

# کنترل فعال متمرکز و نامتمرکز مدل‌های سازه‌ی سه‌بعدی با بازخورد جابه‌جایی و سرعت

مهران فدوی (دانشجوی دکتری)

دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات

فیاض رحیم‌زاده رفوی \* (استاد)

دانشکده‌ی مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شریف

سهیل منجمی‌نژاد (استادیار)

دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکز

به‌کارگیری سیستم‌های کنترل برای محدود ساختن ارتعاشات سازه‌ی به‌صورت فعال و غیرفعال در چند دهه‌ی اخیر مطرح شده و برخی از آن‌ها نیز کاربردی شده‌اند. در این نوشتار ضمن بررسی روش‌های ارائه‌شده برای کنترل متمرکز سازه‌های بلند، نسبت به تشریح مفهوم کنترل نامتمرکز و تعمیم کاربرد این ایده به مدل‌های سازه‌ی سه‌بعدی اقدام می‌شود. برای این منظور ضمن ارائه‌ی ایده‌ی تقسیم یک مدل سازه سه‌بعدی به تعدادی زیرسازه، از یک الگوریتم کنترل با بازخورد سرعت و جابه‌جایی برای کاهش پاسخ زیرسیستم‌ها استفاده می‌شود. در شاخص کارایی در نظر گرفته شده برای تعیین الگوریتم، ضرایب وزنی با بهره‌گیری از معادله‌ی لیاپانوف تعیین شده تا پایداری سیستم دینامیکی تضمین شود. سپس با طرح یک مطالعه‌ی موردی نسبت به بررسی عملکرد کنترل نامتمرکز سازه‌ها با روش مرسوم کنترل متمرکز اقدام شد. مطالعه‌ی پارامتریک گسترده‌ی برای تعیین حساسیت الگوریتم کنترل پیشنهادی به پارامترهایی چون تعداد و اندازه‌ی زیرسازه‌ها، اثر خروج از مرکزیت با استفاده از یک رکورد زلزله انجام گردید؛ نتایج حاصله نشان می‌دهد که در تمامی حالت‌ها، کنترل غیر متمرکز پیشنهادی ضمن تضمین پایداری سازه، دارای کارایی تقریباً یکسانی با حالت کنترل متمرکز می‌باشد. تمامی مطالعات انجام‌شده در محدوده‌ی رفتار خطی سازه‌ها بوده و از نرم‌افزار Matlab برای انجام تحلیل‌ها استفاده شده است.

mehranfadavi@yahoo.com  
rofooei@sharif.edu  
smonajemi@yahoo.com

واژگان کلیدی: سازه‌های بلند، کنترل متمرکز، کنترل نامتمرکز، کنترل فعال.

## ۱. مقدمه

فضای مودی مستقل (IMSC)، پالس کنترل و الگوریتم‌های مقاوم (مانند  $H_2$ ،  $H_\infty$ ) کنترل مود لغزش<sup>۴</sup> و غیره -- می‌توان نام برد، که در چند سال اخیر توجه زیادی به آن‌ها شده است. در شکل ۱ شمایی از اجزای تشکیل‌دهنده‌ی یک سیستم کنترل فعال نشان داده شده است.

در سیستم‌های بزرگ و حجیم، از آنجا که انتقال اطلاعات از حس‌گرها و دریافت آن‌ها توسط سیستم‌های کنترل‌کننده باید به‌سرعت انجام شود، ریزکردن سیستم برای کنترل سازه -- آن هم به‌صورت محلی و کوچک‌تر -- ضرورت می‌یابد. در یک مجتمع بزرگ مسکونی، یک واحد گسترده‌ی پتروشیمی و... حضور یک واحد کنترل مرکزی برای کل سازه، علاوه بر انتقال اطلاعات در صورت ایجاد هرگونه نقص در این واحد، کل سیستم آسیب‌پذیر می‌شود. در این‌گونه سیستم‌ها، راه حل پذیرفته شده عبارت است از به‌کارگیری الگوریتم‌های کنترلی مستقل و نامتمرکز<sup>۵</sup> که روی هر بخش به‌صورت جداگانه عمل کند؛ به‌این ترتیب، هر سیستم به چند زیرسیستم تقسیم می‌شود.

یکی از شیوه‌های کاهش پاسخ سازه‌ها، خصوصاً سازه‌های بلند، استفاده از روش «کنترل فعال» است. به‌طور ساده، در این روش از الگوریتمی برای تعیین نیروهای کنترل و از مجموعه‌ی ابزارهای اعمال نیرو در برخی یا تمامی طبقات سازه، و یا حتی در مواقعی صرفاً در تراز پایه استفاده می‌شود. سیستم‌های کنترل و الگوریتم‌های مورد استفاده در آن‌ها از مدت‌ها قبل در مهندسی برق، کنترل، مکانیک و هوافضا مورد استفاده قرار گرفته است. در مهندسی عمران ایده‌ی استفاده از کنترل فعال به‌منظور «کنترل ارتعاشات در سازه‌ها» نخستین بار در سال ۱۹۷۲ مطرح شد.<sup>[۱]</sup> پس از آن محققین مختلفی این ایده را در زمینه‌های مختلف گسترش دادند.<sup>[۲-۶]</sup> در این رابطه از الگوریتم‌های گوناگون ارائه‌شده به‌منظور تأمین اهداف کنترلی متفاوت -- نظیر کنترل کلاسیک بهینه<sup>۱</sup>، کنترل بهینه‌ی لحظه‌ی<sup>۲</sup>، جابجایی قطبی<sup>۳</sup>، کنترل

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۸۸/۱۰/۲۰، اصلاحیه ۱۳۸۹/۵/۱۸، پذیرش ۱۳۸۹/۱۰/۲۶

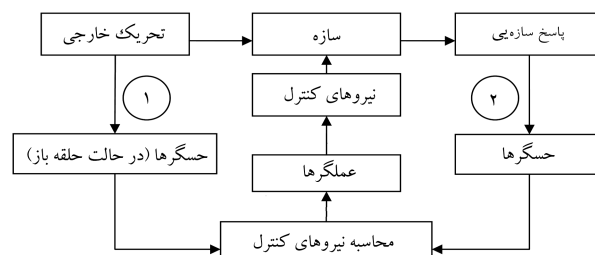
مانند یک ساختمان بلندمرتبه، را با بهره‌گیری از کنترل نامتمرکز تطبیقی ساده مورد بررسی قرار دادند.<sup>[۱۴]</sup> رفوئی و منجمی نژاد نسبت به کنترل نامتمرکز تعدادی مدل دو بعدی از سازه‌های بلند با بهره‌گیری از کنترل بهینه لحظه‌ی اقدام کردند.<sup>[۱۵]</sup> برای این کار ابتدا ضرورت استفاده از کنترل نامتمرکز بررسی ۵ شد، و سپس با طراحی کنترل‌کننده‌ها و ماتریس بهره<sup>۱۰</sup> ی مناسب دو حالت کنترل -- یکی با بهره‌گیری از بازخورد سرعت و دیگری کنترل با بهره‌گیری از بازخورد سرعت و جابه‌جایی -- را مورد بررسی قرار دادند.

منجمی نژاد و رفوئی درخصوص کنترل نامتمرکز مقاوم سازه‌های بلند، از یک الگوریتم مود لغزشی<sup>۱۱</sup> بهره گرفتند.<sup>[۱۶]</sup> مراحل طراحی الگوریتم کنترل در روش مود لغزشی شامل دو مرحله است: ۱. طراحی سطوح لغزش؛ ۲. طراحی ضابطه<sup>۱۲</sup>. کنترل نامتمرکز ممکن است در دو حالت با یا بدون در نظر داشتن تأثیرات درجات آزادی مشترک بین زیرسیستم‌ها طراحی شود که البته در صورت در نظر داشتن تأثیرات درجات آزادی مشترک، اطمینان بیشتری به پایداری هر زیرسیستم و نیز کل سیستم کنترل وجود خواهد داشت.

در این مطالعه، کنترل متمرکز و نامتمرکز مدل‌های سه‌بعدی سازه‌های بلند با در نظر داشتن درجات آزادی مشترک بین زیرسازه‌ها و اثرات دوگانه‌ی آنها بر یکدیگر بررسی شده است. الگوریتم مورد استفاده، کنترل بهینه‌ی لحظه‌ی<sup>۱۳</sup> است که در آن از بازخورد سرعت و بازخورد سرعت و جابه‌جایی برای محاسبه‌ی نیروهای کنترل استفاده شده است. مدل‌های سازه‌ی در نظر گرفته شده از نوع برشی، و پلان آنها -- که در تمام طبقات یکسان است -- دارای خروج از مرکزیت  $e_x$  و  $e_y$  است. همانند رویه‌ی مورد استفاده در کنترل غیر متمرکز مدل‌های دوبعدی سازه‌ها، روش تفکیک زیرسازه‌ها براساس تعداد درجات آزادی انجام شده است. در ادامه، ضمن انجام یک مطالعه‌ی موردی نسبت به عملکرد کنترل نامتمرکز در کاهش پاسخ لرزه‌ی مدل‌های سازه‌ی و مقایسه‌ی آن با حالت کنترل متمرکز اقدام می‌شود. اثر ناشی از تأخیر زمانی در این مطالعه نادیده گرفته شده است.

## ۲. فرمول‌بندی معادلات حرکت در حالت کنترل غیرمتمرکز

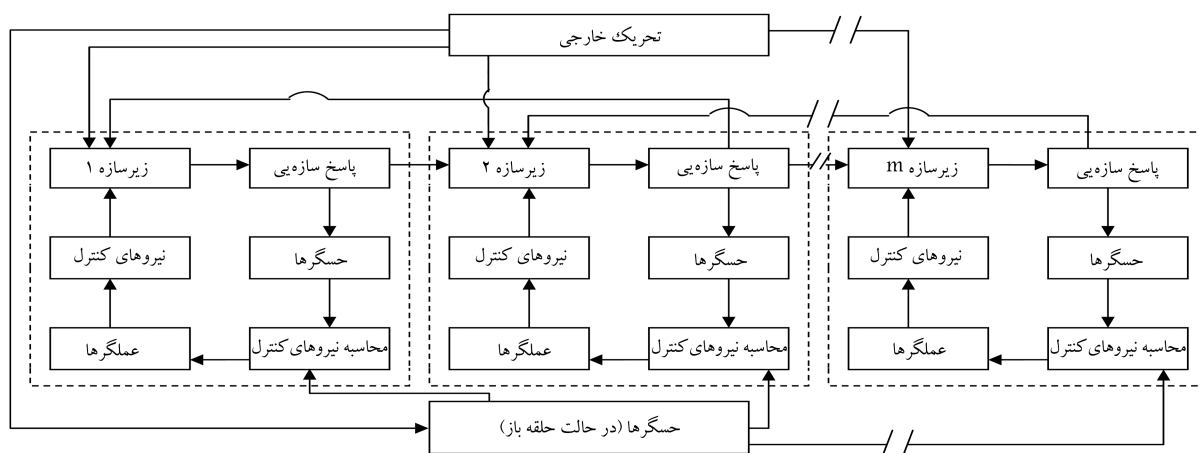
یک سازه‌ی بلند برشی با جرم‌های متمرکز در  $m$  طبقه با  $3m$  درجه آزادی (هر طبقه دو درجه آزادی انتقالی و یک درجه آزادی دورانی) مطابق شکل ۳ در نظر گرفته



شکل ۱. اجزای تشکیل دهنده‌ی یک سیستم کنترل در حالت کنترل متمرکز.<sup>[۴]</sup>

باید توجه داشت که نامتمرکز شدن کنترل، علی‌رغم احتمال ایجاد کاهش در کارایی سیستم قابلیت اعتماد آن را از نظر پایداری افزایش داده و در صورت از کار افتادن سیستم کنترلی یکی از زیرسیستم‌ها، کنترل سازه دچار آسیب کلی نخواهد شد. عامل تأخیر زمانی<sup>۶</sup> نیز در این حالت می‌تواند کمیته شود. در این نوع کنترل عموماً سعی می‌شود با بهره‌گیری از بازخورد اطلاعات محلی برای تعیین فرمان‌های کنترلی، کنترل هر بخش از سیستم به صورت جدا انجام شود. در شکل ۲ اجزای یک سیستم کنترل فعال نامتمرکز با  $m$  زیرسیستم نشان داده شده است. شیوه‌ی تقسیم یک سیستم به چند زیرسیستم، به تعداد درجات آزادی و میزان گستردگی فیزیکی آن بستگی خواهد داشت. کنترل غیرمتمرکز در آغاز در مورد سیستم‌های قدرت کاربرد داشت و بعدها توسط محققین دیگری گسترش یافت.<sup>[۸،۷]</sup> در این نوع کنترل مسئله‌ی پایداری سیستم مطالعه، و شرط لازم و کافی برای پایداری سیستم کنترل تحت قوانین کنترلی با بازخورد محلی و جبران‌سازی دینامیکی بیان شد.<sup>[۹]</sup> همچنین از روش مود لغزشی برای کنترل نامتمرکز سیستم‌های بزرگ‌مقیاس، تحت اثر ورودی خارجی و با وجود عامل تأخیر زمانی در متغیرهای حالت مورد استفاده قرار گرفت.<sup>[۱۰]</sup> طرح کنترلی آنها شامل یک قانون کنترلی نامتمرکز و یک آبرصفحه‌ی سوئیچینگ<sup>۷</sup> از نوع اشتگرالی است. آنان قانون کنترل نامتمرکز را به‌گونه‌ی تعیین کردند تا ضابطه کلی رسیدن<sup>۸</sup> برقرار شود.

