

# تعیین ظرفیت باربری پی‌های نواری واقع بر خاک مسلح با استفاده از روش قطعات افقی

مهدی شیردل (کارشناس ارشد)

علی قنبری (دانشیار)

دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت معلم، تهران

با استفاده از روش قطعات افقی، راهکاری تحلیلی برای تعیین ظرفیت باربری نهایی پی‌های سطحی واقع بر خاک ماسه‌پی مسلح ارائه شده است. برای این منظور براساس تعادل نیروها و لنگرها در باریکه‌های افقی مفروض در زیر پی، فرمول‌بندی جدیدی شامل  $5N + 1$  معادله و  $5N + 1$  مجهول ارائه، و با استفاده از این فرمول‌بندی ظرفیت باربری نهایی پی‌های نواری واقع بر خاک مسلح با وجود یک عامل مسلح‌کننده تعیین شده است. سازوکار گسیختگی مطابق پیشنهاد محققین مختلف به صورت مارپیچ لگاریتمی در نظر گرفته شده است که مشخصات هندسی سطح گسیختگی، با تقسیم گره گسیختگی به ۳ ناحیه و پارامترهای هندسی مربوط به هر ناحیه، برای رسیدن به نتایج دقیق‌تر در هر ناحیه به دست آمده است. سپس با استفاده از نظریه کشسانی اضافه تنش‌های عمودی وارد بر قطعات محاسبه شده و در نهایت با استفاده از فرمول‌بندی پیشنهادی ظرفیت باربری پی مسلح، در دو حالت ایستا و نیمه‌ایستا مورد بررسی قرار گرفته است. مقایسه‌ی نتایج حاصله با نتایج آزمایشگاهی و تحلیلی محققین پیشین نشان می‌دهد که روش تحلیلی پیشنهادی با نتایج محققین پیشین به خوبی مطابقت دارد.

m\_shirdel\_eng@yahoo.com  
ghanbari@tmu.ac.ir

واژگان کلیدی: پی نواری، خاک مسلح، ظرفیت باربری نهایی، روش قطعات افقی.

## ۱. مقدمه

در طراحی پی‌های سطحی، محاسبه‌ی نشست و ظرفیت باربری نهایی از اهمیت زیادی برخوردار است. در این خصوص اولین بار در سال ۱۹۲۰ نتایج حاصل از مطالعات انجام‌شده در خصوص نفوذ یک جسم صلب در داخل مصالح نرم‌تر منتشر شد.<sup>[۱]</sup> پس از آن در سال ۱۹۴۳ نظریه‌ی گسیختگی مطرح‌شده گسترش یافت و بدین وسیله ظرفیت باربری خاک برای شالوده‌های نواری سطحی محاسبه شد.<sup>[۲]</sup> از آن پس محققین متعددی به تحقیق در مورد ظرفیت باربری نهایی پرداختند<sup>[۳]</sup> و بعدها به دلیل محدودیت‌هایی که در باربری خاک‌های مختلف وجود داشت، روش‌هایی برای به‌سازی خاک و بالابردن ظرفیت باربری ارائه کردند. یکی از این روش‌ها استفاده از خاک‌های مسلح بود، اما شناخت خصوصیات و ویژگی‌های این نوع خاک‌ها نیازمند تحقیقات و بررسی‌های عدیده بود. از این رو، به منظور افزایش شناخت رفتار این نوع پی‌ها، مطالعات آزمایشگاهی قابل توجهی برای ارزیابی ظرفیت باربری نهایی پی‌های واقع بر خاک مسلح، با استفاده از مدل‌های کوچک آزمایشگاهی توسط محققین مختلف انجام شده است. نتایج این مطالعات حاکی

از افزایش ظرفیت باربری و کاهش نشست پی‌های واقع بر خاک مسلح نسبت به پی‌های واقع بر خاک غیرمسلح است.<sup>[۴-۹]</sup> در این رابطه، مطالعات آزمایشگاهی انجام‌شده در سال ۱۹۷۵ نشان داد که وجود تسمه‌های فزاری در زیر پی واقع بر خاک دانه‌پی منجر به افزایش ظرفیت باربری و کاهش نشست دو تا چهار برابری می‌شود.<sup>[۱۰]</sup> مطالعات آزمایشگاهی که در سال ۱۹۸۷ انجام شد، نتایج برای پی‌های واقع بر خاک رس ارائه کرد.<sup>[۱۱]</sup> همچنین نتایج آزمایش‌های بزرگ مقیاس صحرایی در سال ۱۹۹۷ مؤید اثرات سودمند مسلح‌کننده‌ها برای به‌سازی خاک در پی‌های مرعی است.<sup>[۱۲]</sup> هم‌زمان با انجام مطالعات آزمایشگاهی کوچک مقیاس و بزرگ مقیاس، محققین دیگری نیز در پی یافتن روش‌های نظری برای تعیین ظرفیت باربری نهایی پی‌های واقع بر خاک مسلح بودند. از مطالعات نظری بر مبنای استفاده از روش‌های عددی می‌توان به مطالعات انجام‌شده در سال ۱۹۸۱ اشاره کرد.<sup>[۱۳]</sup> در سال ۱۹۹۷ نیز روشی تجربی برای تخمین ظرفیت باربری پی‌های واقع بر ماسه‌پی مسلح شده با ژئوگرید ارائه شد. در این روش سازوکار گسیختگی پیشنهادی در سال ۱۹۸۳ مد نظر بوده است و از ضرایب  $Nq$  و  $N\gamma$  پیشنهاد شده در سال ۱۹۷۳ استفاده شده است.<sup>[۱۴]</sup> در سال ۲۰۰۴ نیز مایچالوفسکی روشی بر مبنای روش آنالیز حدی

تاریخ دریافت: ۱۳۸۷/۸/۱۱، اصلاحیه ۱۳۸۸/۹/۱۰، پذیرش ۱۳۸۸/۱۱/۱۲

۵. از معیار تسلیم موهر-کلمب برای بیان رفتار کشسانی - خمیری خاک استفاده شده است.
۶. مقدار ضریب اطمینان برای تمامی قطعات یکسان و برابر ۱ در نظر گرفته شده است.

### ۲.۳. هندسه‌ی گسیختگی

مطالعات انجام شده در سال ۲۰۰۳ که براساس مدل سازی آزمایشگاهی کوچک مقیاس روی پی‌های واقع بر خاک‌های غیرچسبیده انجام گرفته نشان می‌دهد که وجود مسلح‌کننده تأثیر چندانی بر سازوکار گسیختگی ایجاد شده نداشته و غالباً شکل گسیختگی با وجود مسلح‌کننده مشابه گسیختگی در پی‌های بدون مسلح‌کننده است.<sup>[۱۷]</sup> بر همین اساس در این تحقیق سازوکار گسیختگی پیشنهادی در سال ۱۹۹۲ برای پی‌های سطحی در نظر گرفته شده و گوه گسیختگی با توجه به هندسه‌ی گسیختگی به ۳ ناحیه مجزا تقسیم شده است. هندسه‌ی گسیختگی و نواحی یادشده در شکل ۲ نشان داده شده است.

