

بررسی اثر لنزهای ماسه‌یی در نشست تحکیمی خاک‌های رسی با کمک روش عددی بدون شبکه

محسن لشکر بلوک (استادیار)

علیرضا طبرسا* (استادیار)

دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه گلستان

مهندسی عمران شریف، تابستان ۱۳۹۶ (۱۳۹۶)
دوری ۲، شماره ۲/۲، ص. ۷۹-۸۶

محاسبه‌ی نشست تحکیم خاک‌های ریزدانه‌ی اشباع، اهمیت زیادی در طراحی سازه‌های ژئوتکنیکی و آبی دارد. طی فرایندهای زمین‌شناسی در برخی از توده‌های خاک، نواحی ماسه‌یی وجود دارد که زهکشی در آنها از تمامی سطوح جانبی انجام می‌شود و به این نواحی، لنزهای محصورشده‌ی ماسه گفته می‌شود. در محاسبات تحکیم این قبیل خاک‌ها، استفاده از تئوری تحکیم یک بعدی ترزاقی و فرض لایه‌یی و همگن بودن خاک، از دقت محاسبات می‌کاهد. در پژوهش حاضر، تأثیر اشکال و نحوه‌ی قرارگیری لنزهای ماسه‌یی، با کمک روشی بدون شبکه^۱ بر روی رفتار تحکیمی خاک بررسی شده است. نتایج مدل سازی عددی نشان داده‌اند که شکل و توزیع مکانی لنزها باعث ایجاد تغییراتی در توزیع فشار آب حفره‌یی خواهد داشت که این امر اثر معناداری در زمان رسیدن به نشست تحکیمی نهایی خاک مورد مطالعه دارد. همچنین با توجه به تنوع لایه‌های زمین و شکل پیچیده‌ی لنزها، استفاده از روش مذکور منجر به نتایج مطلوب‌تری در مقایسه با سایر روش‌های متداول می‌شود.

واژگان کلیدی: لنز ماسه‌یی، کمیته‌ی مربعات گسسته‌ی هم‌پوش، نشست تحکیمی، فشار آب حفره‌یی.

m.lbolok@gu.ac.ir
a.tabarsa@gu.ac.ir

۱. مقدمه

به فرایند تدریجی خروج آب حفره‌یی در خاک‌های ریزدانه‌ی اشباع و تغییرشکل‌های ناشی از آن، پدیده‌ی تحکیم گفته می‌شود.^[۱] فرایند تحکیم شامل مراحل اساسی از قبیل: فشرده‌گی اولیه‌ی ذرات خاک ناشی از بارگذاری، تحکیم اولیه به دلیل زائل شدن فشار آب حفره‌یی اضافی و نشست ناشی از آن، و نیز تغییرشکل خمیری خاک به دلیل تحکیم ثانویه است. در آزمایشگاه، پدیده‌ی تحکیم در خاک‌های رسی با کمک آزمایش ادنومتر به منظور برآورد نشست حاصل از بارگذاری و تغییرات نسبت منافذ و تنش در طول زمان انجام می‌شود، که مبتنی بر تئوری تحکیم یک بعدی ترزاقی است. این تئوری متکی بر فرضیات ساده‌کننده‌ی متعددی است که به واسطه‌ی هر یک از آنها، خطاهایی در مقادیر مشخصات تحکیمی خاک‌ها به وجود می‌آید. مهم‌ترین فرض ساده‌کننده‌یی که در تئوری ترزاقی وجود دارد، فرض یک بعدی بودن پدیده‌ی نشست تحکیم است. این فرض در مسائلی که در آنها تغییرات شدید جنس خاک در سطح و اعماق و نیز شرایط مختلف زهکشی وجود دارد، با تقریب‌های غیر قابل قبولی در حل مسائل عددی در مهندسی ژئوتکنیک همراه خواهد بود. در برخی از سازه‌های زمین‌شناسی، به دلیل شرایط مختلف و ژئوتکنیکی منطقه، لایه‌های

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۵/۶، اصلاحیه ۱۳۹۴/۹/۲۲، پذیرش ۱۳۹۴/۱۰/۱۲.

بعدی تعمیم داده شده است.^[۲۱] در پژوهش حاضر، روش بدون شبکه‌ی کمیته‌ی مربعات گسسته‌ی هم‌پوش برای حل مسئله‌ی دو بعدی تحکیم مورد استفاده قرار گرفته است.

۲. معادلات حاکم

با نوشتن رابطه‌ی پیوستگی جریان بر روی یک حجم کنترل و با استفاده از مقدار تغییر حجم در حجم واحد خاک (m_v)، معادله‌ی حاکم بر تئوری تحکیم در حالت دو بعدی به صورت رابطه‌ی ۱ به دست می‌آید.^[۱]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad u = \bar{u} \text{ on } \Gamma_u \quad (1)$$

که در آن، \bar{u} مقدار اضافه فشار آب حفره‌ی در مرز دریچه‌ی Γ_u است. پارامترهای C_v و m_v در این معادله به ترتیب ضریب تحکیم نامیده می‌شود. خروج آب از بین ذرات خاک در اثر اعمال تنش‌های خارجی، در تمامی جهات صورت گرفته است، که در اثر آن نشست و تغییر شکل‌های خاک در حالت سه بعدی رخ خواهد داد. پس از محاسبه‌ی اضافه فشار آب حفره‌ی در هر نقطه و زمان می‌توان درصد تحکیم مورد نظر را تعیین کرد و آنگاه با کمک رابطه‌ی ۲ می‌توان نشست نهایی خاک (S_{cf}) برای رس تحکیم عادی یافته را تخمین زد.^[۱]

$$S_{cf} = \frac{c_c h_c}{1 + e_0} \log \left(1 + \frac{\Delta \sigma'}{\sigma'_0} \right) \quad (2)$$

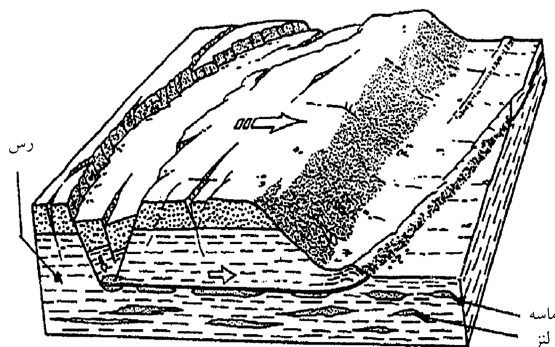
که در آن، $\Delta \sigma'$ سر بار ناشی از بارگذاری، σ'_0 تنش مؤثر در مرکز لایه‌ی رسی، h_c ضخامت لایه‌ی رسی، c_c شاخص تحکیم، و e_0 نسبت منافذ اولیه‌ی خاک مورد نظر است. در ادامه، پس از محاسبه‌ی نشست نهایی کل، می‌توان طبق رابطه‌ی ۳ نشست لحظه‌ی (S_t) در نقطه‌ی مورد نظر را به دست آورد.^[۱]

$$S_t = \left(1 - \frac{u_t}{u_i} \right) \times S_{cf} \quad (3)$$

که در آن، u_t و u_i به ترتیب اضافه فشار آب حفره‌ی در لحظه‌ی t و سر بار اولیه‌ی ناشی از بارگذاری خاک است. شایان ذکر است در تمامی مسائل مطرح شده در پژوهش حاضر، پارامترهای h_c ، c_c ، e_0 ، γ_{sat} ، γ_w به ترتیب معادل ۵ متر، ۰٫۱، ۱٫۱۸، ۹٫۸۱ کیلونیوتن بر مترمکعب و ۲۰ کیلونیوتن بر مترمکعب برای خاک رس و معادل ۲۱ کیلونیوتن بر مترمکعب برای خاک ماسه‌بی در نظر گرفته شده است. همچنین ضریب تحکیمی لایه‌ی رسی برابر با ۰٫۱۲۵ مترمربع بر روز در نظر گرفته شده است.