در این نوع کنترل (مود لغزشی)، از کنترل تطبیقی مرجع<sup>۹</sup> برای تعیین قانون کنترلی نامتمرکز استفاده شده<sup>[۱۱]</sup> و همچنین چندین روش نامتمرکز برای سازه‌های خرابایی ارائه شد<sup>[۱۲]</sup> و کاربرد کنترل نامتمرکز در سازه‌های فضاکار انعطاف پذیر (خرپای سه‌بعدی) بررسی شد.<sup>[۱۳]</sup> اما در سال ۱۹۹۶، محققین دیگری کنترل یک سازه ساختمانی چند درجه آزادی،



شکل ۲. اجزای تشکیل دهنده‌ی یک سیستم کنترل فعال در حالت کنترل نامتمرکز با  $m$  زیرسیستم.

که در آن  $m_i$  جرم،  $\bar{r}_i^T = I_i$  لنگر ماند و  $\bar{r}_i$  شعاع ژیراسیون طبقه  $i$ ام است. همچنین ماتریس سختی این مدل سازه‌یی عبارت خواهد بود از:

$$[K]_{\tau n \times \tau n} = \begin{bmatrix} K^1 + K^2 & -K^2 & & & 0 \\ & K^2 + K^3 & -K^3 & & \\ & & \dots & & \\ & & & & -K^n \\ (Sym) & & & & K^n \end{bmatrix},$$

$$[K^i]_{\tau \times \tau} = \begin{bmatrix} K_{xi} & 0 & (-e_{yi}K_{xi}) \\ 0 & K_{yi} & (e_{xi}K_{yi}) \\ (-e_{yi}K_{xi}) & (e_{xi}K_{yi}) & (K_{\theta i} + e_{xi}^T K_{yi} + e_{yi}^T K_{xi}) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$K_{xi} = \sum_{j=1}^l K_{xij}, \quad K_{yi} = \sum_{j=1}^l K_{yij}, \quad e_{xi} = \frac{\sum_{j=1}^l K_{yij} d_{xij}}{\sum_{j=1}^l K_{yij}},$$

$$e_{yi} = \frac{\sum_{j=1}^l K_{xij} d_{yij}}{\sum_{j=1}^l K_{xij}}, \quad K_{\theta i} = \sum_{j=1}^l (K_{xij} d_{yij}^2 + K_{yij} d_{xij}^2) \quad (6)$$

$l$  تعداد ستون‌ها در یک طبقه،  $d_{xij}$  فاصله‌ی ستون  $j$  در طبقه‌ی  $i$  از محور مختصات در جهت  $x$  و  $d_{yij}$  فاصله‌ی ستون  $j$  در طبقه‌ی  $i$  از محور مختصات در جهت  $y$  است. ماتریس ضرایب تأثیر و بردار شتاب زمین چنین تعریف می‌شوند:

$$[r] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{\tau n \times \tau}, \quad \ddot{U}_g = \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{xg} \\ \ddot{u}_{yg} \\ \ddot{u}_{\theta g} \end{Bmatrix}_{\tau \times 1} \quad (7)$$

به‌طور کلی ماتریس میرایی از نظر ظاهری شبیه ماتریس سختی است، با این تفاوت که ثابت‌های میرایی  $C_{xi}$ ،  $C_{yi}$  و  $C_{\theta i}$  جایگزین مقادیر  $K_{xi}$ ،  $K_{yi}$  و  $K_{\theta i}$  می‌شوند. ابعاد ماتریس  $H$  وابسته به نوع سازوکار کنترلی است که برای اعمال نیرو به سازه مورد استفاده قرار می‌گیرد. ماتریس  $H$  تعریف شده با فرض به‌کارگیری سیستم کابل‌های فعال<sup>۱۴</sup> در طبقات مختلف بوده و در صورت استفاده از کنترل‌کننده‌هایی همچون سختی متغیر فعال (AVS)<sup>۱۵</sup>، میراگر لزج فعال (AVD)<sup>۱۶</sup> و غیره لازم است ماتریس  $H$  به‌نحو مناسبی اصلاح شود. شکل ۴ شیوه‌ی به‌کارگیری این سازوکارها را نشان می‌دهد.

با فرض استفاده از سیستم کابل‌های فعال، ماتریس موقعیت کنترل‌کننده‌ها چنین خواهد بود:

شده و تحت اثر مؤلفه‌های افقی شتاب حرکت زمین  $\ddot{U}_g$  قرار داده می‌شود. اگر  $\bar{X}$  بردار جابه‌جایی نسبی طبقات مختلف سازه نسبت به تکیه‌گاه باشد، معادله‌ی حرکت سیستم به شکل ماتریسی<sup>۱</sup> نوشته می‌شود:

$$M \ddot{\bar{X}} + C \dot{\bar{X}} + K \bar{X} = -M[r]\ddot{U}_g + HU \quad (1)$$

که در آن بردار تغییر مکان نسبی طبقات مختلف سازه چنین تعریف می‌شود:

$$\bar{X}^T = \{x_1 \ y_1 \ \theta_1 \ x_2 \ y_2 \ \theta_2 \ \dots \ x_n \ y_n \ \theta_n\}_{1 \times \tau n} \quad (2)$$

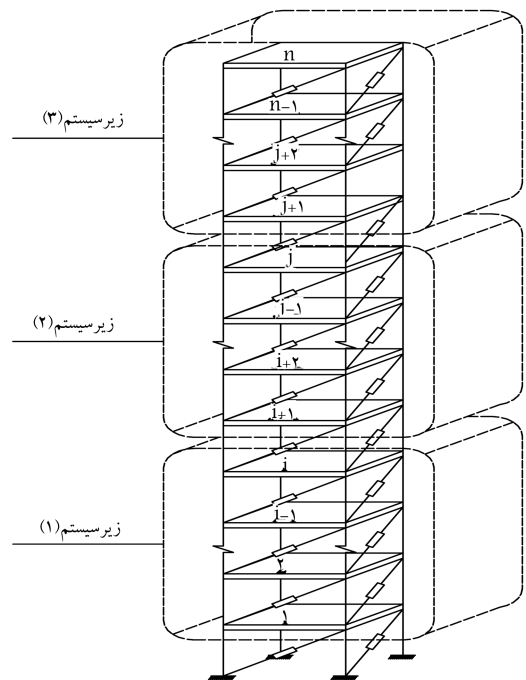
همچنین بردار نیروهای کنترل عبارت خواهد بود از:

$$U^T = \{u_{1x} \ u_{1y} \ u_{1\theta} \ | \ \dots \ u_{ax} \ u_{ay} \ u_{a\theta}\}_{1 \times \tau a} \quad (3)$$

در روابط فوق  $n$  تعداد طبقات ساختمان و  $\tau a$  تعداد کنترل‌کننده‌هاست (در هر طبقه سه کنترل‌کننده در نظر گرفته شده است). ماتریس جرم سیستم سازه‌یی عبارت خواهد بود از:

$$M_{\tau n \times \tau n} = \begin{bmatrix} M^1 & & & & 0 \\ & M^2 & & & \\ & & \dots & & \\ & & & & M^n \\ 0 & & & & \end{bmatrix},$$

$$M_{\tau \times \tau}^i = \begin{bmatrix} m_i & 0 & 0 \\ 0 & m_i & 0 \\ 0 & 0 & m_i \bar{r}_i^T \end{bmatrix} \quad (4)$$



شکل ۳. مدل ۳D سازه‌یی یک ساختمان چند طبقه.

$$r_1 = \begin{bmatrix} I_{r \times r} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}_{r_{n1} \times r}, \quad r_r = \begin{bmatrix} I_{r \times r} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}_{r_{nr} \times r},$$

$$r_r = \begin{bmatrix} I_{r \times r} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix}_{r_{nr} \times r} \quad (10)$$

حال اگر مطابق شکل ۳ سیستم اصلی به سه زیرسیستم، با ابعاد  $n_1, n_2, n_3$  تقسیم شود، می توان نسبت به تفکیک معادلات حرکت طبق رابطه ی ۱۱ اقدام کرد:

$$\begin{bmatrix} M_{11} & \circ & \circ \\ \circ & M_{rr} & \circ \\ \circ & \circ & M_{rr} \end{bmatrix}_{r_{n1} \times r_{n1}} \begin{bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_r \\ \bar{X}_r \end{bmatrix}_{r_{n1} \times 1} +$$

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{1r} & \circ \\ C_{r1} & C_{rr} & C_{rr} \\ \circ & C_{rr} & C_{rr} \end{bmatrix}_{r_{n1} \times r_{n1}} \begin{bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_r \\ \bar{X}_r \end{bmatrix}_{r_{n1} \times 1} +$$

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{1r} & \circ \\ K_{r1} & K_{rr} & K_{rr} \\ \circ & K_{rr} & K_{rr} \end{bmatrix}_{r_{n1} \times r_{n1}} \begin{bmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_r \\ \bar{X}_r \end{bmatrix}_{r_{n1} \times 1} =$$

$$- \begin{bmatrix} M_{11} & \circ & \circ \\ \circ & M_{rr} & \circ \\ \circ & \circ & M_{rr} \end{bmatrix}_{r_{n1} \times r_{n1}} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_r \\ r_r \end{bmatrix}_{r_{n1} \times r} \ddot{U}_g_{r \times 1} +$$

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{1r} & \circ \\ \circ & H_{rr} & H_{rr} \\ \circ & \circ & H_{rr} \end{bmatrix}_{r_{n1} \times r_a} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_r \\ U_r \end{bmatrix}_{r_a \times 1} \quad (11)$$

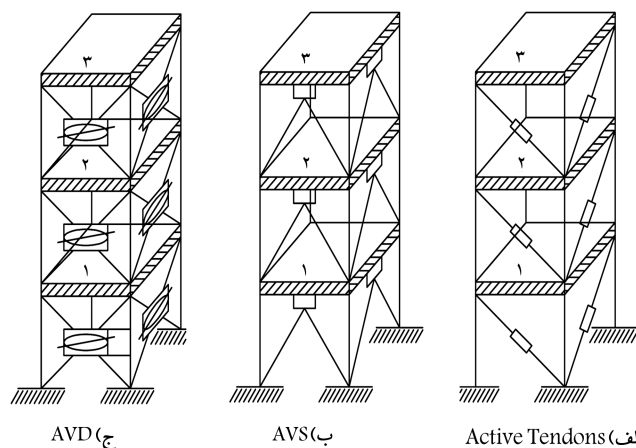
که در آن بردارهای  $\bar{X}_1, \bar{X}_r, \bar{X}_r$  بردارهای جابه جایی نسبی طبقات زیرسیستم ها (نسبت به تکیه گاه) و  $U_1, U_r, U_r$  بردارهای نیروی کنترل مربوط به آنها بوده و طبق رابطه ۱۲ تعریف می شوند.

$$\bar{X}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{r_{n1}} \end{bmatrix}_{r_{n1} \times 1}, \quad \bar{X}_r = \begin{bmatrix} x_{r_{n1}+1} \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{r_{(n1+n_r)}} \end{bmatrix}_{r_{nr} \times 1},$$

$$\bar{X}_r = \begin{bmatrix} x_{r_{(n1+n_r)+1}} \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{r_n} \end{bmatrix}_{r_{nr} \times 1}$$

$$U_1 = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ u_K \end{bmatrix}_{k \times 1}, \quad U_r = \begin{bmatrix} u_{K+1} \\ \vdots \\ \vdots \\ u_l \end{bmatrix}_{(l-k) \times 1},$$

$$U_r = \begin{bmatrix} u_{l+1} \\ \vdots \\ \vdots \\ u_{ra} \end{bmatrix}_{(ra-k-l) \times 1} \quad (12)$$