در ناحیه‌ی ۱ سطح گسیختگی از دو طرف خطی بوده، اما در ناحیه‌ی ۲ توده‌ی خاک در زیر پی به یک ماریج لگاریتمی منتهی شده و در سمت دورتر از پی سطح گسیختگی خطی است. در ناحیه‌ی ۳ از هر دو سمت سطح گسیختگی به صورت ماریج لگاریتمی است. به منظور مدل سازی دقیق تر باید سطح گسیختگی به لحاظ هندسی به دقت بررسی شده تا معادلات تعادل در نظر گرفته شده جواب‌های مناسبی ارائه دهند. برای دست یابی به این هدف، پارامترها و مشخصات مربوط به سه ناحیه‌ی مفروض در توده‌ی گسیخته‌شونده به دقت مورد ارزیابی قرار گرفته و روابطی برای تعیین مشخصات هندسی سازوکار گسیختگی در نواحی مختلف ارائه شده است. پارامترهای مختلف ارائه شده در این بخش (روابط ۱ تا ۴) را با دقت در شکل ۲ می‌توان مورد بررسی قرار داد.

$$r_0 = \frac{b}{\cos \alpha} \quad (۱)$$

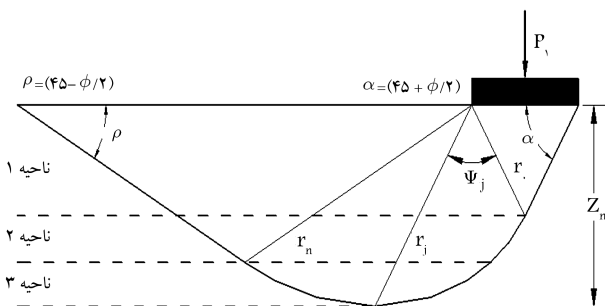
$$r_n = r_0 \cdot e^{\frac{\pi}{4} \tan \phi} \quad (۲)$$

$$r_j = r_0 \cdot e^{\Psi_j \tan \phi} \quad (۳)$$

بیشینه عمق گسیختگی ( $Z_n$ ) در زاویه‌ی معادل ( $\alpha_j = \Psi$ ) اتفاق می‌افتد و از رابطه‌ی ۴ به دست می‌آید:

$$Z_n = r_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot e^{\alpha \tan \phi} \quad (۴)$$

هندسه‌ی سازوکار گسیختگی پیشنهادی در سال ۱۹۹۲ از نقطه نظر مدل سازی پیچیدگی‌های خاصی دارد. از این رو برای مدل سازی و به جهت کاستن از خطاهای



شکل ۲. نحوه‌ی ناحیه بندی توده‌ی گسیخته شده در اعماق مختلف.

برای تخمین ظرفیت باربری خاک‌های مسلح پیشنهاد داد که در آن از نظریه‌ی کشسانی استفاده شده است و برای مسلح‌کننده‌هایی با  $Lr/B = 4$  تدوین یافته است.<sup>[۱۵]</sup> با این حال تاکنون روش جامعی برای تخمین ظرفیت باربری پی‌ها ارائه نشده است.

### ۲. روش قطعات افقی

روش قطعات افقی برای بررسی و تحلیل شیب‌های خاکی مسلح در سال ۲۰۰۱ پیشنهاد شده است.<sup>[۱۶]</sup> در سال ۲۰۰۶ نیز فرمولاسیون‌های کامل تری برای بالا بردن دقت نتایج و ارزیابی پایداری شیب‌ها در حالت نیمه ایستا ارائه شد.<sup>[۱۷]</sup> محققین در سال‌های ۲۰۰۶ تا ۲۰۰۸ از این روش برای بررسی و ارزیابی فشار وارد بر دیوارهای حائل با رویکرد نیمه پویا استفاده کردند.<sup>[۱۸-۲۰]</sup>

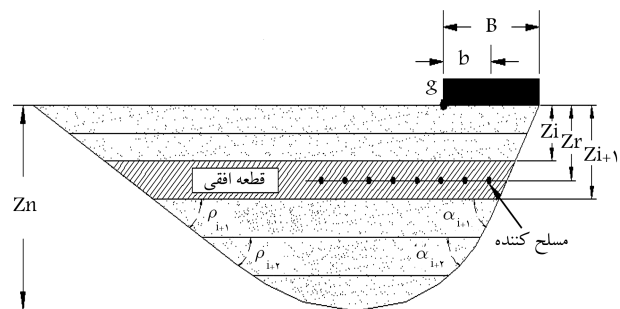
تاکنون تحقیقات انجام شده اغلب بر روی شیب‌ها و دیوارهای حائل بوده و از این روش در بررسی ظرفیت باربری پی‌های سطحی استفاده نشده است. در این تحقیق از این روش برای تخمین ظرفیت باربری نهایی پی‌های واقع بر خاک‌های مسلح استفاده شده است.

### ۳. روش پیشنهادی

با در نظر گرفتن سازوکار گسیختگی ایجادشونده و با تعیین دقیق خصوصیات هندسی سطح گسیختگی روش پیشنهادی تدوین یافته است. این روش مبتنی بر تعادل حدی است و توده‌ی گسیخته‌شونده به طور افقی و در جهت موازی با مسلح‌کننده قطعه بندی شده است. سپس تعادل تک تک قطعات با توجه به فرمول بندی پیشنهادی بررسی، و نیروهای مجهول موجود در سیستم مشخص شده است. نحوه‌ی قطعه بندی در شکل ۱ نشان داده شده است.

#### ۳.۱. فرضیات به کار رفته برای محاسبه‌ی ظرفیت باربری پی نواری

۱. برای استخراج فرمول بندی از روش تعادل حدی بر مبنای تقسیم گوه گسیختگی به قطعات افقی موازی مسلح‌کننده‌ها استفاده شده است.
۲. رفتار قطعات افقی در طول گوه گسیختگی صلب و خمیری در نظر گرفته شده است.
۳. توده‌ی خاک به صورت همگن و از مصالح دانه‌ی و غیرچسبیده در نظر گرفته شده است.
۴. پی از نوع نواری با عرض محدود و با طول نامحدود است.



شکل ۱. نحوه‌ی قطعه بندی توده‌ی گسیختگی با فرض سازوکار گسیختگی یک طرفه.

هندسی، توده‌ی گسیختگی به ۳ ناحیه‌ی مجزا تقسیم شده و خصوصیات هندسی هر ناحیه به دقت بررسی شده است. ناحیه‌بندی به قطع‌نشدن قطعه‌ها با سطوح مرزی و در نهایت داشتن ویژگی‌های یکسان برای پارامترهای گوناگون موجود در آن ناحیه مشجر می‌شود. نحوه‌ی مرزبندی در این سه ناحیه عبارت است از:

- ناحیه‌ی ۱  $Z_i < r_n \cdot \sin \alpha$
- ناحیه‌ی ۲  $r_n \cdot \sin \alpha < Z_i < r_n \cdot \sin \rho$
- ناحیه‌ی ۳  $Z_i > r_n \cdot \sin \rho$

هرچه تعداد قطعات افقی مدل بیشتر باشد، مدل‌سازی با دقت بالاتری انجام خواهد گرفت. اما از آنجا که ناحیه‌ی ۱ نسبت به نواحی ۲ و ۳، هندسه‌ی منظم‌تری دارد، برای نواحی ۲ و ۳ قطعات بیشتری در نظر گرفته شده است. از طرف دیگر با افزایش عرض پی و زاویه‌ی اصطکاک داخلی باید بر تعداد قطعات افزود. در نواحی مختلف پارامترهای مدل‌سازی توسط نگارندگان مطابق آنچه که در بخش ۳.۳ ارائه شده، به دست آمده است.

