

تعیین گام زمانی مناسب در تحلیل دینامیکی پل های فلزی راه آهن تحت بارهای متحرک

سجاد احمد حمیدی (دانشجوی دکتری)

فرهاد دانشجو (استاد)

دانشکده‌ی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

در تحلیل سازه‌ها تحت بارهای دینامیکی، انتخاب گام زمانی در دست‌یابی به پاسخ‌های دقیق بسیار حائز اهمیت است. در این تحقیق نیز انتخاب گام زمانی مناسب به منظور تحلیل دینامیکی پل های راه آهن تحت حرکت بارهای متحرک مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به ماهیت دینامیکی بارهای متحرک، در این تحقیق پاسخ‌های دینامیکی چهار پل فلزی با دهانه‌های ۱۰، ۱۵، ۲۰ و ۲۵ متر به حرکت قطار در محدوده‌ی سرعت‌های ۱۰۰ تا ۴۰۰ کیلومتر بر ساعت و فاصله محوره‌های ۱۳ تا ۲۳ متر، با در نظر گرفتن گام‌های زمانی متفاوت در تحلیل، محاسبه شده است. نتایج حاصله نشان می‌دهد که با افزایش سرعت حرکت قطار (یا افزایش سرعت اعمال بار)، گام زمانی مناسب برای تحلیل دینامیکی پل کاهش می‌یابد. در مقابل، با افزایش طول دهانه‌ی پل (یا افزایش پریود ارتعاشی سازه) می‌توان گام زمانی را در تحلیل دینامیکی بزرگ‌تر انتخاب کرد. در این تحقیق با مقایسه‌ی نتایج حاصل از تحلیل دینامیکی با گام‌های زمانی متفاوت، رابطه‌ی برای انتخاب گام زمانی مناسب در تحلیل دینامیکی پل ها تحت بارهای متحرک ارائه شده است.

sajadahmadh@yahoo.com
danesh_f@modares.ac.ir

واژگان کلیدی: ضریب ضربه، پل راه آهن، گام زمانی، تحلیل دینامیکی.

۱. مقدمه

درواقع پایداری یک روش بستگی به میزان خطایی دارد که از یک گام زمانی به گام بعدی منتقل می‌شود. اگر این خطا زیاد باشد پس از چند گام زمانی ممکن است تحلیل دینامیکی واگرا شود و پاسخ‌های دقیق حاصل نشود. در سال ۱۹۷۳ بررسی جامعی در مورد پایداری و دقت روش‌های انتگرال‌گیری در دینامیک سازه‌ها انجام گرفت.^[۱] در برخی از روش‌های تحلیل دینامیکی ممکن است انتخاب گام زمانی نامناسب، ضمن حفظ هم‌گرایی تحلیل، صرفاً باعث کاهش دقت پاسخ‌های به دست آمده شود. در این صورت باید توجه داشت که چون تحلیل به پاسخ رسیده است، احتمال بی‌توجهی به خطا در پاسخ‌ها زیاد است. به همین دلیل حتی در روش‌های تحلیل دینامیکی پایدار، لازم است دقت پاسخ‌ها و اثر گام زمانی بر آن مورد بررسی قرار گیرد.

در شرایطی که بارهای دینامیکی با سرعت بالا بر سازه اعمال می‌شوند گام زمانی اهمیت بیشتری پیدا می‌کند. چنانچه گام زمانی به قدر کافی کوچک نباشد ممکن است پاسخ‌های به دست آمده در ابتدا و انتهای گام زمانی، که به عنوان نتایج تحلیل لحاظ می‌شوند، با مقادیر پاسخ‌های دینامیکی در طول گام زمانی تفاوت چشم‌گیری داشته باشد. از سوی دیگر، چون مقادیر پاسخ‌ها در طول یک گام زمانی در تحلیل‌های دینامیکی محاسبه نمی‌شود و مقدار آن براساس پاسخ‌های ابتدا و انتهای گام زمانی نهمین زده می‌شود وجود اختلاف در مقادیر پاسخ‌ها در طول یک گام زمانی باعث ایجاد خطا در تحلیل دینامیکی می‌شود. بنابراین گام زمانی باید به نحوی انتخاب شود که خطا به مقدار قابل قبولی کاهش یابد.^[۲]

تحلیل پاسخ پل‌ها به بارهای متحرک، به علت ماهیت دینامیکی آن و سرعت اعمال بار، با روش‌های استاتیکی امکان‌پذیر نیست. در سال‌های اخیر روش‌های مختلفی برای تحلیل دینامیکی پل‌ها تحت بارهای متحرک توسط محققان ارائه شده است.^[۱] مبنای اغلب این روش‌ها انتگرال‌گیری نسبت به زمان و تعیین تاریخچه‌ی پاسخ‌های سازه در حین حرکت بار است. روش‌های انتگرال‌گیری در دینامیک سازه‌ها از کارآمدترین روش‌ها در تحلیل سازه‌ها تحت بارهای دینامیکی هستند. در اغلب روش‌های انتگرال‌گیری برای تحلیل دینامیکی سازه‌ها - مانند روش‌های نیومارک و ویلسون برای تأمین هم‌گرایی و افزایش دقت پاسخ‌ها - برای گام زمانی مورد استفاده در تحلیل محدودیت‌هایی در نظر گرفته شده است. مثلاً در روش نیومارک برای دست‌یابی به پاسخ‌های دقیق در تحلیل دینامیکی، گام زمانی انتخاب شده نباید بزرگ‌تر از $0.55T$ (پریود مود اول ارتعاشی سازه) باشد. شرط پایداری روش‌های تفاضل محدود و Fox-Goodwin به ترتیب $0.32T$ و $0.39T$ است.^[۲]

در روش مانده‌های وزن‌دار که در سال ۲۰۰۷ برای تحلیل دینامیکی سازه‌ها ارائه شد، بیشترین گام زمانی برای تأمین پایداری روش تحلیل $1.24T$ تعیین شده است.^[۱]

انتخاب گام زمانی از دو جنبه حائز اهمیت است. در برخی از روش‌های تحلیل دینامیکی، پایداری و هم‌گرایی پاسخ‌ها وابسته به انتخاب گام زمانی مناسب است.

تاریخ: دریافت ۱۳۸۷/۳/۱۱، داوری ۱۳۸۸/۵/۵، پذیرش ۱۳۸۸/۶/۴.