شکل ۴. سازوکارهای اعمال نیرو به سازه.

$$H_{relative} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \dots & -1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & -1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & -1 \end{bmatrix} & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \begin{bmatrix} 1 & \dots & \dots & -1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & -1 \end{bmatrix} & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \begin{bmatrix} 1 & \dots & \dots & -1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & -1 \end{bmatrix} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \begin{bmatrix} 1 & \dots & \dots & -1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & -1 \end{bmatrix} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \begin{bmatrix} 1 & \dots & \dots & -1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & -1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}_{r_a \times r_n} \quad (13)$$

در سیستم های کنترلی از نوع کابل های فعال، از کابل های پیش تنیده با میزان تنیدگی قابل تنظیم استفاده می شود. سیستم کنترلی AVS با تنظیم سختی طبقات، و سیستم AVD با افزایش میرایی سیستم نسبت به کاهش پاسخ سیستم دینامیکی وارد عمل می شود. در فضای حالت با تعریف بردار حالت به صورت  $X^T = \langle \bar{x}, \dot{\bar{x}} \rangle$  معادله ی سیستم تبدیل می شود به (در روابط از مختصات نسبی استفاده می شود):

$$\dot{X} = AX + BU + E\ddot{U}_g \quad (9)$$

$$A = \begin{bmatrix} \circ & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}_{\xi_n \times \xi_n}, \quad B = \begin{bmatrix} \circ \\ M^{-1}H \end{bmatrix}_{\xi_n \times r_a},$$

$$E = \begin{bmatrix} [o] \\ -[r] \end{bmatrix}_{\xi_n \times r}$$

$$[r]_{r_{nr} \times r} = \begin{bmatrix} 1 & \circ & \circ \\ \circ & 1 & \circ \\ \circ & \circ & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{r \times r} \\ \vdots \\ I_{r \times r} \end{bmatrix}_{r_{nr} \times r} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_r \\ r_r \end{bmatrix}_{r_{nr} \times r}$$

نسبت به دستگاه طبق رابطه‌ی ۱۶ خواهد بود:

$$\begin{aligned} \ddot{X}_i &= A_i \dot{X}_i + B_i U_i + E_i \ddot{U}_g + A_i \dot{X}_{i-1} + \dot{X}_{i-1} \\ &+ A_i \dot{X}_{i+1} + B_i U_{i+1} \end{aligned} \quad (16)$$

که در آن فرمان کنترلی زیرسیستم نام، و  $U_{i+1}$  فرمان کنترلی زیرسیستم بالایی است. چنان که مشاهده می‌شود، در این حالت معادله‌ی هر زیرسیستم به فرمان‌های کنترلی زیرسیستم فوقانی آن بستگی دارد. در این روابط مقدار پارامترهای با اندیس صفر و اندیس‌های بیش از  $m$  صفر خواهد بود.

### ۳. مروری بر الگوریتم کنترل

کنترل بهینه‌ی لحظه‌یی از جمله الگوریتم‌های تعیین نیروی کنترلی است که به سه صورت حلقه‌ی باز، حلقه‌ی بسته، و حلقه‌ی باز- بسته قابل استفاده است. در روش ارائه‌شده در سال ۱۹۹۱، [۱۲] معیار عملکرد زیر در هر لحظه از زمان بهینه می‌شود:

$$J(t) = X^T Q X + U^T R U \quad (17)$$

که در آن  $Q_{2n \times 2n}$  یک ماتریس مثبت نیمه‌معین، و  $R_{r \times r}$  یک ماتریس مثبت معین است. معادله‌ی دینامیکی سیستم مورد نظر در این مطالعه را با استفاده از تبدیل  $T$  می‌توان به صورت غیردرگیر درآورد:

$$X(t) = T Y(t) \quad (18)$$

با استفاده از رابطه‌ی ۱۸، معادلات دینامیکی حاکم بر رفتار سیستم در فضای حالت (یعنی معادله‌ی ۹) تبدیل می‌شود به:

$$\dot{Y}(t) = \theta Y(t) + F(t), \quad Y(0) = 0 \quad (19)$$

که در آن  $\theta_{6n \times 6n}$  ماتریسی قطری است که اعضای قطر آن مقادیر ویژه‌ی مختلط  $\theta_j$  ( $j = 1, 2, \dots, 6n$ ) از ماتریس  $A$  هستند؛ و نیز:

$$F(t) = T^{-1} [B U(t) + E \ddot{U}_g(t)] \quad (20)$$

پاسخ معادله را می‌توان چنین نوشت:

$$Y(t) = \int_0^t \exp[\theta(t-\tau)] F(\tau) d\tau \quad (21)$$

با ترکیب معادلات بالا می‌توان به رابطه‌ی ۲۲ برحسب فضای حالت رسید:

$$X(t) = T e^{\theta \Delta t} T^{-1} X(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{\gamma} T [e^{\theta \Delta t} f(t-\Delta t) + f(t)] \quad (22)$$

که در آن:

$$D(t-\Delta t) = e^{\theta \Delta t} T^{-1} \left\{ X(t-\Delta t) + \frac{\Delta t}{\gamma} [B U(t-\Delta t) + E \ddot{U}_g(t-\Delta t)] \right\} \quad (23)$$

چنان که گفته شد، درجات آزادی تغییر مکان نسبت به تکیه‌گاه و  $u_k$  نیروی کنترل در  $k$ امین کنترل کننده است. برای هر زیرسیستم خواهیم داشت:

$$\begin{cases} M_{11} \ddot{X}_1 + C_{11} \dot{X}_1 + K_{11} X_1 = -M_{11} r_1 \times \left\{ \ddot{U}_g \right\}_{r \times 1} \\ + H_{11} U_1 + H_{12} U_2 - C_{12} \dot{X}_2 - K_{12} X_2 \\ M_{22} \ddot{X}_2 + C_{22} \dot{X}_2 + K_{22} X_2 = -M_{22} r_2 \times \left\{ \ddot{U}_g \right\}_{r \times 1} \\ + H_{22} U_2 + H_{23} U_3 - C_{23} \dot{X}_3 - C_{21} \dot{X}_1 - K_{23} X_3 - K_{21} X_1 \\ M_{33} \ddot{X}_3 + C_{33} \dot{X}_3 + K_{33} X_3 = -M_{33} r_3 \times \left\{ \ddot{U}_g \right\}_{r \times 1} \\ + H_{33} U_3 - C_{32} \dot{X}_2 - K_{32} X_2 \end{cases} \quad (13)$$

همچنین می‌توان معادلات هر زیرسیستم را به فضای حالت تبدیل کرد. مثلاً برای زیرسیستم میانی (شماره‌ی ۲) با توجه به معادله‌ی ۱۳ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{X}_2 \\ \ddot{X}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_{22}^{-1} K_{22} & -M_{22}^{-1} C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_2 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} 0 \\ -r_2 \end{bmatrix} \ddot{U}_g + \begin{bmatrix} 0 & \\ M_{22}^{-1} H_{22} \end{bmatrix} U_2 + \begin{bmatrix} 0 & \\ M_{22}^{-1} H_{23} \end{bmatrix} U_3 + \\ &\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -M_{22}^{-1} K_{21} & -M_{22}^{-1} C_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ \dot{X}_1 \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -M_{22}^{-1} K_{23} & -M_{22}^{-1} C_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_3 \\ \dot{X}_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

برای زیرسیستم‌های ۱ و ۳ نیز به روش مشابه می‌توان معادلات حرکت را در فضای حالت به دست آورد. در حالت کلی در فضای حالت این معادلات چنین خلاصه می‌شوند:

$$\begin{aligned} \ddot{X}_1 &= \begin{bmatrix} X_1 \\ \dot{X}_1 \end{bmatrix}, \quad \ddot{X}_2 = \begin{bmatrix} X_2 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix}, \quad \ddot{X}_3 = \begin{bmatrix} X_3 \\ \dot{X}_3 \end{bmatrix} \\ \begin{cases} \ddot{X}_1 = A_1 \dot{X}_1 + B_1 U_1 + E_1 \ddot{U}_g + A_{12} \dot{X}_2 + B_{12} U_2 \\ \ddot{X}_2 = A_2 \dot{X}_2 + B_2 U_2 + E_2 \ddot{U}_g + A_{21} \dot{X}_1 + A_{23} \dot{X}_3 + B_{22} U_2 \\ \ddot{X}_3 = A_3 \dot{X}_3 + B_3 U_3 + E_3 \ddot{U}_g + A_{32} \dot{X}_2 \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} A_i &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_{ii}^{-1} K_{ii} & -M_{ii}^{-1} C_{ii} \end{bmatrix}, \quad B_i = \begin{bmatrix} 0 & \\ M_{ii}^{-1} H_{ii} \end{bmatrix}, \\ A_{ij} &= \begin{bmatrix} 0 & \\ -M_{ii}^{-1} K_{ij} & -M_{ii}^{-1} C_{ij} \end{bmatrix}, \\ B_{ij} &= \begin{bmatrix} 0 & \\ M_{ii}^{-1} H_{ij} \end{bmatrix}, \quad E_1 = \begin{bmatrix} 0 & \\ -r_1 \end{bmatrix}, \quad E_2 = \begin{bmatrix} 0 & \\ -r_2 \end{bmatrix}, \\ E_3 &= \begin{bmatrix} 0 & \\ -r_3 \end{bmatrix} \text{ or } E_i = \begin{bmatrix} 0 & \\ -r_i \end{bmatrix} \end{aligned}$$

در حالت کلی اگر یک سیستم به  $m$  زیرسیستم و هر زیرسیستم با  $n_i$  طبقه تقسیم شود، معادله‌ی کلی زیرسیستم نام در فضای حالت برحسب جابه‌جایی طبقات

در بردار  $D(t - \Delta t)$  تمامی جملات در لحظه‌ی  $t - \Delta t$  هستند. تابع هامیلتونین این سیستم عبارت خواهد بود از:

$$H = X^T(t)QX(t) + U^T(t)RU(t) + \lambda^T \left\{ X(t) - TD(t - \Delta t) - \frac{\Delta t}{\gamma} [BU(t) + E\ddot{U}_g(t)] \right\} \quad (24)$$

که در آن  $\lambda(t)$  بردار ضرایب لاگرانژ است. شرایط لازم برای کمینه‌سازی معیار عملکرد  $J(t)$  عبارتند از:

$$\begin{aligned} 2QX(t) + \lambda(t) &= 0 \\ 2RU(t) - \frac{\Delta t}{\gamma} B^T \lambda(t) &= 0 \\ X(t) &= Te^{\theta \Delta t} T^{-1} X(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{\gamma} T [e^{\theta \Delta t} F(t - \Delta t) + F(t)] \end{aligned} \quad (25)$$

در الگوریتم کنترل حلقه‌ی بسته، بردار کنترل  $U(t)$  و بردار  $\lambda(t)$  به وسیله‌ی بردار حالت تنظیم می‌شوند؛ یعنی  $\lambda(t) = -2QX(t)$ . بنابراین نیروی کنترل عبارت خواهد بود از:

$$U(t) = -\frac{\Delta t}{\gamma} R^{-1} B^T QX(t) \quad (26)$$

که در آن  $\Delta t$  فاصله‌ی زمانی مورد بررسی در بهینه‌سازی معیار کنترل،  $R$  ضریب وزنی نیروی کنترل،  $Q$  ضریب وزنی جابه‌جایی،  $B$  ماتریس موقعیت نیروی کنترل و  $X$  بردار حالت است. اگرچه نیروی کنترل در این روش به‌نحو بهینه تعیین می‌شود، برای برخی از ماتریس‌های  $Q$  احتمال ناپایداری سیستم وجود خواهد داشت. برای تضمین پایداری سیستم می‌توان به تولید ماتریس  $Q$  از طریق حل معادله‌ی لیاپانوف پرداخت.<sup>[۲]</sup> با اعمال رابطه‌ی قبلی می‌توان نوشت:

$$\dot{X} = (A - \frac{\Delta t}{\gamma} BR^{-1} B^T Q)X + E\ddot{U}_g \quad (27)$$

حال اگر تابع مثبت نیمه‌معین لیاپانوف به‌صورت رابطه‌ی ۲۸ نظر گرفته شود:

$$V(X) = X^T QX \geq 0 \quad (28)$$

ماتریس  $Q$  باید چنان انتخاب شود که:

$$\dot{V}(X) \leq 0, \quad \forall X \neq 0 \quad (29)$$

مشقت این رابطه نسبت به زمان برابر است با:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{X}^T QX + X^T Q\dot{X} = X^T (A^T Q + QA - \\ &\quad \frac{\Delta t}{\gamma} QBR^{-1} B^T Q)X \end{aligned} \quad (30)$$

چون ماتریس  $R$  مثبت معین است، عبارت  $-\frac{\Delta t}{\gamma} QBR^{-1} B^T Q$  منفی نیمه‌معین خواهد بود. بنابراین اگر عبارت  $A^T Q + QA$  مطابق رابطه ۳۱ منفی نیمه‌معین در نظر گرفته شود، نرخ تغییر تابع  $V(X)$  که به‌نوعی نشان‌گر انرژی کل سیستم دینامیکی است، ثابت می‌ماند یا منفی خواهد شد؛ بنابراین پایداری سیستم دینامیکی تضمین می‌شود:

$$A^T Q + QA = -I_0 \quad (31)$$

در رابطه‌ی ۳۱،  $I_0$  یک ماتریس مثبت نیمه‌معین است. در این صورت با حل معادله‌ی لیاپانوف و تعیین ماتریس  $Q$  پایداری سیستم تأمین می‌شود. یقیناً این مسئله مستقل از طول بازه زمانی مورد استفاده برای کنترل یعنی  $\Delta t$  خواهد بود.

