

طراحی کنترل‌کننده‌ی غیرمتمرکز H_2/LQG با سیستم بازخورد بی‌سیم برای یک پل معلق ترکه‌یی تحت بارگذاری لرزه‌یی

تورج تقی‌خانی (استادیار)

آرش یگانه‌فلاح* (دانشجوی کارشناسی ارشد)

دانشکده‌ی مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

در کنترل فعال و نیمه‌فعال سازه‌های بزرگ‌مقیاس، مرتبه‌ی بالای مدل کنترلی موجب افزایش عملیات عددی، زمان محاسبات و تأخیر پاسخ کنترلی می‌شود. سیستم بازخورد بی‌سیم در این سازه‌ها، ضمن اینکه دارای هزینه‌ی کم‌تر نصب، سهولت تغییر آرایش و اعتمادپذیری بیشتری است، می‌تواند با بهره‌گیری از راهبردهای کنترلی مناسب جایگزین سیستم بازخورد کابلی شود و سبب کاهش تأخیر زمانی بازخوردها شود.

در این راستا، این نوشتار به مطالعه‌ی راهبردهای کنترلی غیرمتمرکز برای استفاده در سیستم بازخورد بی‌سیم یک پل معلق ترکه‌یی می‌پردازد. ابتدا مدل کاهش مرتبه‌یافته‌ی پل به روش محدوده‌ی زمانی و بسامدی به دست آمده و سپس کنترل‌کننده‌ی غیرمتمرکز H_2/LQG برای این مدل به روش بهینه‌سازی نرم H_2 سیستم از طریق ماتریس ضرایب لاگرانژ ارائه و با فرض تأخیر زمانی بازخوردها، کارایی آن ارزیابی شده است.

واژگان کلیدی: کنترل غیرمتمرکز، تأخیر زمانی، پل معلق ترکه‌یی، کاهش مرتبه‌ی مدل، بزرگ‌مقیاس.

۱. مقدمه

در سال‌های اخیر، به‌کارگیری فناوری‌های کنترل لرزه‌یی سازه‌ها برای حفاظت آن‌ها در زمان وقوع زلزله یا بادهای شدید توجه زیادی را به خود جلب کرده‌اند. کنترل لرزه‌یی سازه‌ها شامل سه دسته‌ی اصلی کنترل غیرفعال، فعال، و نیمه‌فعال می‌شود. در راهبردهای کنترلی غیرفعال، انرژی لرزه‌یی به‌وسیله‌ی میراگرها، جذب، و یا منعکس می‌شود. در سیستم کنترلی فعال از محرک‌های بزرگ برای اعمال مستقیم نیروی کنترل استفاده می‌شود، اما در سیستم کنترلی نیمه‌فعال ابزار کنترل برای اعمال غیرمستقیم نیروی کنترل استفاده می‌شوند. سیستم کنترلی نیمه‌فعال به این دلیل که می‌تواند ضمن کنترل عملکرد سازه در حد مطلوب از انرژی کم‌تری برای رسیدن به اهداف کنترلی استفاده کند، مورد توجه بیشتری قرار گرفته است. از محرک‌های نیمه‌فعال می‌توان به محرک سختی متغیر فعال (AVS)^۱ و میراگرهایی که حاوی سیال‌های الکترورنولوژیکال (ER)^۲ یا مگنتورنولوژیکال (MR)^۳ هستند، اشاره کرد.

سیستم‌های فعال و نیمه‌فعال که هر دو مشتمل بر عملگرها^۴، حسگرها و کنترل‌کننده در سازه‌اند، از عملکرد هوشمندانه‌تری نسبت به تغییر شرایط سازه‌یی و محیطی در مقایسه با سیستم‌های غیرفعال برخوردارند. در این سیستم حسگرها

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۴/۱۳۸۹، اصلاحیه ۱۴/۱۳۹۰، پذیرش ۲۹/۱۳۹۰.

اطلاعات را از سازه در طول بارگذاری دینامیکی جمع‌آوری و به کنترل‌کننده ارسال می‌کنند تا پس از پردازش، دستور اعمال نیروی کنترلی مناسب به عملگرها ارسال و ارتعاشات سازه را کنترل کنند.

برای انتقال اطلاعات در زمان حقیقی^۵ از حسگرها به کنترل‌کننده، معمولاً کابل‌ها به‌منزله‌ی واصل ارتباطی استفاده می‌شوند. با وجود قابلیت اعتماد مناسب سیستم کابلی، اما زمان طولانی مورد نیاز برای نصب این سیستم‌ها، سخت‌بودن تغییر در آرایش سیستم پس از نصب شبکه‌ی کابل‌ها، هزینه‌ی بالای کابل‌ها و نصب آن‌ها از جمله معایبی‌اند که می‌توان نام برد. سازه‌های بزرگ‌مقیاس، مانند پل‌های معلق با دهانه‌های طولانی به آسانی نیاز به کیلومترها کابل دارند تا چنین سیستم‌هایی در آن‌ها نصب شوند. با وجود آمدن سیستم ارتباط بی‌سیم و تعبیه‌ی فناوری محاسبات^۶ در حسگرها، امکان جایگزینی سیستم‌های رایج کنترل (یعنی حسگرها، کابل‌های ارتباط‌دهنده‌ی بازخورد و کنترل‌کننده‌ها) با این نسل از حسگرهای هوشمند فراهم آمده است.^[۱،۲] بدین ترتیب از ترکیب حسگرها با سیستم ارتباط بی‌سیم و تعبیه‌ی فناوری محاسبات در آن‌ها حسگرهای بی‌سیم هوشمند پدید آمده‌اند که می‌توانند مسئولیت‌های حسگرها و کنترل‌کننده‌ها را برعهده گیرند. این حسگرها نه فقط به دریافت و ارسال اطلاعات با حسگرهای همسایه می‌پردازند، بلکه با انجام بخشی از عملیات پردازش تصمیم‌گیری‌های کنترلی را نیز انجام می‌دهند و سیگنال‌های کنترلی را به ابزارهای کنترل سازه ارسال می‌کنند. به‌کاربردن ارتباط بی‌سیم و حسگرهای

هوشمند سبب کاهش هزینه‌ها و افزایش قابلیت تغییر آرایش سیستم کنترل بازخورد در سازه شدند.^[۳]

پژوهشگران زیادی پژوهش‌های آزمایشگاهی مختلفی در مورد کنترل سازه‌ی بی‌سیم انجام داده‌اند، و به‌کار بردن حس‌گرهای هوشمند بی‌سیم در مدل‌های مختلف کنترل سازه و بازخورد در زمان حقیقی را بررسی کرده‌اند.^[۴] نتایج حاصل از این بررسی‌ها نشان داد که جایگزین کردن کابل‌ها به وسیله‌ی کانال‌های ارتباطی بی‌سیم سبب محدودیت‌هایی در حجم اطلاعات ارتباطی، ایجاد تأخیر در بازخورد و امکان از دست دادن اطلاعات می‌شوند، که تأخیر در بازخورد سبب کاهش عملکرد سیستم کنترلی می‌شود.^[۲] در حالت کلی در سیستم‌های کنترل بازخورد بزرگ‌مقیاس، بدون توجه به نوع سیستم ارتباطی (کابلی یا بی‌سیم)، تأخیر زمانی امری عادی است. معمولاً برای حل این مشکلات از راهبرد کنترل غیرمترکز به جای کنترل متمرکز استفاده می‌شود. کنترل غیرمترکز معمولاً زمانی به‌کار گرفته می‌شود که در دسترس‌ی به بازخورد پاسخ سازه برای تصمیم‌گیری کنترلی مشکلی وجود داشته باشد. در سیستم کنترل غیرمترکز، سازه به زیرسازه‌هایی تقسیم و هر زیرسیستم، کنترل‌کننده‌ی مربوط به خود را دارد و این کنترل‌کننده‌ها از حس‌گرهای زیرسیستم‌های مربوط به حوزه‌ی خود و یا زیرسیستم همسایه سیگنال دریافت می‌کنند تا تصمیم کنترلی را در مورد زیرسیستم خود بگیرند. اما در سیستم کنترل متمرکز فقط یک کنترل‌کننده وجود دارد که از تمام حس‌گرهای نصب‌شده بر روی سازه سیگنال دریافت می‌کند و خود به‌تنهایی تصمیم کنترلی مناسب را اتخاذ می‌کند. برای هر دو نوع شبکه‌ی ارتباطی (کابلی و بی‌سیم) در کنترل سازه، غیرمترکزسازی سبب کاهش ترافیک کانال‌های ارتباطی، افزایش سرعت دریافت اطلاعات، زمان تأخیر کوتاه‌تر در بازخوردها، و نیاز کم‌تر به انتقال حجم‌های بزرگ اطلاعات می‌شود. برخلاف سیستم کنترل متمرکز که با از کارافتادن کنترل‌کننده‌ی کل سیستم کنترلی فلج می‌شود، سیستم کنترل غیرمترکز این ریسک را از میان برمی‌دارد.

مطالعات زیادی از سوی پژوهشگران مختلف در زمینه‌ی الگوریتم‌های سیستم‌های کنترل غیرمترکز انجام شده است. از جمله‌ی این مطالعات می‌توان به بررسی‌های آزمایشگاهی و نظری، در مورد الگوریتم‌های H_∞ ، LQR که با استفاده از نظریه‌های لوز و سیلجک^۷ و با در نظر گرفتن تأخیر زمانی انجام شده است، اشاره کرد.^[۴] همچنین پژوهشی در مورد الگوریتم کنترلی غیرمترکز H_∞ به روش همجایی از طریق نامعادله‌های خطی ماتریسی با در نظر گرفتن تأخیر زمانی انجام شده است و به نتایج موفقیت‌آمیزی در این زمینه رسیده است.^[۳] پژوهشگران مختلف روش‌های دیگری را نیز بررسی کرده‌اند که هر کدام دارای خصوصیات ویژه‌ی هستند. از جمله روش‌هایی که برای کنترل غیرمترکز H_2/LQG ارائه شده است، می‌توان به استفاده از ماتریس ضرایب لاگرانژ در کمینه‌سازی تابع ارزش سیستم و یا روش فوق با در نظر گرفتن حدود برای دامنه‌ی قطب‌های سیستم اشاره کرد.^[۵] یکی دیگر از مشکلاتی که در کنترل سازه‌های بزرگ‌مقیاس وجود دارد، محدودیت‌هایی در حافظه و زمان طولانی پردازش مدل شبیه‌سازی شده به دلیل مرتبه‌ی بالای مدل کنترلی این نوع از سازه‌هاست. برای اینکه بتوانیم در شبیه‌سازی رفتار این سازه‌ها و طراحی کنترل‌کننده برای آن‌ها به درستی عمل کنیم، لازم است روشی برای کاهش عملیات محاسباتی یا کاهش مرتبه‌ی مدل این‌گونه سازه‌ها انجام شود. این روش باید به‌گونه‌ی باشد که مدل کاهش یابد، در حالی که خصوصیات مدل اصلی نظیر انفعال^۸ و پایداری^۹ را حفظ کند و رفتار مدل اصلی را با دقت مناسب تخمین بزند.^[۶]