### ۳.۳. تعیین پارامترهای هندسی نواحی مختلف

در ناحیه‌ی ۱ تغییر زوایای سطوح گسیختگی در اعماق خاص زیر پی یکنواخت بوده و در عمق‌های مختلف متفاوت نیست. در این ناحیه  $L_i$  طول قطعه‌ی مفروض در عمق  $Z_i$ ،  $X_{s_{i,1}}$  فاصله‌ی نیروهای برشی وارد بر کف قطعه در فاصله‌ی دورتر از پی،  $X_{s_{i,2}}$  فاصله‌ی نیروهای برشی وارد بر کف قطعه در زیر پی، و  $X_{vi}$  فاصله‌ی نیروهای اعمالی ناشی از سربار اعمالی در بین قطعات است.

$$L_i = 2r_n \cdot \cos \rho + 2r_n \cdot \cos \alpha - \frac{Z_i}{\tan \rho} - \frac{Z_i}{\tan \alpha} \quad (5)$$

$$X_{s_{i,1}} = 2r_n \cdot \cos \rho - \frac{Z_{i+1} + Z_i}{2 \tan \rho} \quad (6)$$

$$X_{s_{i,2}} = 2r_n \cdot \cos \alpha - \frac{Z_{i+1} + Z_i}{2 \tan \alpha} \quad (7)$$

$$X_{vi} = \frac{L_i}{2} + \frac{Z_i}{\tan \alpha} - B \quad (8)$$

در ناحیه‌ی ۲، در یک طرف سطح گسیختگی به صورت مارپیچ لگاریتمی بوده و با توجه به این که مقدار  $r_n$  و  $Z_i$  قبلاً مشخص شده است، برای تعیین مقدار  $Z_i$  در هر عمق خاص و در نقطه‌ی برخورد سطح گسیختگی با قطعه‌ی مفروض کافی است معادله‌ی ۹ حل شود و  $Z_i$  متناظر با عمق قرارگیری قطعه مشخص شود.

$$\frac{Z_i}{r_n} = \sin(\alpha + \Psi_j) \cdot e^{\Psi_j \cdot \tan \phi} \quad (9)$$

در این ناحیه برای  $\Psi_j$  مقداری به دست می‌آید که با جاگذاری آن در رابطه‌ی ۳ مختصات نقطه‌ی برخورد قطعه با سطح گسیختگی به دست می‌آید. در طرف دیگر قطعه‌ی افقی مورد نظر شرایط ناحیه‌ی ۱ برقرار است و مقدار  $X_{s_{i,1}}$  در هر دو ناحیه یکسان، و از طریق رابطه‌ی ۶ قابل محاسبه است. مقدار  $\alpha_i$  نیز زاویه‌ی بین سطح گسیختگی با قطعه‌ی افقی است که در شکل ۱ نشان داده شده است. مشخصات هندسی ناحیه‌ی ۲ در روابط ۱۰ تا ۱۳ مشخص شده

$$L_i = r_j \cdot \cos(\alpha + \Psi_j) + 2r_n \cdot \cos \rho - \left( \frac{Z_i}{\tan \rho} \right) \quad (10)$$

$$X_{s_{i,2}} = \frac{r_{j+1} \cdot \cos(\alpha + \Psi_{j+1}) + r_j \cdot \cos(\alpha + \Psi_j)}{2} \quad (11)$$

$$x_{vi} = \frac{L_i}{2} - r_j \cdot \cos(\alpha + \Psi_j) \quad (12)$$

$$\alpha_i = \tan^{-1} \left[ \frac{r_{j+1} \cdot \sin(\alpha + \Psi_{j+1}) - r_j \cdot \sin(\alpha + \Psi_j)}{r_j \cdot \cos(\alpha + \Psi_j) - r_{j+1} \cdot \cos(\alpha + \Psi_{j+1})} \right] \quad (13)$$

در ناحیه‌ی ۳ سطح گسیختگی از دو طرف به مارپیچ لگاریتمی محدود می‌شود و برای به دست آوردن مختصات نقاط برخورد قطعات با سطح گسیختگی، با استفاده از رابطه‌ی ۹ برای هر عمق خاص دو مقدار متفاوت به دست می‌آید. با قرارگیری این دو مقدار در رابطه‌ی ۳ مختصات نقاط برخورد سطح گسیختگی با قطعات حاصل می‌شود. از ویژگی‌های دیگر این ناحیه، تغییر زوایای  $\alpha_i$  و  $\rho_i$  در نقاط برخورد است که باید جداگانه بررسی شود. پارامترهای مختلف برای این ناحیه - به غیر از  $X_{s_{i,2}}$  و  $\alpha_i$  که به ترتیب براساس روابط ۱۱ و ۱۳ تعیین می‌شوند - با استفاده از روابط ۱۴ تا ۱۶ مشخص می‌شوند.  $n$  تعداد قطعات پایین‌تر از  $Z_i$  مربوطه است.

$$L_i = r_j \cdot \cos(\alpha + \Psi_j) + r_{j+2n} \cdot \cos(\alpha + \Psi_{j+2n}) \quad (14)$$

$$X_{s_{i,1}} = - \left[ \frac{r_{j+2n} \cdot \cos(\alpha + \Psi_{j+2n}) + r_{j+2n-1} \cdot \cos(\alpha + \Psi_{j+2n-1})}{2} \right] \quad (15)$$

$$\rho_i = \tan^{-1} - \left[ \frac{r_{j+2n} \cdot \sin(\alpha + \Psi_{j+2n}) + r_{j+2n-1} \cdot \sin(\alpha + \Psi_{j+2n-1})}{r_{j+2n} \cdot \cos(\alpha + \Psi_{j+2n}) - r_{j+2n-1} \cdot \cos(\alpha + \Psi_{j+2n-1})} \right] \quad (16)$$

در این میان پارامترهایی نیز وجود دارد که در هر سه ناحیه مشترک‌اند و تغییر ناحیه تفاوتی در مقدار آنها ایجاد نمی‌کند. این پارامترها از طریق روابط ۱۷ تا ۲۰ قابل محاسبه‌اند.

$$V_i = \gamma \cdot Z_i \cdot L_i \quad (17)$$

$$W_i = \gamma \cdot (Z_{i+1} - Z_i) \cdot \left( \frac{L_{i+1} + L_i}{2} \right) \quad (18)$$

$$X_{wi} = \frac{(X_{vi+1} + X_{vi})}{2} \quad (19)$$

$$Y_i = \frac{(Z_{i+1} + Z_i)}{2} \quad (20)$$

### ۴.۳. محاسبه‌ی اضافه تنش عمودی ایجاد شده در قطعات افقی

قطعات واقع در زیر پی تحت تأثیر بارهای ناشی از سربار و اضافه تنش قائم ایجاد شده بر اثر بار وارد بر پی قرار دارند. اما مقدار بار وارد بر پی معلوم نیست و باید از طریق حل معادلات تعادل مشخص شود. برای به دست آوردن محل اعمال نیروهای حاصل از اضافه تنش قائم بر قطعات از روش بوسینسک<sup>۱</sup> استفاده شده است. در روش بوسینسک که براساس نظریه‌ی کشسانی توسعه یافته، مقدار تنش صرف‌نظر از خواص خاک به دست می‌آید و از اثر مسلح‌کننده‌ها در توزیع اضافه‌ی تنش قائم

اضافه تنش محاسبه شده تا مقدار  $\beta = 0^\circ$  محاسبه شده که با فرضیات روش ارائه شده توسط مایجالوفسکی در سال ۲۰۰۴ مطابقت دارد؛ مقدار مذکور به صورت ضریبی از ظرفیت باربری نهایی است که با  $\lambda$  نشان داده شده است. رابطه‌ی ۲۱ نشان‌دهنده‌ی نیروی مقاوم کششی ایجاد شده در مسلح‌کننده با در نظر گرفتن وزن سربار مؤثر بر طول کششی است:

$$T_r = 2F \cdot \left[ \frac{\lambda \cdot P_1}{B} + \gamma \cdot L_r \cdot L_t \right] \quad (21)$$

که در آن  $F$  ضریب اصطکاک بین خاک و عامل مسلح‌کننده است و  $\lambda$  ضریبی است که از انتگرال‌گیری عددی اضافه تنش‌های قائم مؤثر بر مسلح‌کننده به دست می‌آید،  $P_1$  نیروی نهایی وارده بر پی و  $L_t$  طول کششی ایجاد شده است که از بیرون‌کشیدگی مسلح‌کننده جلوگیری می‌کند. همچنین  $L_r$  طول عامل مسلح‌کننده است.