#### ۴. طراحی کنترل‌کننده‌ها

براساس معادله‌ی فضای حالت، مقدار نیروی کنترلی تابعی از بردار حالت، و به‌عبارتی تابعی از پارامترهای جابه‌جایی و سرعت است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$U = GX, \quad G = -\frac{\Delta t}{\gamma} R^{-1} B^T Q \quad (32)$$

در حالت سه‌بعدی اگر تمامی درجات آزادی دارای کنترل‌کننده باشند ماتریس  $G$  ماتریسی با ابعاد  $3n \times 6n$  خواهد بود. همچنین اگر در  $a$  طبقه دارای کنترل‌کننده باشیم، ماتریس  $G$  به ابعاد  $3a \times 6n$  خواهد بود. چنان که گفته شد، در این رابطه ماتریس‌های  $R$  و  $Q$  ماتریس‌های وزنی هستند. ماتریس  $Q$  در حالت سه‌بعدی از جمع سه ماتریس  $Q_x, Q_y, Q_r$  تشکیل می‌شود:

$$Q = Q_x + Q_y + Q_r \quad (33)$$

هریک از ماتریس‌های  $Q_x, Q_y, Q_r$  چنین تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} Q_{6n \times 6n} &= \eta \begin{bmatrix} Q_{11_{3n \times 3n}} & Q_{12_{3n \times 3n}} \\ Q_{21_{3n \times 3n}} & Q_{22_{3n \times 3n}} \end{bmatrix}, \\ Q_{ij} &= \begin{bmatrix} q_{xx} & q_{xy} & q_{xr} \\ q_{yx} & q_{yy} & q_{yr} \\ q_{rx} & q_{ry} & q_{rr} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \\ Q_x &= \eta_x \begin{bmatrix} Q_{x11} & Q_{x12} \\ Q_{x21} & Q_{x22} \end{bmatrix}, \quad Q_y = \eta_y \begin{bmatrix} Q_{y11} & Q_{y12} \\ Q_{y21} & Q_{y22} \end{bmatrix}, \\ Q_r &= \eta_r \begin{bmatrix} Q_{r11} & Q_{r12} \\ Q_{r21} & Q_{r22} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (34)$$

در این روابط پارامترهای  $\eta_x, \eta_y, \eta_r$  ضرایب وزنی‌اند که برای تنظیم میزان کاهش در پاسخ زیرسیستم‌ها مورد استفاده قرار خواهند گرفت. با توجه به مستقل بودن روابط در جهات  $y$  و  $x$ ، مؤلفه‌های  $q_{xy}, q_{yx}$  برابر صفر خواهند بود. به‌روش مشابه می‌توان برای  $Q_{r6n \times 6n}$  و  $Q_{y6n \times 6n}$  نیز نوشت:

$$\begin{aligned} Q_{ijx} &= \begin{bmatrix} q_{xx} & 0 & q_{xr} \\ 0 & 0 & 0 \\ q_{rx} & 0 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3}, \quad Q_{iijy} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_{yy} & q_{yr} \\ 0 & q_{ry} & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3}, \\ Q_{ijr} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{rr} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \end{aligned} \quad (35)$$

اگر این سه ماتریس در معادله‌ی کلی پایداری لیاپانوف جایگذاری شود خواهیم داشت:

$$A^T Q + QA = A^T (Q_x + Q_y + Q_r) + (Q_x + Q_y + Q_r) A = -I_0 \quad (36)$$

که در آن  $I_0$  یک ماتریس مثبت نیمه‌معین (ترجیحاً قطری) است. با بسط ماتریس‌های  $A$  و  $Q$  داریم:

$$Q = Q_x + Q_y + Q_r$$

$$A = A_x + A_y + A_r$$



$$\begin{aligned} & \eta_x \begin{bmatrix} -\rho_x k_x & -k_x^T \\ k_x + \rho_x c_x^T - \rho_x c_x^T & \rho_x M_x - c_x^T \end{bmatrix} \\ & + \eta_y \begin{bmatrix} -\rho_y k_y & k_y \\ -k_y & \rho_y M_y - c_y \end{bmatrix} = -I_{oz} \\ & \eta_x \begin{bmatrix} -\gamma \rho_x k_x & \circ \\ \circ & \gamma \rho_x M_x - \gamma c_x \end{bmatrix} = -I_{oz} \end{aligned} \quad (48)$$

به روش مشابه می توان برای سایر راستاها نیز این مسئله را اثبات کرد. با توجه به این که  $\rho$  یک عدد مثبت کوچک است ( $\rho \ll 1$ )، در نتیجه ماتریس  $I_o$  می تواند به گونه ای تعریف شود که مثبت و نیمه معین باشد و متضمن پایداری سیستم دینامیکی باشد. با جایگذاری ماتریس  $Q$  پیشنهادی در رابطه ی ماتریس بهره، این ماتریس تبدیل خواهد شد به:

$$\begin{aligned} G &= G_x + G_y + G_r = -\frac{\Delta t}{\gamma} R^{-1} (\eta_x \begin{bmatrix} \circ & (M_x^{-1} H_x)^T \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} k_x + \rho_x c_x & \rho_x M_x \\ \rho_x M_x & M_x \end{bmatrix} + \eta_y \begin{bmatrix} \circ & (M_y^{-1} H_y)^T \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} k_y + \rho_y c_y & \rho_y M_y \\ \rho_y M_y & M_y \end{bmatrix} + \eta_r \begin{bmatrix} \circ & (M_r^{-1} H_r)^T \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} k_r + \rho_r c_r & \rho_r M_r \\ \rho_r M_r & M_r \end{bmatrix}) = -\frac{\Delta t}{\gamma} R^{-1} \\ & \begin{bmatrix} \eta_x \rho_x H_x^T + \eta_y \rho_y H_y^T + \eta_r \rho_r H_r^T & \eta_x H_x^T + \eta_y H_y^T + \eta_r H_r^T \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (49)$$

در این حالت نیز می توان ماتریس  $G$  را با ابعاد  $3n \times 6n$  و به صورت  $G = [G_1, G_2]$  تعریف کرد که در آن عناصر قطری با عرض باند 6 غیرصفرند و بقیه ی مؤلفه ها صفر است. حال در صورت تقسیم سیستم  $n$  طبقه و  $3n$  درجه آزادی به سه زیرسیستم با طبقات  $n_1, n_2, n_3$  و درجات آزادی  $3n_1, 3n_2, 3n_3$  می توان برای ماتریس  $G$  تقسیم بندی زیر را انجام داد:

$$G = \begin{bmatrix} -\frac{g_{11} \rho_{n_1} \times \rho_{n_1}}{O_{n_1} \times \rho_{n_1}} & \frac{g_{12} \rho_{n_1} \times \rho_{n_2}}{O_{n_1} \times \rho_{n_2}} & \frac{O_{n_1} \times \rho_{n_3}}{O_{n_1} \times \rho_{n_3}} & \frac{g_{11} \rho_{n_1} \times \rho_{n_1}}{O_{n_1} \times \rho_{n_1}} & \frac{g_{12} \rho_{n_1} \times \rho_{n_2}}{O_{n_1} \times \rho_{n_2}} & \frac{O_{n_1} \times \rho_{n_3}}{O_{n_1} \times \rho_{n_3}} \\ \frac{O_{n_2} \times \rho_{n_1}}{O_{n_2} \times \rho_{n_1}} & \frac{g_{22} \rho_{n_2} \times \rho_{n_2}}{O_{n_2} \times \rho_{n_2}} & \frac{O_{n_2} \times \rho_{n_3}}{O_{n_2} \times \rho_{n_3}} & \frac{g_{21} \rho_{n_2} \times \rho_{n_1}}{O_{n_2} \times \rho_{n_1}} & \frac{g_{22} \rho_{n_2} \times \rho_{n_2}}{O_{n_2} \times \rho_{n_2}} & \frac{O_{n_2} \times \rho_{n_3}}{O_{n_2} \times \rho_{n_3}} \\ \frac{O_{n_3} \times \rho_{n_1}}{O_{n_3} \times \rho_{n_1}} & \frac{O_{n_3} \times \rho_{n_2}}{O_{n_3} \times \rho_{n_2}} & \frac{g_{33} \rho_{n_3} \times \rho_{n_3}}{O_{n_3} \times \rho_{n_3}} & \frac{O_{n_3} \times \rho_{n_1}}{O_{n_3} \times \rho_{n_1}} & \frac{O_{n_3} \times \rho_{n_2}}{O_{n_3} \times \rho_{n_2}} & \frac{g_{33} \rho_{n_3} \times \rho_{n_3}}{O_{n_3} \times \rho_{n_3}} \end{bmatrix}_{3n \times 6n} \quad (50)$$

و در نتیجه ماتریس بهره نیروهای کنترل اعمالی بر هر زیرسیستم عبارت خواهد بود از:

$$\begin{aligned} G_{11} &= \begin{bmatrix} g_{111} & \dots & g_{11n_1} \end{bmatrix}, \quad G_{22} = \begin{bmatrix} g_{221} & \dots & g_{22n_2} \end{bmatrix}, \\ G_{33} &= \begin{bmatrix} g_{331} & \dots & g_{33n_3} \end{bmatrix} \\ G_{12} &= \begin{bmatrix} g_{121} & \dots & g_{12n_2} \end{bmatrix}, \quad G_{23} = \begin{bmatrix} g_{231} & \dots & g_{23n_3} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (51)$$

که همچون حالت مربوط به بازخورد سرعت، با توجه به ارتباط نداشتن زیرسیستم های 1 و 3 و نبودن ارتباط معکوس بین زیرسیستم های همسایه، درایه های مرتبط با آنها در ماتریس  $G$  صفر بوده و در نتیجه نیروهای کنترلی برای هر زیرسیستم را می توان

ارتباط نداشتن زیرسیستم های 1 و 3، و نبودن ارتباط معکوس بین زیرسیستم های همسایه، ماتریس های  $G$  در آنها برابر صفر خواهند بود.

$$G = \begin{bmatrix} O_{n_1 \times n_1} & \dots & O_{n_1 \times n_2} & \dots & O_{n_1 \times n_3} & \dots & O_{n_1 \times n_1} & \dots & O_{n_1 \times n_2} \\ O_{n_2 \times n_1} & \dots & O_{n_2 \times n_2} & \dots & O_{n_2 \times n_3} & \dots & O_{n_2 \times n_1} & \dots & O_{n_2 \times n_2} \\ O_{n_3 \times n_1} & \dots & O_{n_3 \times n_2} & \dots & O_{n_3 \times n_3} & \dots & O_{n_3 \times n_1} & \dots & O_{n_3 \times n_2} \end{bmatrix} \quad (44)$$

با تعریف پارامترهای:

$$\begin{aligned} G_{11} &= \begin{bmatrix} \circ & \dots & g_{11} \end{bmatrix}_{n_1 \times 6n_1}, \quad G_{22} = \begin{bmatrix} \circ & \dots & g_{22} \end{bmatrix}_{n_2 \times 6n_2}, \\ G_{33} &= \begin{bmatrix} \circ & \dots & g_{33} \end{bmatrix}_{n_3 \times 6n_3} \\ G_{12} &= \begin{bmatrix} \circ & \dots & g_{12} \end{bmatrix}_{n_1 \times 6n_2}, \quad G_{23} = \begin{bmatrix} \circ & \dots & g_{23} \end{bmatrix}_{n_2 \times 6n_3} \end{aligned} \quad (45)$$

نیروهای کنترل برای هر زیرسیستم را می توان چنین نوشت:

$$\begin{aligned} U_1 &= G_{11} \tilde{X}_1 + G_{12} \tilde{X}_2 \\ U_2 &= G_{22} \tilde{X}_2 + G_{23} \tilde{X}_3 \\ U_3 &= G_{33} \tilde{X}_3 \end{aligned} \quad (46)$$

باید توجه داشت که مثلاً از بردار  $\tilde{X}_2$  در تعیین نیروی کنترل زیرسیستم 1، فقط درجه آزادی های مجاور در تعیین مقدار نیروی کنترل این زیرسیستم تأثیرگذار خواهند بود. ماتریس  $G_{12}$  نیز صرفاً دارای 9 مؤلفه ی  $(3 \times 3)$  غیرصفر بوده و سایر مؤلفه های آن صفر است. به همین ترتیب می توان برای نیروی کنترل اعمالی به زیرسیستم شماره 2 نتیجه گیری کرد.