معادلات حرکت یک سازه بزرگ‌مقیاس در فضای حالت به صورت یک سیستم خطی مستقل از زمان^{۱۰} مدل می‌شود. برای این نوع از مدل دو نوع روش عمومی

کاهش مرتبه وجود دارد: اولین روش بر پایه‌ی تجزیه‌ی تک‌مقدارها (SVD)^{۱۱} است که یکی از پرکاربردترین و معروف‌ترین روش‌های این گروه (TBR)^{۱۲} است و پژوهشگران علم کنترل برای اولین بار در دهه‌ی ۸۰ آن را بیان کردند. این روش بر پایه‌ی حذف حالت‌هایی^{۱۳} از معادله‌ی حالت است که دارای کم‌ترین تأثیر در رفتار سیستم‌اند و برای سیستم‌هایی با اندازه‌ی متوسط مناسب است. دومین روش بر پایه‌ی گشتاور تطبیقی^{۱۴} است و معروف‌ترین روش این گروه، روش کر بلاو^{۱۵} است. این روش که از اواسط دهه‌ی ۹۰ شروع و توسعه یافته است، به مسئله‌ی کاهش مرتبه‌ی مدل از دیدگاه ریاضی نگاه می‌کند و تنها روش موجود برای سیستم‌های بزرگ‌مقیاس با مرتبه‌ی بسیار بالا (صدها هزار) است.^[۶]

این مطالعه به ارائه‌ی یک سیستم کنترلی با الگوریتم غیرمترکز H_2/LQG برای یک پل معلق ترکیبی (که از بازخورد بی‌سیم بهره می‌برد) پرداخته است. دلیل انتخاب این سازه: مقیاس بزرگ آن، نرمی بسیار زیادش که سبب مورد توجه قرار گرفتن کنترل رفتار آن می‌شود، و تأخیر زمانی قابل ملاحظه در بازخوردهای سیستم کنترل‌کننده‌ی آن است. ابتدا مرتبه‌ی مدل کنترلی پل به دلیل بزرگی مقیاس در بازه‌ی تعیین شده‌ی بسامد مودهای حاکم بر رفتار پل و مدت زمان معمول بارگذاری لرزه‌ی کاهش داده شد. سپس کنترل‌کننده‌ی غیرمترکز H_2/LQG به روش بهینه‌سازی نرم H_2 سیستم از طریق ضرایب ماتریس لاگرانژ برای مدل کاهش‌داده‌ی طراحی و پاسخ‌های آن با مدل سیستم‌های کنترلی متمرکز تحت بارگذاری زلزله مقایسه شد.

در مرحله‌ی بعد، تأخیر زمانی در بازخوردها اعمال شد و پاسخ سازه با کنترل‌کننده‌های متمرکز و غیرمترکز H_2/LQG و لحاظ کردن تأخیر زمانی به دست آمد و با پاسخ‌های سازه‌ی حالت قبل که تأخیر زمانی در طراحی آن‌ها در نظر گرفته نشده بود، مقایسه شد. مقایسه‌ی پاسخ سازه در حالات فوق‌بیشترین کاهش را در بیشتر پارامترها در مدل‌های کنترلی غیرمترکز و در شرایط وجود تأخیر زمانی در بازخوردها از خود نشان داد.

۲. کاهش مرتبه‌ی مدل در محدوده‌ی زمانی و بسامدی

این سیستم کنترلی را در نظر بگیرید (رابطه‌ی ۱):

$$\sum : \begin{cases} \sigma x(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (1)$$

برای سادگی آن (رابطه‌ی ۱) را به صورت رابطه‌ی ۲ بیان می‌کنیم:

$$\sum = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \in R^{(n+p) \times (n+m)} \quad (2)$$

که مدل کاهش‌یافته‌ی آن به شکل رابطه‌ی ۳ بیان می‌شود:

$$\sum^{\wedge} = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{bmatrix} \in R^{(r+p) \times (r+m)} \quad (3)$$

در سیستم کاهش داده‌شده (رابطه‌ی ۳) باید $n >> r$ باشد. در روابط ۱ تا ۳، A ماتریس حالت سیستم، B ماتریس متناظر ورودی‌های سیستم، C ماتریس متناظر با خروجی‌های سیستم، و D ماتریس میانبر بین ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم، n بعد ماتریس A و r بعد ماتریس کاهش‌یافته‌ی A ، یعنی \hat{A} است. m متناظر با تعداد ورودی‌های سیستم کنترلی، و p متناظر با تعداد خروجی‌های سیستم کنترلی

برای کاهش دادن مدل به روش فوق طول تقریبی بازه اعمال بارگذاری دینامیکی است.

حال با داشتن رابطه‌های ۱۱ و ۱۲، می‌توان مرتبه‌ی سیستم کنترلی را طبق این روند کاهش دهیم:

۱. تعیین گرامیان‌های W_o و W_c از رابطه‌ی ۴ برای (A, B, C) داده شده.
۲. تعیین $W_o(T, \omega)$ و $W_c(T, \omega)$ از رابطه‌ی ۸ که در آن T نمایانگر بازه‌ی زمانی $[t_1, t_2]$ و Ω نمایانگر بازه‌ی بسامدی $[\omega_1, \omega_2]$ است.
۳. حال با به دست آوردن $W_o(T, \Omega)$ و $W_c(T, \Omega)$ ، تک‌مقدارهای هنکل از رابطه‌ی ۵ به دست می‌آیند؛ لذا می‌توان مدل کاهش یافته‌ی (A_r, B_r, C_r) را با حذف حالت‌های متناظر با مقادیر کوچک‌تر تک‌مقدارهای هنکل به دست آورد. که در آن، ماتریس حالت سیستم کاهش مرتبه یافته، B_r ماتریس متناظر ورودی‌های سیستم کاهش مرتبه یافته، و C_r ماتریس متناظر خروجی‌های سیستم کاهش مرتبه یافته هستند.

خطای تقریب که بین سیستم اصلی و سیستم کاهش داده شده وجود دارد، به صورت نرم بی‌نهایت از اختلاف تابع تبدیل سیستم اصلی و تابع تبدیل سیستم کاهش داده بیان می‌شود. مرز یا حد خطای این تقریب به صورت دو برابر مجموع تک‌مقدارهای هنکل باقی مانده است و به شکل رابطه‌ی ۹ بیان می‌شود: [۴]

$$\|G - G_{red}\|_{\infty} \leq 2 \sum_{i=r+1}^n \sigma_i \quad (9)$$

که σ_i تک مقدار هنکل i ام و r مرتبه‌ی سیستم کاهش داده می‌باشد.

۳. الگوریتم کنترلی غیرمتمرکز H_2/LQG با در نظر گرفتن تأخیر زمانی

۳.۱. در نظر گرفتن تأخیر زمانی در سیستم کنترلی

سیستم کنترلی در رابطه‌ی ۱۰ را در نظر بگیرید که از تبدیل معادلات حرکت به معادلات حالت به دست آمده است. این سیستم در زمان پیوسته تعریف شده است.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z(t) &= C_1 x(t) + D_{11} w(t) + D_{12} u(t) \\ y(t) &= C_2 x(t) + D_{21} w(t) + D_{22} u(t) \end{aligned} \quad (10)$$

در این سیستم، x متغیر حالت، z متغیر ارزیابی سیستم، w متغیر اندازه‌گیری، u و y به ترتیب بردارهای ورودی تحریکات و نیروی کنترل این سیستم، B_1 ماتریس متناظر با ورودی تحریکات، B_2 ماتریس متناظر با نیروی کنترل، C_1 و C_2 ماتریس‌های متناظر با متغیرهای ارزیابی و اندازه‌گیری، D_{11} و D_{12} ماتریس‌های ارتباطی بین متغیرهای ارزیابی به تحریکات و نیروی کنترل، D_{21} و D_{22} ماتریس‌های ارتباطی بین متغیرهای اندازه‌گیری به تحریکات و نیروی کنترل هستند. با در نظر گرفتن Δt به عنوان بازه‌های اندازه‌گیری، معادله‌ی ۱۰ را می‌توان از زمان پیوسته به زمان گسسته تبدیل کرد. [۳]

$$\begin{aligned} x[k+1] &= A_d x[k] + B_{1d} w[k] + B_{2d} u[k] \\ z[k] &= C_{1d} x[k] + D_{11d} w[k] + D_{12d} u[k] \\ y[k] &= C_{2d} x[k] + D_{21d} w[k] + D_{22d} u[k] \end{aligned} \quad (11)$$

است. \hat{A} ، \hat{B} ، \hat{C} و \hat{D} ماتریس‌های تشکیل دهنده‌ی سیستم کنترلی کاهش داده‌اند که این ماتریس‌ها متناظر با ماتریس‌های سیستم کاهش نیافته‌اند.

برای کاهش دادن مرتبه‌ی مدل در محدوده‌ی زمانی و بسامدی لازم است گرامیان‌های کنترل پذیری و مشاهده پذیری در محدوده‌ی زمانی و بسامدی مشخص شده به دست آیند و با کمک این گرامیان‌ها تک‌مقدارهای هنکل 16 محاسبه شوند و حالت‌های متناظر با مقادیر کوچک تک‌مقدارهای هنکل حذف شوند. این حالت‌ها دارای کم‌ترین تأثیر در رفتار سیستم‌اند. [۸]

گرامیان‌های کنترل پذیری و مشاهده پذیری با معادله‌ی لیاپانوف 17 ، بدون هیچ محدودیتی در زمان و بسامد به صورت رابطه‌ی ۴ تعریف می‌شوند: [۷]

$$\begin{aligned} AW_c + W_c A^T + BB^T &= 0 \\ A^T W_o + W_o A + C^T C &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

در حالت A به صورت پایدار، گرامیان‌های W_o و W_c ماتریس‌هایی مثبت و معین هستند، و یا به عبارت دیگر سیستم کنترل پذیر و مشاهده پذیر است. کنترل پذیر بودن سیستم در فضای مودال به این معنی است که محرک‌های نصب شده در سیستم (سازه)، تمام مودهای سیستم (سازه) را تحریک کند و مشاهده پذیر بودن سیستم در فضای مودال به این معنی است که حس‌گرهای نصب شده در سیستم (سازه) تمام مودهای سازه را مشاهده کنند. مقادیر ویژه حاصل ضرب گرامیان‌های کنترل پذیری و مشاهده پذیری مقادیر ثابتی‌اند که حتی با تبدیل مختصات هم ثابت می‌مانند. ریشه‌ی دوم این مقادیر (تک‌مقدارهای هنکل) از رابطه‌ی ۵ به دست می‌آیند: [۷]

$$\gamma_i = \sqrt{\lambda_i(W_c W_o)}, \quad i = 1, \dots, N \quad (5)$$

که در آن، λ_i نمایانگر i امین مقدار ویژه و N بعد گرامیان‌های کنترل پذیری و مشاهده پذیری است.