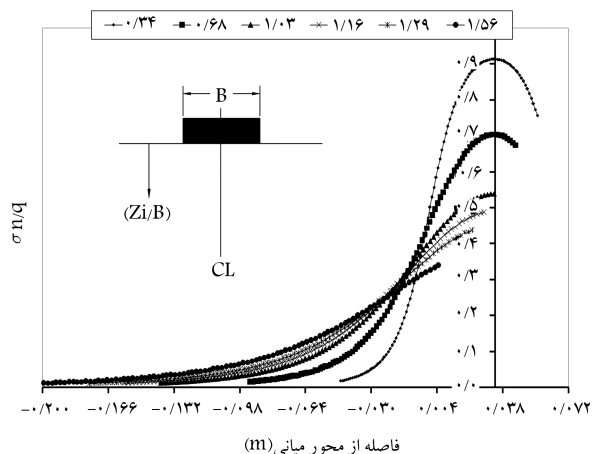
### ۶.۳. فرمولاسیون $(5N + 1)$ معادله و $(5N + 1)$ مجهول پیشنهادی

با استفاده از روش قطعات افقی در حالت حدی به بررسی ظرفیت باربری پرداخته شده، و ظرفیت باربری پی نواری با وجود یک عامل مسلح‌کننده در زیر پی با ارائه‌ی فرمول‌بندی ارائه شده در جدول ۱ محاسبه شده است. جزئیات نیروهای اعمالی به قطعه در روش قطعات افقی برای تعیین ظرفیت باربری پی‌های نواری در شکل ۵ نشان داده شده است.

نیروهای وارده بر قطعه عبارت‌اند از:  $S_{i,1}$  و  $S_{i,2}$  نیروهای برشی وارد بر کف قطعه در دو سمت کناری واقع بر سطح گسیختگی،  $N_{i,1}$  و  $N_{i,2}$  نیروهای عمودی وارده بر کف قطعه در دو سمت کناری واقع بر سطح گسیختگی،  $H_i$  نیروی برشی ایجاد شده در بین قطعات،  $V_i$  نیروی عمودی ایجاد شده ناشی از سربار،  $P_i$  نیروی حاصل از اضافه تنش قائم اعمال شده بر قطعات و  $W_i$  نیروی حاصل از وزن قطعات است. همچنین لنگرگیری نیروهای اعمالی معرفی شده در تک تک قطعات

جدول ۱. معادلات و مجهولات فرمولاسیون  $(5N + 1)$  برای تعیین ظرفیت باربری پی‌های نواری واقع بر خاک مسلح شده.

تعداد	مجهولات	تعداد	معادلات
$2N$	نیروی قائم وارد بر کف قطعات در دو جهت $N_{i,1}$ و $N_{i,2}$	$N$	$\sum F_y = 0$ (برای هر قطعه)
$2N$	نیروی مماسی وارد بر کف قطعات در دو جهت $S_{i,1}$ و $S_{i,2}$	$N$	$\sum M_o = 0$ (برای هر قطعه)
$N$	نیروی قائم وارد بر سطوح قطعات ( $P_i$ )	$N$	$\sum F_x = 0$ (برای هر قطعه)
۱	نیروی لازم در مسلح‌کننده‌ها برای تامین پایداری ( $T_1$ )	$N$	$S_{i,1} = N_{i,1} \cdot \tan \phi$
-	-	$N$	$S_{i,2} = N_{i,2} \cdot \tan \phi$
-	-	۱	معادله‌ی نیروی کششی در مسلح‌کننده
$5N + 1$	مجموع	$5N + 1$	مجموع



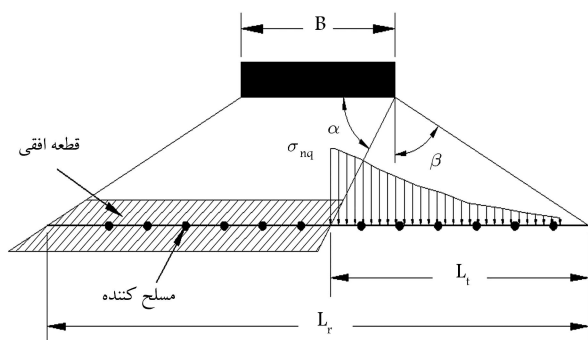
شکل ۳. نحوه‌ی تغییر اضافه تنش‌های قائم نسبت به عمق بر روی قطعات افقی برای مدل مورد نظر.

صرف‌نظر شده است. در شکل ۳ نحوه‌ی تغییر اضافه تنش قائم در اعماق زیر پی نشان داده شده است.

مرز راست موجود در شکل بر روی صفحه‌ی گسیختگی زیر پی قرار دارد و مرز چپ تا رسیدن به تنش کمینه بر روی قطعه ادامه یافته است. در به دست آوردن محل نیروهای ناشی از اضافه تنش قائم، ابتدا نقاط مرزی مشخص شده و سپس فاصله‌ی این دو مرز به  $10^\circ$  نقطه با فواصل یکسان تقسیم شده و اضافه تنش قائم در هر یک از آنها به دست آمده و به روش عددی از طریق لنگرگیری نسبت به نقطه‌ی  $g$  (شکل ۱)، محل برآیند نیروهای اعمالی ناشی از اضافه تنش‌های قائم، بر قطعه مشخص شده است.

### ۵.۳. اندرکنش خاک و عنصر مسلح‌کننده

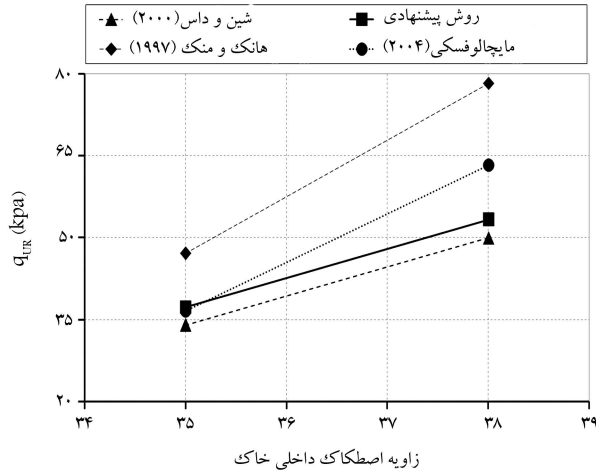
وجود مسلح‌کننده‌ها در خاک باعث افزایش مقاومت در برابر تغییر مکان‌های جانبی خاک زیر پی، و در نتیجه باعث افزایش ظرفیت باربری پی می‌شوند. افزایش ظرفیت باربری مادامی که لایه‌های مسلح‌کننده در داخل گوه‌های گسیختگی قرار دارند ادامه می‌یابد. نیروی ایجاد شده در مسلح‌کننده‌ها با توجه به نیروی اعمالی بر پی مشخص می‌شود و لذا ظرفیت باربری نهایی پی و نیروی کششی ایجاد شده در مسلح‌کننده به هم وابسته‌اند. چگونگی در نظر گرفتن مسلح‌کننده و چگونگی محاسبه‌ی نیروی کششی وارد بر عامل مسلح‌کننده در شکل ۴ نشان داده شده است.