۳. روش بدون شبکه‌ی کمیته‌ی مربعات گسسته‌ی هم‌پوش

پایه‌ی ریاضی کمیته‌ی مربعات گسسته‌ی هم‌پوش، روش کمیته‌ی مربعات است، که در گسسته‌سازی معادلات و اعمال شرایط مرزی به کار می‌رود. از آنجایی که در روش مذکور از فرم قوی معادلات دیفرانسیل در گسسته‌سازی‌ها استفاده می‌شود، فرایند انتگرال‌گیری وارد فرایند حل نمی‌شود. عدم نیاز به انتگرال‌گیری باعث حذف شبکه‌بندی زمینه‌ی برای پیدا کردن نقاط نمونه‌گیری خواهد شد. به این ترتیب روش مذکور را می‌توان کاملاً بدون شبکه به حساب آورد. در روش بدون شبکه‌ی ذکر شده،



شکل ۱. لنزهای ماسه‌بی درون خاک‌های رسی.^[۴]

روش‌های متکی بر شبکه با آن مواجه‌اند، شبکه‌بندی حوزه‌های پیچیده با شکل‌های هندسی مختلف است.^[۸] در پژوهش حاضر، با عنایت به شکل‌های بسیار نامنظم لنزهای ماسه‌بی محصور شده در سطح و اعماق مختلف زمین با توجه به ناهمگنی خاک منطقه، گسسته‌سازی مکانی مسئله با استفاده از شبکه‌بندی ممکن است با دشواری‌های زیادی همراه باشد. علاوه بر این، در حالتی که تغییرات زیاد جنس خاک در لایه‌های غیرمنظم به دلیل ناهمگنی خاک منطقه رخ دهد، استفاده از شبکه‌ها در دروسر ساز خواهد شد. به دلیل سهولت کار و مدل‌سازی شکل‌های مختلف لنزهای ماسه‌بی و اعمال شرایط مختلف زهکشی، در پژوهش حاضر از یک روش نوین بدون شبکه در مدل‌سازی نشست تحکیم دو بعدی استفاده شده است. روش‌های بدون شبکه به دلیل انعطاف‌پذیری‌شان در گسسته‌سازی حوزه‌های مکانی، در حل عددی مسائل مختلف مهندسی مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته‌اند. روش‌های بدون شبکه، نیازی به فرایند شبکه‌بندی حوزه‌ی مکانی نداشته و گسسته‌سازی این حوزه فقط با استفاده از نقاطی پراکنده صورت می‌پذیرد. در پژوهش حاضر، از روش بدون شبکه‌ی کمیته‌ی مربعات گسسته‌ی هم‌پوش برای حل معادلات حاکم استفاده خواهد شد. از مزایای این روش بدون شبکه می‌توان به سادگی، عدم نیاز به انتگرال‌گیری و کم هزینه بودن آن اشاره کرد. اولین ایده‌ی استفاده از روش‌های بدون شبکه در روش هیدرودینامیک ذرات هموار به منظور مدل‌سازی پدیده‌های نجومی همچون گسترش ستارگان و توده‌ی ابرهای غباری به کار گرفته شده است.^[۹] همچنین با اصلاح تابع وزن، شرایط سازگاری برای روش هیدرودینامیک ذرات هموار تأمین شده و روش بازتولید ذرات کرنال ارائه شده است.^[۱۰] در سال ۱۹۹۹، از روش کمیته‌ی مربعات متحرک برای تولید توابع شکل در روش هیدرودینامیک ذرات هموار استفاده شده است.^[۱۱] پس از فعالیت‌های تحقیقاتی برخی پژوهشگران در به کارگیری روش بدون شبکه‌ی جزء پخش در مکانیک جامدات،^[۱۲] روند رشد روش‌های بدون شبکه سرعت گرفته است. روش‌های بدون شبکه‌ی زیادی مانند: روش بدون شبکه‌ی گالرکین،^[۱۳] روش هم‌مکانی نقطه‌ی،^[۱۴] روش اجزاء محدود افزاز،^[۱۵] روش ابرهای اچ پی،^[۱۶] روش بدون شبکه‌ی محلی پترو گالرکین،^[۱۷] و روش حداقل مربعات گسسته،^[۱۸] ارائه شده‌اند. در برخی پژوهش‌ها،^[۱۹،۸] مرور کاملی بر روش‌های بدون شبکه و سیر تکاملی آنها شده است. در راستای بهبود دقت روش کمیته‌ی مربعات گسسته، از نقاط هم‌پوش به همراه فرایند کمیته‌ی مربعات استفاده شده (۲۰۰۸) و روش کمیته‌ی مربعات گسسته‌ی هم‌پوش ارائه شده است.^[۲۰] بدین ترتیب با استفاده از نقاط هم‌پوش حل مسئله با دقت بالاتری صورت می‌گرفت. بدون آنکه هزینه‌ی محاسباتی چندان افزایش یابد. همچنین روشی برای جابه‌جایی تطبیقی نقاط در حل مسائل یک بعدی ارائه شده است، که بعداً (۲۰۰۹)، این روش برای حل مسائل دو

به همراه آدرس قرارگیری آنها در حافظه ذخیره و بدین صورت صرفه‌جویی قابل ملاحظه‌ای در مقدار حافظه‌ی موردنیاز خواهد شد. علاوه بر این، کلیه‌ی عملیات ماتریسی که روی این‌گونه ماتریس‌ها انجام خواهد شد، فقط با درایه‌های غیرصفر کار می‌کنند و با سرعت چندین برابری نسبت به حالتی که ماتریس‌ها پر باشند، عمل خواهند کرد.^[۲۲] نحوه‌ی حل معادلات حاکم با استفاده از روش بدون شبکه‌ی کمینه‌ی مربعات گسسته‌ی هم‌پوش در ادامه به صورت گام به گام شرح داده شده است:

گام اول: برای گسسته‌سازی زمانی، معادله‌ی ۱ از روش اویلر ضمنی به شکل رابطه‌ی ۵ استفاده شده است:

$$u^{n+1} - \Delta t \cdot C_\nu \left(\frac{\partial^\tau u^{n+1}}{\partial z^\tau} + \frac{\partial^\tau u^{n+1}}{\partial x^\tau} \right) = u^n \quad (5)$$

که در آن، n و Δt به ترتیب شماره و اندازه‌ی گام زمانی هستند.