حال با به دست آمدن گرامیان‌های کنترل پذیری (W_c) و مشاهده پذیری (W_o)، می‌توان تابع گرامیان‌های کنترل پذیری و مشاهده پذیری را برحسب بسامد به صورت رابطه‌های ۶ و ۷ به دست آورد: [۷]

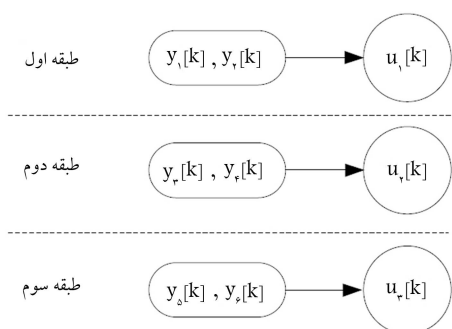
$$\begin{aligned} W_c(\omega) &= W_c S^*(\omega) + S(\omega) W_c \\ W_o(\omega) &= S^*(\omega) W_o + W_o S(\omega) \\ S(\omega) &= \frac{j}{\sqrt{\pi}} \ln((H^{-1})^* H) = \frac{j}{\sqrt{\pi}} \ln((A + j\omega I)(A - j\omega I)^{-1}). \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن، H تبدیل فوریه از e^{At} است و با $(A - j\omega I)^{-1}$ نشان داده می‌شود، و H^* مزدوج موهومی از ترانزپوزیته H است.

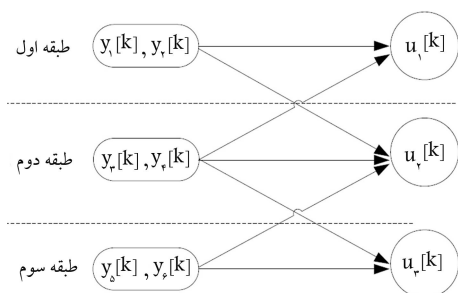
حال توابع دو پارامتری $W_c(t, \omega)$ و $W_o(t, \omega)$ را می‌توان با استفاده از توابع $W_c(\omega)$ و $W_o(\omega)$ از رابطه‌ی ۶ به صورت رابطه‌ی ۸ بیان کرد:

$$\begin{aligned} W_c(t, \omega) &= S(t) W_c(\omega) S^T(t) \\ W_o(t, \omega) &= S^T(t) W_o(\omega) S(t) \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن، $S(t) = e^{At}$ است. گرامیان‌ها سیستم را در بازه‌ی محدوده‌ی زمانی و بسامدی توصیف می‌کنند. با توجه به اینکه در سازه‌ها مجموع پاسخ مودهای حاکم بر سازه با دقت بسیار خوبی با پاسخ سازه‌ی تحت تأثیر بارهای مختلف دینامیکی برابری می‌کند، محدوده‌ی بسامدی متناظر با این مودها به منزله‌ی بازه‌ی بسامدی برای کاهش دادن مدل متناظر با سازه به کار گرفته می‌شود. بازه‌ی زمانی در نظر گرفته شده



شکل ۱. سیستم کنترلی کاملاً غیرمتمرکز در ساختمان سه طبقه.



شکل ۲. سیستم کنترلی غیرمتمرکز جزئی در ساختمان سه طبقه.

کننده‌ی به صورت رابطه‌ی ۱۴ در نظر گرفت.

$$\begin{aligned} \dot{x}_G &= A_G x_G + B_G y \\ u &= C_G x_G + D_G y \end{aligned} \quad (14)$$

با در نظر گرفتن بردار متغیرهای حالت، حلقه بسته‌ی این سیستم به صورت $\tilde{x} = (x^T, x_G^T)^T$ است که می‌توانیم آن را به صورت رابطه‌ی ۱۵ نشان دهیم:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= A_{cl} \tilde{x} + B_{cl} w \\ z &= C_{cl} \tilde{x} + D_{cl} w \end{aligned} \quad (15)$$

برای معرفی A_{cl} , B_{cl} , C_{cl} و D_{cl} لازم است ابتدا سیستم 1^0 را با فرض $D_{12} = 0$ ، به صورت رابطه‌ی ۱۶ معرفی کنیم و کنترل کننده را به صورت G نشان دهیم تا بتوانیم این ماتریس‌ها را به دست آوریم (رابطه‌های ۱۶ تا ۱۸):

$$\begin{aligned} \tilde{A} &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_G \end{bmatrix}, \tilde{B}_1 = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \tilde{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 & B_2 \\ I_{n_G} & 0 \end{bmatrix} \\ \tilde{C}_1 &= \begin{bmatrix} C_1 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{D}_{11} = D_{11}, \tilde{D}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & D_{12} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \tilde{C}_2 &= \begin{bmatrix} 0 & I_{n_G} \\ C_2 & 0 \end{bmatrix}, \tilde{D}_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ D_{21} \end{bmatrix} \\ G &= \begin{bmatrix} A_G & B_G \\ C_G & D_G \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} A_{cl} &= \tilde{A} + \tilde{B}_2 G \tilde{C}_2, & B_{cl} &= \tilde{B}_1 + \tilde{B}_2 G \tilde{D}_{21}, \\ C_{cl} &= \tilde{C}_1 + \tilde{D}_{12} G \tilde{C}_2, & D_{cl} &= \tilde{D}_{11} + \tilde{D}_{12} G \tilde{D}_{21} \end{aligned} \quad (18)$$

در این رابطه، k شماره‌ی گام زمانی است، و زیرنویس d اشاره به این دارد که متغیر مربوط به آن در زمان گسسته بیان شده است.

وجود یک گام زمانی تأخیر برای سیگنال‌های اندازه‌گیری شده توسط حس‌گرها فرض شده است (یعنی زمان تأخیر بازخورد برابر با Δt). این حالت معمولاً زمانی پیش می‌آید که بخش اصلی تأخیر زمانی بازخورد، تأخیر در ارسال و دریافت سیگنال‌ها باشد. بردار نویز حس‌گرها به صورت $v[k] \in R^{n_v \times 1}$ معرفی می‌شود. برای یک گام زمانی تأخیر و در نظر گرفتن نویز حس‌گرها، یک سیستم ساده در زمان گسسته به صورت رابطه‌ی ۱۲ تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} X_{TD}[k+1] &= A_{TD} X_{TD}[k] + B_{TD} \begin{bmatrix} y[k] \\ v[k] \end{bmatrix} \\ y_m[k] &= C_{TD} X_{TD}[k] + D_{TD} \begin{bmatrix} y[k] \\ v[k] \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} A_{TD} &= 0, & B_{TD} &= [I \ 0] \\ C_{TD} &= I, & D_{TD} &= [0 \ s_v I] \end{aligned} \quad (13)$$

ورودی‌های این سیستم، سیگنال‌های اندازه‌گیری شده‌ی اولیه‌ی $y[k]$ و نویز حس‌گرها $v[k]$ هستند و خروجی سیستم سیگنال‌های اندازه‌گیری شده با تأخیر به همراه نویز حس‌گرها $y_m[k]$ است که سیگنال‌های بازخورد برای تصمیم‌گیری کنترلی است که S_v ضریب سطح نویز حس‌گر می‌باشد که برای آسانی در فرمولاسیون فوق برای همه‌ی حس‌گرها این ضریب یکسان فرض شد؛ چنانچه این ضریب برای همه‌ی حس‌گرها یکسان نبود، می‌توانیم بردار متناظر این ضرایب را برای حس‌گرها در ماتریس واحد رابطه‌ی ۱۳ ضرب کنیم.^[۲] به این ترتیب تعداد متغیرهای حالت در این سیستم حلقه‌ی باز تشکیل شده از رابطه‌های ۱۱ و ۱۲ برابر با مجموع متغیرهای حالت دو رابطه‌ی ۱۱ و ۱۲ خواهد شد و ورودی این سیستم حلقه‌ی باز شامل تحریکات زمین و نوفه‌ی حس‌گرهاست.

۲.۳. تقسیم بندی سیستم‌های کنترلی غیرمتمرکز

سیستم کنترلی غیرمتمرکز، سیستمی است که در آن سازه را به تعدادی زیرسیستم تقسیم می‌کنند و سپس برای هر یک از این زیرسیستم‌ها یک کنترل کننده طراحی می‌کنند. برای طراحی یک سیستم کنترلی غیرمتمرکز ابتدا لازم است نوع این سیستم غیرمتمرکز مشخص شود. سیستم‌های کنترلی غیرمتمرکز را براساس سیستم بازخورد آن‌ها می‌توان به دو گونه‌ی سیستم کنترلی کاملاً غیرمتمرکز و سیستم غیرمتمرکز جزئی تقسیم کرد. در سیستم کنترلی کاملاً غیرمتمرکز، زیرسیستم‌ها هیچ‌گونه اشتراکی در بازخوردهای زیرسیستم‌های همسایه ندارند. اما در سیستم کنترلی غیرمتمرکز جزئی، زیرسیستم‌ها در بخشی از بازخوردهای زیرسیستم‌های همسایه اشتراک دارند. شکل ۱، یک سیستم کنترلی کاملاً غیرمتمرکز برای یک ساختمان سه طبقه، و شکل ۲ یک سیستم کنترلی غیرمتمرکز جزئی را برای همان ساختمان نشان می‌دهد.