شکل ۴. نحوه‌ی مدل‌سازی مسلح‌کننده‌ها و معرفی پارامترهای مختلف.

جدول ۲. مشخصات مدل‌های آزمایشگاهی کوچک مقیاس مورد نظر در این تحقیق.

Test	$\phi$	$\gamma$	Zr/B	Lr/B
E	۳۵	۱۵٫۷	۰٫۴	۶
D	۳۸	۱۶٫۰۵	۰٫۴	۶



شکل ۶. بررسی ظرفیت باربری نهایی در دو نوع خاک متفاوت.

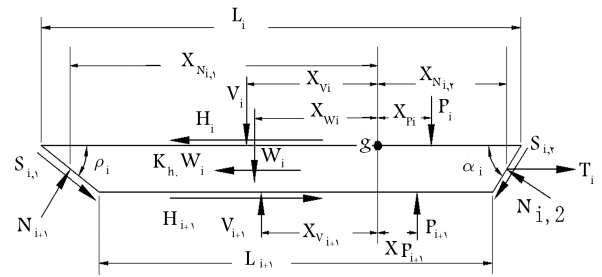
است. از آنجا که این آزمایش برای دو نوع خاک ماسه‌یی با خصوصیات متفاوت انجام شده، می‌توان در انجام این تحقیق به عنوان مرجعی مناسب در مقایسه‌ی نتایج از آن استفاده کرد.

در شکل ۶ مقدار ظرفیت باربری نهایی به دست آمده برای دو آزمایش انجام شده توسط شین و داس (۲۰۰۰) نشان داده شده و با نتایج به دست آمده از روش پیشنهادی و روش ارائه شده توسط هونگ و مایچالوفسکی مورد مقایسه قرار گرفته است. در این شکل  $q_{uR}$  ظرفیت باربری نهایی و  $\phi$  زاویه اصطکاک داخلی است. با دقت در نتایج روش ارائه شده توسط هونگ (۱۹۹۷) مشاهده می‌شود که با بیشتر شدن زاویه اصطکاک داخلی اختلاف نتایج نیز بیشتر می‌شود. این اختلاف در مورد نتایج به دست آمده با روش ارائه شده توسط مایچالوفسکی (۲۰۰۴) برای زوایای اصطکاک بالاتر، زیاد بوده است. در شکل ۶ دقت نتایج به دست آمده از روش قطعات افقی، در مقایسه با روش‌های تحلیلی ارائه شده‌ی دیگر بسیار فاحش است. نتایج روش پیشنهادی حاکی از انطباق مناسب این روش با نتایج ارائه شده توسط شین و داس (۲۰۰۰) است.

در شکل ۷ که نسبت ظرفیت باربری را برای هر دو نوع خاک نشان می‌دهد، ضریب بی‌بعد BCR نسبت ظرفیت باربری نهایی و  $\phi$  زاویه اصطکاک داخلی است. نتایج به دست آمده از روش پیشنهادی حاکی از کاهش میزان BCR با افزایش زاویه اصطکاک داخلی خاک است. اما نتایج به دست آمده از دو روش ارائه شده توسط هونگ (۱۹۹۷) و مایچالوفسکی (۲۰۰۴) حاکی از افزایش میزان BCR است.

## ۵. محاسبه‌ی ظرفیت باربری لرزه‌یی برای پی‌های مسلح

تعیین ظرفیت باربری انواع پی‌ها در حالت ایستا توسط بسیاری از محققین طی سالیان اخیر مورد کنکاش قرار گرفته است، اما تاکنون بررسی‌های کاملی در مورد



شکل ۵. نحوه‌ی اعمال نیروهای مختلف بر قطعه.

حول نقطه‌ی  $g$  انجام شده است. نقطه‌ی  $g$  نقطه‌ی گوشه‌ی سمت چپ پی بوده که مرکز چرخش است و در نهایت  $N$  تعداد قطعات در نظر گرفته شده در زیر پی است.

روابط ۲۲ تا ۲۴ به ترتیب معادلات تعادل برای هر قطعه، یعنی بررسی تعادل در جهت افقی، بررسی تعادل در جهت قائم و بررسی لنگر حول نقطه‌ی  $g$  است.

$$\sum F_x = 0 \rightarrow S_{i,1} \cdot \cos \rho_i + N_{i,1} \cdot \sin \rho_i + S_{i,2} \cdot \cos \alpha_i - N_{i,2} \sin \alpha_i + H_{i+1} - H_i - K_h \cdot W_i + T_r = 0 \quad (22)$$

$$\sum F_y = 0 \rightarrow S_{i,1} \cdot \sin \rho_i - N_{i,1} \cdot \cos \rho_i - S_{i,2} \cdot \sin \alpha_i - N_{i,2} \cos \alpha_i - P_{i+1} - P_i - V_{i+1} + V_i + W_i = 0 \quad (23)$$

$$\sum M_g = 0 \rightarrow -S_{i,1}(\cos \rho_i \cdot Y_i + \sin \rho_i \cdot X_{s_{i,1}}) + N_{i,1}(\cos \rho_i \cdot X_{s_{i,1}} - \sin \rho_i \cdot Y_i) - S_{i,2} \cdot (\sin \alpha_i + \cos \alpha_i \cdot Y_i) - N_{i,2} \cdot (\cos \alpha_i \cdot X_{s_{i,2}} - \sin \alpha_i \cdot Y_i) - P_{i+1} \cdot X_{p_{i+1}} + P_i \cdot X_{p_i} - H_{i+1} \cdot Z_{i+1} + H_i \cdot Z_i - W_i \cdot X_{w_i} + V_{i+1} \cdot X_{v_{i+1}} - V_i \cdot X_{v_i} + K_h \cdot Y_i \cdot W_i - T_r \cdot Z_r = 0 \quad (24)$$

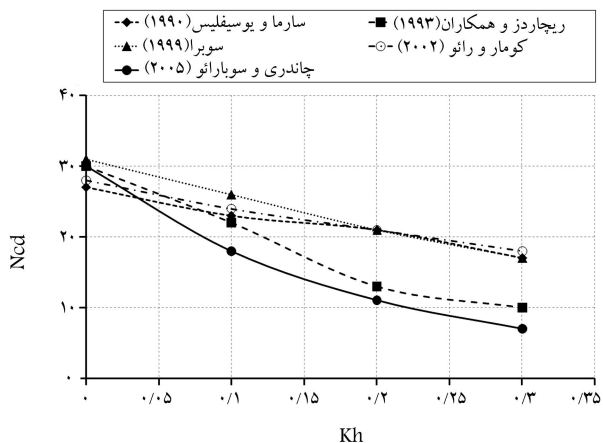
## ۴. مقایسه‌ی نتایج فرمول‌بندی پیشنهادی با نتایج مطالعات محققین دیگر

نسبت ظرفیت باربری نهایی پی واقع بر خاک مسلح نسبت به خاک غیرمسلح با کمیت بدون بعد BCR نشان داده می‌شود. این نسبت در رابطه‌ی ۲۵ ارائه شده است:

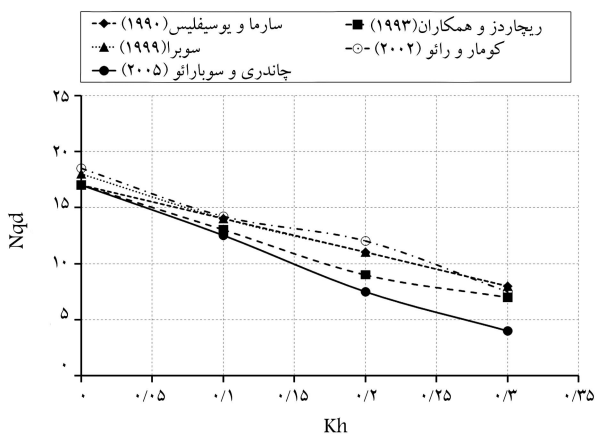
$$BCR = \frac{q_{uR}}{q_u} \quad (25)$$

که در آن  $q_{uR}$  ظرفیت باربری نهایی با وجود مسلح‌کننده و  $q_u$  ظرفیت باربری نهایی برای خاک بدون مسلح‌کننده است که براساس نتایج به دست آمده در سال ۱۹۷۳ مورد ارزیابی قرار گرفته است.<sup>[۲۲]</sup>

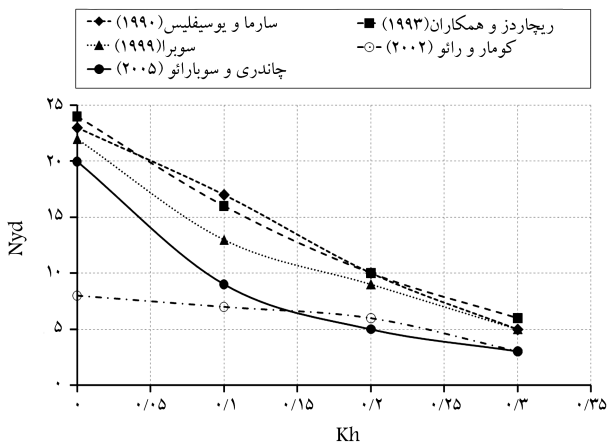
در این تحقیق از نتایج حاصل از مطالعات آزمایشگاهی شین و داس<sup>[۲۳]</sup> در سال ۲۰۰۰، و نیز از نتایج روش تحلیلی ارائه شده در سال‌های ۱۹۹۷ (توسط هونگ) و ۲۰۰۴ (توسط مایچالوفسکی) برای ارزیابی روش پیشنهادی استفاده شده است.<sup>[۱۵،۱۲]</sup> مطالعات آزمایشگاهی کوچک مقیاس انجام شده در سال ۲۰۰۰ بر روی دو مدل آزمایشگاهی با دو نوع خاک است که مشخصات آنها در جدول ۲ آمده



شکل ۸. مقادیر پیشنهادی برای  $N_{cd}$  و مقایسه‌ی آنها با روش‌های دیگر. [۲۹]



شکل ۹. مقادیر پیشنهادی برای  $N_{qd}$  و مقایسه‌ی آنها با روش‌های دیگر. [۲۹]

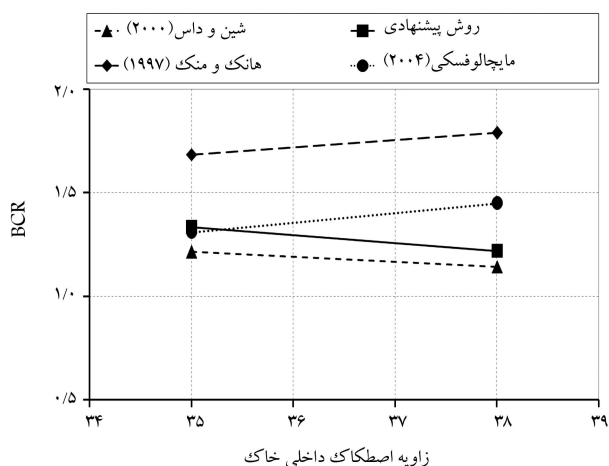


شکل ۱۰. مقادیر پیشنهادی برای  $N_{yd}$  و مقایسه‌ی آنها با روش‌های دیگر. [۲۹]

نظر در این شکل‌ها با خط پر رنگ نشان داده شده است.

$$q_{ud} = C \cdot N_{cd} + q \cdot N_{qd} + 0.15b \cdot \gamma \cdot N_{yd} \quad (26)$$

با توجه به تغییرات پارامترهای پیشنهادی محققین، نرخ کاهش ظرفیت باربری لریه‌ی ( $q_{ud}$ ) به صورت یک‌نواخت است که نشان‌دهنده تأثیر شدید ضریب نیمه‌ایستا



شکل ۷. بررسی نسبت ظرفیت باربری نهایی در دو نوع خاک متفاوت.

تعیین ظرفیت باربری پی‌ها در حالت لریه‌ی انجام نشده است. این واقعیت به خصوص در مورد پی‌های واقع بر خاک مسلح از عینیت بیشتری برخوردار است.

در سال ۱۹۶۳ برای اولین بار به منظور تعیین ظرفیت باربری لریه‌ی پی از روش نیمه‌ایستا و اعمال نیروها در سازه‌ی مورد مطالعه استفاده شد [۲۴] اما در روش پیشنهادی، نیروهای اینرسی اعمالی به خاک مد نظر قرار نگرفت.

در سال ۱۹۹۰ نیز برای تعیین پارامترهای تعیین ظرفیت باربری پی‌های نواری کم عمق بدون عامل مسلح‌کننده و با استفاده از روش تعادل حدی مطالعاتی انجام شد که در آنها نیروهای نیمه‌ایستا، به وسیله‌ی شتاب‌های لریه‌ی افقی بر جرم خاک زیرین پی اعمال شد. [۲۵]

در سال ۱۹۹۳ با استفاده از فرض سازوکار گسیختگی صفحه‌ی همراه با در نظر گرفتن نیروهای اینرسی اعمالی به صورت نیمه‌ایستا، پارامترهای تعیین ظرفیت باربری مشخص شد. [۲۶] آنها با استفاده از آزمایش‌های آزمایشگاهی و آزمایش‌های برجا و نیز با تأکید بر نشست حاصل از اعمال نیروهای لریه‌ی بر پی‌های واقع بر خاک‌های دانه‌ی به مطالعه‌ی مشاهدات به دست آمده پرداختند و نهایتاً با در نظر گرفتن میزان نشست، روش پیشنهادی خود را ارائه کردند.

در سال ۱۹۹۹ با استفاده از روش نیمه‌ایستا و با استفاده از نظریه‌ی آنالیز حدی مرز بالا و با در نظر گرفتن دو سازوکار گسیختگی غیرمستقرن، روشی برای تعیین ظرفیت باربری در حالت لریه‌ی برای پی‌های نواری سطحی واقع بر خاک غیرمسلح ارائه شد. [۲۷]

در سال ۲۰۰۲ با استفاده از بررسی تنش در زیر پی و با در نظر گرفتن نیروهای نیمه‌ایستای اعمالی بر خاک زیر پی و با استفاده از هر دو سازوکار گسیختگی یک‌طرفه و دوطرفه، پارامترهای تعیین ظرفیت باربری برای شتاب‌های مختلف و زوایای اصطکاک داخلی متفاوت خاک ارائه شد. [۲۸]

و بالاخره در سال ۲۰۰۵ با در نظر گرفتن سازوکار گسیختگی یک‌طرفه و با استفاده از روش تعادل حدی، برای بحرانی‌ترین سطح گسیختگی در پی‌های نواری سطحی، حداقل پارامترهای ظرفیت باربری لریه‌ی  $N_{cd}$  (پارامتر مؤثر چسبندگی)،  $N_{qd}$  (پارامتر مؤثر سربار) و  $N_{yd}$  (پارامتر مؤثر وزن مخصوص) پیشنهاد شد. [۲۹] برای یافتن میزان ظرفیت باربری لریه‌ی رابطه‌ی ۲۶ پیشنهاد شد که پارامترهای مذکور و مقایسه‌ی آنها در شکل‌های ۸، ۹، و ۱۰ نشان داده شده است. پارامترهای مورد

پیشنهادی در سال ۱۹۲۰ استفاده شده است. [۳۰] همچنین تأثیر ضرایب نیمه‌ایستای مختلف بر میزان ظرفیت باربری نهایی بررسی شده است. این بررسی برای مدل‌های آزمایشگاهی شین و داس (۲۰۰۰) انجام شده که مشخصات آنها در جدول ۲ آمده است. همچنین نتایج به دست آمده در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نشان داده شده است.