گام دوم: به منظور محاسبه‌ی ماتریس ضرایب (K) و بردار دست راست (F)، برای به دست آوردن مقادیر اضافه فشار آب حفره‌ی در گام زمانی $n+1$ ، باید عملیات جبر ماتریسی به این شرح انجام شود (رابطه‌ی ۶):^[۲۲]

$$L = \varphi - \Delta t \cdot \left(C_\nu \otimes \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right) + C_\nu \otimes \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial x^\tau} \right) \right) \quad (6)$$

عملگر \otimes در عبارت $C_\nu \otimes \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right)$ به صورت رابطه‌ی ۷ تعریف می‌شود:

$$C_\nu \otimes \frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} = \begin{bmatrix} C_{\nu,1} & C_{\nu,2} & \dots & C_{\nu,M} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right)_{1,1} & \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right)_{1,2} & \dots & \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right)_{1,M} \\ \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right)_{2,1} & \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right)_{2,2} & \dots & \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right)_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right)_{N,1} & \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right)_{N,2} & \dots & \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right)_{N,M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{\nu,1} \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right)_{1,1} & C_{\nu,2} \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right)_{1,2} & \dots & C_{\nu,nc} \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right)_{1,M} \\ C_{\nu,1} \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right)_{2,1} & C_{\nu,2} \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right)_{2,2} & \dots & C_{\nu,nc} \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right)_{2,M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{\nu,1} \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right)_{N,1} & C_{\nu,2} \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right)_{N,2} & \dots & C_{\nu,N} \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial z^\tau} \right)_{N,M} \end{bmatrix} \quad (7)$$

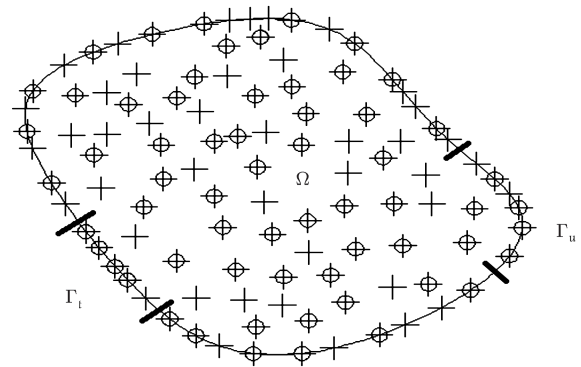
به طریق مشابه، عبارت $C_\nu \otimes \left(\frac{\partial^\tau \varphi}{\partial x^\tau} \right)$ نیز قابل محاسبه است. با توجه به اندازه‌ی ماتریس‌های توابع شکل، اندازه‌ی ماتریس L ، به صورت $N \times M$ خواهد بود. حال، ماتریس ضرایب با استفاده از رابطه‌ی ۸ به دست می‌آید:

$$K = L \times L^T \quad (8)$$

با توجه به اندازه‌ی ماتریس L ، اندازه‌ی ماتریس ضرایب $N \times N$ به دست می‌آید. بردار دست راست را می‌توان با استفاده از رابطه‌ی ۹ به دست آورد:

$$F = L \times u^n \quad (9)$$

گام سوم: پژوهش حاضر، برای اعمال شرایط مرزی از روش پنالتی استفاده شده است، که در آن، مقدار باقی‌مانده‌ها در مرزها به طور مصنوعی با ضریبی به نام پنالتی بزرگ‌نمایی شده است، تا در انتهای فرایند حل، شرایط مرزی ارضاء شوند. جزئیات این روش در پژوهشی در سال ۲۰۱۵، ارائه شده است.^[۲۲] ماتریس ضرایب به دست آمده از روش پنالتی، متقارن و تنک است، که شرایط را



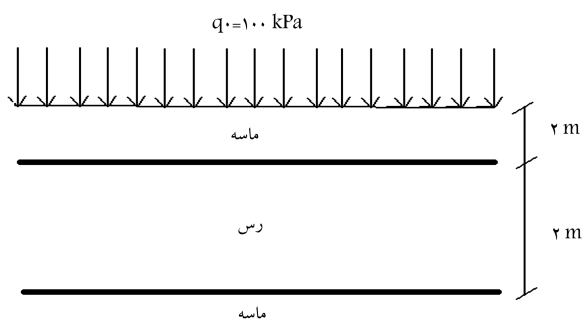
شکل ۲. نحوه‌ی گسسته‌سازی حوزه‌ی مسئله توسط نقاط گره‌ی و هم‌پوش در روش کمینه‌ی مربعات گسسته‌ی هم‌پوش.

در ابتدا حوزه‌ی مسئله و مرزهای آن توسط نقاط گره‌ی گسسته‌سازی می‌شوند. نقاط هم‌پوش نیز به صورت کاملاً دلخواه در حوزه‌ی مسئله و در مرزها قرار می‌گیرند. در شکل ۲، این حوزه‌ی فرضی به همراه چیدمان نقاط گره‌ی و هم‌پوش ارائه شده است. در شکل مذکور، نقاط گره‌ی با علامت دایره (\oplus) و نقاط هم‌پوش با علامت (+) نشان داده شده‌اند. باید توجه داشت که در هر نقطه‌ی گره‌ی، حتماً یک نقطه‌ی هم‌پوش نیز باید قرار گیرد. در شکل ۲، Γ_u و Γ_l به ترتیب نمایان‌گر مرز در چپ و مرز مشتقی هستند. در پژوهش حاضر، یک رهیافت ماتریسی برای فرایند تخمین تابع و گسسته‌سازی معادلات دیفرانسیل پیشنهاد شده است. بدین منظور، باید ابتدا توابع شکل و مشتقات آنها در ماتریس‌هایی ذخیره شوند. به این ترتیب که قبل از وارد شدن به گسسته‌سازی معادلات دیفرانسیل و حل آنها، مقادیر تابع شکل و مشتقات آن در تمامی نقاط هم‌پوش برای تمامی نقاط گره‌ی محاسبه و در ماتریس‌هایی، مانند آنچه در رابطه‌ی ۴ ارائه شده است، ذخیره می‌شوند.