۳.۳. سیستم کنترلی حلقه بسته

پس از تعیین نوع سیستم کنترلی غیرمتمرکز، برای طراحی آن لازم است سیستم حلقه‌ی بسته را برای رابطه‌ی 1^0 به دست آورد. برای این سیستم می‌توان کنترل

۴.۳. نرم H_2 سیستم

برای یک سیستم خطی مستقل از زمان (LTI) رابطه‌ی ۱۹ را در نظر بگیرید، نرم H_2 سیستم به صورت رابطه‌ی ۲۰ تعریف می‌شود: [۹]

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{12} u \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} y(t) &= C_2 x + D_{21} w \\ \|H\|_2^2 &= \int_0^\infty \text{trace} [h'_{zw}(t) h_{zw}(t)] dt = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty \text{trace} [H_{zw}^*(j\omega) H_{zw}(j\omega)] d\omega \end{aligned} \quad (20)$$

که در آن، H_{zw} ماتریس تبدیل سیستم و H_{zw}^* مزدوج ماتریس تبدیل است. اگر اغتشاشات ورودی سیستم $w(t)$ ، نویز سفید واحد باشد، به صورت رابطه‌ی ۲۱ توصیف می‌شود:

$$\begin{aligned} E[w(t)] &= 0 \\ E[w(t)w(t-\tau)] &= I\delta(\tau) \end{aligned} \quad (21)$$

که در آن، δ تابع دلتای دیراک است، به این ترتیب از رابطه‌ی ۲۰ می‌توانیم رابطه‌ی ۲۲ را به دست آوریم:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} E \left[\frac{1}{T} \int_0^T z(t)^T z(t) dt \right] = \|H\|_2^2 \quad (22)$$

به این ترتیب مشاهده می‌شود که نرم H_2 سیستم مجانب اندازه‌ی واریانس خروجی سیستم (یعنی مقدار ریشه‌ی متوسط مربعات (RMS) خروجی سیستم) با ورودی نویز سفید واحد است. که از رابطه‌ی ۱۹ داریم:

$$z'(t)z(t) = x' C_1' C_1 x + 2x' C_1' D_{12} u + u' D_{12}' D_{12} u$$

که این ترتیب بهینه‌سازی به روش H_2 و LQG یکسان می‌شود و از طرف دیگر نرم H_2 تابع تبدیل که در رابطه‌ی ۲۰ معرفی شد را می‌توان به صورت تئوری ۱ معرفی کرد.

تئوری ۱: نرم H_2 از $w \rightarrow z$ برای سیستم LTI حلقه‌ی بسته، سیستم ۱۵ برابر بی‌نهایت می‌شود؛ اگر A_{cl} ناپایدار باشد و یا $D_{cl} \neq 0$ باشد، در غیر این صورت رابطه‌ی ۲۳ را خواهیم داشت:

$$\|H\|_2^2 = \text{trace}(C_{cl} P C_{cl}^T) = \text{trace}(B_{cl}^T K B_{cl}) \quad (23)$$

که در آن، P و K به ترتیب گرامیان‌های کنترل‌پذیری و مشاهده‌پذیری برای سیستم حلقه‌ی بسته هستند.

۵.۳. طراحی کنترل‌کننده‌ی غیرمتمرکز H_2 /LQG به روش

بهینه‌سازی نرم H_2 سیستم از طریق ضرایب ماتریس لاگرانژ

برای سیستم خطی رابطه‌ی ۱۹ می‌توان کنترل‌کننده‌ی مانند رابطه‌ی ۱۷ در نظر بگیریم. کنترل‌کننده‌ی G دارای همان تعداد متغیرهای حالت سیستم حلقه‌ی باز است، (یعنی $A_G \in R^{n_G \times n_G}$ and $n_G = n_{oL}$). و به این ترتیب ماتریس کنترل‌کننده دارای ابعاد $G \in R^{(n_G+n_u) \times (n_G-n_y)}$ می‌شود.

برای طراحی کنترل‌کننده‌ی غیرمتمرکز، بازخورد غیرمتمرکز را می‌توان با ایجاد مدل‌های فضای خالی در ماتریس‌های کنترل‌کننده‌ی AG, B_G, C_G و D_G ایجاد کرد. برای این منظور سیگنال بازخورد y و نیروی کنترل u به N گروه تقسیم می‌شوند. و زمانی که تصمیم‌گیری در مورد نیروی کنترلی یک گروه صورت می‌پذیرد، فقط به سیگنال بازخورد متناظر آن گروه نیاز است. دو زیرسیستم ممکن است در سیگنال یک یا چند حس‌گر مشترک باشند که در این صورت کنترل از نوع غیرمتمرکز جزئی است. برای بیان کنترل‌کننده‌ی غیرمتمرکز مدل قطری بلوکی در آرایش کنترل‌کننده به کار می‌رود، به این ترتیب کنترل‌کننده به N کنترل‌کننده‌ی مستقل (G_I, G_{II}, \dots , and G_N) تبدیل می‌شود. [۳]

$$\begin{aligned} A_G &= \text{diag}(A_{G_I}, A_{G_{II}}, \dots, A_{G_N}) \\ B_G &= \text{diag}(B_{G_I}, B_{G_{II}}, \dots, B_{G_N}) \\ C_G &= \text{diag}(C_{G_I}, C_{G_{II}}, \dots, C_{G_N}) \\ D_G &= \text{diag}(D_{G_I}, D_{G_{II}}, \dots, D_{G_N}) \end{aligned} \quad (24)$$

همچنین N کنترل‌کننده‌ی مستقل را می‌توان به صورت روابط ۲۵ نشان داد:

$$\begin{cases} \dot{x}_{G_I} = A_{G_I} x_{G_I} + B_{G_I} y_I \\ u_I = C_{G_I} x_{G_I} + D_{G_I} y_I \\ \dots \\ \dot{x}_{G_N} = A_{G_N} x_{G_N} + B_{G_N} y_N \\ u_N = C_{G_N} x_{G_N} + D_{G_N} y_N \end{cases} \quad (25)$$

براساس تئوری ۱، نرم H_2 سیستم حلقه‌ی بسته توسط $\text{trace}(B_{cl}^T K B_{cl})$ به دست می‌آید، که K ماتریسی متقارن است و در رابطه‌ی زیر صدق می‌کند.

$$\begin{aligned} K(\tilde{A} + \tilde{B}_2 G \tilde{C}_2) + (\tilde{A} + \tilde{B}_2 G \tilde{C}_2)K \\ + (\tilde{C}_2 + \tilde{D}_{12} G \tilde{C}_2)^T (\tilde{C}_2 + \tilde{D}_{12} G \tilde{C}_2) = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

چنانچه ماتریس کنترل‌کننده‌ی G را با قیدهای آرایشی در نظر بگیریم که این کنترل‌کننده را به کنترل‌کننده‌ی غیرمتمرکز مورد نظرمان (G_d) تبدیل کند، به این ترتیب نرم H_2 سیستم را می‌توانیم به یک مسئله‌ی بهینه‌سازی مقید تبدیل کنیم. [۹]

$$\min J(G_d) = \|H_{zw}\|_2^2 = \text{trace}(\tilde{B}_1^T K \tilde{B}_1) \quad \text{and} \quad G_d \in S_f \quad (27)$$

البته در رابطه‌ی ۲۷ از \tilde{B}_1 به جای B_{cl} استفاده شد، زیرا در بیشتر این مسائل D_{21} برابر صفر است و B_{cl} برابر \tilde{B}_1 می‌شود. در رابطه‌ی ۲۷، S_f مجموعه‌ی از ماتریس‌هایی با آرایش از پیش تعیین شده هستند که پایداری سیستم حلقه‌ی بسته را حفظ می‌کنند. تابع لاگرانژی در رابطه‌ی ۲۸ را تعریف می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \ell(G_d, K, L) &= \text{trace}\{\tilde{B}_1^T K \tilde{B}_1\} \\ &+ [K(\tilde{A} + \tilde{B}_2 G_d \tilde{C}_2) + (\tilde{A} + \tilde{B}_2 G_d \tilde{C}_2)^T K \\ &+ (\tilde{C}_2 + \tilde{D}_{12} G_d \tilde{C}_2)^T (\tilde{C}_2 + \tilde{D}_{12} G_d \tilde{C}_2)] L \end{aligned} \quad (28)$$

حال با استفاده از محاسبات ماتریسی در رابطه‌ی ۲۸ می‌توانیم گرادیان تابع لاگرانژی

را نسبت به متغیرهایش L و K به دست آوریم:

$$\partial \ell / \partial G_d = 2(\ddot{D}_{12}^T \ddot{D}_{12} G_d \ddot{C}_2^T + \ddot{D}_{12}^T \ddot{C}_1 + \ddot{B}_2^T K) L \ddot{C}_2^T \quad (29)$$

$$\partial \ell / \partial L = K(\ddot{A} + \ddot{B}_2 G_d \ddot{C}_2) + (\ddot{A} + \ddot{B}_2 G_d \ddot{C}_2)^T K + (\ddot{C}_1 + \ddot{D}_{12} G_d \ddot{C}_2)^T (\ddot{C}_1 + \ddot{D}_{12} G_d \ddot{C}_2) \quad (30)$$

$$\partial \ell / \partial K = L(\ddot{A} + \ddot{B}_2 G_d \ddot{C}_2)^T + (\ddot{A} + \ddot{B}_2 G_d \ddot{C}_2) L + \ddot{B}_1 \ddot{B}_1^T \quad (31)$$

بنابراین، یک دسته از شرط‌های ضروری برای بهینه‌سازی با برابر قراردادن آن‌ها با صفر از رابطه‌های ۲۹ تا ۳۱ به دست می‌آیند که از این قرارند (رابطه‌ی ۳۲):

$$\partial \ell / \partial G_d = 0, \quad \partial \ell / \partial L = 0, \quad \partial \ell / \partial K = 0 \quad (32)$$

و علاوه بر این شروط $\ddot{A} + \ddot{B}_2 G_d \ddot{C}_2$ نیز باید پایدار باشد. حل مستقیم این معادلات غیرخطی کار آسانی نیست، اما دانستن اینکه با رعایت شروط $\partial \ell / \partial L = 0$ و $\partial \ell / \partial K = 0$ می‌تواند مفید واقع شود. برای یک G_d مشخص $\partial \ell / \partial G_d = 0$ همان گرادیان $\partial J / \partial G_d = 0$ می‌تواند معادله‌ی لیاپانوی مستقل از هم به ترتیب برای L و K هستند که به آسانی قابل حل هستند. بنابراین می‌توانیم نرم H_2 سیستم را با استفاده از روش‌های عددی بر پایه‌ی گرادیان بهینه کنیم.^[۹] روش کار به این صورت است:

۱. با یک کنترل‌کننده‌ی پایدارساز G_d ، معادلات لیاپانوی، (رابطه‌ی ۳۰): $\partial \ell / \partial L = 0$ و (رابطه‌ی ۳۱): $\partial \ell / \partial K = 0$ را حل می‌کنیم و به ترتیب ماتریس‌های L و K را به دست می‌آوریم.

۲. گرادیان $\partial J / \partial G_d = 0$ را با داشتن L و K محاسبه می‌کنیم.

۳. با به دست آمدن گرادیان $\partial J / \partial G_d = 0$ به یکی از روش‌های نزول سریع^[۱۸]، گرادیان مزدوج^[۱۹] و یا روش FBGS کوژی نیوتن^[۲۰]، G_d جدید را محاسبه می‌کنیم.^[۱۰]

۴. با محاسبه‌ی G_d جدید، ابتدا پایدار بودن سیستم با آن را بررسی می‌کنیم و چنانچه سیستم را ناپایدار سازد به مرحله‌ی سوم باز می‌گردیم و گام کوچک‌تری را انتخاب می‌کنیم و دوباره G_d جدید را به دست می‌آوریم؛ چنانچه پایدار بود، به مرحله‌ی یک باز می‌گردیم و اعمال فوق را تکرار می‌کنیم تا نرم H_2 سیستم به یک وضعیت ثابت برسد، یعنی اختلاف نرم H_2 یک مرحله با مرحله‌ی قبیل از یک میزان خطایی کوچک تر شود، به این ترتیب کنترل‌کننده‌ی غیرمتمرکز G_d را به دست می‌آوریم.