حال سکون فرض می‌شود. با بازنویسی معادله ی ۲ بر مبنای مختصات تعمیم یافته، رابطه ی ۳ حاصل می‌شود.

$$\ddot{q}_n(t + \delta t) + 2\xi\omega_n\dot{q}_n(t + \delta t) + \omega_n^2 q_n(t + \delta t) = F_n(t + \delta t) \quad (3)$$

در رابطه ی ۳ مقادیر ω_n و $F_n(t)$ به ترتیب از روابط ۴ و ۵ محاسبه می‌شوند.

$$\omega_n = n^2 \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^3}} \quad (4)$$

$$F_n(t + \delta t) = \frac{2P}{mL} \sum_{j=1}^N \left[\sin\left(\frac{n\pi v(t + \delta t - t_j)}{L}\right) \cdot H(t + \delta t - t_j) \right] + \frac{2P}{mL} \sum \left[(-1)^{n+1} \sin\left(\frac{n\pi v(t + \delta t - t_j - \frac{L}{v})}{L}\right) \cdot H(t + \delta t - t_j - \frac{L}{v}) \right] \quad (5)$$

با حل رابطه ی ۳ از طریق به کارگیری روش دیوهمال، مقدار $q_n(t + \delta t)$ و سپس $u(x, t + \delta t)$ محاسبه می‌شود.^[۶]

یکی از مواردی که در تحلیل دینامیکی پل‌های راه آهن تحت بارهای متحرک حائز اهمیت است، بروز پدیده ی تشدید است. بار قطار شامل تعدادی محور هم فاصله است که با سرعت بالا از روی پل عبور می‌کند. فرکانس اعمال بار در صورتی که سرعت حرکت V و فاصله محورهای قطار d باشد مطابق رابطه ی ۶ بیان می‌شود:

$$f_t = \frac{V}{d} \quad (6)$$

چنانچه یکی از فرکانس‌های ارتعاشی پل با فرکانس بارگذاری یکسان باشد، پاسخ‌های پل به حرکت مجموعه بارهای متحرک هم فاصله افزایش چشم‌گیری خواهد داشت.

۳. مدل‌های دینامیکی

در تحلیل دینامیکی پل‌ها تحت تأثیر بارهای ترافیکی، با توجه به این که پاسخ‌های پل مانند افت و شتاب در جهت قائم مورد توجه است، معمولاً در اغلب تحقیقات مسئله به صورت دوبعدی مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد؛ یکی راستای طولی پل که در واقع راستای حرکت بار نیز هست و دیگری راستای قائم یا راستای اعمال بار در نظر گرفته می‌شوند.

مدل‌سازی قطار

برای مدل‌سازی وسیله ی نقلیه معمولاً از مدل‌های ساده‌ی چون بارهای متمرکز تا مدل‌های پیچیده - شامل مجموعه‌ی از جرم‌ها، فنرها و میراگرها - در تحقیقات استفاده شده است. در بسیاری از تحقیقات نشان داده شده است که افزایش جزئیات مدل‌سازی وسیله ی نقلیه صرفاً در افزایش دقت محاسبه ی پاسخ‌های وسیله ی نقلیه مؤثر است و در پاسخ‌های پل تأثیر چشم‌گیری ندارد.^[۸،۷] بنابراین وقتی هدف از تحقیق صرفاً بررسی پاسخ‌های پل و جنبه‌های سازی مسئله باشد (مانند تحقیق حاضر)، در نظر گرفتن جزئیات کم‌تر برای مدل‌سازی وسیله ی نقلیه کفایت می‌کند. در این تحقیق از مدل بارهای متمرکز در تحلیل پاسخ‌های دینامیکی پل استفاده شده است. بار هر محور قطار ۲۰ تن و هر قطار شامل ۱۰ محور با فواصل یکسان در نظر گرفته شده است. برای بررسی اثر فاصله محورها بر پاسخ‌های دینامیکی پل، هفت فاصله محور مختلف (از ۱۳ تا ۲۳ متر) در تحلیل‌های دینامیکی مورد استفاده

معمولاً برای در نظر گرفتن اثرات دینامیکی بارهای متحرک روی پل، از پارامتری به نام «ضریب ضربه» استفاده می‌شود که مقدار آن مطابق رابطه ی ۱ محاسبه می‌شود. در این رابطه D_{dyn} بیشینه ی پاسخ دینامیکی پل و D_{st} بیشینه ی پاسخ استاتیکی پل به بار مورد نظر است.^[۵]

$$I = \frac{D_{dyn} - D_{st}}{D_{st}} \Rightarrow \frac{D_{dyn}}{D_{st}} = 1 + I \quad (1)$$

روابط ارائه شده در آئین‌نامه‌های مختلف برای ضریب ضربه موجود است.^[۵] در تحقیق حاضر برای دست‌یابی به گام زمانی مناسب به منظور تحلیل دینامیکی پل‌ها تحت تأثیر بارهای متحرک، پارامتر ضریب ضربه براساس افت وسط دهانه ی پل‌ها برای شرایط مختلف با گام‌های زمانی متفاوت محاسبه می‌شود. با مقایسه ی مقادیر به دست آمده برای ضریب ضربه به‌ازاء گام‌های زمانی متفاوت، مقدار گام زمانی که در شرایط مختلف به جواب دقیق منتج می‌شود، تعیین می‌شود.

۲. رفتار دینامیکی پل‌ها تحت بارهای متحرک

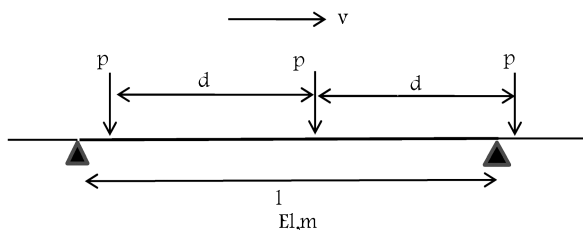
ساده‌ترین روش برای بررسی پاسخ‌های دینامیکی پل‌ها تحت حرکت وسیله ی نقلیه در نظر گرفتن پل به صورت یک تیر ساده، و تحلیل دینامیکی آن تحت حرکت بارهای متمرکز است. این روش علاوه بر دقیق بودن نسبتاً ساده است و انجام تحلیل‌های فراوان در زمان کم را - که در این تحقیق برای بررسی اثر گام زمانی در شرایط مختلف مورد نیاز است - ممکن می‌سازد.

