.R. "Flow depth in sand-bed channels", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, **109**(7), pp. 959-990 (1983).
17. Einstein, H.A., *The Bed-Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows*, U.S. Department of Agriculture, Soil Conservation Service, Technical Bulletin No. 1026 (1950).
18. Yang, C.T., *Sediment Transport: Theory and Practice*, McGraw-Hill (1996).
19. Meyer-Peter, E. and Muller, R. "Formulas for bed load transport", In *Proceedings of the 3rd Meeting of IAHR Stockholm*, pp. 39-46 (1948).
20. DuBoys, P. "Le Rhone et les rivieres a lit affouillable", *Annales des Ponts et Chaussees, Series*, **5**(18), pp. 141-195 (1879).
21. Parker, G. "Hydraulic geometry of active gravel rivers", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, **105**(9), pp. 1185-1201 (1979).
22. Eaton, B.C. and Church, M. "Channel stability in bed load dominated streams with nonerodible banks: Inferences from experiments in a sinuous flume", *Journal of Geophysical Research - Earth Surface*, **114**(F1), pp. 1-17 (2009).
23. Engelund, F. and Skovgaard, O. "On the origin of meandering and braiding in alluvial streams", *Journal of Fluid Mechanics*, **57**(02), pp. 289-302 (1973).
24. Hey, R.D. and Thorne, C.R. "Stable channels with mobile gravel beds", *Journal of the Hydraulic Engineering, ASCE*, **112**(8), pp. 671-689 (1986).
25. Darby, S.E. "Refined hydraulic geometry data for british gravel-bed rivers", *Journal of Hydraulic Engineering*, **131**(1), pp. 60-64 (2005).
26. Yu, G. and Smart, G. "Aspect ratio to maximize sediment transport in rigid bank channels", *Journal of Hydraulic Engineering*, **129**(12), pp. 927-935 (2003).
27. Simons, D.B. and Albertson, M.L. "Uniform water conveyance channels in alluvial materials", *Journal of the Hydraulics Division, ASCE*, **86**(5), pp. 33-71 (1960).
28. Bray, D.I., *Regime Equations for Gravel-Bed Rivers*, In Hey, R. D.; Bathurst, J. C. and Thorne, C. R., (Editors), *Gravel-bed Rivers: Fluvial Processes, Engineering and Management*, John Wiley and Sons, Chichester, pp. 517-552 (1982b).
29. Lane, E.W. "The design of stable channels", *Trans., ASCE*, **120**(2776), pp. 1234-1279 (1955b).
30. Julien, P.Y. and Wargadalam, J. "Alluvial channel geometry: Theory and applications", *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, **121**(4), pp. 312-325 (1995).
31. Huang, H.Q. and Warner, R.F. "The multivariate controls of hydraulic geometry; a causal investigation in terms of boundary shear distribution", *Earth Surface Processes and Landforms*, **20**(2), pp. 115-130 (1995).
32. Johari, R. "Field observation of spatial variation degree of armoring in gravel bed-river and its impact on the hydraulic parameters", M. Sc. Thesis, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran (in Persian) (2014).