۴. مدل پل معلق ترکیبی

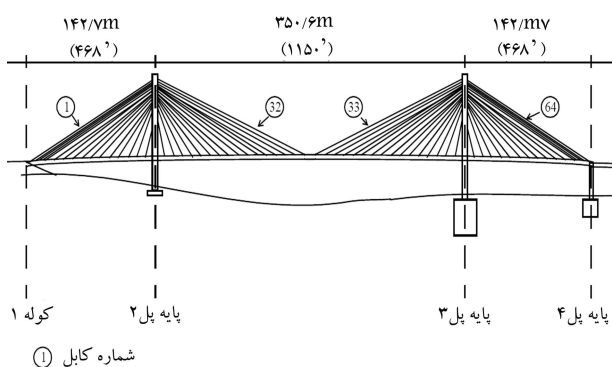
مدل مورد مطالعه، برگرفته از پل ترکیبی یادبود بیل امرسون^[۲۱] است که در میزوری آمریکا^[۲۲] در سال ۲۰۰۳ ساخت آن به اتمام رسید. مدل عددی این پل در دو فاز معرفی شد.^{[۱۱][۱۲]} این مدل به منظور ایجاد یک شاخص مقایسه‌ی^[۲۳] برای راهبردهای مختلف کنترلی بر روی پل‌های ترکیبی ارائه شد. آن‌ها پل را به صورت سه‌بعدی مدل کردند به گونه‌ی که تمام پیچیدگی‌های رفتاری آن نشان داده شود.

بر اساس شکل ۳، این پل شامل دو برج (یا پایه اصلی) است که در مجموع ۱۲۸ کابل را مهار کرده‌اند. دهانه‌ی اصلی پل ۳۵۰/۶ متر، دهانه‌های کناری ۱۴۲/۷ متر است. عرشه‌ی پل دارای چهار باند اصلی و دو باند باریک برای دو چرخه‌هاست که

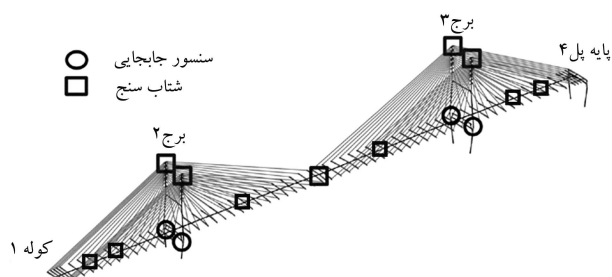
در مجموع دارای عرض کلی ۲۷/۳ m است. پایه‌ی دوم (۲ پل) دارای ارتفاعات ۱۰۲/۴ متر و پایه‌ی سوم (۳ پل) دارای ارتفاع ۱۰۸/۵ متر هستند. هر یک از این دو برج ۶۴ کابل را نگهداری می‌کنند.

در سیستم بازخورد این پل تعداد کل ۱۴ شتاب‌سنج و چهار حس‌گر جابجایی بر روی سیستم کنترلی در نظر گرفته شد. شکل ۴ محل این حس‌گرها را در پل نشان می‌دهد. حس‌گرهای جابجایی با دایره و شتاب‌سنج با مربع مشخص شده‌اند. تعداد ۲۴ عمل‌گر هیدرولیک در سازه‌ی پل برای اعمال نیروهای طولی (در جهت محور x) به‌کار گرفته شده است. ۸ عمل‌گر بین عرشه و پایه‌ی دوم، ۸ عمل‌گر بین عرشه و پایه‌ی سوم، تعداد ۴ عمل‌گر بین عرشه و تکیه‌گاه اول و چهار عمل‌گر بین عرشه و پایه‌ی چهارم در نظر گرفته شد. در شکل ۵، نحوه‌ی قرارگیری عمل‌گرها در یکی از پایه‌های وسطی را نشان می‌دهد.

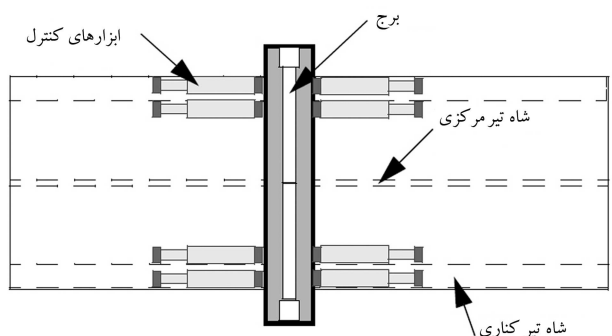
عمل‌گرهای هیدرولیک به‌کار گرفته شده دارای ظرفیت ۱۵۰۰ kN هستند و از نوع عمل‌گرهای فعال به‌شمار می‌آیند. در طراحی این مدل کنترلی از دینامیک عمل‌گرها صرف نظر شده است و عمل‌گرها به صورت ایده‌آل در نظر گرفته شده‌اند. معادله‌ی حاکم برای هر یک از این عمل‌گرهای هیدرولیک به صورت رابطه‌ی ۳۳



شکل ۳. پل یادبود بیل امرسون.



شکل ۴. محل قرارگیری حس‌گرها بر روی پل.



شکل ۵. نحوه‌ی قرارگیری عمل‌گرهای یکی از برج‌ها.

است:

$$y_f = D_a \times v \quad (33)$$

که در آن، $D_a = 150 \text{ kN/V}$ ، v ورودی ولتاژ متناظر با نیروی کنترل برای هر عملگر، و y_f نیروی تولیدشده در هر عملگر است. همان‌طور که مشاهده می‌شود این عملگرها در ولتاژ $v = 10$ به نیروی اشباع خود می‌رسند.

مدل کاهش‌یافته‌ی استاتیکی پل دارای 419 درجه‌ی آزادی است که معادله‌ی حرکت عمومی آن به صورت رابطه‌ی 34 تعریف می‌شود:

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = -M\Gamma\ddot{x}_g + \Lambda f \quad (34)$$

که در آن، U بردار پاسخ جابجایی سیستم، K, C, M ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی سازه هستند، f بردار ورودی نیروی کنترل، \ddot{x}_g شتاب طولی زمین، و Γ برداری از صفرو یک است که شتاب زمین را به درجات آزادی پل مربوط می‌سازد. Λ برداری است که نیروهای کنترلی ایجادشده با ابزار کنترل را به درجات آزادی پل مربوط می‌سازد. به این ترتیب این مدل دارای 838 متغیر حالت در مدل کنترلی خود است.

در مدل کنترلی دایک و همکارانش^[12] پیش از آنکه کنترل‌کننده برای مدل کنترلی طراحی شود؛ مدل کنترلی کاهش مرتبه‌یافته به دست آمد. برای این منظور ابتدا با یک تبدیل در متغیرهای فضای حالت سیستم را به حالت سیستم بالانس شده تبدیل کردند، و سپس مرتبه‌ی مدل را به روش تقریب انحراف منفرد 24 کاهش دادند و مدل کاهش داده‌ی با 60 متغیر حالت به دست آوردند.

دایک و همکارانش، در این شاخص مقایسه‌ی برای سنجش سیستم‌های کنترلی مختلف تعداد 18 معیار ارزیابی را معرفی کردند^[12] که شش معیار ابتدایی $J_1 - J_6$ مربوط به پاسخ‌های بیشینه‌ی پارامترهای مختلف می‌شوند، تمام این شش معیار ابتدایی به صورت نسبت این مقادیر بیشینه به مقادیر بیشینه‌ی اتفاق افتاده در حالت کنترل نشده بیان می‌شوند. معیارهای ارزیابی $J_7 - J_{11}$ مقادیر نرم پاسخ‌های پل هستند. البته تمام معیارهای مربوط به نرم‌ها نسبت به نرم‌های متناظر پاسخ‌های پل در حالت کنترل نشده بیان شدند. J_{12} بیشینه‌ی نیروی تولیدشده به وسیله‌ی عملگر نرمال شده به وزن سازه‌ی بالایی پل بیان می‌شود، J_{13} بیشینه‌ی ضربه‌ی ابزار کنترلی است که نسبت به بیشینه‌ی جابجایی رأس برج‌ها در حالت کنترل نشده بیان می‌شود، $J_{14} - J_{15}$ بیشینه‌ی توان آبی و کل توان مورد نیاز توسط عملگرها برای کنترل پل است و در نهایت $J_{16} - J_{18}$ تعداد عملگرها، حسگرها، و اندازه‌ی کنترل‌کننده را نشان می‌دهند. تمام معیارهای ارزیابی فوق به غیر از معیارهای پنجم، ششم، یازدهم و شانزدهم تا هجدهم در هر دو جهت طولی و عمودی بر محور پل ارزیابی می‌شوند.

۵. تغییرات اعمالی بر روی مدل سیستم کنترلی پل ترکیه‌یی

۱.۵. کاهش مرتبه‌ی مدل پل معلق ترکیه‌یی در محدوده‌ی زمانی و

بسامدی

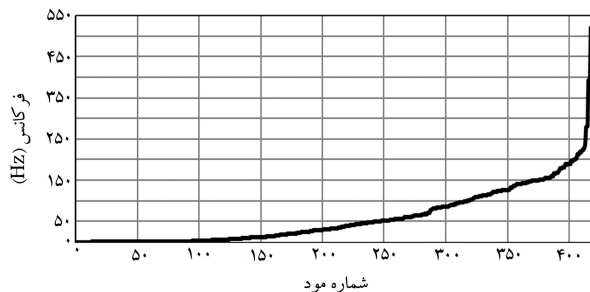
در روش به‌کار گرفته‌شده توسط دایک و همکارانش برای کاهش مرتبه‌ی مدل پل، تابع تبدیل مدل کاهش‌یافته در بسامدهای بالا از تابع تبدیل مدل کاهش‌نیافته فاصله می‌گیرد، این اختلاف به سبب تغییراتی که در ماتریس‌های حالت در رابطه‌ی 3 به خصوص ماتریس D ایجادشده است، پدید می‌آید. این اختلاف در تابع تبدیل‌ها سبب اختلاف در نرم H_2 کاهش‌یافته و کاهش‌نیافته در حالت حلقه‌ی بسته می‌شود.