## ۲.۴. طراحی کنترل کننده ها بازخورد جابه جایی و سرعت

در این حالت برای رابطه ی کلی  $A^T Q + QA = -I_o$  نیز باید ماتریس  $I_o$  مثبت و نیمه معین باشد. با توجه به این که ماتریس به صورت حاصل جمع سه ماتریس  $Q = Q_x + Q_y + Q_r$  فرض شده، و نیز با فرض مؤلفه های:

$$\begin{cases} Q_{x11} = k_x + \rho_x c_x \\ Q_{y11} = k_y + \rho_y c_y \\ Q_{r11} = k_r + \rho_r c_r \end{cases}, \quad \begin{cases} Q_{x22} = M_x \\ Q_{y22} = M_y \\ Q_{r22} = M_r \end{cases}, \quad \begin{cases} Q_{x21} = Q_{x12} = \rho_x M_x \\ Q_{y21} = Q_{y12} = \rho_y M_y \\ Q_{r21} = Q_{r12} = \rho_r M_r \end{cases} \quad (47)$$

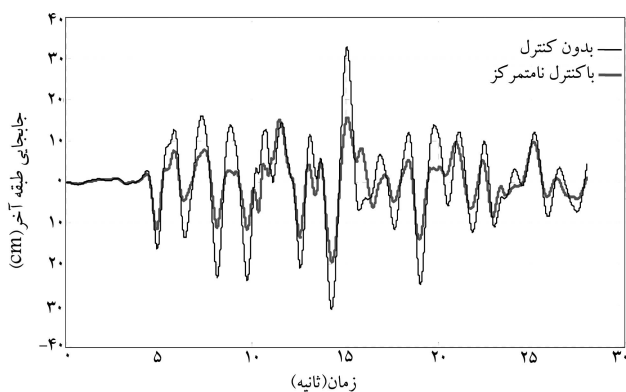
برای نمونه در جهت  $x$  می توان داشت:

$$\begin{aligned} A_x^T Q_x + Q_x A_x &= -I_{oz} \\ \eta_x \begin{bmatrix} \circ & -(M_x^{-1} k_x)^T \\ I_x & -(M_x^{-1} c_x)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x + \rho_x c_x & \rho_x M_x \\ \rho_x M_x & M_x \end{bmatrix} \\ + \eta_x \begin{bmatrix} k_x + \rho_x c_x & \rho_x M_x \\ \rho_x M_x & M_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \circ & I_x \\ -M_x^{-1} k_x & -M_x^{-1} c_x \end{bmatrix} &= -I_{oz} \end{aligned}$$



با توجه به این که در مدل سازی برشی در نظر گرفته شده برای هر کف دو درجه آزادی انتقالی  $X$  و  $Y$  و یک درجه آزادی دورانی در نظر گرفته شده، ماتریس  $I$  و  $Q$  به ترتیب دارای ابعاد  $75 \times 75$  و  $150 \times 150$  خواهند بود. ماتریس بهره در حالت بازخورد جابه جایی و سرعت معادل  $G = -\frac{\Delta t}{4} R^{-1} \times B^T \times Q$  بوده و  $\Delta t = 0.05$  sec برابر در نظر گرفته شده است. تمامی تحلیل های عددی با استفاده از نرم افزار Matlab انجام شده و نتایج به دست آمده در حالت های مختلفی مورد بررسی قرار گرفتند. در جداول ۱ الی ۳ و شکل ۵، نتایج حاصل از اعمال کنترل متمرکز و نامتمرکز با حالت بدون کنترل مقایسه شده اند. پاسخ های سازه یی به دست آمده در دو حالت کنترل متمرکز و نامتمرکز تقریباً یکسان بوده است. چنان که ذکر شد، در محاسبات عددی از شتاب نگاشت زلزله ی یکسان در دو راستای  $x$  و  $y$  استفاده شده است. همچنین در این بخش خروج از مرکزیت در هر دو راستا برابر صفر در نظر گرفته شده است. سختی سازه یی در راستاهای  $x$  و  $y$  یکسان فرض شده و تعداد سه زیرسیستم برای حالت های تحلیل در نظر گرفته شده اند. تحلیل ها در این حالات به صورت سه بعدی انجام شده اند.

در جدول ۱، پاسخ های بیشینه سازه یی برای حالت های بدون کنترل و با کنترل



شکل ۵. نمودار جابه جایی طبقه ی آخر (مدل بدون خروج از مرکزیت با سه زیر سیستم)، در دو حالت بدون کنترل و با کنترل نامتمرکز برای  $\eta = 1 \times 10^2$  و  $\rho = 0$  که کاهشی در حدود ۵۰٪ در پاسخ ها را برای حالت با کنترل نشان می دهد.

$$\begin{aligned} U1 &= G_{11}\tilde{X}_1 + G_{12}\tilde{X}_2 \\ U2 &= G_{22}\tilde{X}_2 + G_{23}\tilde{X}_3 \\ U3 &= G_{33}\tilde{X}_3 \end{aligned} \quad (52)$$

## ۵. مثال عددی

برای کنترل عملکرد الگوریتم پیشنهادی و اثبات یکی بودن نتایج دو حالت کنترل متمرکز و نامتمرکز، نسبت به انجام یک مطالعه ی موردی اقدام شد. برای این منظور ساختمان ۲۵ طبقه یی در نظر گرفته شده که جرم تمامی طبقات آن یکسان و برابر ۷۵۰ تن فرض شده است. سختی هر ۵ طبقه با یکدیگر یکسان و سختی طبقات از ترازهای پایین به بالا کاهش می یابد. مقدار این سختی در ۵ طبقه ی پایین برابر  $4500 \text{ MN/m}$  و در ۵ طبقه ی آخر  $900 \text{ MN/m}$  در نظر گرفته شد؛ ماتریس میرایی نیز برابر  $C = 0.05 \text{ K}$  فرض شده است. ابعاد سازه در پلان  $20 \times 20$  متر فرض شده ( $L = 20 \text{ m}$ )، و زمان های تناوب ۵ مود اول لرزش سازه به ترتیب برابر  $1.758, 0.764, 0.539, 0.427, 0.371$  ثانیه هستند. لازم به ذکر است با استفاده از فرض عملکرد دیافراگمی برای کف ها، می توان دو آرایش از ستون ها با سختی مختلف در جهات متعامد را به مدل ریاضی ساده ی انتخاب شده در این مطالعه، بر مبنای سه درجه آزادی برای هر طبقه کاهش داد. همچنین پس از تعیین نیروهای کنترلی -- شامل دو نیرو در جهات متعامد و یک گشتاور در امتداد محور عمود بر مرکز سختی -- به ترکیب مناسبی از نیروهای کنترلی خواهیم رسید. در این مثال از مؤلفه S-E زلزله ی طیس ۱۳۵۷ با  $PGA = 0.84 \text{ g}$  به عنوان تحریک خارجی اعمالی به سازه در جهات  $x$  و  $y$  بهره گرفته شده است. بر اساس فرض، در تمامی طبقات عملکرد ۱۷ وجود داشته و سازه در حالت نامتمرکز با تعداد درجات آزادی گوناگونی در هر زیرسیستم بررسی خواهد شد. برای کنترل سازه از الگوریتم کنترل بهینه ی لحظه یی با ماتریس های وزنی زیر استفاده شده است:

$$R = (1 \times 10^{-8}) I_{75 \times 75}, \quad Q = \eta \times \begin{bmatrix} K & \rho M \\ \rho M & M \end{bmatrix}_{150 \times 150} \quad (53)$$

جدول ۱. نتایج تقریباً یکسان کنترل متمرکز و نامتمرکز سازه، برای ساختمان ۲۵ طبقه در حالت سه بعدی بدون خروج از مرکزیت برای  $\rho = 0$  و مقادیر مختلف  $\eta$  و تعداد سه زیر سیستم.

وضعیت کنترل	ضریب مقیاس $\eta$	بیشینه جابه جایی نسبی (m)	بیشینه سرعت نسبی (m/s)	بیشینه شتاب مطلق (m/s <sup>2</sup> )	بیشینه جابه جایی نسبی طبقه یی (m)	بیشینه برش (kN)	بیشینه نیروی کنترل U ۱ (kN)	بیشینه نیروی کنترل U ۲ (kN)	بیشینه نیروی کنترل U ۳ (kN)	$\frac{U_{max}}{W_t}$
کنترل نشده	-	0.32	1.21	12.06	0.19	$5.5 \times 10^4$	-	-	-	-
با کنترل متمرکز و غیرمتمرکز	$\eta = 1 \times 10^2$	0.297	1.135	11.65	0.17	$5.17 \times 10^4$	$2.07 \times 10^3$	$1.69 \times 10^3$	$1.16 \times 10^3$	0.11
	$\eta = 5 \times 10^2$	0.23	0.88	10.9	0.124	$4.5 \times 10^4$	$8.6 \times 10^2$	$6.4 \times 10^2$	$6.0 \times 10^2$	0.046
$\rho = 0$	$\eta = 1 \times 10^3$	0.195	0.71	10.50	0.102	$4.23 \times 10^4$	$1.47 \times 10^3$	$1.10 \times 10^3$	$7.2 \times 10^2$	0.079
	$\eta = 5 \times 10^3$	0.099	0.56	10.93	0.062	$2.78 \times 10^4$	$5.37 \times 10^2$	$3.4 \times 10^2$	$1.7 \times 10^2$	0.029
	$\eta = 1 \times 10^4$	0.064	0.40	10.50	0.044	$1.97 \times 10^4$	$7.58 \times 10^2$	$4.8 \times 10^2$	$2.26 \times 10^2$	0.042

جدول ۲. نتایج تقریباً یکسان کنترل متمرکز و نامتمرکز که برای ساختمان ۲۵ طبقه در حالت سه‌بعدی؛ بدون خروج از مرکزیت با  $\eta = 1 \times 10^3$  و مقادیر گوناگون  $\rho$  و تعداد سه زیر سیستم.