برای بررسی نظریه ی حاکم بر حرکت قطار بر پل با دهانه ی ساده (شکل ۱)، یک تیر با دهانه یی به طول L و مقطع ثابت در نظر گرفته شده است. قطار مورد نظر نیز به صورت مجموعه‌ی از بارهای متمرکز هم فاصله در نظر گرفته می‌شود که با سرعت ثابت v روی تیر حرکت می‌کنند. فاصله ی این بارها d و مقدار هر بار p لحاظ شده است. معادله ی ۲ معادله ی حرکت دینامیکی این تیر تحت تأثیر بارهای متمرکز متحرک است.^[۱]

$$m\ddot{u}(x, t + \delta t) + cI\dot{u}'''(x, t + \delta t) + EIu''''(x, t + \delta t) =$$

$$P \sum_{j=1}^N \delta(x - v(t - t_j)) \times [H(t - t_j) - H(t - t_j - \frac{L}{v})] \quad (2)$$

در این رابطه u' مشتق u نسبت به مختصات x در زمان $t + \delta t$ ؛ \dot{u} مشتق u نسبت به زمان؛ m جرم واحد طول تیر؛ $u(x, t)$ جابه‌جایی قائم تیر؛ C میرایی؛ E مدول الاستیسیته؛ I ممان اینرسی مقطع؛ δ تابع دلتای دیراک؛ $H(t)$ تابع گام واحد؛ برای شرایط مرزی، با توجه به این که پل با تکیه‌گاه ساده در نظر گرفته شده است، جابه‌جایی و لنگر در دو انتهای پل صفر است و برای شرایط اولیه نیز پل در ابتدا در



شکل ۱. نمایی از مدل قطار در حال حرکت بر روی پل به صورت بارهای متمرکز متحرک.^[۱]

جدول ۱. مشخصه‌های قطار در تحلیل‌های دینامیکی.

| تعداد تحلیل‌های دینامیکی | تعداد سرعت | محدوده‌ی تغییرات | مشخصه‌های قطار |
|--------------------------|------------|----------------------|-------------------|
| ۲۳۸ | ۱ | ۲۰ | بار هر محور (ton) |
| | ۱ | ۱۰ | تعداد محورها |
| | ۷ | ۲۳،۲۲،۱۷،۱۶،۱۵،۱۴،۱۳ | فاصله محورها (m) |
| | ۳۴ | ۳۹۷،۴۰۶،...،۱۰۹،۱۱۸ | سرعت حرکت (km/h) |

جدول ۲. مشخصات پل‌های مورد بررسی در تحقیق.

| پریود ارتعاشی مود اول (s) | فرکانس ارتعاشی مود اول (Hz) | طول دهانه‌ی پل (m) |
|------------------------------|--------------------------------|-----------------------|
| ۰٫۰۸۳ | ۱۲ | ۱۰ |
| ۰٫۱۲۵ | ۸ | ۱۵ |
| ۰٫۱۶۶ | ۶ | ۲۰ |
| ۰٫۲۰۸ | ۴٫۸ | ۲۵ |

قرار گرفته است. سرعت حرکت قطار برای هر یک از فاصله‌محورها در محدوده‌ی ۱۰۰ تا ۴۰۰ کیلومتر بر ساعت تغییر داده شده است. به این ترتیب برای هر یک از فاصله‌محورها ۳۴ سرعت حرکت مورد تحلیل و بررسی قرار گرفته است. در جدول ۱ مشخصات قطار در تحلیل‌های دینامیکی این تحقیق نشان داده شده است.

مدل‌سازی پل

با توجه به این که اغلب پل‌های راه‌آهن به صورت تک‌دهانه و دارای تکیه‌گاه‌های ساده‌اند، متداول‌ترین روش برای مدل‌سازی پل‌های راه‌آهن در نظر گرفتن پل به صورت تیر دوسر ساده است. با توجه به این که در تحلیل دینامیکی پل‌ها تحت حرکت وسیله‌ی نقلیه، عمده‌ی ارتعاشات و جابه‌جایی‌ها در راستای قائم بر پل اتفاق می‌افتد، در نظر گرفتن مسئله به صورت دوبعدی برای بررسی پاسخ‌های دینامیکی پل کفایت می‌کند.

در این تحقیق چهار پل با دهانه‌های ۱۰، ۱۵، ۲۰ و ۲۵ متر مورد بررسی قرار گرفته است. مشخصه‌های دینامیکی این پل‌ها در جدول ۲ نشان داده شده است. در مورد هر یک از پل‌ها، تحلیل‌های دینامیکی برای هر یک از سرعت‌ها و فاصله‌محورهای مندرج در جدول ۱ انجام گرفته است.

۴. تدوین برنامه برای تحلیل دینامیکی در فضای

نرم‌افزاری Matlab

در این تحقیق، با در نظر گرفتن پل به صورت تیری ساده و نیز با در نظر گرفتن محورهای قطار به صورت بارهای متمرکز، از روش تحلیلی برای بررسی پاسخ‌های پل‌ها به حرکت قطار استفاده شده است.

با این فرضیات برای مدل‌سازی پل و قطار و براساس رابطه‌های ۲ تا ۶، برنامه‌ی در محیط Matlab تدوین شده که محاسبه‌ی افت در نقاط مختلف پل، در طول زمان عبور محورهای قطار و همچنین مقدار بیشینه‌ی افت در وسط دهانه را ممکن می‌سازد.

با توجه به این که در اغلب روش‌های انتگرال‌گیری در دینامیک سازه‌ها (چنان که

در بخش ۱ نیز ارائه شد) گام زمانی مناسب به صورت ضربی از پریود ارتعاشی سازه تعیین می‌شود، در این تحقیق نیز با توجه به پریود مود اول ارتعاشی پل‌ها که در جدول ۲ ارائه شده است، گام زمانی تعیین می‌شود. بدین منظور در مرحله‌ی اول تحقیق، گام زمانی در حدود ۱/۱۰ بزرگ‌ترین پریود ارتعاشی پل‌های یاد شده، یعنی ۰٫۲۵ ثانیه لحاظ شده است. سپس برای بررسی اثر تغییرات گام زمانی بر پاسخ‌های پل‌ها تحلیل دینامیکی با گام‌های زمانی ۰٫۰۵، ۰٫۱۵، ۰٫۲۵، ۰٫۳۵ و ۰٫۴۵ ثانیه تکرار شده است.

با مقایسه‌ی نتایج حاصله، گام زمانی مناسب برای تحلیل دینامیکی پل‌ها تحت بارهای متحرک تعیین می‌شود. اگر نتایج تحلیل بیان‌گر این نکته باشد که گام زمانی ۰٫۰۵ ثانیه در شرایطی به جواب‌های دقیق در تحلیل دینامیکی پل‌ها تحت بارهای متحرک منجر می‌شود، باید تحلیل‌های دینامیکی برای گام‌های زمانی بزرگ‌تر نیز انجام گیرد تا بزرگ‌ترین گام زمانی مناسب برای تحلیل مشخص شود. از سوی دیگر، اگر پاسخ‌های به دست آمده از تحلیل دینامیکی با گام زمانی ۰٫۰۲۵ ثانیه در برخی شرایط نادقیق باشد، باید گام‌های زمانی کوچک‌تر نیز بررسی شود.