این امر روش‌های طراحی با نرم H_2 را محدود می‌کند و طرح را ملزم به استفاده از روش‌هایی می‌کند تا این مشکل را برطرف سازد. برای حل این مشکل، روش کاهش مرتبه‌ی مدل در محدوده‌ی زمانی و بسامدی استفاده شد. برای استفاده از این روش ابتدا نیاز است تا بسامدهای حاکم بر سازه را تعیین کنیم. با توجه به اینکه در سازه‌ها مجموع پاسخ مودهای حاکم بر سازه با دقت بسیار خوبی با پاسخ سازه تحت تأثیر بارهای مختلف دینامیکی برابری می‌کند، محدوده‌ی بسامدی متناظر با این مودها به‌منزله‌ی بازه‌ی بسامدی برای کاهش دادن مدل متناظر با سازه به‌کار گرفته می‌شود. بازه‌ی زمانی در نظر گرفته‌شده برای کاهش دادن مدل به روش فوق، بازه‌ی تقریبی مدت اعمال بارگذاری دینامیکی است.

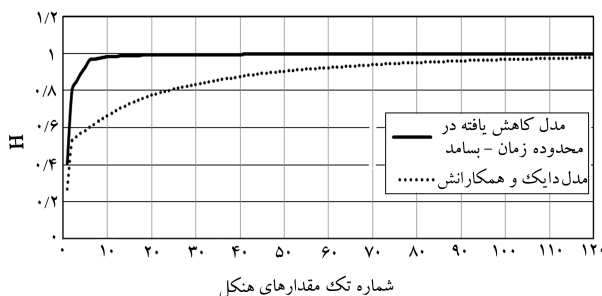
از آنجایی که پل ترکیه‌یی، سازه‌ی نرمی است؛ مودهای حاکم بر آن دارای بسامدهای کوچکی هستند و همان‌طور که در نمودار 1 نشان داده شده است، صد مود ابتدایی دارای بسامدهایی کوچک‌تر از 375 Hz هستند. به این ترتیب بازه‌ی بسامدی انتخاب‌شده با توجه به بسامدهای طبیعی صد مود ابتدایی در محدوده‌ی 0.2 هرتز تا 375 هرتز قرار گرفت. بازه‌ی زمانی با توجه به مدت زمان معمول زلزله‌ها صفر تا شصت ثانیه قرار داده شد و سپس مقادیر منفرد هنکل با استفاده از گرامیان‌های کنترل‌پذیری و مشاهده‌پذیری در محدوده‌ی زمانی و بسامدی فوق تعیین شد.

سپس نسبت تجمعی تک‌مقدارهای هنکل به مجموع کل آن‌ها به دست آمد، که در نمودار 2 این نسبت در مقابل هر یک شماره‌ی هر یک از تک‌مقدارهای هنکل برای مدل محدوده‌ی زمانی و بسامدی و مدل دایک و همکارانش^[12] نشان داده شده است.

در این نمودار می‌توان دید که تأثیر تک‌مقدارهای هنکل 30 م به بعد در نسبت مجموع‌ها بسیار جزئی است. به این ترتیب با کاهش مرتبه‌ی سیستم اصلی (G) به سی مرتبه ($r = 30$)، توانستیم سیستم کاهش داده‌شده (G_r) را به دست آوریم. همچنین در بررسی خطای تقریب با استفاده از رابطه‌ی 9 مشاهده شد که این خطا



نمودار ۱. بسامدهای طبیعی سازه و مودهای متناظر با آن‌ها.



نمودار ۲. نسبت تجمعی تک‌مقدارهای هنکل به مجموع کل آن‌ها.

مورد تحریکات ورودی سیستم و نوفه‌های اندازه‌گیری انجام دادند، تحریکات ورودی سیستم با فرض اینکه توزیع یکسانی داشته باشند ($S_w = S_{ww}I$)، و به صورت نوفه سفید بدون تغییر پردازش شوند، مدل شدند؛ و نوفه‌های اندازه‌گیری شده با فرض توزیع یکسان، به صورت نوفه‌های مستقل سفیدگوسی پردازش شدند و نسبت شدت تحریکات ورودی سیستم به شدت نوفه‌های اندازه‌گیری شده ۲۵ فرض شد ($S_{ww}/S_{v_i v_j} = \gamma = 25$). این نسبت به صورتی تعیین می‌شود که فیلتر کالمن بیوسی ۲۵ به صورت بهینه عمل کند و زمانی این اتفاق می‌افتد که نسبت شدت نوفه‌های اندازه‌گیری شده به شدت نوفه‌های ورودی سیستم برابر با ۴٪ باشد. به این ترتیب کنترل‌کننده‌ی با ۳۰ متغیر حالت طراحی شد و به صورت رابطه‌ی زیر معرفی شد:

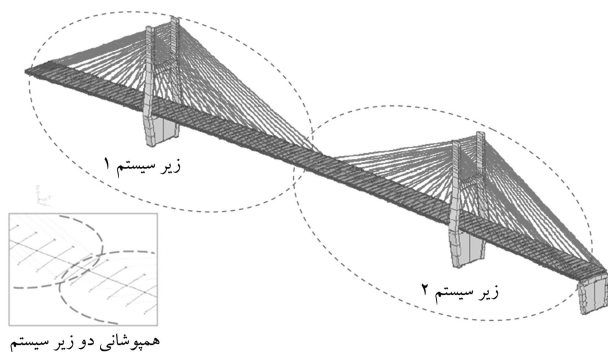
$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A_G \hat{x}(t) + B_G y(t) \\ u(t) &= C_G \hat{x}(t) \end{aligned} \quad (38)$$

که در آن، A_G ماتریس حالت کنترل‌کننده، B_G متناظر با سیگنال‌های حس‌گرها، و C_G متناظر با سیگنال نیروی کنترل است.

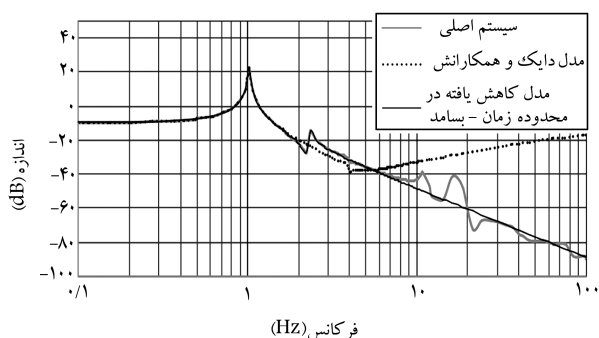
۳.۵. طراحی کنترل‌کننده‌ی غیرمتمرکز H_2/LQG

در طراحی کنترل‌کننده‌ی غیرمتمرکز، ابتدا مدل کنترلی را به دو زیرسیستم مطابق شکل ۶ تقسیم کردیم. این دو زیرسیستم دارای هم‌پوشانی در وسط دهانه‌ی اصلی و هر یک دارای ۱۰ حس‌گر از ۱۸ حس‌گر نصب‌شده روی پل هستند، در نتیجه دو حس‌گر مشترک وجود خواهد داشت. در محل هم‌پوشانی دو حس‌گر شتاب به‌نحوی قرار گرفتند که شتاب طولی و عمود بر جهت پل را اندازه‌گیری کنند.

هر یک از این زیرسیستم‌ها دارای ۱۲ عمل‌گر هیدرولیک از ۲۴ عمل‌گرند. آرایش بلوکی کنترل‌کننده‌ی این سیستم به صورت شکل ۷ نشان داده می‌شود. در این کنترل‌کننده هر یک از ماتریس‌های حالت کنترل‌کننده‌ی A_{G1} و A_{G2} ، ابعادی برابر با 15×15 دارند، ماتریس‌های B_{G1} و B_{G2} هر کدام متناظر با 10 حس‌گر از 18 حس‌گر کارگذاشته‌شده روی پل هستند، در نتیجه این دو ماتریس در دو ستون تحت سایه‌ی هم قرار می‌گیرند. در شکل ۷ ناحیه‌ی A ماتریس‌های B_{G1} و B_{G2} که دو بار هاشور خورده است، محل اشتراک دو حس‌گر را در کنترل‌کننده نشان می‌دهد که تحت عنوان هم‌پوشانی کنترل‌کننده‌های غیرمتمرکز است و این دو ماتریس ابعادی برابر با 15×10 دارند. ماتریس‌های C_{G1} و C_{G2} هر کدام متناظر با چهار سیگنال کنترلی هستند و ابعادی برابر 4×15 دارند، و در نهایت ماتریس‌های D_{G1} و D_{G2} هر کدام متناظر با 10 حس‌گرند که در نتیجه دو ستون از این دو ماتریس نیز در زیر هم قرار



شکل ۶. زیرسیستم‌ها و هم‌پوشانی زیرسیستم‌های تعیین‌شده در سازی پل.



نمودار ۳. نمودار بزرگای لگاریتمی تابع تبدیل جابجایی دو مدل کاهش مرتبه یافته و مدل اولیه.

بسیار ناچیز است که مقدار نرمال‌شده‌ی این خطا ۷٪ است. همچنین در نمودار ۳ که اندازه‌ی لگاریتمی تابع تبدیل را در بسامدهای مختلف برای تابع تبدیل‌های $G_{z \times d_{17}}$ نشان می‌دهد، به ترتیب تابع تبدیل سومین تحریک به جابجایی در محل عرشه و برج دوم است. در این نمودار به‌خوبی مشخص است که سیستم کاهش مرتبه‌ی یافته به روش دایک و همکارانش دارای اختلاف زیادی در تابع تبدیل‌ها در بسامدهای بالاست و همچنین این نمودارها انطباق خوب سیستم کاهش یافته به روش محدود‌دهی زمانی و بسامدی را با سیستم اولیه نشان می‌دهند. بزرگای لگاریتمی که در نمودارهای زیر با واحد dB معرفی شد، ۲۰ برابر لگاریتم اندازه‌ی تابع تبدیل در بسامدهای مختلف است.

مدل کاهش مرتبه‌ی یافته با استفاده از رابطه‌ی ۱۰ به صورت رابطه‌ی ۳۵ بازنویسی شد:

$$\begin{aligned} \dot{x}^r &= A_r x^r + B_{1r} u_g + B_{2r} u \\ z &= C_{1r}^z x^r + D_{11}^z u_g + D_{12}^z u \\ y_m &= C_{2r}^y x^r + D_{21}^y u_g + D_{22}^y u \end{aligned} \quad (35)$$

که در این رابطه $u_g = \begin{bmatrix} \ddot{U}_g \\ \dot{U}_g \end{bmatrix}$ است، یعنی تحریکات زمین شامل سرعت و شتاب است.

۲.۵. طراحی کنترل‌کننده‌ی متمرکز H_2/LQG

برای طراحی کنترل‌کننده‌ی متمرکز H_2/LQG شاخص عملکرد سیستم کنترلی به صورت رابطه‌ی ۳۶ عنوان می‌شود:

$$J = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} E \left[\int_0^{\tau} (z^T(t) Q z(t) + u^T(t)) dt \right] \quad (36)$$

این کنترل‌کننده با انتخاب شاخص عملکردی شتاب رأس برج‌ها را با ضریبی برابر $q = 1.7 \times 10^2$ وزن‌دهی می‌کند.