در شکل ۱۲ بررسی مقدار این تغییر به‌ازای افزایش زاویه اصطکاک داخلی انجام شده است. با افزایش زاویه اصطکاک داخلی مقدار نرخ کاهش ظرفیت باربری بیشتر بوده است.

دلیل این تفاوت در نرخ کاهش ظرفیت باربری در دو خاک مورد نظر ممکن است ناشی از زاویه اصطکاک داخلی و تأثیر آن بر عامل مسلح‌کننده باشد. در خاک با زاویه اصطکاک بیشتر، عامل اصلی ایجاد ظرفیت باربری همانا زاویه اصطکاک داخلی خاک است، در صورتی که با کاهش زاویه اصطکاک داخلی مسلح‌کننده وارد عمل شده و تأثیر چشم‌گیرتری بر میزان ظرفیت باربری خاک دارد.

در شکل ۱۳ به بررسی نسبت ظرفیت باربری نهایی پرداخته شده و نحوه تغییر آن به‌ازای تغییر ضرایب نیمه‌ایستای مختلف مورد بررسی قرار گرفته است.

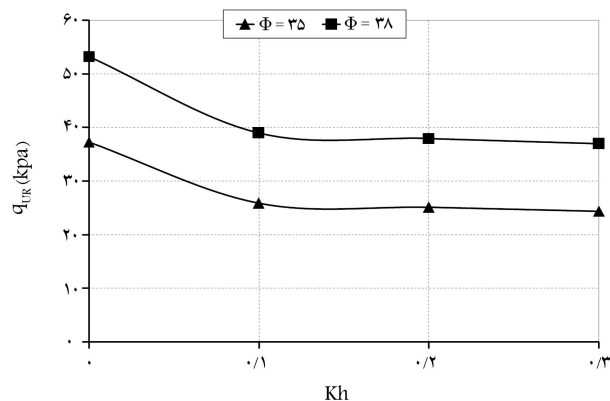
## ۶. نتیجه‌گیری

با استفاده از روش مقاطع افقی، گوه گسیختگی زیر پی به مقاطع افقی موازی مسلح‌کننده تقسیم شده و معادلات تعادل نیروها و لنگرها برای هر یک از مقاطع مذکور نوشته شد. گوه گسیختگی به صورت مارپیچ لگاریتمی و طبق روش پیشنهادی در سال ۱۹۲۰ انتخاب شد. در این تحقیق گوه گسیختگی به سه ناحیه مستقل تقسیم شد و برای هر ناحیه با استفاده از اصول هندسی، مشخصات دقیقی به دست آمد. نهایتاً فرمول‌بندی جدیدی برای محاسبه ظرفیت باربری پی‌های مسلح‌شده با یک مسلح‌کننده واقع بر خاک‌های ماسه‌پی به صورت  $5N + 1$  معادله و  $5N + 1$  مجهول ارائه شد. فرمول‌بندی پیشنهادی قادر است ظرفیت باربری نهایی ایستا و نیمه‌ایستا را محاسبه کند. از بررسی نتایج حاصل از روش پیشنهادی و مقایسه آنها با نتایج محققین پیشین، نتایج زیر حاصل می‌شود:

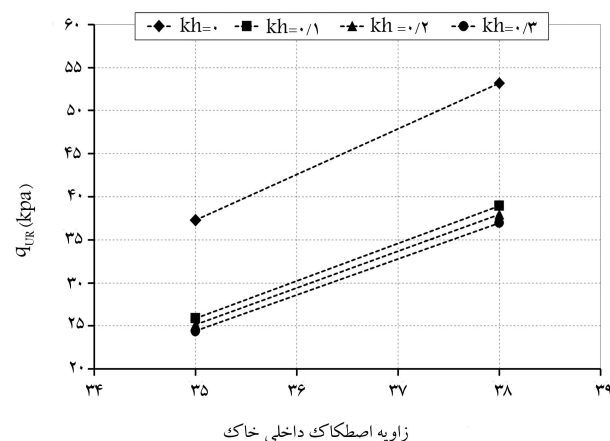
۱. با بکار بردن تنها یک مسلح‌کننده ظرفیت باربری نهایی خاک‌های ماسه‌پی افزایش می‌یابد، اما میزان این افزایش در خاک‌های مختلف ماسه‌پی متفاوت است. نتایج به دست آمده حاکی از کاهش تأثیر مسلح‌کننده در افزایش ظرفیت باربری پی‌های احداث شده بر روی خاک متراکم است. در واقع با افزایش زاویه اصطکاک داخلی در خاک‌های ماسه‌پی بیشتر بار اعمالی به پی توسط خاک تحمل می‌شود. اما در خاک‌هایی با زاویه اصطکاک داخلی کم‌تر مسلح‌کننده نقش تعیین‌کننده‌تری دارد و تأثیر آن در افزایش ظرفیت باربری چشم‌گیرتر است.

۲. مقدار ظرفیت باربری نهایی و نسبت ظرفیت باربری نهایی پیشنهادی، نسبت به نتایج آزمایشگاهی ارائه شده توسط شین و داس (۲۰۰۰) بیشتر است، اما مقدار حاصل از نتایج آزمایشگاهی کم‌تر از مقدار به دست آمده از روش‌های پیشنهادی هوانگ (۱۹۹۷) و مایچالوفسکی (۲۰۰۴) بوده است. این بدان معناست که روش پیشنهادی نتایجی نزدیک به نتایج حاصل از آزمایش‌های کوچک مقیاس مورد نظر ارائه کرده که نسبت به نتایج روش‌های دیگر منطقی‌تر است.

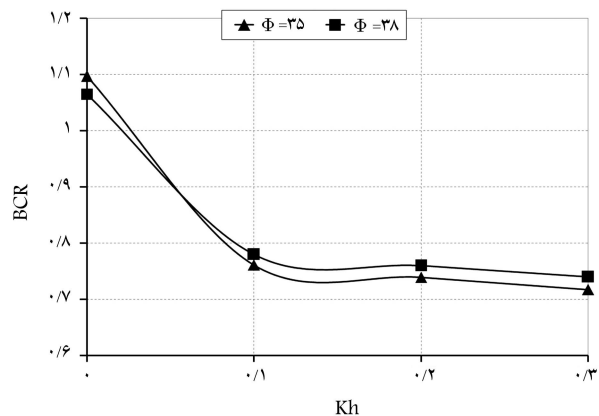
۳. با دقت بر نتایج به دست آمده از روش‌های مختلف تعیین ظرفیت باربری برای خاک‌های بدون عامل تسلیح، می‌توان دریافت که ظرفیت باربری پی به‌ازای



شکل ۱۱. نحوه تغییر ظرفیت باربری نهایی با اعمال ضرایب نیمه‌ایستای مختلف.



شکل ۱۲. نحوه تغییر  $q_{uR}$  در مقابل تغییر زاویه اصطکاک داخلی با استفاده از روش نیمه‌ایستا.