پس از تدوین برنامه در محیط Matlab، برای اطمینان از صحت نتایج، این برنامه برای پلی که نتایج تحلیل دینامیکی آن در دسترس است [۶] اجرا شد. نتایج حاصل از این برنامه برای افت وسط دهانه با دقت خوبی با کارهای قبلی انطباق دارد. [۹]

۵. نتایج

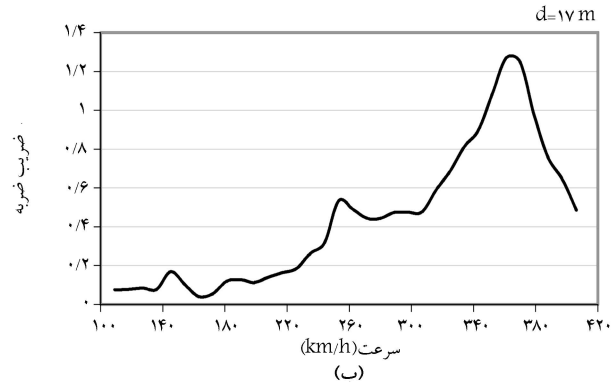
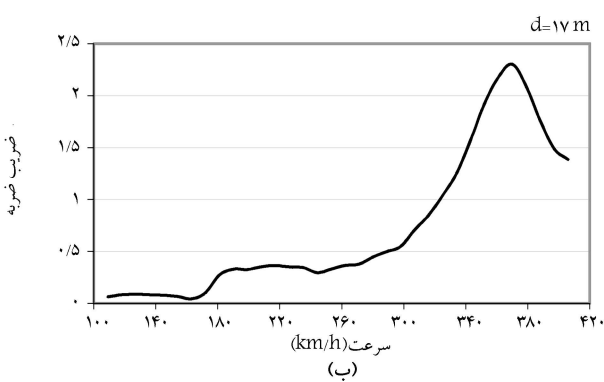
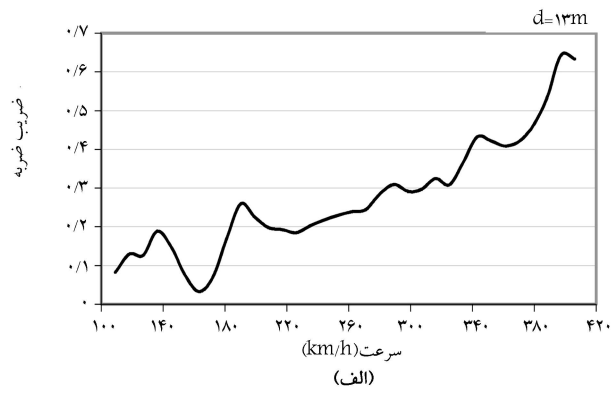
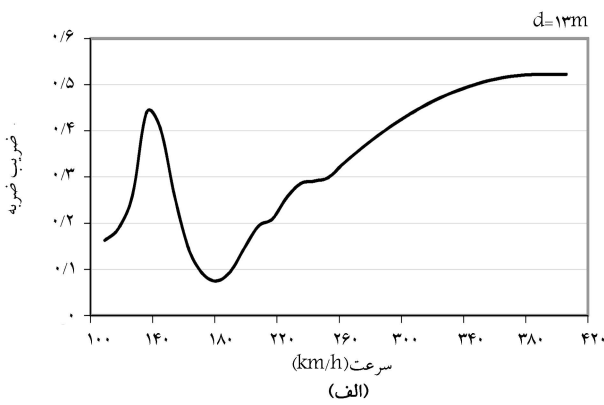
همان‌طور که در بخش ۴ اشاره شد، به منظور انجام تحلیل‌های دینامیکی مورد نظر، گام زمانی ۰٫۰۲۵ ثانیه در نظر گرفته شده است و افت وسط دهانه و ضریب ضربه نیز محاسبه شده است. در شکل‌های ۲ تا ۵ نمونه‌ی نتایج حاصل از تحلیل ارائه شده است.

در برخی از موارد، مانند منحنی ضریب ضربه برای پل با دهانه‌ی ۱۵ متر و فاصله‌محورهای ۱۳ متر در محدوده‌ی سرعت‌های ۳۶۰ تا ۳۷۵ کیلومتر بر ساعت، مقادیر ضریب ضربه کاهش نشان می‌دهد در حالی که طبق رابطه‌ی ۶ مقدار ضریب ضربه در سرعت ۳۷۵ کیلومتر بر ساعت به علت نزدیکی فرکانس بارگذاری با فرکانس ارتعاشی پل باید بزرگ‌تر باشد. این مورد با فلش در روی شکل مشخص شده است.

$$V = 375 \text{ km/h} = 104.16 \text{ m/s} \rightarrow f_l = \frac{V}{d} = \frac{104.16}{13} = 8.01 \approx 8 \quad (7)$$