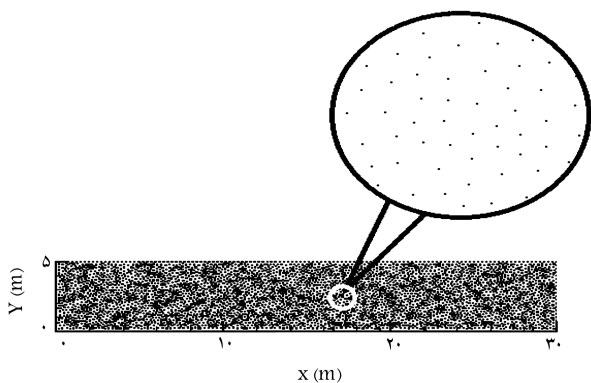
$$\varphi = \begin{bmatrix} \phi_1(X_1) & \phi_1(X_2) & \dots & \phi_1(X_M) \\ \phi_2(X_1) & \phi_2(X_2) & \dots & \phi_2(X_M) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_N(X_1) & \phi_N(X_2) & \dots & \phi_N(X_M) \end{bmatrix} \quad (4)$$

اندازه‌ی این ماتریس، $N \times M$ است، که در آن N و M به ترتیب تعداد نقاط گره‌ی و تعداد نقاط هم‌پوش هستند و هر سطر ماتریس مذکور، نمایان‌گر مقادیر توابع شکل نقطه‌ی گره‌ی به ازاء همه‌ی نقاط هم‌پوش است. به عنوان مثال، در سطر دوم از ماتریس φ ، مقدار تابع شکل گره دوم در مختصات مربوط به نقطه‌ی هم‌پوش اول، در ستون اول؛ مقدار تابع شکل گره دوم در نقطه‌ی هم‌پوش دوم، در ستون دوم؛ و به همین ترتیب مقدار تابع شکل گره‌ی دوم در ازاء مختصات نقطه‌ی هم‌پوش M ام، در ستون M ام از سطر دوم قرار داده می‌شود.

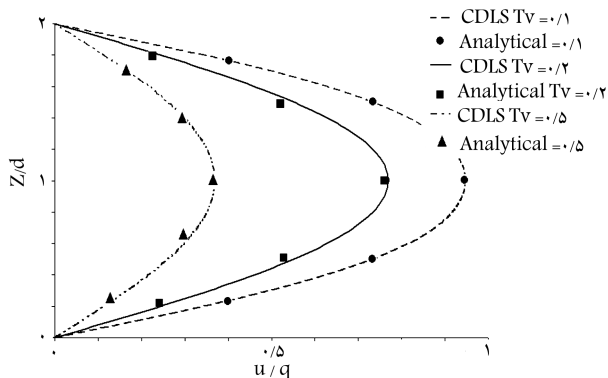
در پژوهش حاضر از روش درون‌یابی شعاعی نقاط برای تولید توابع شکل استفاده شده است. جزئیات این روش در پژوهشی در سال ۲۰۱۵، ارائه شده است.^[۲۲] با توجه به معادلات مطرح شده در پژوهش حاضر، باید ماتریس‌های φ ، $\frac{\partial \varphi}{\partial y}$ ، $\frac{\partial \varphi}{\partial x}$ را محاسبه و ذخیره کرد. ماتریس‌های مذکور در حالت معمول بخش قابل توجهی از حافظه را اشغال خواهند کرد، ولی با توجه به اینکه فقط تعداد محدودی نقطه داخل حوزه‌ی اثر هر نقطه‌ی هم‌پوش قرار می‌گیرد (در پژوهش حاضر: ۲۵ نقطه)، این ماتریس‌ها تعداد کمی درایه‌ی غیرصفر دارند و به این ترتیب حجم کمی از فضای حافظه را اشغال می‌کنند. به عبارتی در این‌گونه ماتریس‌ها فقط مقادیر غیرصفر



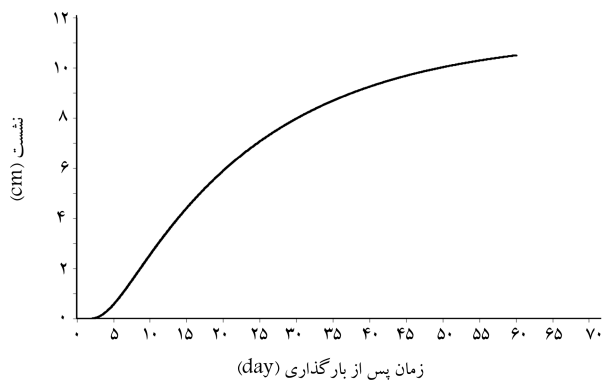
شکل ۳. محیط خاک در نظر گرفته شده برای مسئله‌ی اول.



شکل ۴. توزیع نقاط گره‌یی در گسسته‌سازی مسئله‌ی اول.



شکل ۵. اضافه فشار آب حفره‌یی محاسبه شده در مقطع ($x = 15 m$) به همراه حل تحلیلی تحت شرایط زهکشی دوطرفه.



شکل ۶. مقدار نشست محاسبه شده در مرکز لایه‌ی رسی در زمان‌های مختلف.

برای حل تکراری دستگاه معادلات خطی حاصل با استفاده از روش‌های تکراری مؤثر مهیا می‌سازد. جواب‌های تقریبی حاصل از روش به کار گرفته شده، دو نوع خطا دارد: اولین و مهم‌ترین آن‌ها، خطایی است که با استفاده از تقریب توابع آزمون‌ی به وجود می‌آید و خطای گسسته‌سازی نامیده می‌شوند. این خطا در حقیقت ناشی از عدم تأمین معادلات دیفرانسیل حاکم بر حوزه‌ی مسئله و شرایط مرزی آن توسط تقریب توابع آزمون‌ی است. خطای دوم، خطای گرد کردن است. این خطا ناشی از محدودیت ذخیره‌سازی اطلاعات در هر مرحله از فرایند محاسبات است. خطای دوم را می‌توان با توجه به پیشرفت روزافزون رایانه‌ها کمیته ساخت. در روش کمیته‌ی مربعات گسسته‌ی هم‌پوش، می‌توان با افزایش نقاط گره‌یی در گسسته‌سازی، جواب را به سمت پاسخ‌های دقیق‌تر هدایت کرد.

۴. مسئله‌های عددی

به منظور صحت‌سنجی روش ارائه شده، در مسئله‌ی اول اضافه فشار آب حفره‌یی برای لایه‌یی از خاک تحکیم‌پذیر که از دو طرف زهکشی می‌شود، حل و نتایج با نتایج حاصل از حل تحلیلی مقایسه شده است. سپس برای نشان دادن قابلیت‌های روش، یک مسئله با شرایط مرزی پیچیده‌تر حل شده است.