وضعیت کنترل	ضریب مقیاس $\eta$	بیشینه جابه‌جایی نسبی (m)	بیشینه سرعت نسبی (m/s)	بیشینه شتاب مطلق (m/s <sup>2</sup> )	بیشینه جابه‌جایی نسبی طبقه‌یی (m)	بیشینه برش (kN)	بیشینه نیروی کنترل U <sub>۱</sub> (kN)	بیشینه نیروی کنترل U <sub>۲</sub> (kN)	بیشینه نیروی کنترل U <sub>۳</sub> (kN)	$\frac{U_{max}}{W_t}$
کنترل نشده	-	۰٫۳۲	۱٫۲۱	۱۲٫۰۶	۰٫۱۹	$۵٫۵ \times 10^4$	-	-	-	-
با کنترل متمرکز و غیرمتمرکز	$\rho = 1$	۰٫۱۸۶	۰٫۷۴	۱۰٫۴۶	۰٫۰۰۹۷	$۴٫۱۰ \times 10^4$	$۱٫۴۳ \times 10^4$	$۱٫۰۸ \times 10^4$	$۰٫۶۸ \times 10^4$	۰٫۰۷۷
	$\rho = ۰٫۶$	۰٫۱۹	۰٫۷۳	۱۰٫۴۶	۰٫۰۰۹۹	$۴٫۱۶ \times 10^4$	$۱٫۴۴ \times 10^4$	$۱٫۰۹ \times 10^4$	$۰٫۶۸ \times 10^4$	۰٫۰۷۸
و	$\rho = ۰٫۳$	۰٫۱۹۲	۰٫۷۲	۱۰٫۴۸	۰٫۰۱۰۱	$۴٫۱۸ \times 10^4$	$۱٫۴۶ \times 10^4$	$۱٫۱۰ \times 10^4$	$۰٫۷۰۳ \times 10^4$	۰٫۰۷۸۹
	$\rho = ۰$	۰٫۱۹۵	۰٫۷۱	۱۰٫۵۰	۰٫۰۱۰۲	$۴٫۲۳ \times 10^4$	$۱٫۴۷ \times 10^4$	$۱٫۱ \times 10^4$	$۰٫۷۲ \times 10^4$	۰٫۰۷۹
غیرمتمرکز	$\rho = -۰٫۳$	۰٫۱۹۸	۰٫۷۰	۱۰٫۴۶	۰٫۰۱۰۴	$۴٫۲۶ \times 10^4$	$۱٫۴۹ \times 10^4$	$۱٫۱۵ \times 10^4$	$۰٫۷۵ \times 10^4$	۰٫۰۸۰
	$\rho = -۰٫۶$	۰٫۲۰	۰٫۷۰	۱۰٫۴۶	۰٫۰۱۰۶	$۴٫۲۹ \times 10^4$	$۱٫۵۰ \times 10^4$	$۱٫۱۲ \times 10^4$	$۰٫۷۸ \times 10^4$	۰٫۰۸۰

جدول ۳. نتایج کنترل نامتمرکز مدل‌های سازه‌یی سه‌بعدی ۲۵ طبقه، بدون خروج از مرکزیت با  $\eta = 1 \times 10^3$  و  $\rho = 1/۰$  برای حالات مختلفی از تعداد زیرسیستم‌ها و تعداد طبقات.

تعداد زیرسیستم‌ها و طبقات	بیشینه جابه‌جایی نسبی (m)	بیشینه سرعت نسبی (m/s <sup>2</sup> )	بیشینه جابه‌جایی نسبی طبقه‌یی (m)	بیشینه برش (kN)	بیشینه نیروی کنترل U <sub>۱</sub> (kN)	بیشینه نیروی کنترل U <sub>۲</sub> (kN)	بیشینه نیروی کنترل U <sub>۳</sub> (kN)	بیشینه نیروی کنترل U <sub>۴</sub> (kN)	بیشینه نیروی کنترل U <sub>۵</sub> (kN)
۱۰-۸-۷	۰٫۱۸۶	۰٫۷۴	۰٫۰۰۹۷	$۴٫۱۰ \times 10^4$	$۱٫۴۳ \times 10^4$	$۱٫۰۸ \times 10^4$	$۰٫۶۸ \times 10^4$	-	-
۱۵-۵-۵	۰٫۱۸۶	۰٫۷۴	۰٫۰۰۹۷	$۴٫۱۰ \times 10^4$	$۱٫۴۳ \times 10^4$	$۰٫۹۵ \times 10^4$	$۰٫۶۹ \times 10^4$	-	-
۵-۱۰-۱۰	۰٫۱۸۶	۰٫۷۴	۰٫۰۰۹۷	$۴٫۱۰ \times 10^4$	$۱٫۴۳ \times 10^4$	$۱٫۲۴ \times 10^4$	$۰٫۹۵ \times 10^4$	-	-
۵-۵-۵-۵-۵	۰٫۱۸۶	۰٫۷۴	۰٫۰۰۹۷	$۴٫۱۰ \times 10^4$	$۱٫۴۳ \times 10^4$	$۱٫۲۴ \times 10^4$	$۱٫۱۰ \times 10^4$	$۰٫۹۵ \times 10^4$	$۰٫۶۹ \times 10^4$

از جدول ۱ می‌توان دید دو حالت  $\eta = 5 \times 10^3$  و  $\eta = 1 \times 10^4$  با وجود کاهش قابل توجه در مقدار جابه‌جایی، نیازمند اعمال نیروهای بسیار قوی به سازه‌اند که عملاً امکان‌پذیر نبوده و کاربردی نیستند.

در جدول ۲، نتایج کنترل سازه برای مقادیر مختلف  $\rho$  و  $\eta = 1 \times 10^3$  ارائه شده است. مقدار ماتریس وزنی  $Q$  به دو مشخصه  $\eta$  و  $\rho$  وابسته است، و نتایج جدول ۲ بیان‌کننده تغییرات کاهش مقادیر جابه‌جایی و سرعت به‌ازای مقادیر مختلف  $\rho$  از صفر تا ۱ است. بنابراین می‌توان گفت افزودن پارامتر جابه‌جایی در تعیین نیروهای کنترل در این سازه تأثیر مثبتی داشته است که البته با توجه به نتایج بررسی‌های انجام شده توسط رفوی و منجمی نژاد<sup>[۱۶،۱۵]</sup> در حالت مربوط به مدل‌های سازه‌یی دوبعدی، می‌توان این نکته را به سایر مدل‌های سازه‌یی نیز تعمیم داد.

در شکل ۵، جابه‌جایی طبقه‌ی آخر سازه برای زمان‌های مختلف در دو حالت بدون کنترل و با کنترل نشان داده شده است. جابه‌جایی در این طبقه به‌ازای  $\eta = 1 \times 10^3$  کاهش چشمگیری پیدا کرده است. جدول ۳، نتایج کنترل نامتمرکز سازه در حالت سه‌بعدی برای  $\eta = 1 \times 10^3$  و  $\rho = 1/۰$  برای زیرسازه‌های با

دارای بازخورد سرعت ارائه شده است، به گونه‌یی که در کلیه حالت‌ها مقدار  $\rho$  برابر صفر و مقدار  $\eta$  نیز از  $1 \times 10^2$  تا  $1 \times 10^4$  متغیر است. در این جدول، بیشینه جابه‌جایی نسبی، سرعت نسبی، شتاب مطلق و جابه‌جایی نسبی طبقات نسبت به یکدیگر در بالاترین طبقه برای مقایسه حالت‌های کنترل سازه‌یی مختلف با یکدیگر آورده شده‌اند. در این حالت‌ها تحلیل، هر یک از زیرسیستم‌ها به ترتیب از پایین به بالا دارای ۸، ۱۰، ۷ و به عبارتی ۲۴، ۳۰ و ۲۱ درجه آزادی هستند. چنان‌که از این جدول استنباط می‌شود مقادیر جابه‌جایی سازه‌یی با افزایش  $\eta$  از  $1 \times 10^2$  به  $1 \times 10^4$  کاهش می‌یابد، به طوری که در  $\eta = 1 \times 10^4$  مقدار جابه‌جایی ۲۰ درصد مقدار آن در حالت بدون کنترل است و مقدار سرعت و شتاب نیز هریک به میزان تقریباً ۳۳٪ و ۸۵٪ مقدار حالت بدون کنترل است. بیشینه نیروی برشی و نیروی کنترل هر زیرسازه مربوط به پایین‌ترین طبقه بوده و در زیرسیستم‌های پایین‌تر نیز نیروی کنترل بیشتری مورد نیاز است. بیشترین نیروی کنترل سازه‌ی اصلی در حالت کنترل متمرکز ( $MaxU$ ) برابر نیروی کنترل بیشینه در زیرسیستم شماره ( $MaxU_1$ ) و اکثراً در پایین‌ترین ترازها بوده و نسبت این نیرو به وزن کل سازه ( $\frac{U_{max}}{W_t}$ ) به‌عنوان مشخصه‌یی برای عملی بودن اعمال نیروی کنترل بر سازه استفاده می‌شود. چنان‌که

در جدول ۵ نتایج مربوط به تلاش‌های پیچشی ارائه شده که در این حالت در سطر نخست،  $\eta = 0$  بوده و مقادیر در حالت بدون کنترل برای پیچش و با خروج از مرکزیت کم محاسبه شده‌اند. در حالت با کنترل برای  $\eta = 1 \times 10^3$  پیچش ۱۸ کاهش ناچیزی را نشان می‌دهد (کم‌تر از ۰/۵٪)، ولی با افزایش  $\eta$  و  $10^5$  برابر شدن آن میزان کاهش پیچش برابر حدوداً ۶۰ درصد شده و طبیعتاً برای کاهش پاسخ‌های پیچشی سازه ضروری است ضرایب  $\eta$ ، تقریباً به نسبت سختی پیچشی به سختی برشی افزایش داده شوند و نباید ماتریس  $Q_7$  در محاسبه ماتریس  $Q$ ، دارای مقدار وزنی یکسانی با  $Q_x$  و  $Q_y$  باشد.

مقایسه‌ی نتایج ارائه شده در جدول ۵ نشان می‌دهد که روال موجود بر نتایج حالت دوبعدی بر این راستا نیز حاکم بوده و با افزایش خروج از مرکزیت در طبقات، گشتاور کنترلی پیچشی و نیروهای کنترل در جهات متعامد مورد نیاز افزایش می‌یابد. چنان که ذکر شد، شیوه‌ی اعمال نیروهای کنترل پیچشی، با بهره‌گیری از عملگرهای دو جهت  $x$  و  $y$  بوده و طرح می‌تواند با توجه به فاصله‌ی مورد نظر برای عملگرها

تعداد متغیر طبقات را ارائه کرده است. چنان که دیده می‌شود، بیشینه جابه‌جایی، سرعت، جابه‌جایی نسبی طبقه‌ی و نیروی برشی یکسان است. نیروی کنترل زیرسیستم‌های شماره ۱ هر چهار حالت نیز با یکدیگر یکسان است و صرفاً نیروی کنترل بیشینه‌ی زیرسیستم‌های بالاتر با یکدیگر متفاوت است که طبیعی است.

در ادامه، با فرض غیر یکسان بودن مدلی سازه‌ی در جهات  $x$  و  $y$  (با تعداد سه زیرسیستم)، سازه دارای خروج از مرکزیت‌های  $e_x$  و  $e_y$  خواهد بود. ورودی شتاب‌نگاشت زلزله در دو جهت  $x$  و  $y$  یکسان فرض شده است. نتایج تحلیل سازه برای حالت با خروج از مرکزیت برابر در دو جهت  $x$  و  $y$  و همچنین یکسان در کلیه طبقات در جدول ۴ ارائه شده‌اند، چنان که از نتایج حاصله دیده می‌شود، خروج از مرکزیت مستقیماً بر تلاش‌های جهات  $x$  و  $y$  تأثیر زیادی نداشته است. البته توجه به مختلف بودن سختی مدلی سازه‌ی در جهات  $x$  و  $y$  که سبب ایجاد تغییر مکان‌های مختلف در این دو جهت شده، ضرورت می‌یابد.

جدول ۴. نتایج کنترل نامتمرکز در جهت  $y$  از مدل سازه‌ی ۲۵ طبقه با سه زیرسیستم برای  $\rho = 0$  با خروج از مرکزیت یکسان  $e_x = e_y$  و سختی متفاوت در جهات  $x$  و  $y$ .