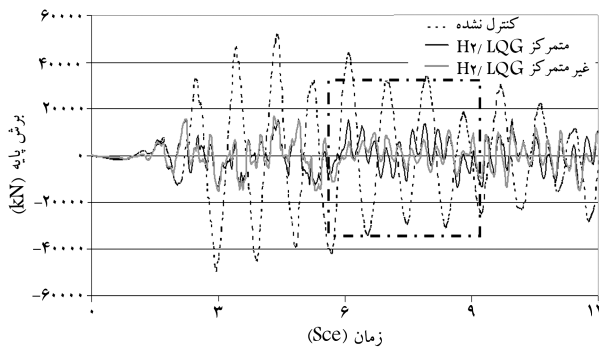
$$Q = C_{1acc} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times q \times C_{1acc} \quad (37)$$

که در آن، C_{1acc} شامل سطرهایی از C_1 است که متناظر با شتاب رأس برج‌ها در پارامترهای ارزیابی هستند. با توجه به فرضیاتی که دایک و همکارانش در

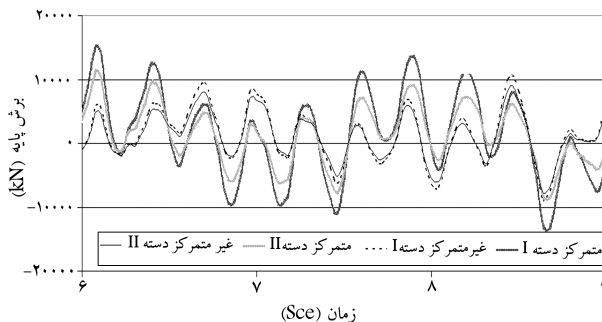
السنسترو^{۲۶} (۱۹۴۰) با نتایج حاصل از تحلیل مدل با کنترل‌کننده‌های متمرکز و غیرمتمرکزی که تأخیر زمانی در طراحی آن‌ها در نظر گرفته نشده باشد و همچنین حالت کنترل نشده مقایسه می‌شود و در نهایت جداول معیارهای ارزیابی برای این دو دسته از تحلیل‌ها تحت زلزله‌ی السنسترو (۱۹۴۰) نشان داده می‌شود.

نمودارهای ۴ و ۵ پاسخ حاصل از تحلیل را برای دو دسته از کنترل‌کننده‌ها نشان می‌دهد: دسته‌ی اول (*I*) کنترل‌کننده‌هایی که تأخیر زمانی فوق در طراحی آن‌ها در نظر گرفته نشده و دسته‌ی دوم (*II*) کنترل‌کننده‌هایی که تأخیرهای زمانی فوق در طراحی آن‌ها در نظر گرفته شده است. چیزی که در همه‌ی این نمودارها دیده می‌شود این است که بیشترین کاهش در پاسخ سازه، در مدل‌هایی با کنترل‌کننده‌های دسته‌ی *II* وجود دارد.

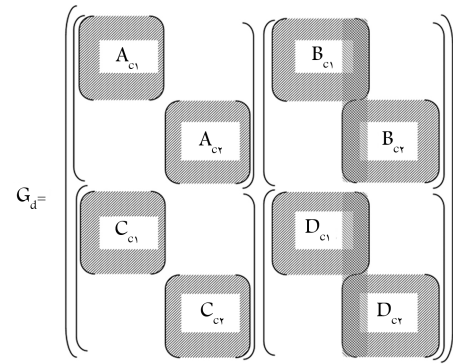
در مقایسه‌ی برش پایه‌ی حالات کنترل نشده و کنترل شده (نمودار ۴) مشاهده می‌شود که برش پایه در حالت کنترل شده کاهش خوبی از خود نشان می‌دهد. در نمودار ۵، بیشترین کاهش در برش پایه‌ی مربوط به مدلی با کنترل‌کننده‌ی غیرمتمرکز از دسته‌ی *II* است و کم‌ترین کاهش مربوط به مدلی با کنترل‌کننده‌ی متمرکز از دسته‌ی *I* است. رفتار در لنگر واژگونی نیز در مقایسه‌ی پاسخ‌ها در نمودارهای ۶ و ۷ مشابه رفتار آن‌ها در برش پایه است. در جدول ۱، معیارهای ارزیابی برای مدل با هر چهار کنترل‌کننده‌ی طراحی شده تحت زلزله‌ی السنسترو (۱۹۴۰) نشان داده شده است، یعنی دو کنترل‌کننده‌ی متمرکز و غیرمتمرکز از دسته‌ی *I* که در طراحی آن‌ها تأخیر زمانی‌ها در بازخورد در نظر گرفته نشده و دو کنترل‌کننده‌ی متمرکز و غیرمتمرکز دسته‌ی *II* که در طراحی آن‌ها تأخیر زمانی در بازخورد در نظر گرفته شده است.



نمودار ۴. مقایسه‌ی مدل کنترل نشده با مدل‌های کنترل شده توسط کنترل‌کننده‌های دسته‌ی *I* در برش پایه در جهت طولی پایه‌ی دوم.



نمودار ۵. مقایسه‌ی مدل‌های کنترل شده‌ی دسته‌ی *I* و *II* در برش پایه در جهت طولی پایه‌ی دوم.



شکل ۷. آرایش بلوکی کنترل‌کننده‌ی غیرمتمرکز با هم‌پوشانی در سیگنال دو حس‌گر.

می‌گیرند و همچنین هر کدام متناظر با چهار سیگنال کنترلی هستند و در نهایت هر کدام از این دو ماتریس دارای ابعادی برابر با 4×10 هستند. به‌آسانی دیده می‌شود که کنترل‌کننده‌ی فوق را می‌توان به صورت دو کنترل‌کننده‌ی جدا از هم نشان داد:

$$G_{d_i} = \begin{bmatrix} A_{G_i} & B_{G_i} \\ C_{G_i} & D_{G_i} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2. \quad (39)$$

حال با مشخص شدن آرایش کنترل‌کننده‌ی غیرمتمرکز (*Gd*)، نوبت به طراحی این کنترل‌کننده می‌رسد که این کار با تبدیل آرایش کنترل‌کننده‌ی متمرکز به صورت غیرمتمرکز (شکل ۷) انجام می‌شود و با استفاده از الگوریتم توضیح داده شده در بخش (۵.۳)، کنترل‌کننده‌ی غیرمتمرکز به دست می‌آید.

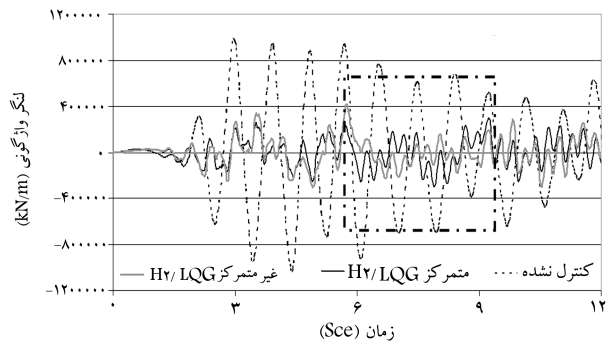
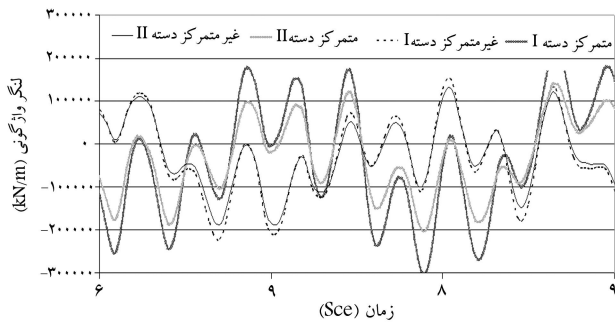
۴.۵. در نظر گرفتن تأخیر زمانی در کنترل‌کننده‌های متمرکز و غیرمتمرکز H_2/LQG

تأخیر زمانی بین فرستنده‌ها و گیرنده‌های بی‌سیم در حدود ۵ تا 10^6 میلی ثانیه است که به آن تأخیر ناشی از انتقال داده‌ها به کنترل‌کننده افزوده می‌شود که مقدار آن براساس حجم اطلاعات عبوری و سرعت انتقال داده‌ی متغیر است. مجموع این دو برابر کل تأخیر زمانی سیستم کنترلی می‌شود که بخش اعظم آن ناشی از زمان تأخیر در ارتباط است.

در نوشتار حاضر، زمان تأخیر در سیستم کنترلی متمرکز به دلیل اینکه حجم بزرگ‌تری از داده‌ها وجود دارد برابر با 10^{-3} ms و در حالت غیرمتمرکز برابر با 7×10^{-3} ms در نظر گرفته شد. سپس با استفاده از رابطه‌ی ۱۲ در سیستم‌های کنترلی معرفی شد. با این کار 30° متغیر فضای حالت جدید رابطه‌ی ۳۸ و 18° متغیر حالت جدید رابطه‌ی ۱۲ برای تأخیر زمانی در سیگنال حس‌گرها به دست آمد. سپس کنترل‌کننده‌های متمرکز و غیرمتمرکز H_2/LQG به صورتی که در دو قسمت قبل توضیح داده شد، برای سیستم کنترلی به دست آمده محاسبه شد و تأخیر زمانی در سیستم کنترلی آن در نظر گرفته شد.

۶. مقایسه‌ی نتایج حاصل از سیستم‌های کنترلی طراحی شده

در این قسمت نتایج حاصل از تحلیل مدل پل با کنترل‌کننده‌های متمرکز و غیرمتمرکز H_2/LQG در شرایطی که تأخیرهای زمانی 10^{-3} و 7×10^{-3} میلی‌ثانیه‌ی سیگنال‌های بازخورد حس‌گرها در طراحی این کنترل‌کننده‌ها در نظر گرفته شده باشد، تحت زلزله‌ی



نمودار ۷. مقایسه‌ی مدل‌های کنترل‌شده‌ی دسته‌ی I و II در لنگر واژگونی در حول محور طولی پایه‌ی دوم.

نمودار ۶. مقایسه‌ی مدل کنترل نشده با مدل‌های کنترل شده توسط کنترل کننده‌های دسته‌ی I در لنگر واژگونی در حول محور طولی پایه‌ی دوم.

جدول ۱. مقایسه‌ی معیارهای ارزیابی برای الگوریتم‌های کنترلی طراحی شده تحت زلزله‌ی السنترو (۱۹۴۰).