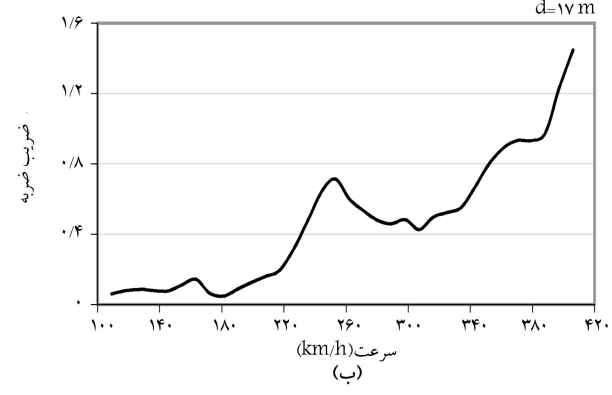
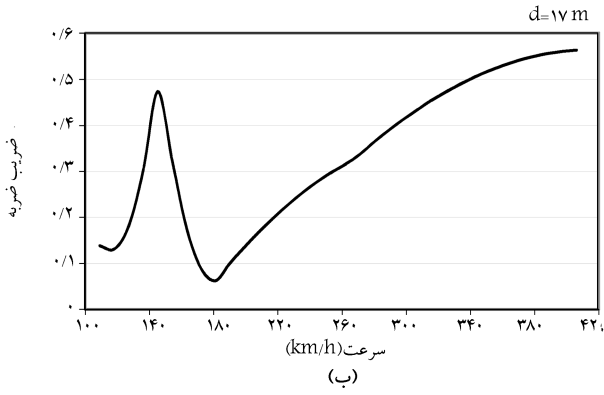
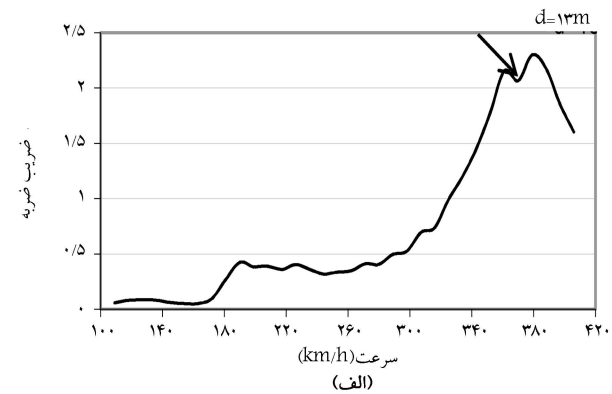
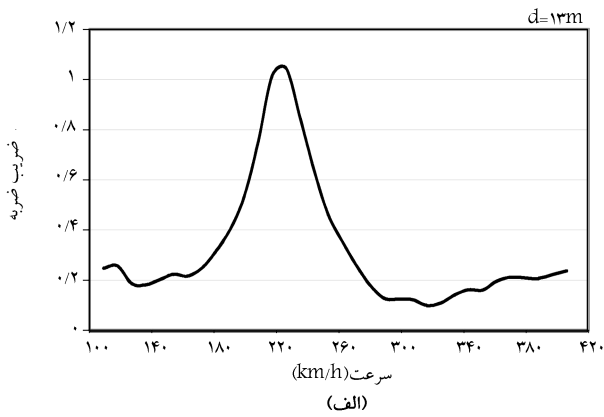
بنابراین شرایط نشان داده شده در شکل بیان‌گر وجود خطا در محاسبه‌ی ضریب ضربه است. در این مرحله با کاهش گام زمانی به ۰٫۱۵ ثانیه، تحلیل دینامیکی برای پل با دهانه‌ی ۱۵ متر و قطار با فاصله‌محورهای ۱۳ متر مجدداً انجام شده است. نتایج حاصل از اجرای برنامه برای هر دو گام زمانی در شکل ۶ ترسیم شده است. مشاهده می‌شود که کاهش گام زمانی در تحلیل دینامیکی باعث افزایش دقت پاسخ‌ها شده است و نقطه‌ی بیشینه‌ی منحنی مطابق انتظار در سرعت ۳۷۵ کیلومتر بر ساعت واقع شده است.

کاهش گام زمانی باعث افزایش دقت پاسخ‌های حاصل از تحلیل دینامیکی پل می‌شود، اما باعث افزایش زمان و هزینه‌ی تحلیل نیز می‌شود. بنابراین تعیین گام



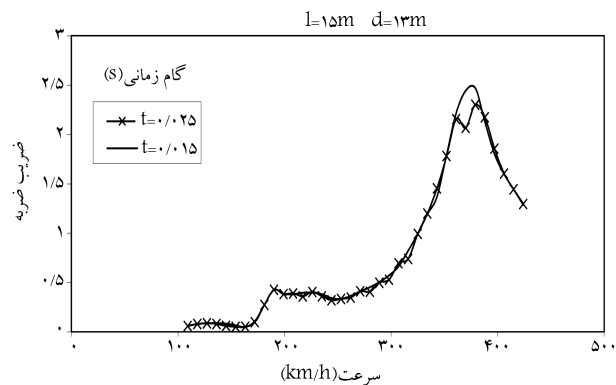
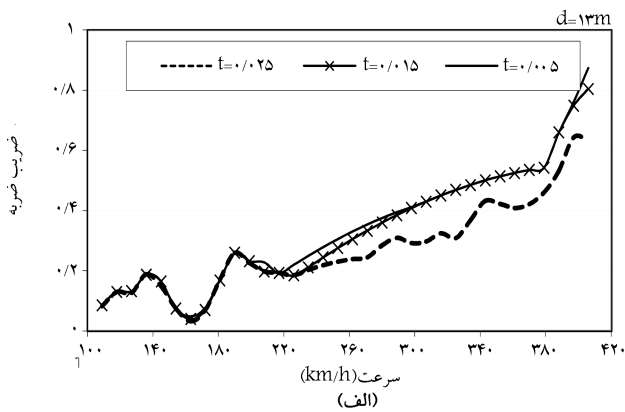
شکل ۴. ضریب ضربه برای پل با دهانه‌ی ۲۰ متر و قطار با فاصله‌محورهای ۱۳ و ۱۷ متر.

شکل ۲. ضریب ضربه برای پل با دهانه‌ی ۱۰ متر و قطار با فاصله‌محورهای ۱۳ و ۱۷ متر.

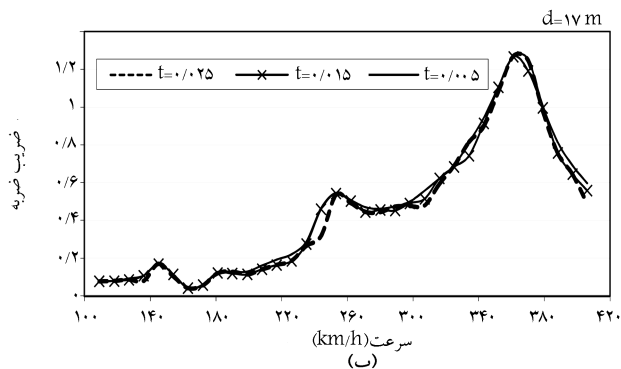


شکل ۵. ضریب ضربه برای پل با دهانه‌ی ۲۵ متر و قطار با فاصله‌محورهای ۱۳ و ۱۷ متر.

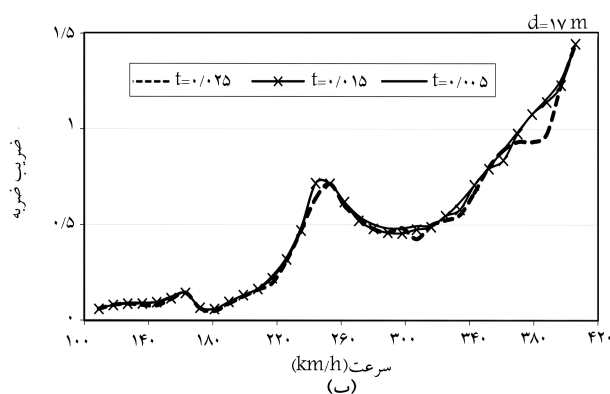
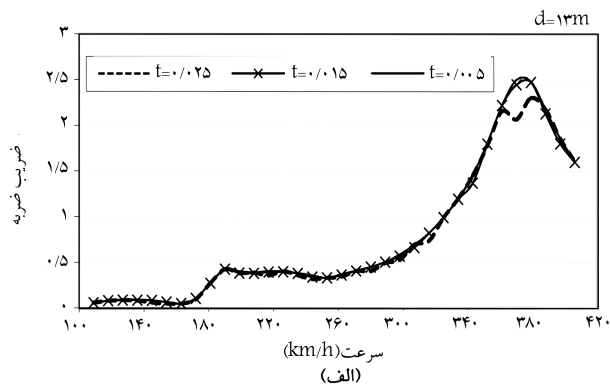
شکل ۳. ضریب ضربه برای پل با دهانه‌ی ۱۵ متر و قطار با فاصله‌محورهای ۱۳ و ۱۷ متر.