خروج از مرکزیت	ضریب مقیاس $\eta$	نسبت سختی $k_x/k_y$	در جهت Y						$\frac{U_{max}}{W_t}$
			بیشینه جابه‌جایی نسبی	بیشینه سرعت نسبی	بیشینه برش	بیشینه نیروی کنترل U1	بیشینه نیروی کنترل U2	بیشینه نیروی کنترل U3	
			Disp. (m)	Vel. (m/s)	(kN)	(kN)	(kN)	(kN)	
۰/۵٪	$1 \times 10^3$	۱/۰	۰/۱۹۴	۰/۷۴	$4,23 \times 10^4$	$1,47 \times 10^4$	$1,1 \times 10^4$	$7,2 \times 10^3$	۰/۰۷۸
		۱/۲۰	۰/۱۷۱	۰/۷۱۸	$4,4 \times 10^4$	$1,39 \times 10^4$	$1,07 \times 10^4$	$7,3 \times 10^3$	۰/۰۷۴
		۱/۴۰	۰/۱۵۳	۰/۷۰۳	$4,5 \times 10^4$	$1,3 \times 10^4$	$1,07 \times 10^4$	$7,36 \times 10^3$	۰/۰۶۹
۳٪	$1 \times 10^3$	۱/۴۰	۰/۱۷۹	۰/۸۲	$4,7 \times 10^4$	$1,76 \times 10^4$	$1,6 \times 10^4$	$1,25 \times 10^4$	۰/۰۹۴
۱/۴۰		۰/۱۹۱	۰/۹۳	$6,06 \times 10^4$	$2,4 \times 10^4$	$2,07 \times 10^4$	$1,97 \times 10^4$	۰/۰۱۲۸	

جدول ۵. نتایج کنترل نامتمرکز به منظور پیچش از مدل سازه‌ی ۲۵ طبقه با سه زیرسیستم برای  $\rho = 0$  و مقادیر متفاوت  $\eta$  در حالت  $e_x = e_y$ .

خروج از مرکزیت	ضریب مقیاس $\eta$	نسبت سختی $k_y/k_x$	بیشینه دوران نسبی (rad)	بیشینه پیچش (kN.m)	بیشینه نیروی کنترل U1 (kN.m)	بیشینه نیروی کنترل U2 (kN.m)	بیشینه نیروی کنترل U3 (kN.m)
۰/۵٪	۰	۱/۰	۰/۰۵۵	$3,9 \times 10^5$	-	-	-
	$1 \times 10^3$	۱/۰	۰/۰۵۳	$3,85 \times 10^5$	$6,10 \times 10^3$	$3,65 \times 10^3$	$5,5 \times 10^3$
		۱/۰	۰/۰۱۹	$1,63 \times 10^5$	$3,1 \times 10^5$	$2,54 \times 10^5$	$1,33 \times 10^5$
		۱/۲۰	۰/۰۱۸۳	$1,79 \times 10^5$	$3,1 \times 10^5$	$2,57 \times 10^5$	$1,36 \times 10^5$
۳٪	$1 \times 10^3$	۱/۴۰	۰/۰۱۷۸	$1,95 \times 10^5$	$3,1 \times 10^5$	$2,6 \times 10^5$	$1,40 \times 10^5$
		۱/۰	۰/۲۸۸	$7,17 \times 10^6$	-	-	-
		۱/۰	۰/۲۷۳	$7,0 \times 10^6$	$4 \times 10^4$	$5,5 \times 10^4$	$1 \times 10^5$
۹٪	$1 \times 10^3$	۱/۴۰	۰/۰۹	$4,71 \times 10^6$	$2,63 \times 10^6$	$2,04 \times 10^6$	$1,30 \times 10^6$
		۱/۴	۰/۰۸	$3,6 \times 10^6$	$3,8 \times 10^6$	$4,6 \times 10^6$	$4,4 \times 10^6$

بیشتری در مقایسه با زیرسازه‌های بالایی نیاز داریم، و به‌ویژه در سازه‌های نامتقارن برای کاهش مقادیر پیچش‌های سازه‌یی، اعمال نیروهای کنترل بیشتر ضرورت می‌یابد. باید توجه داشت که در سیستم‌های کنترلی بزرگ احتمال کارکرد ضعیف، یا به‌طور کلی از کار افتادن قسمتی از کنترل‌کننده‌ها یا یک یا چند زیرسیستم وجود دارد؛ در این خصوص حتماً باید پیش‌بینی‌های لازم صورت پذیرد. جدول ۷ نتایج کنترل نامتمرکز را برای بازخورد سرعت با پارامترهای کنترلی  $\eta = 5 \times 10^2$  و  $\eta = 5 \times 10^4$  ارائه شده است.

در این جدول نتایج کنترل برای حالت از کار افتادن یکی از زیرسیستم‌های شماره ۱ تا ۳ نیز ارائه شده است. مشخصه‌ی  $\sum |U_i \max|$  جمع قدر مطلق نیروهای کنترل بیشینه‌ی طبقات است و نشان می‌دهد که در صورت از کار افتادن کنترل در زیرسیستم شماره ۱، کارایی کنترل به شدت افت می‌کند.

نسبت به تبدیل نیروی کنترل پیچشی به نیروی کنترلی در یک یا دو جهت  $x$  و  $y$  به صورت منفی و مثبت اقدام کند.

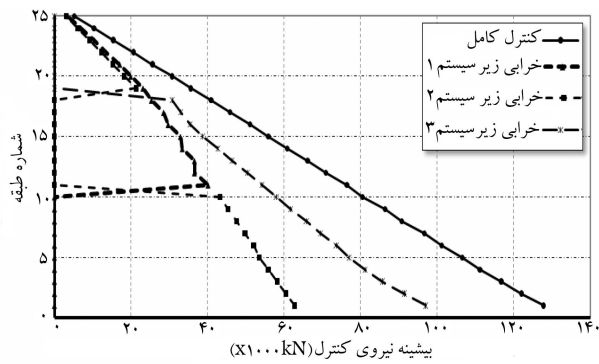
در جدول ۶ نتایج کنترل نامتمرکز برای بهینه‌کردن مقادیر  $\eta$  در هر یک از زیرسازه‌ها ارائه شده است. برای سازه‌های دارای  $n$  زیرسازه، شیوه‌ی مرسوم و رایج می‌تواند برابر در نظر گرفتن  $\eta$ ها باشد، به طوری که  $\eta_m = \eta_{m-1} = \dots = \eta_1$ ؛ در این حالت میزان مقاومت افزایش یافته در تمامی طبقات به صورت یکسان فرض می‌شود. حال آن‌که در طبقات بالا مقدار نیروی کنترل اعمال شده بسیار بیشتر از مقاومت و سختی سازه بوده و در اکثر موارد اعمال نیروی کنترل ممکن نخواهد بود. با توجه به این که در یک سازه‌ی واقعی سختی از پایین به بالا کم می‌شود و  $K_1 > K_2 > \dots > K_n$  است، می‌توان فرض کرد که  $\eta_1 > \dots > \eta_m$ . در جدول ۶ نتایج مربوط به این حالت مرتب شده است. چنان که مشاهده می‌شود، در زیرسازه‌های پایین به نیروی کنترل

جدول ۶. نتایج کنترل نامتمرکز برای نیروهای کنترل در هر یک از زیرسازه‌ها با ضرایب متفاوت  $\eta$  در آن‌ها، برای مدل سازه‌ی ۲۵ طبقه با سه زیرسیستم.

٪۳ خروج از مرکزیت ضریب مقیاس			نیروهای کنترل در جهت Y و X				گشتاور پیچش کنترل			
			$K_w = K_y$							
$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_3$	بیشینه جابه‌جایی نسبی Disp. (m)	بیشینه نیروی کنترل U1 (kN)	بیشینه نیروی کنترل U2 (kN)	بیشینه نیروی کنترل U3 (kN)	بیشینه دوران نسبی Rot. (rad)	بیشینه گشتاور کنترل U1 (kN.m)	بیشینه گشتاور کنترل U2 (kN.m)	بیشینه گشتاور کنترل U3 (kN.m)
$10^2$	$10^2$	$10^2$	۰٫۲۲	$1٫۸۱ \times 10^4$	$۱٫۴۹ \times 10^4$	$۱٫۰۶ \times 10^4$	۰٫۲۷۳	$۴٫۰ \times 10^4$	$۵٫۵ \times 10^5$	$۱٫۰ \times 10^5$
$10^3$	$10^3$	$10^3$	۰٫۱۴	$۲٫۹ \times 10^4$	$۱٫۷۳ \times 10^4$	$۱٫۶۵ \times 10^4$	۰٫۲۶۸	$۲٫۰ \times 10^5$	$۱٫۰۷ \times 10^5$	$۱٫۰۶ \times 10^5$
$10^4$	$10^4$	$10^4$	۰٫۱۱	$۴٫۷ \times 10^4$	$۲٫۴۵ \times 10^4$	$۱٫۹ \times 10^4$	۰٫۲۵۸	$۶٫۱۱ \times 10^5$	$۱٫۵۶ \times 10^5$	$۱٫۰۵ \times 10^5$
$5 \times 10^2$	$5 \times 10^2$	$10^2$	۰٫۰۹۵	$۶٫۳۵ \times 10^4$	$۳٫۲۵ \times 10^4$	$۲٫۲۲ \times 10^4$	۰٫۲۴	$۱۳٫۲ \times 10^5$	$۲٫۵۲ \times 10^5$	$۱٫۰۳ \times 10^5$
$5 \times 10^4$	$5 \times 10^4$	$10^2$	۰٫۱۴	$۱۳٫۶ \times 10^4$	$۸٫۱ \times 10^4$	$۴٫۴۵ \times 10^4$	۰٫۱۲	$۴۳٫۰ \times 10^5$	$۱۴٫۴ \times 10^5$	$۴٫۳۳ \times 10^5$

جدول ۷. نتایج کنترل نامتمرکز با بازخورد سرعت در مدل سازه‌ی ۲۵ طبقه با سه زیرسیستم در حالتی که سیستم کنترلی در یکی از زیرسازه‌ها از کار بیفتد ( $\rho = 0$ ) و  $e_w = e_y = 0$ .

وضعیت کنترل	ضریب مقیاس			بیشینه جابه‌جایی نسبی (m)	بیشینه سرعت نسبی (m/s)	بیشینه جابه‌جایی نسبی طبقه‌یی (m)	بیشینه برش (kN)	بیشینه نیروی کنترل U1 (kN)	بیشینه نیروی کنترل U2 (kN)	بیشینه نیروی کنترل U3 (kN)	$\sum_{i=1}^n  U_i \max $ (kN)
	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_3$								
کنترل نشده	-	-	-	۰٫۳۲	۱٫۲۱	۰٫۲۰۵	$۵٫۵۶ \times 10^4$	-	-	-	-
کنترل متمرکز با $\rho = 0$	۵	۵	۵	۰٫۰۹۹	۰٫۵۶۰	۰٫۰۰۶۲	$۲٫۷۸ \times 10^4$	$۵٫۳۷ \times 10^4$	$۳٫۴۶ \times 10^4$	$۱٫۶۹ \times 10^4$	$۷٫۰ \times 10^4$
	-	۵	۵	۰٫۱۵۹	۰٫۶۹۸	۰٫۰۱۲۵	$۵٫۲۴ \times 10^4$	۰	$۲٫۸۹ \times 10^4$	$۱٫۴۵ \times 10^4$	$۲٫۳۸ \times 10^5$
	۵	-	۵	۰٫۱۵۸	۰٫۷۰۵	۰٫۰۱۲۶	$۳٫۲۳ \times 10^4$	$۳٫۶۴ \times 10^4$	۰	$۱٫۳۶ \times 10^4$	$۳٫۱۳ \times 10^5$
	۵	۵	-	۰٫۱۳۷	۰٫۹۰۷	۰٫۰۱۵۶	$۲٫۹۲ \times 10^4$	$۴٫۶۶ \times 10^4$	$۲٫۴۷ \times 10^4$	۰	$۴٫۶۴ \times 10^5$
	۵۰	۵۰	۵۰	۰٫۱۶۵	۰٫۱۳۲	۰٫۰۰۱۲	$۰٫۵۶ \times 10^4$	$۱۲٫۸ \times 10^4$	$۷٫۶۴ \times 10^4$	$۳٫۵۶ \times 10^4$	$۱۶٫۵ \times 10^5$
	-	۵۰	۵۰	۰٫۱۳	۰٫۷۳	۰٫۰۱۴	$۵٫۷۵ \times 10^4$	۰	$۴٫۰۲ \times 10^4$	$۲٫۳۱ \times 10^4$	$۳٫۲ \times 10^5$
	۵۰	-	۵۰	۰٫۱۲۴	۰٫۸۰	۰٫۰۱۷	$۴٫۰۷ \times 10^4$	$۶٫۳ \times 10^4$	۰	$۲٫۱۳ \times 10^4$	$۶٫۱ \times 10^5$
۵۰	۵۰	-	۰٫۱۱۷	۱٫۰۷	۰٫۰۲۵	$۲٫۶۵ \times 10^4$	$۹٫۷ \times 10^4$	$۵٫۴۲ \times 10^4$	۰	$۱٫۰۸ \times 10^5$	



شکل ۹. توزیع نیروی کنترلی بیشینه در طبقات مدل سازه‌ی دارای سه زیرسیستم، در حالتی که سیستم کنترلی یکی از زیرسازه‌ها از کار بیفتد و حالات بدون کنترل و کنترل کامل با پارامترهای  $\rho = 0$ ،  $\eta = 5 \times 10^4$  و  $e_x = e_y = 0$ .