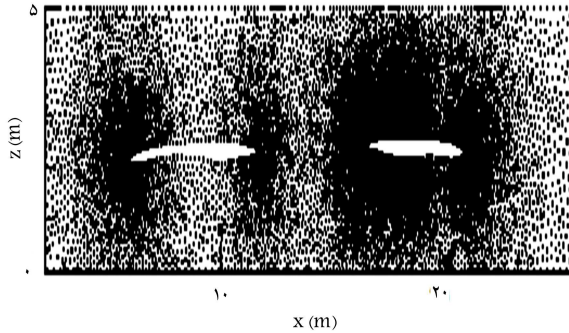
۱.۴. مسئله‌ی اول

یک لایه‌ی خاک رس به ضخامت ۵ متر را در نظر بگیرید، که از بالا و پایین زهکشی می‌شود (شکل ۳). فرض کنید سرباری گسترده و یکنواخت به مقدار $100 kPa$ فرض می‌شود توزیع اولیه‌ی این تنش اضافی در کل لایه‌ی خاک به صورت یکسان به مقدار $100 kPa$ باشد. هر چند این مسئله را می‌توان کاملاً یک‌بعدی در نظر گرفت، ولی به منظور صحت‌سنجی حل عددی، مسئله در شکل دوبعدی آن گسسته‌سازی و حل شده است. در گسسته‌سازی حوزه‌ی فیزیکی مسئله از 392° نقطه‌ی گره‌یی به همراه 570° نقطه‌ی هم‌پوش، که توزیعی کاملاً غیر یکنواخت دارند، استفاده شده است. توزیع نقاط گره‌یی در شکل ۴ نشان داده شده است. در گسسته‌سازی زمانی، مقدار گام زمانی 1° ثانیه در نظر گرفته می‌شود. برای متغیر زمانی مسئله، پارامتر بدون بعدی به صورت رابطه‌ی 1° تعریف می‌شود:

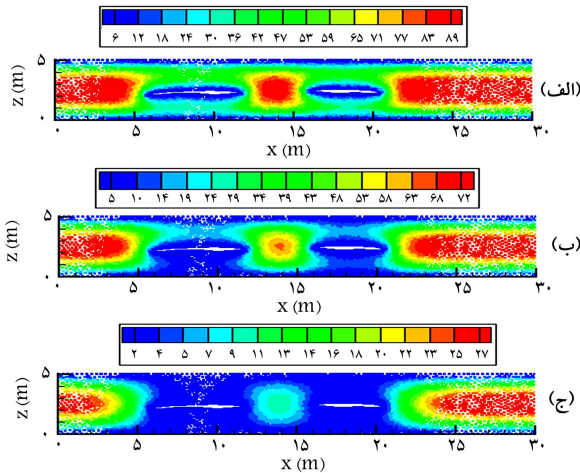
$$Tv = \frac{C_v t}{d^2} \quad (10)$$

که در آن، d عمق لایه‌ی خاک در نظر گرفته می‌شود. مقدار اضافه فشار آب حفره‌یی به ازاء مقادیر 0.1° ، 0.2° و 0.5° برای Tv در مقطع ($x = 15 m$) محاسبه و در مقابل نتایج حاصل از حل عددی، در شکل ۵ رسم شده‌اند. نتایج، انطباق بسیار خوبی با حل تحلیلی نشان می‌دهند. با توجه به نتایج محاسبات فوق، نشست تحکیمی خاک با گذشت زمان در شکل ۶ نشان داده شده است. همان‌طوری که مشاهده می‌شود، در زمان‌های اولیه (تا حدود ۳ روز پس از بارگذاری)، میزان نشست حاصل به دلیل فاصله‌ی نقطه‌ی موردنظر تا سطوح زهکشی و تدریجی بودن خروج آب حفره‌یی از بین ذرات لایه‌ی رسی ناچیز است. همچنین با گذشت زمان تا حدود ۳۵ روز، میزان نشست و تغییر شکل خاک به علت خروج شدید آب حفره‌یی از توده‌ی خاک با یک شیب نسبتاً تندی افزایش یافته است، که در نهایت بعد از گذشت ۲ ماه از شروع بارگذاری، مقدار نشست تحکیمی خاک با یک شیب نسبتاً آرامی به سمت نشست نهایی میل می‌کند.

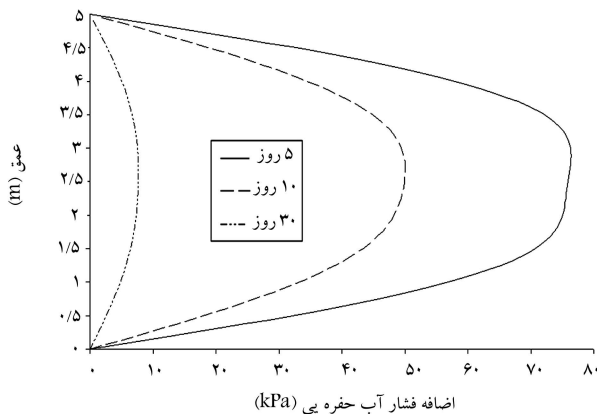
روند کاهش اضافه فشار آب حفره‌یی با گذشت زمان، در شکل ۱۱ پروفیل اضافه فشار آب حفره‌یی در مقطع ($x = 15\text{ m}$) رسم شده است. وجود لنزهای ماسه‌یی باعث عدم تقارن دیاگرام اضافه فشار آب حفره‌یی در زمان‌های مذکور شده است. در شکل ۱۲، مقدار نشست در مرکز لایه‌ی رسی ($x = 15, y = 2/5\text{ m}$) بر حسب زمان ترسیم شده است. به منظور صحت‌سنجی در مسئله‌ی مذکور، پاسخ‌ها



شکل ۹. موقعیت نقاط گره‌یی مورد استفاده در گسسته‌سازی حوزه‌ی مکانی برای مسئله‌ی دوم - لنزهای ماسه‌یی حالت اول.



شکل ۱۰. مقادیر اضافه فشار آب حفره‌یی بر حسب کیلوپاسکال در ۵، ۱۰، و ۳۰ روز پس از بارگذاری.

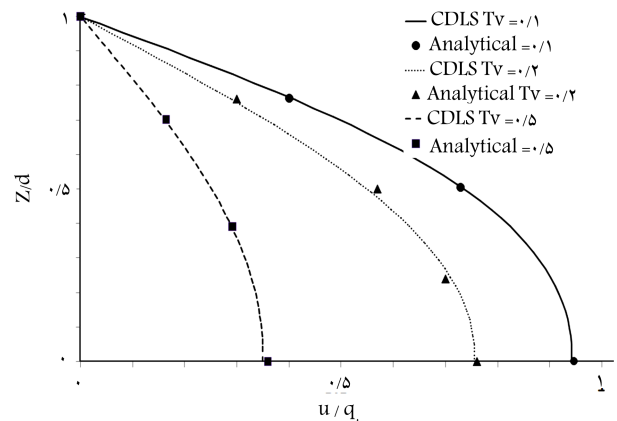


شکل ۱۱. مقدار اضافه فشار آب حفره‌یی محاسبه‌شده در مقطع ($x = 15\text{ m}$)، ۵، ۱۰، و ۳۰ روز پس از بارگذاری.