شکل ۶. مقادیر ضربه ضربه حاصل از تحلیل دینامیکی برای پل با دهانه‌ی ۱۵ متر و قطار با فاصله محوره‌های ۱۳ متر با گام‌های زمانی متفاوت.



شکل ۷. مقادیر ضربه ضربه حاصل از تحلیل دینامیکی برای پل با دهانه‌ی ۱۷ متر.



شکل ۸. مقادیر ضربه ضربه حاصل از تحلیل دینامیکی برای پل با دهانه‌ی ۱۷ متر.

۱.۵. سرعت حرکت

در شکل ۷ تا ۱۰ مقادیر ضربه ضربه برای پل‌ها در برخی از شرایط در سرعت‌های مختلف ترسیم شده است. در این شکل‌ها مقادیر ضربه ضربه براساس گام‌های زمانی ۰/۰۲۵، ۰/۰۱۵، ۰/۰۱، ۰/۰۰۵، ۰/۰۰۲۵ ثانیه انجام شده است و بیشترین افت وسط دهانه و ضربه ضربه محاسبه شده است. از بررسی نتایج به دست آمده می‌توان پارامترهای تأثیرگذار بر مقدار گام زمانی مناسب جهت تحلیل دینامیکی پل‌ها تحت بارهای متحرک را مشخص کرد.

با بررسی نتایج که تعدادی از آنها در شکل‌های ۷ تا ۱۰ ارائه شده است، مشاهده می‌شود که بر اثر افزایش سرعت، احتمال بروز اختلاف در مقادیر ضربه ضربه - حاصل از تحلیل دینامیکی با گام‌های زمانی متفاوت - بیشتر می‌شود و برای رسیدن به پاسخ‌های دقیق لازم است از گام‌های زمانی کوچک‌تر در تحلیل استفاده شود. در واقع با افزایش سرعت حرکت بار، سرعت تغییرات پاسخ‌های پل افزایش می‌یابد. اگر گام زمانی به اندازه‌ی کافی کوچک نباشد احتمال دارد پاسخ‌های بیشینه‌ی پل در نقاط میانی یک گام زمانی واقع شود و در خروجی‌های تحلیل مشاهده نشود. بنابراین لازم است گام زمانی در تحلیل دینامیکی پل‌ها تحت بارهای متحرک با افزایش سرعت، کاهش داده شود. به این ترتیب بین گام زمانی مناسب برای تحلیل دینامیکی پل به حرکت قطار و سرعت حرکت تناسب معکوس وجود دارد.

$$\delta t_{proper} \propto \frac{1}{V} \quad (8)$$

۲.۵. طول دهانه‌ی پل

در شکل‌های ۷ تا ۱۰ مشاهده می‌شود که ضرایب ضربه ضربه حاصل از تحلیل دینامیکی با گام‌های زمانی متفاوت در پل‌های با دهانه‌ی بزرگ‌تر، اختلاف کم‌تری دارند. این بدان معناست که با توجه به نتایج حاصل از تحلیل‌های دینامیکی انجام‌گرفته در این تحقیق چنین استنباط می‌شود که با افزایش طول دهانه‌ی پل امکان استفاده از گام‌های زمانی بزرگ‌تر در تحلیل دینامیکی فراهم می‌شود. در واقع افزایش طول دهانه‌ی پل باعث افزایش پررود ارتعاشی سازه می‌شود. با توجه به این که در اغلب روش‌های تحلیل دینامیکی سازه‌ها، بیشینه‌ی گام زمانی مناسب به صورت ضریبی

از پیرو ارتعاشی مود اول سازه تعریف می‌شود، در اینجا نیز نتایج نشان می‌دهد که گام زمانی مناسب برای تحلیل دینامیکی پل‌های تحت بارهای متحرک با طول دهانه‌ی پل (یا همان پیرو ارتعاشی پل) رابطه‌ی مستقیم دارد.

$$\delta t_{proper} \propto L \quad (9)$$

۶. تعیین گام زمانی مناسب در تحلیل دینامیکی پل‌ها تحت بارهای متحرک

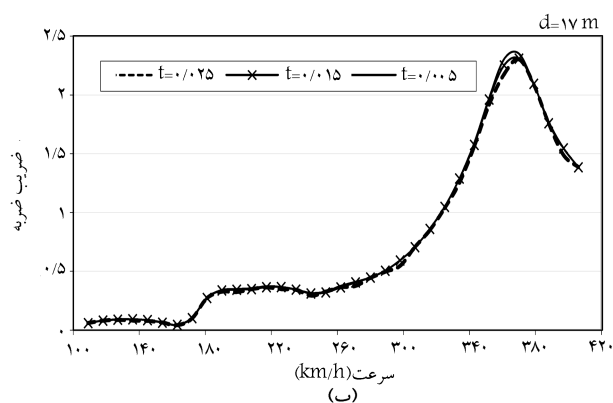
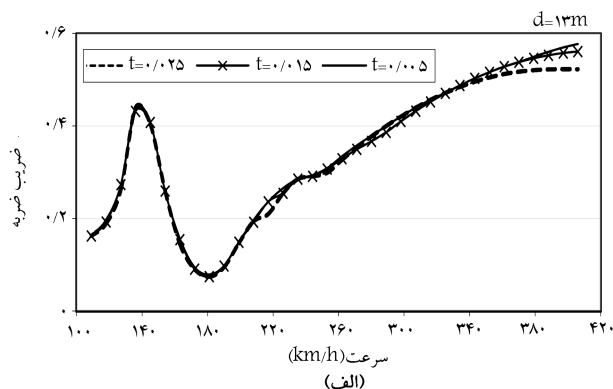
پس از مشخص شدن پارامترهای تأثیرگذار بر انتخاب گام زمانی مناسب برای تحلیل دینامیکی پل‌ها تحت بارهای متحرک و نحوه‌ی اثرگذاری هر کدام، رابطه‌های ۸ و ۹ با هم ترکیب، و به رابطه‌ی ۱۰ تبدیل می‌شوند:

$$\delta t_{proper} = k \frac{L}{V} \quad (10)$$

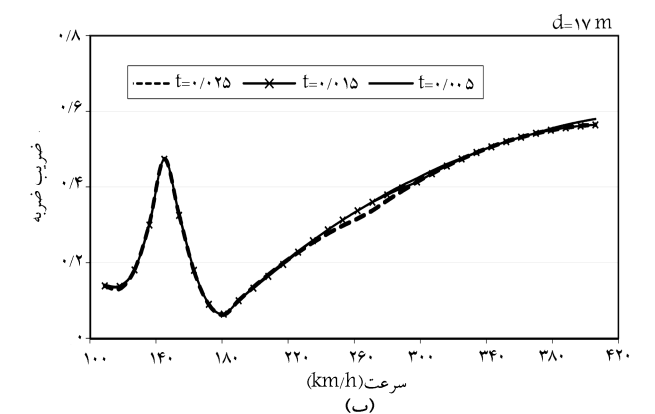
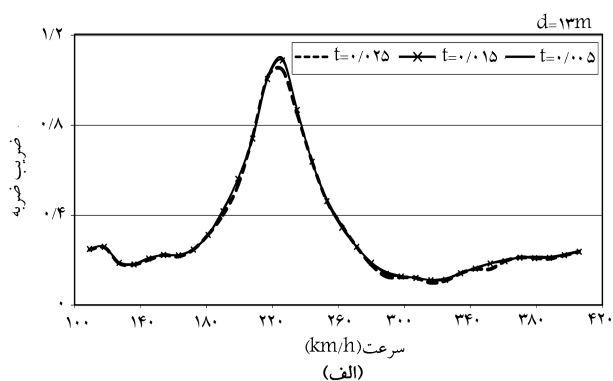
که در آن L طول دهانه‌ی پل (به متر) و V سرعت حرکت بار (برحسب متر بر ثانیه) است. به این ترتیب طرفین رابطه از نظر ابعادی نیز سازگارند. برای تعیین مقدار ضریب k در رابطه‌ی ۱۰ لازم است مقدار گام زمانی مناسب حاصل از تحلیل‌های دینامیکی محاسبه‌شده با مقادیر $\frac{L}{V}$ متناظر مقایسه شود.

برای تعیین گام زمانی مناسب با توجه به نتایج تحلیل‌های دینامیکی انجام‌گرفته، لازم است ابتدا یک معیار مشخص برای خطا تعیین شود. با توجه به این که در آیین‌نامه‌های مختلف (مانند آشتو و AREMA) ضریب ضربه تا دو رقم اعشار محاسبه می‌شود،^[۱۱] می‌توان معیار خطا را ۱٪ در نظر گرفت، به این معنی که هرگاه اختلاف ضرایب ضربه‌ی محاسبه‌شده برای یک پل از تحلیل‌های دینامیکی با دوگام زمانی متفاوت کم‌تر از ۱٪ باشد، می‌توان گام زمانی بزرگ‌تر را به‌عنوان بیشینه گام زمانی منتخب در تحلیل دینامیکی در نظر گرفت. نحوه‌ی انتخاب گام زمانی مناسب براساس نتایج تحلیل‌های انجام‌گرفته در این تحقیق - برای پل با دهانه‌ی ۱۰ متر و چهار سرعت حرکت متفاوت - در جدول ۳ نشان داده شده است. برای مثال در سرعت ۱۱۸ کیلومتر بر ساعت ضریب ضربه‌ی محاسبه‌شده با گام زمانی ۰٫۰۵ ثانیه با ضرایب ضربه‌ی محاسبه‌شده با گام‌های زمانی بعدی بیش از ۱٪ تفاوت نشان می‌دهد. بنابراین گام زمانی مناسب در این سرعت ۰٫۲۵ انتخاب شده است که تفاوت ضریب ضربه‌ی مربوط به آن با ضریب ضربه‌ی حاصل از تحلیل با گام‌های زمانی کوچک‌تر، کم‌تر از ۱٪ است.

پس از تعیین گام زمانی منتخب برای تمامی شرایط، و با قراردادن آن در رابطه‌ی ۳ مقدار ضریب k متناظر محاسبه می‌شود. در جدول ۴ کم‌ترین مقادیر k که با این روش تعیین شده، ارائه شده است. کم‌ترین مقدار به دست آمده برای $k = ۱۹۵ \times ۱۰^{-۵}$ است. در نظر گرفتن این مقدار برای ضریب k ، در تمام شرایط محافظه‌کارانه است. در جدول ۴ علاوه بر کمینه‌ی ضرایب k ، برای هر یک از پل‌ها به‌صورت مجزا کم‌ترین مقدار k ، مقدار متوسط k ، و انحراف معیار ضریب k نیز ارائه شده است. مشاهده می‌شود که کم‌ترین مقادیر به دست آمده برای ضریب k در رابطه‌ی $\delta t_{proper} = k \frac{L}{V}$ برای پل‌های با دهانه‌های مختلف و قطار با فاصله‌محورهای مختلف بسیار نزدیک به هم است. انحراف معیار که میزان پراکندگی داده‌ها را نشان می‌دهد، نیز کوچک است و نشان می‌دهد که تغییرات مقادیر به دست آمده برای k کم است؛ همچنین می‌توان از نتایج تحلیل‌های دینامیکی این تحقیق برای انتخاب مقدار گام زمانی مناسب در تحلیل پل‌ها تحت حرکت قطار استفاده کرد.



شکل ۹. مقادیر ضریب ضربه‌ی حاصل از تحلیل دینامیکی برای پل با دهانه‌ی ۲۰ متر.



شکل ۱۰. مقادیر ضریب ضربه‌ی حاصل از تحلیل دینامیکی برای پل با دهانه‌ی ۲۵ متر.

جدول ۳. تعیین گام زمانی مناسب بر اساس نتایج تحلیل دینامیکی پل با گام‌های زمانی متفاوت.

| گام زمانی منتخب | ضریب ضربه | | | | | | سرعت (km/h) |
|--------------------|---------------------|--------------------|-------------------|--------------------|--------------------|-------------------|----------------|
| | $\delta t = 0.0025$ | $\delta t = 0.005$ | $\delta t = 0.01$ | $\delta t = 0.015$ | $\delta t = 0.025$ | $\delta t = 0.05$ | |
| 0.05 | 0.8596 | 0.8576 | 0.8576 | 0.8576 | 0.8242 | 0.8242 | 109 |
| 0.25 | 0.13222 | 0.13222 | 0.13222 | 0.12990 | 0.12949 | 0.1283 | 118 |
| 0.15 | 0.16465 | 0.16465 | 0.16010 | 0.16465 | 0.14808 | 0.14808 | 145 |
| 0.1 | 0.22919 | 0.22778 | 0.22182 | 0.19798 | 0.19798 | 0.19798 | 208 |

حاصل وابسته به انتخاب مقدار گام زمانی است. بنابراین برای رسیدن به مقادیر دقیق پاسخ‌های دینامیکی پل به بارهای متحرک لازم است در تحلیل گام زمانی مناسب تعیین شود. این امر مستلزم انجام تحلیل‌های دینامیکی با در نظر گرفتن گام‌های زمانی متفاوت است که باعث صرف زمان و هزینه‌ی اضافه می‌شود، در حالی که وجود رابطه‌ی برای تعیین گام زمانی مناسب در تحلیل پل‌ها تحت بارهای متحرک این امکان را به محققین و مهندسیان می‌دهد که بدون نیاز به سعی و خطاهای مکرر و انجام تحلیل‌های فراوان، گام زمانی مناسب برای تحلیل‌های دینامیکی را در هر شرایط تعیین و استفاده کنند. به این ترتیب حجم تحلیل‌های دینامیکی شدیداً کاهش می‌یابد.