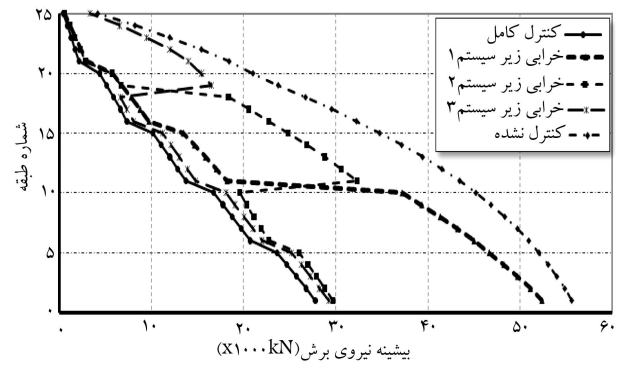
می‌شود و هر قدر میزان کنترل اعمال شده به سازه بیشتر باشد آسیب بیشتر خواهد بود.

شکل‌های ۶ و ۸ نشان‌دهنده تغییرات نیروی برشی بیشینه در طبقات برای دو حالت تعریف شده در زیرسیستم‌ها هستند. چنان که مشاهده می‌شود در زیرسیستم‌هایی که از کار افتاده‌اند، نیروی برشی به شدت افزایش یافته و حتی در برخی موارد بیش از نیروی برشی در حالت بدون کنترل شده است. در شکل‌های ۷ و ۹ نیز تغییرات بیشینه نیروی کنترلی اعمالی در طبقات نمایش داده شده است. نیروی کنترل در زیرسیستم‌هایی که سیستم کنترل در آن‌ها از کار افتاده برابر صفر است. این امر تأثیری مضاعف بر مقادیر نیروی کنترلی در سایر زیرسیستم‌ها داشته و سبب کاهش مقادیر آن‌ها شده است.

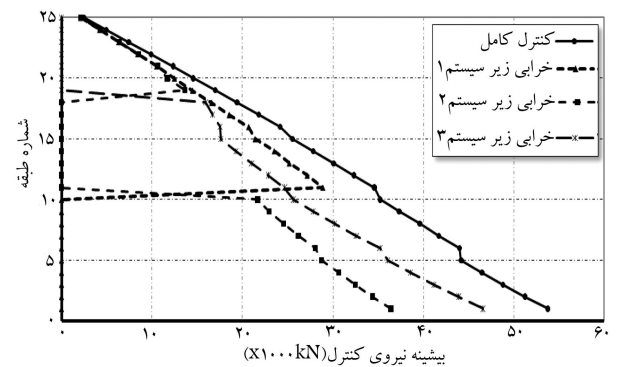
## ۶. نتیجه‌گیری

در این مطالعه نسبت به ارائه الگوریتم‌هایی برای کنترل نامتمرکز مدل‌های سه بعدی سازه‌های بلند برشی اقدام شد. عملکرد الگوریتم‌های ارائه شده با مقایسه نتایج به دست آمده از حل چند مثال عددی کاملاً محدود به لحاظ تعداد مدل‌های سازه‌ی و نیز رکوردهای زلزله مورد استفاده بوده و مقایسه آن‌ها با حالت متمرکز مورد بررسی قرار گرفت. الگوریتم‌های پیشنهادی مبتنی بر حل مستقیم هر زیرسیستم سازه‌ی است، و اثرات ناشی از عدم کارکرد سیستم‌های کنترل هر زیرسازه بر رفتار کلی سازه مورد بررسی قرار گرفت. در بررسی‌های عددی مشخص شد که نتایج حالت مربوط به کنترل نامتمرکز در زیرسازه‌ها بسیار نزدیک به نتایج مربوط به حالت کنترل متمرکز است. در مدل‌های سازه‌ی سه بعدی، دو درجه آزادی انتقالی  $x$  و  $y$  و یک درجه آزادی دورانی برای هر کف در نظر گرفته شده است. مطالعات انجام شده نشان‌گر آن است که در کنترل نامتمرکز مدل‌های سازه‌ی در نظر گرفته شده، تغییر تعداد طبقات هر زیرسیستم و تعداد زیرسیستم‌ها تفاوت چندانی در نتایج حاصله ایجاد نمی‌کند. همچنین دیده شد که در حالت کنترل با بازخورد جابه‌جایی و سرعت و تغییرات مثبت  $\rho$ ، مقدار جابه‌جایی و نیز جابه‌جایی نسبی طبقه‌ی (با مقدار نیروی کنترل کم‌تر) کاهش بیشتری می‌یابد.

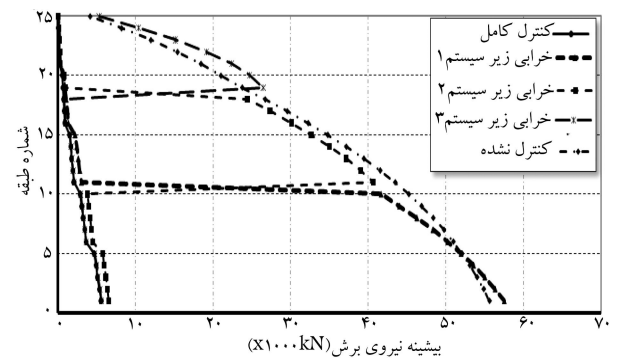
علاوه بر آن مشخص شد که در صورت وجود خروج از مرکزیت در طبقات باید از نیروی کنترل بیشتری برای کنترل حرکت‌های پیشگی سازه استفاده کرد. درخصوص نیروی کنترل مربوط به هر زیرسازه نیز با توجه به نتایج به دست آمده در این مطالعه‌ی



شکل ۶. توزیع نیروی برشی بیشینه‌ی طبقات مدل سازه‌ی دارای سه زیرسیستم؛ در حالتی که سیستم کنترلی یکی از زیرسازه‌ها از کار بیفتد در حالات بدون کنترل و کنترل کامل با پارامترهای  $\rho = 0$ ،  $\eta = 5 \times 10^3$  و  $e_x = e_y = 0$ .



شکل ۷. توزیع نیروی کنترلی بیشینه طبقات مدل سازه‌ی دارای سه زیرسیستم؛ در حالتی که سیستم کنترلی یکی از زیرسازه‌ها از کار بیفتد در حالات بدون کنترل و کنترل کامل با پارامترهای  $\rho = 0$ ،  $\eta = 5 \times 10^3$  و  $e_x = e_y = 0$ .



شکل ۸. توزیع نیروی برشی بیشینه در طبقات مدل سازه‌ی دارای سه زیرسیستم، در حالتی که سیستم کنترلی یکی از زیرسازه‌ها از کار بیفتد و حالات بدون کنترل و کنترل کامل با پارامترهای  $\rho = 0$ ،  $\eta = 5 \times 10^4$  و  $e_x = e_y = 0$ .

چنان که مشاهده می‌شود، اگر یکی از زیرسیستم‌های شماره ۱ تا ۳ از کار بیفتد پاسخ‌های سازه‌ی تشدید خواهد شد، و حتی امکان دارد مقادیر پاسخ‌ها از حالت بدون کنترل نیز فراتر رود. البته میزان تشدید وابسته به محل زیرسیستم‌ها یا مقدار کنترل اعمال شده خواهد بود. با بررسی نتایج ارائه شده در جدول ۷ می‌توان نتیجه گرفت که بیشترین صدمه و آسیب با از کار افتادن زیرسیستم‌های پایین‌تر به سازه وارد

با نیروی کنترل بیشتر است. یکی از مزایای اصلی نامتمرکز کردن سیستم کنترل در سازه، بالارفتن قابلیت اعتماد آن بوده، به طوری که در صورت از کار افتادن سیستم کنترل یکی از زیرسازه‌ها یا همه‌ی زیرسیستم‌ها به نحو لازم کنترل می‌شوند. بررسی بیشینه نیروهای برشی طبقات و بیشینه نیروی کنترل اعمالی نشان می‌دهد در حالتی که یکی از زیرسیستم‌های کنترل دچار خرابی و خاموشی شود، نیروی برشی در آن زیرسیستم افزایش می‌یابد و کارایی الگوریتم کنترل به طور کلی کاهش می‌یابد.

موردی، می‌توان با استفاده از توزیع خطی نیروی کنترل (نیروی کنترل کم‌تر در طبقات بالاتر) کارایی الگوریتم کنترل پیشنهادی را افزایش داد. یادآور می‌شود که در تمامی حالات، برای تأمین پایداری الگوریتم‌های کنترل از تابع لیاپانوف در تعیین تابع وزنی  $Q$  استفاده شده است، اگرچه این امر ممکن است منجر به کم‌ترین نیروهای کنترل مورد نیاز نشود. نتایج به دست آمده در حالتی که یکی از زیرسیستم‌ها از کار بیفتد، نشان‌دهنده‌ی عملکرد مناسب سیستم کنترل نامتمرکز در کنترل پاسخ سیستم هرچند

## پانویس

1. optimal classical control
2. instantaneous optimal control
3. pole assignment
4. sliding mode control
5. decentralized control
6. time delay
7. Switching super-plane
8. global reaching law
9. reference adaptive control theory model
10. gain matrix
11. sliding mode
12. reaching law
13. instantaneous optimal control
14. active tendons
15. active variable stiffness
16. active viscous damper
17. actuator
18. rotation

## منابع

1. Yao, J.T.P. "Concept of structural control", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **98**(7), pp. 1567-1574 (1972).
2. Yang, J.N. and Li, Z. "Instantaneous optimal control for linear, nonlinear and hysteretic structure-stable controllers", Technical Report NCEER-91-0026 (1991).
3. Ghaboussi, J. "Some applications of neural networks in structural engineering", *Proceedings, Structures Cong. 94 ASCE*, Atlanta, GA. (1994).
4. Soong, T.T. "Active structural control: Theory & practice", *Longman Scientific & Technical*, England (1990).
5. Jabbari, F.; Schmitendorf, W.E. and Yang, J.N. "H $\infty$  control for seismic-excited buildings with acceleration feedback", *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, (Sep. 1995).
6. Rofooei, F.R. and Tadjbakhsh, I.G. "Optimal control of structures with acceleration, velocity and displacement feedback", *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, **119**(10), (Oct. 1993).
7. Siljak, D.D. Vukcevic, M.B. "Decentralization, stabilization and estimation of large-scale linear systems", *IEEE Transactions on Automatic Control, AC.*, **21**, pp. 363-366 (1975).
8. Savastuk, S.V. and Siljak, E.D. "Optimal decentralized control", *Proc. Of American Control Conference*, Baltimore, Maryland (June 1994)
9. Wang, S.H. and Davison, E.J. "On the stabilization of decentralized control systems", *IEEE Trans. Autom. Control*, **18**, p. 473 (1973).
10. Yang, J.N.; Wu, J.C. and Agrawal, J. "Sliding mode control for nonlinear and hysteretic structures", *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, **121**(12), (Dec 1995).
11. Ryaciotaki-boossalis, H.A. "The use of decentralized control on the vibration suppression in large flexible dynamic systems", Maple Press (1988).
12. Dix, P.; Ozguner, U. and Gordon, R.W. "Decentralized control experiments on a truss structure", *Proc. of the 29th Conf. On Decision and Control*, Honolulu, Hawaii, (Dec. 1990).
13. Williams, T. and Xu, J. "Closed-loop grammians of flexible space structures", *Proc. of the 33rd Conf. On Decision and Control*, Lake Buena Vista, FL, (Dec 1994).
14. Hino, M.; Lwal, Z.; Mizumoto, L. and Kohzawa, R. "Active vibration control of a multi-degree-of-freedom structure by the use of robust decentralized simple adaptive control", *Proc. of the 1996 IEEE International Conf. On Control Applications*, Dearborn, Mi, (Sep. 1996).
15. Rofooei, F.R. and Monajemi-Nezhad, S. "Decentralized control of tall building", *Journal of Structural Design of Tall and Special Buildings*, **15**(2), pp. 153-170 (2005).
16. Monajemi-Nezhad, S. and Rofooei, F.R. "Decentralized sliding mode control of multistory buildings", *Journal of Structural Design of Tall and Special Buildings*, **16**, pp. 181-204 (2007).