شکل ۱۳. نحوه تغییر BCR با اعمال ضرایب شبه استاتیکی مختلف.

بر میزان ظرفیت باربری لرزه‌پی‌های سطحی است. اما در پی‌های واقع بر خاک مسلح، نرخ این کاهش بسیار متفاوت است.

از آنجا که تحقیقات جامعی در این مورد انجام نشده، در این تحقیق از روش مقاطع افقی برای محاسبه ظرفیت باربری پی‌های واقع بر خاک مسلح در شرایط لرزه‌پی نیز استفاده شده است. در رویکرد حاضر با توجه به این که خاک مسلح کوبیده شده و چگالی نسبی در خاک دانه‌پی مذکور به‌طور حتم از ۷۰٪ بیشتر شده است، پس برای مدل‌سازی حالت لرزه‌پی از سازوکار گسیختگی نامتقارن

۴. به‌ازای ضرایب نیمه‌ایستای  $k_h = 0$  تا  $k_h = 0.3$  ظرفیت باربری لرزه‌یی بی‌های مسلح با روش پیشنهادی مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج حاکی از عدم کاهش قابل ملاحظه از ظرفیت باربری به‌ازای افزایش ضرایب نیمه‌ایستاست که البته مقدار کاهش در بازه  $k_h = 0$  تا  $k_h = 0.1$  به‌مراتب بیشتر است، چرا که در این بازه از حالت ایستا وارد حالت پویا می‌شود.

افزایش ضریب نیمه‌ایستا، با روندی یکنواخت به سوی کاهش پیش می‌رود. این روند در مقایسه با نتایج حاصل از روش قطعات افقی برای پی واقع بر خاک مسلح تفاوت دارد. در خاک مسلح با تکیه بر عامل تسلیح، نرخ کاهش کم‌تری در ظرفیت باربری مشاهده می‌شود. این واقعیت نشان‌دهنده‌ی عملکردی خاص برای عامل تسلیح است که از کاهش ظرفیت باربری جلوگیری می‌کند.

## پانویس

1. Boussinesq

## منابع

- Prandtl, L. "Über die Härte plastischer Körper", *Nachr. Königl. Ges. Wissensch. Göttingen; Mathematisch-physikalische Klasse*, pp. 74-85 (1920).
- Terzaghi, K., *Theoretical Soil Mechanics*, John Wiley and Sons, inc. New York, N. Y. (1943).
- Meyerhof, G.G. "The ultimate bearing capacity of foundations", *Geotechnique*, **3**(2), pp. 301-332 (1952).
- Lundgren, H. and Mortensen, K. "Determination by the theory of plasticity of the bearing capacity of continuous footings", *Proceedings of the Third International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineer*, **1**, pp. 409-412 (1953).
- Omar, M.T.; Das, B.M.; Yen, S.C.; Puri, V.K. and Cook, E.E. "Ultimate bearing capacity of rectangular foundations on geogrid-reinforced sand", *Geotechnical Testing Journal, ASTM*, **16**(2), pp. 246-252 (1993a).
- Patra, C.R.; Das, B.M. and Atalar, C. "Bearing capacity of embedded strip foundation on geogrid-reinforced sand", *Geotextiles and Geomembranes*, **23**, pp. 454-462 (2005).
- Das, B.M. and Hanna, A.M. "Model tests for shallow strip foundation on granular soil", *Special Topics in Foundations, ASCE*, pp. 110-124 (1988).
- Khing, K.H.; Das, B.M.; Puri, V.K.; Cook, E.E. and Yen, S.C. "The bearing capacity of a strip foundation on geogrid-reinforced sand", *Geotextiles and Geomembranes*, **12**(4), pp. 351-361 (1993).
- Yetimoglu, T.; Wu, J.T.H. and Saglamer, A. "Bearing capacity of rectangular footings on geogrid reinforced sand", *Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE*, **120**(12), pp. 2083-2089 (1994).
- Binquet, J. and Lee, K.L. "Bearing capacity tests on reinforced earth slabs", *J. Geotech. Eng. Div.*, **101**(12), pp. 1241-1255 (1975).
- Sakti, J.P. and Das, B.M. *Model Tests for Strip Foundation On Clay Reinforced with Geotextile Layers*, Transportation Research Record 1153, Transportation Research Board, Washington D.C., pp. 40-45 (1987).
- Adams, M.T. and Collin, J.C. "Large Model spread footing load tests on geosynthetic reinforced soil foundations", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **123**(1), pp. 66-72 (1997).
- Brown, B.S. and Poulos, H.G. "Analysis of foundations on reinforced soil", *Proceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, **3**, pp. 595-598 (1981).
- Huang, C.C. and Menq, F.Y. "Deep footing and wide-slab effects on reinforced sandy ground", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*, **123**(1), pp. 30-36 (1997).
- Michalowski, R.L. "Limit loads on reinforced foundation soils", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, **130**(4), (2004).
- Shahgholi, M.; Fakher, A. and Jones, CJFP. "Horizontal slice method of analysis", *Geotechnique*, **51**(10), (2001).
- Nouri, H.; Fakher, A. and Jones, CJFP. "Development of horizontal slice method for seismic stability analysis of reinforced slopes and walls", *Geotextiles and Geomembranes*, **24**, pp. 175-187 (2006).
- Nimbalkar, S.S.; Choudhury, D. and Mandal, J.N. "Seismic stability of reinforced-soil wall by pseudo-dynamic method", *Geosynthetics International*, **13**(3), pp. 111-119 (2006).
- Azad, A.; Shahab Yasrobi, S. and Pak, A. "Seismic active pressure distribution history behind rigid retaining walls", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **28**, pp. 365-375 (2007).
- Shekarian, S.; Ghanbari, A. and Farhadi, A. "New seismic parameters in the analysis of retaining walls with reinforced backfill", *Geotextiles and Geomembranes*, **26**, pp. 350-356 (2008).
- Michalowski, R.L. and Shi, L. "Deformation patterns of reinforced foundation sand at failure", *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, **129**(5), pp. 439-449 (2003).
- Vesic, A.S. "Analysis of ultimate loads of shallow foundations", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, **99**(1), pp. 45-73 (1973).
- Shin, E.C. and Das, B.M. "Experimental study of bearing capacity of a strip foundation on geogrid reinforced sand", *Geosynthetics International*, **7**(1), (2000).
- Meyerhof, G.G. "Some recent research on the bearing capacity of foundations", *Can. Geotech. J.*, **1**, pp. 16-26 (1963).



25. Sarma, S.K. and Iossifelis, I.S. "Seismic-bearing capacity factors of shallow strip footings", *Geotechnique*, **40**, pp. 265-273 (1990).
26. Richards, R.; Elms, D.G. and Budhu, M. "Seismic-bearing capacity and settlement of foundations". *J. Geotech. Eng. ASCE*, **119**, pp. 662-674 (1993).
27. Soubra, A.H. "Seismic-bearing capacity of shallow strip footings in seismic conditions", *Proceedings of the Institution of Civil Engineers and Geotechnical Engineers*, 11179, pp.230-241 (1997).
28. Kumar, J. and Rao, V.B.K.M. "Seismic-bearing capacity factors for spread foundations", *Geotechnique*, **52**, pp. 79-88 (2002).
29. Choudhury, D. and Subba Rao, K.S. "Seismic-bearing capacity of shallow strip footings", *Geotech. Geol. Eng.*, Kluwer, Dordrecht (2005).
30. Knappett, J.A.; Haigh, S.K. and Madabhushi, S.P.G. "Mechanisms of failure for shallow foundations under earthquake loading", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **26**, pp. 91-10 (2006).