برای بررسی اثر پارامترهای مختلف بر مقدار گام زمانی مناسب برای تحلیل دینامیکی پل‌ها تحت بارهای متحرک، چهار دهانه پل تحت حرکت بار با سرعت‌های مختلف و با در نظر گرفتن گام‌های زمانی متفاوت در تحلیل، مورد بررسی قرار گرفت. هرگاه اختلاف ضرایب ضربه حاصل از تحلیل دینامیکی برای دو گام زمانی متفاوت کم‌تر از ۰.۱ باشد، گام زمانی بزرگ‌تر به عنوان گام زمانی مناسب در تحلیل پل تحت بار متحرک انتخاب می‌شود. به این ترتیب برای شرایط مختلف گام‌های زمانی که به جواب دقیق منتج شده است، تعیین شد.

تحلیل‌های انجام‌گرفته نشان می‌دهد که با افزایش سرعت حرکت بار بر روی پل لازم است گام زمانی برای تحلیل کوچک‌تر در نظر گرفته شود. در مقابل افزایش طول دهانه‌ی پل که معادل افزایش پیروی ارتعاشی سازه است، امکان استفاده از گام‌های زمانی بزرگ‌تر را در تحلیل دینامیکی پل فراهم می‌آورد.

در این تحقیق برای دست‌یابی به رابطه‌ی جهت تعیین گام زمانی مناسب برای تحلیل دینامیکی پل‌ها تحت بارهای متحرک، مقادیر L/V و گام زمانی منتخب متناظر مقایسه، و مقدار ضریب k برای رابطه $\delta t_{proper} = k \frac{L}{V}$ تعیین شد. کم‌ترین مقدار محاسبه‌شده در این تحقیق برای ضریب k در جهت اطمینان به عنوان ضریب فرمول ارائه‌شده برای تعیین گام زمانی مناسب در تحلیل دینامیکی انتخاب شده است.

جدول ۴. کم‌ترین مقدار k در رابطه‌ی حاصل از تحلیل‌های دینامیکی.

| فاصله محور (m) | طول دهانه (m) | | | |
|-------------------|---------------|--------|--------|--------|
| | ۲۵ | ۲۰ | ۱۵ | ۱۰ |
| ۱۳ | 0.205 | 0.265 | 0.351 | 0.339 |
| ۱۴ | 0.195 | 0.227 | 0.217 | 0.326 |
| ۱۵ | 0.302 | 0.206 | 0.209 | 0.351 |
| ۱۶ | 0.362 | 0.238 | 0.234 | 0.301 |
| ۱۷ | 0.281 | 0.276 | 0.251 | 0.401 |
| ۲۲ | 0.328 | 0.232 | 0.527 | 0.276 |
| ۲۳ | 0.291 | 0.238 | 0.284 | 0.539 |
| کمینه | 0.195 | 0.206 | 0.209 | 0.276 |
| میانگین | 0.281 | 0.240 | 0.296 | 0.362 |
| انحراف معیار | 0.0061 | 0.0024 | 0.0113 | 0.0087 |

به این ترتیب برای انتخاب گام زمانی مناسب برای تحلیل دینامیکی پل‌ها تحت حرکت قطار رابطه‌ی ۱۱ پیشنهاد می‌شود:

$$\delta t_{proper} = 0.195 \frac{L}{V} \quad (11)$$

که در آن، L طول دهانه‌ی پل (به متر) و V سرعت حرکت قطار (به متر بر ثانیه) است. طرفین این رابطه از لحاظ ابعادی یکسان‌اند. هر دو طرف رابطه دارای بعد زمان (با واحد ثانیه) است.

۷. نتیجه‌گیری

در این تحقیق نشان داده شد که تحلیل دینامیکی پل‌ها تحت بارهای متحرک گرچه مستقل از مقدار گام زمانی پایدار بوده و به جواب منتهی می‌شود، دقت پاسخ‌های

منابع

1. Yang, Y.B.; Yau, J.D. and Wu, Y.S. "Vehicle-bridge interaction dynamics-with application to high-speed railways", *World Scientific, Publisher, ISBN: 978-981-238-487-6, Pub.(2004)* K-novel release (Oct 1, 2009).
2. Razavi, H. Abolmaali, A. and Ghassemieh, M. "A

weighted residual parabolic acceleration time integration method for problems in structural dynamics", *The Journal Computational Methods in Applied Mathematics*, **7**, (2), pp.227-238 (2008).

3. Bathe, K.J., and Wilson, E.L., "Stability and accuracy analysis of direct time integration methods" *International Journal of Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **1**, pp.283-291, (1973).

4. Askes, H. Wang, B., Bennett, T., “Element size and time step selection procedures for the numerical analysis of elasticity with higher order of inertia”, *Journal of Sound and Vibration*, 314, pp. 650-656, (2008).
5. Moghimi, H. and Ronagh, H.R. “Impact factors for a composite steel bridge using non-linear dynamic simulation”, *International Journal of Impact Engineering*, **35** Issue 11, pp.1228-1243, (November 2008).
6. Goicolea, J.M., Dominguez, J., Navarro, J.A., Gabaldón, F., “New dynamic analysis methods for railway bridges in codes IAPF and eurocode 1”, *Railway Bridges Design, Construction and Maintenance Spanish group of IABSE Madrid*, pp.12-14 (june 2002).
7. Karoumi, R. “Response of cable-stayed and suspension bridges to moving vehicles”, PhD thesis, Royal Institute of Technology, Sweden (1999).
8. Zhang, X. Sennah, K., Kennedy, J.B., “Evaluation of impact factors for composite concrete–steel cellular straight bridges”, *Engineering Structures*, **25** (3), February 2003, PP. 313-321 (December 2000).
9. Hamidi, S.A. and Daneshjoo, F. “Determination of impact factor for steel railway bridges considering simultaneous effects of vehicle speed and axle distance to span length ratio”, *Engineering Structures*, **32** (5), PP.1369-1376 (may 2010)
10. American Railway Engineering and Maintenance-of-Way Association, “AREMA manual” North American railway industry group, Washington, DC, IHS Inc (2006).