در ادامه، به منظور صحت‌سنجی روش در شرایط زهکشی یک طرفه فرض می‌شود که لایه‌ی رسی داده‌شده فقط از سمت بالا زهکشی می‌شود. در این حالت نیز مقادیر اضافه فشار آب حفره‌یی در اراء حل تحلیلی در مقادیر $0/1, 0/2, 0/5$ برای Tv در مقطع ($x = 15\text{ m}$) محاسبه و در مقابل نتایج حاصل از حل عددی، در شکل ۷ رسم شده است، که مطابق آن، نتایج مؤید دقت بالای حل عددی ارائه‌شده است.

۲.۴. مسئله‌ی دوم

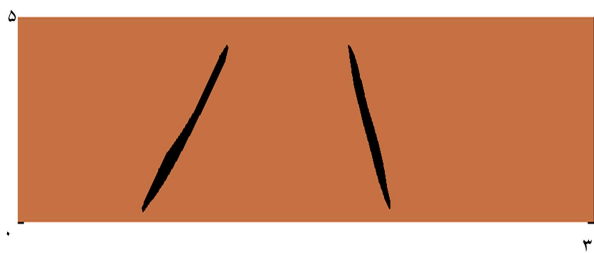
در لایه‌ی رسی مورد بررسی قرارگرفته‌ی مسئله‌ی اول فرض می‌شود که دو ناحیه‌ی ماسه‌یی (لنزهای ماسه‌یی) همانند آنچه در شکل ۸ نشان داده شده است، حضور دارند. در این مسئله نیز فرض می‌شود باری گسترده و یکنواخت به مقدار 100 کیلوپاسکال به این لایه‌ی رسی وارد می‌شود، به طوری که یک تنش اولیه معادل همان مقدار (100 کیلوپاسکال)، در تمامی نقاط توده‌ی خاک به وجود می‌آورد. در گسسته‌سازی زمانی، از گام زمانی $0/2$ ثانیه و در گسسته‌سازی مکانی، از 13000 نقطه‌ی گره‌یی به همراه 50000 نقطه‌ی هم‌پوش استفاده شده است. توزیع نقاط گره‌یی، در گسسته‌سازی حوزه‌ی مکانی مورد استفاده قرارگرفته است، در شکل ۹ نشان داده شده است. می‌توان گفت که گسسته‌سازی حوزه‌ی مکانی مذکور با حضور لنزهای ماسه‌یی توسط تعدادی نقطه‌ی پراکنده با سهولت بیشتری نسبت به گسسته‌سازی با استفاده از المان یا گرید صورت می‌پذیرد. مقادیر اضافه فشار آب حفره‌یی $0/5, 0/2$ و $0/1$ روز پس از بارگذاری در شکل ۱۰ نشان داده شده است. به منظور بررسی



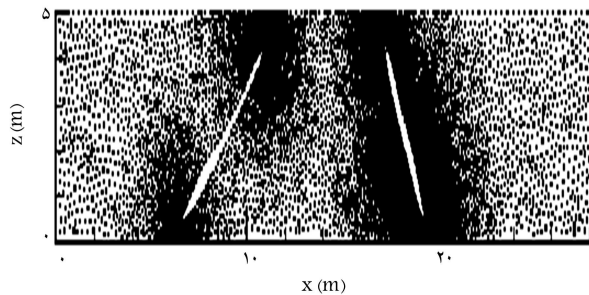
شکل ۷. اضافه فشار آب حفره‌یی محاسبه‌شده در مقطع ($x = 15\text{ m}$) به همراه حل تحلیلی تحت شرایط زهکشی یک طرفه.



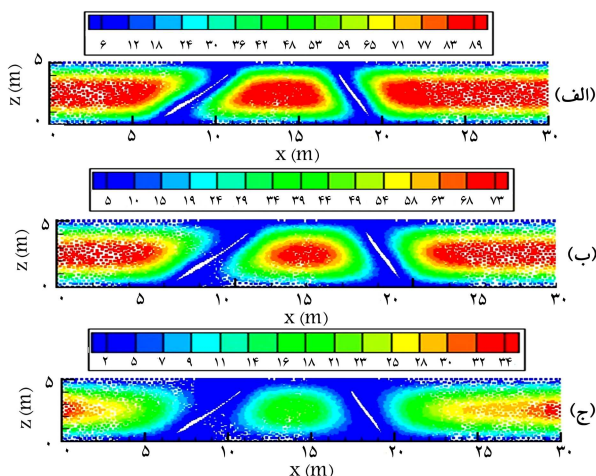
شکل ۸. توزیع لنزهای ماسه‌یی (حالت اول) در لایه‌ی رسی برای خاک نشان داده‌شده در شکل ۳.



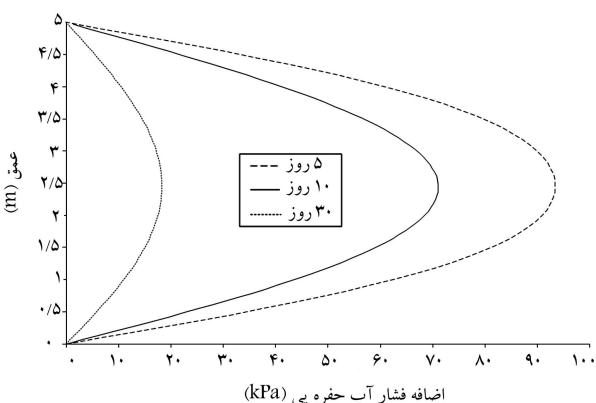
شکل ۱۳. توزیع لنزهای ماسه‌یی (حالت دوم) در لایه‌ی رسی خاک مورد مطالعه.



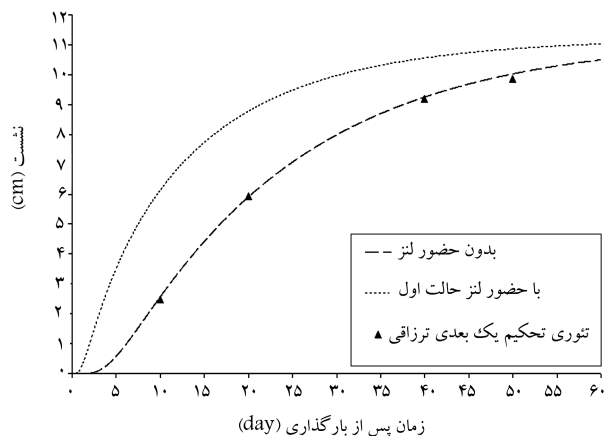
شکل ۱۴. موقعیت نقاط گره‌یی مورد استفاده در گسسته‌سازی حوزه‌ی مکانی برای مسئله‌ی سوم (لنزهای ماسه‌یی حالت دوم).



شکل ۱۵. مقادیر اضافه فشار آب حفره‌یی بر حسب کیلوباسکال در ۵، ۱۰، و ۳۰ روز پس از بارگذاری.



شکل ۱۶. مقدار اضافه فشار آب حفره‌یی محاسبه‌شده در مقطع ($x = 15 \text{ m}$)، ۵، ۱۰، و ۳۰ روز پس از بارگذاری.



شکل ۱۷. مقدار نشست محاسبه‌شده در مرکز لایه‌ی رسی در زمان‌های مختلف در حالت حضور لنزهای ماسه‌یی حالت اول.

در حالتی که لنز ماسه‌یی در نظر گرفته نشود با جواب‌های حاصل از روش حل تحکیم یک بعدی ترقاقی نیز مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در حالت وجود لنزهای ماسه‌یی به علت تشدید خروج آب حفره‌یی و زهکشی سریع از اطراف مرکز لایه‌ی رسی در یک زمان ثابت بعد از بارگذاری، میزان نشست در مقایسه با حالت بدون حضور لنزهای ماسه‌یی بیشتر می‌شود. به عبارت دیگر، زمان رسیدن به نشست نهایی تحکیمی در حالت وجود لنزهای ماسه‌یی در مقایسه با حالت اولیه کمتر است.

۳.۴. مسئله‌ی سوم

به منظور بررسی اثر نحوه‌ی قرارگیری لنزهای ماسه‌یی درون خاک و توزیع هندسی آن‌ها، در مسئله‌ی سوم، نحوه‌ی قرارگیری لنزهای ماسه‌یی حالت اول در همان پروفیل خاک به صورت زاویه‌دار مطابق شکل ۱۳ تحت شرایط زهکشی مختلف در نظر گرفته شده است. در گسسته‌سازی حوزه‌ی مکانی این مسئله از 7000 نقطه‌ی گره‌یی با توزیعی مطابق شکل ۱۴ استفاده شده است. مقادیر اضافه فشار آب حفره‌یی ۵، ۱۰، و ۳۰ روز پس از بارگذاری در شکل ۱۵ نشان داده شده است. در شکل ۱۶، پروفیل اضافه فشار آب حفره‌یی در مقطع $x = 15 \text{ m}$ رسم شده است. در شکل ۱۷، مقدار نشست در مرکز لایه‌ی رسی بر حسب زمان ترسیم شده است. همان‌طوری که پیش‌بینی شده است، در این حالت در مقایسه با حالت بدون لنز، وجود لنزها باعث تسریع در عمل پدیده‌ی تحکیم شده است. به دلیل اثر توزیع تنش در خروج آب حفره‌یی از بین ذرات خاک، می‌توان به اهمیت نحوه‌ی چیدمان لنزهای ماسه‌یی مورد مطالعه پی برد. قرارگیری لنزها در حالت سوم به شکلی است که سطح کمتری از لنزها در مقایسه با حالت دوم تحت تأثیر تنش قرار گرفته است، که در نتیجه‌ی این مکانیسم قرارگیری، خروج آب حفره‌یی کمتری در مدت زمان ثابتی اتفاق افتاده است. در نتیجه‌ی این فرایند، تحکیم در زمان طولانی‌تری نسبت به حالتی که لنزها حالت افقی داشته‌اند، رخ داده است.

همچنین به منظور بررسی تأثیر شرایط زهکشی در فرایند تحکیم خاک‌های رسی محصور شده با لنزهای ماسه‌یی، مسئله‌ی مذکور تحت شرایط زهکشی یک طرفه در دو حالت اول و دوم لنزهای ماسه‌یی تحت شرایط یکسان نیز بررسی شده و نتایج نشان داده‌اند که در یک زمان ثابت، میزان نشست‌های حاصل شده در مقایسه با شرایط زهکشی دوطرفه کمتر است. همچنین نوع قرارگیری لنزها تحت شرایط زهکشی

یک طرفه در مقایسه با حالت بدون لنز، اهمیت بسیار زیادی دارد. شکل ۱۷، مؤید این مطلب است.

۴.۴. مسئله‌ی چهارم

به منظور بررسی اثر ابعاد لنزهای ماسه‌ی درون خاک، در مسئله‌ی چهارم ابعاد لنزهای ماسه‌ی (لنز حالت سوم) در وضعیتی کوچک‌تر از حالت لنز اول در همان پروفیل خاک با شرایط زهکشی دوطرفه مطابق شکل ۱۸ در نظر گرفته شده است. مقادیر اضافه فشار آب حفره‌ی ۳۰ روز پس از بارگذاری تحت حالت‌های بدون لنز، لنز حالت اول و لنز حالت سوم به صورت شکل ۱۹ محاسبه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود به دلیل عدم زهکشی کامل، با کوچک‌تر شدن ابعاد لنزها، مقدار فشار آب حفره‌ی کمتری هدر می‌رود.

۵. نتیجه‌گیری

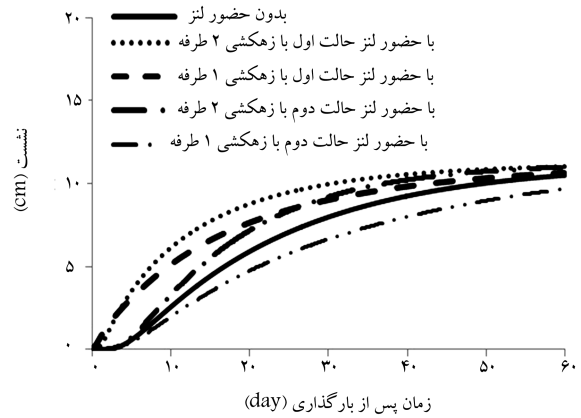
در پژوهش حاضر، با توجه به اهمیت شرایط زهکشی و نفوذپذیری لنزهای محصورشده‌ی ماسه‌ی با شکل‌ها و نحوه‌ی قرارگیری مختلف، میزان تغییرات خروج آب حفره‌ی اضافی تحت بارگذاری خارجی با گذشت زمان مورد بررسی قرار گرفته است. روش عددی به کار گرفته شده برای حل معادله‌ی تحکیم در شرایط واقعی با استفاده از روش بدون شبکه‌ی کمینه‌ی مربعات گسسته‌ی هم‌پوش تحت حالات مختلف به کار گرفته شده است. با توجه به اینکه لنزهای ماسه‌ی می‌توانند شکل‌های پیچیده‌ی داشته باشند، از انعطاف‌پذیری روش بدون شبکه در گسسته‌سازی حوزه‌ی مکانی استفاده شده است. نتایج مدل‌سازی عددی حاکی از افزایش سریع ترکاهش بیشتر فشار آب حفره‌ی اضافی در صورت حضور لنزهای ماسه‌ی بوده است. همچنین نتایج پژوهش نشان داده است که شکل، ابعاد هندسی، و تراکم لنزهای ماسه‌ی در سطح مشخصی از هندسه‌ی مدل و نوع شرایط زهکشی نقش بسیار مهمی در فرایند تدریجی خروج آب حفره‌ی خواهند داشت، که این امر منجر به وقوع نشست‌های بیشتری در مقایسه با حالت بدون لنز خواهد شد. همچنین با توجه به اثر توزیع تنش در خروج آب حفره‌ی از بین ذرات خاک، نحوه‌ی قرارگیری لنزهای ماسه‌ی نقش بسیار مهمی در میزان نشست خواهد داشت، که نتایج پژوهش حاضر مؤید این مطلب است. در پژوهش حاضر، رهیافتی ماتریسی به منظور ساده‌سازی روند گسسته‌سازی ارائه شده است. بدیهی است کل فرایند محاسبات شامل یک سری جبر ماتریسی است، که پتانسیل بالایی در کاهش هزینه‌های محاسباتی و زمان تحلیل مسائل مختلف ژئوتکنیکی مرتبط با فرایند تحکیم تحت هندسه‌های مختلف خواهد داشت.

پانویس

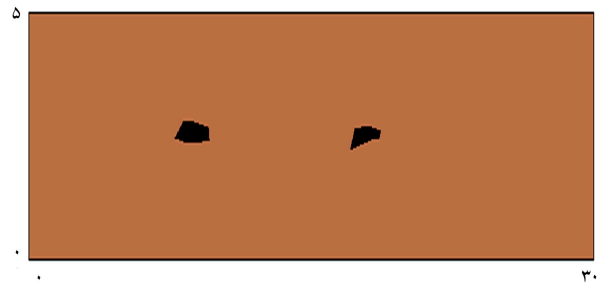
1. meshfree method

منابع (References)

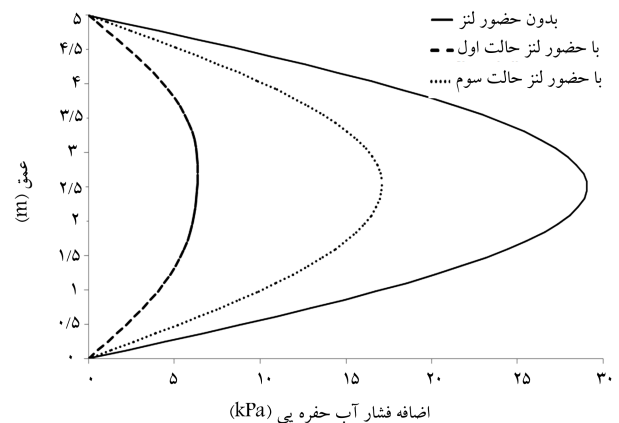
1. Das, B.M., *Advanced Soil Mechanics*, 3ed edition, Taylor & Francis, USA (2008).
2. Kessler, C.T. "Hedrogeological characterization of low permeability clayey tills-the role of sand lenses", Ph.D Thesis, Department of Environmental Engineering, Technical University of Denmark (2012).



شکل ۱۷. مقدار نشست محاسبه شده در مرکز لایه‌ی رسی با زمان در حالت حضور لنزهای ماسه‌ی با شکل‌های مختلف تحت شرایط زهکشی مختلف.



شکل ۱۸. توزیع لنزهای ماسه‌ی (حالت سوم) در لایه‌ی رسی خاک مورد مطالعه.



شکل ۱۹. مقدار اضافه فشار آب حفره‌ی در مقطع ($x = 15 m$) ۳۰ روز پس از بارگذاری با ابعاد مختلف لنز تحت زهکشی دوطرفه.

3. Kessler, T.c., Klint, K.E.S., Nilsson, B. and Bjerg, P.L. "Characterization of sand lenses embedded in tills", *Quaternary Science Reviews*, **53**, pp. 55-71 (2012).
4. Vallejo, L.E. "The liquefaction of sand lenses during an earthquake", *Proc. Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, ASCE, Geotechnical Special Publication, **2**, pp. 493-507 (1988).
5. Hosseini, S.M. and Nateghi, A.F. "The crack development due to liquefaction of sand lenses during earthquake loading", *4th International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, 4.07 (2001).
6. Holchin, J.D. and Vallejo, L.E. "The liquefaction of sand lenses due to cyclic loading", *Proc. 3rd International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, **1**, Missouri University of Science and Technology, pp. 253-259 (2nd-7th Apr 1995).
7. Pisseh, P.Y. and Hosseini, S.M. "Investigation of liquefaction mechanism in double sand lenses", *EJGE*, **3**(2), pp. 33-42 (2005).
8. Liu, G.R., *MeshFree Methods: Moving Beyond the Finite Element Method*, 1 (1st edition), CRC Press: Boca Raton, USA (2002).
9. Gingold, R.A. and Moraghan, J.J. "Smooth particle hydrodynamics: Theory and application to non spherical stars", *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **181**, pp. 375-389 (1977).
10. Liu, W.K., Jun, S. and Zhang, Y. "Reproducing kernel particle methods", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **20**(8-9), pp. 1081-1106 (1995).
11. Dilts, G.A. "Moving least-squares-particle hydrodynamic consistency and stability", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **44**(8), pp. 1115-1155 (1999).
12. Nayroles, B., Touzot, G. and Villon, P. "Generalizing the finite element method diffuse approximation and diffuse element", *Computational Mechanics*, **10**(5), pp. 307-318 (1992).
13. Belytschko, T., Lu, Y.Y. and Gu, L. "Element-free galerkin method", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **37**(2), pp. 229-256 (1994).
14. Onate, E., Idelsohn, S., Zienkiewicz, O.C. and Taylor R.L. "A finite point method in computational mechanics, applications to convective transport and fluid flow", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **36**(22), pp. 3839-3866 (1996).
15. Babuska, I. and Melenk, J. "The partition of unity finite element method, Technical report technical note BN-1185", Institute for Physical Science and Technology, University of Maryland (1995).
16. Duarte, C.A. and Oden, J.T. "An h-p adaptive method using clouds", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **139**(1-4), pp. 237-262 (1996).
17. Atluri, S.N. and Zhu, T. "A new meshless local Petrov-Galerkin (MLPG) approach in computational mechanics", *Computational Mechanics*, **22**, pp. 117-127 (1998).
18. Arzani, H. and Afshar, M.H. "Solving poisson's equations by the discrete least square meshless method, boundary elements and other mesh reduction methods XXVIII", WIT Press, Skiathos, Greece, pp. 23-32 (2006).
19. Belytschko, T., Krongauz, Y., Organ, D., Fleming, M. and Krysl, P. "Meshless methods: An overview and recent developments", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **139**(1-4), pp. 3-47 (1996).
20. Afshar, M.H. and Lashckarbolok, M. "Collocated discrete least-squares (CDLS) meshless method: Error estimate and adaptive refinement", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **56**(10), pp. 1909-1928 (2008).
21. Firoozjaee, A.R. and Afshar, M.H. "Adaptive simulation of two dimensional hyperbolic problems by collocated discrete least squares meshless method", *Computers & Fluids*, **39**(10), pp. 2030-2039 (2010).
22. Lashckarbolok, M., Jabbari, E. and Westerweel, J. "A least squares based meshfree technique for the numerical solution the flow of viscoelastic fluids: A node enrichment strategy", *Engineering Analysis With Boundary Elements*, **50**, pp. 59-68 (2015).