کنترل کننده‌ی مترکز I H_2/LQG	کنترل کننده‌ی غیرمترکز I H_2/LQG	کنترل کننده‌ی مترکز II H_2/LQG	کنترل کننده‌ی غیرمترکز II H_2/LQG	معیار ارزیابی	
۰٫۳۶۰۵	۰٫۳۳۴۸	۰٫۳۳۸۹	۰٫۳۳۴۴	$J_1 - X$	بیشینه‌ی برش پایه (x)
۱٫۱۱۲۶	۱٫۰۳۳۳	۱٫۰۳۷۸	۱٫۰۳۲۲	$J_1 - Z$	بیشینه‌ی برش پایه (z)
۱٫۲۳۰۳	۱٫۱۴۲۵	۱٫۱۳۹۷	۱٫۱۳۷۵	$J_2 - X$	بیشینه‌ی برش در سطح عرشه (x)
۱٫۰۴۶۲	۰٫۹۷۱۶	۰٫۹۷۷۸	۰٫۹۷۰۷	$J_2 - Z$	بیشینه‌ی برش در سطح عرشه (z)
۰٫۳۳۰۲	۰٫۳۰۶۶	۰٫۳۰۸۶	۰٫۳۰۴۵	$J_3 - X$	بیشینه‌ی لنگر پایه (x)
۱٫۱۹۲۰	۱٫۱۰۷۲	۱٫۱۱۰۶	۱٫۱۰۶۴	$J_3 - Z$	بیشینه‌ی لنگر پایه (z)
۰٫۶۳۴۶	۰٫۵۸۴۹	۰٫۵۹۶۱	۰٫۵۸۶۴	$J_4 - X$	بیشینه‌ی لنگر در سطح عرشه (x)
۱٫۰۹۸۰	۱٫۰۱۹۷	۱٫۰۱۴۲	۱٫۰۱۸۷	$J_4 - Z$	بیشینه‌ی لنگر در سطح عرشه (z)
۰٫۳۰۹۱	۰٫۲۸۷۱	۰٫۲۸۸۶	۰٫۲۸۵۵	J_5	بیشینه‌ی اختلاف کشش در کابل
۱٫۰۵۷۳	۰٫۹۸۱۹	۰٫۹۸۸۱	۰٫۹۶۶۵	J_6	بیشینه‌ی جابجایی در عرشه
۰٫۳۰۳۴	۰٫۲۸۱۸	۰٫۲۸۳۶	۰٫۲۷۰۶	$J_7 - X$	نرم برش پایه (x)
۱٫۱۰۳۰	۱٫۰۲۴۴	۱٫۰۳۲۸	۱٫۰۲۳۳	$J_7 - Z$	نرم برش پایه (z)
۱٫۴۹۲۲	۱٫۳۸۵۸	۱٫۳۸۷۶	۱٫۳۲۶۳	$J_8 - X$	نرم برش در سطح عرشه (x)
۱٫۰۶۳۶	۰٫۹۸۷۶	۰٫۹۹۱۸	۰٫۹۸۶۸	$J_8 - Z$	نرم برش در سطح عرشه (z)
۰٫۲۹۱۰	۰٫۲۷۰۲	۰٫۲۷۲۰	۰٫۲۶۱۶	$J_9 - X$	نرم لنگر پایه (x)
۱٫۰۹۴۰	۱٫۰۱۶۰	۱٫۰۱۲۴	۱٫۰۱۵۰	$J_9 - Z$	نرم لنگر پایه (z)
۰٫۶۴۶۳	۰٫۶۰۰۲	۰٫۶۰۴۰	۰٫۵۹۹۱	$J_{10} - X$	نرم لنگر در سطح عرشه (x)
۱٫۰۸۹۵	۱٫۰۱۱۸	۱٫۰۱۸۲	۱٫۰۱۰۸	$J_{10} - Z$	نرم لنگر در سطح عرشه (z)
۰٫۰۲۸۶	۰٫۰۲۵۶	۰٫۰۲۶۲	۰٫۰۲۶۴	J_{11}	نرم اختلاف کشش در کابل
۰٫۰۰۲۶	۰٫۰۰۲۵	۰٫۰۰۲۴	۰٫۰۰۲۳	$J_{12} - X$	بیشینه‌ی نیروی کنترلی (x)
۰٫۰	۰٫۰	۰٫۰	۰٫۰	$J_{12} - Z$	بیشینه‌ی نیروی کنترلی (z)
۰٫۶۷۷۱	۰٫۶۲۸۸	۰٫۶۳۲۸	۰٫۶۱۳۹	$J_{13} - X$	بیشینه‌ی ضربه‌ی عمل‌گر (x)
۰٫۰	۰٫۰	۰٫۰	۰٫۰	$J_{13} - Z$	بیشینه‌ی ضربه‌ی عمل‌گر (z)
۰٫۰۰۳۳	۰٫۰۰۳۱	۰٫۰۰۳۱	۰٫۰۰۲۹	$J_{14} - X$	بیشینه‌ی توان مصرفی (x)
۰٫۰	۰٫۰	۰٫۰	۰٫۰	$J_{14} - Z$	بیشینه‌ی توان مصرفی (z)
۰٫۰۰۰۵	۰٫۰۰۰۴	۰٫۰۰۰۴	۰٫۰۰۰۴	$J_{15} - X$	کل توان مصرفی (x)
۰٫۰	۰٫۰	۰٫۰	۰٫۰	$J_{15} - Z$	کل توان مصرفی (z)

۷. نتیجه‌گیری

در این نوشتار کارایی یک سیستم کنترلی با الگوریتم غیرمترکز H_2/LQG برای یک پل معلق ترکیبی که از بازخورد بی‌سیم بهره می‌برد، ارزیابی شد و به دلیل بزرگ‌مقیاس بودن سازه، مرتبه‌ی سیستم کنترلی نیز کاهش داده شد. نتایج نشان داد که استفاده از روش کاهش مرتبه‌ی مدل در محدوده‌ی زمانی و بسامدی برای مدل‌هایی که تعداد درجه‌های آزادی آن‌ها متوسط است و مودهای حاکم بر مدل دارای بازه‌ی بسامدی مشخصی هستند، می‌تواند روش مناسبی باشد و دارای دقت خوبی است.

طراحی کنترل‌کننده‌ی غیرمترکز H_2/LQG برای یک سازه‌ی بزرگ‌مقیاس با سیستم بازخورد حس‌گرهای بی‌سیم نشان داد که استفاده از روش بهینه‌سازی نرم H_2 سیستم از طریق ضرایب ماتریس لاگرانژ روش مناسبی برای به‌دست‌آوردن کنترل‌کننده‌ی غیرمترکز H_2/LQG است، زیرا در هرگام با به‌دست‌آوردن نرم بهینه‌ی H_2 سیستم و همین‌طور بررسی پایداری سیستم به کنترل‌کننده‌ی غیرمترکز نزدیک‌تر می‌شود و همچنین آرایش‌های مختلف بلوکی برای به‌دست‌آوردن کنترل‌کننده‌ی غیرمترکز در این الگوریتم به‌راحتی اعمال‌شدنی است. همچنین طراحی کنترل‌کننده با در نظر گرفتن تأخیر زمانی در بازخوردها کاهش بیشتری در پاسخ‌ها نسبت به حالات دیگری که تأخیر زمانی در طراحی کنترل‌کننده‌ها در نظر گرفته نشده باشد، از خود نشان می‌دهد.

همان‌طور که گفته شد، تأخیر زمانی در نظر گرفته شده در بازخوردها برای سیستم کنترلی مترکز بزرگ‌تر از تأخیر زمانی در نظر گرفته شده در بازخوردها برای سیستم کنترلی غیرمترکز بود، پاسخ مدل با کنترل‌کننده‌های دسته‌ی I ، یعنی کنترل‌کننده‌هایی که تأخیر زمانی در بازخورد در طراحی آن‌ها در نظر گرفته نشده است، نشان داد که مدل با کنترل‌کننده‌ی غیرمترکز دسته‌ی I پاسخ‌های سازه را بیشتر از مدل با کنترل‌کننده‌ی مترکز دسته‌ی I کاهش می‌دهد. طراحی کنترل‌کننده‌ها با در نظر گرفتن تأخیر زمانی موجود در بازخورد نیز سبب بهبود پاسخ‌ها شد که این مطلب نیز با مقایسه‌ی معیارهای ارزیابی حاصل از کنترل‌کننده‌ی مترکز و غیرمترکز H_2/LQG دسته‌ی I با معیارهای ارزیابی حاصل از کنترل‌کننده‌ی مترکز و غیرمترکز H_2/LQG دسته‌ی II قابل مشاهده است. در مجموع پاسخ‌های به‌دست‌آمده از کنترل‌کننده‌ی غیرمترکز H_2/LQG دسته‌ی II کاهش بیشتری نسبت به پاسخ دیگر کنترل‌کننده‌ها از خود نشان داد که به‌خوبی در معیارهای ارزیابی در سومین معیار از جدول ۱ (J-x, J-z) قابل مشاهده است.

به این ترتیب مشخص شد که حتی برای تأخیرهای زمانی کوچک در حدود ۱۰ میلی‌ثانیه نیز استفاده از کنترل‌کننده‌ی غیرمترکز که تأخیر زمانی کوچک‌تری در بازخوردها به خود اختصاص می‌دهد، می‌تواند رویکرد مناسبی باشد، و همین‌طور در نظر گرفتن تأخیر زمانی موجود در بازخوردها در طراحی کنترل‌کننده‌ها می‌تواند عامل مؤثری در کاهش بیشتر پاسخ‌های سازه باشد.

پانوشته‌ها

1. active variable stiffness
2. Electroheological
3. Maghnetoheological
4. actuators
5. real-time
6. embedded computing technology
7. Siljak, D.D. and Lunze, J.
8. passivity
9. stability
10. linear time-invariant (LTI)
11. singular value decomposition
12. truncation balance realization
13. states
14. moment matching based methods
15. Krylov
16. hankel singular values
17. Lyapanov
18. steepest-descent
19. conjugate gradient
20. quasi-Newton
21. Bill Emerson
22. Missouri, USA
23. bench mark
24. singular perturbation approximation
25. Kalman-Bucy filtering
26. El Centro

منابع (References)

1. Wang, Y.; Swartz, R.A.; Lynch, J.P.; Law, K.H.; Lu, K.C. and Loh, C.H. "Wireless feedback structural control with embedded computing", *In Proceedings of SPIE, Health Monitoring and Smart Nondestructive Evaluation of Structural and Biological Systems*, San Diego, CA, pp. 327-341 (2006).
2. Lynch, J.P.; Wang, Y.; Swartz, R.A.; Lu, K.C. and Loh, C.H. "Implementation of a closed-loop structural control system using wireless sensor networks", *Structural Control and Health Monitoring*, **15**, pp. 518-539 (2008).
3. Wang, Y.; Law, K.H. and Lall, S. "Time-delayed decentralized H_∞ controller design for civil structures: A homotopy method through linear matrix inequalities", *Structural Control and Health Monitoring*, pp. 1545-2255 (2009).
4. Wang, Y.; Lynch, J.P. and Law, K.H., *Wireless Sensing and Decentralized Control for Civil Structures: Theory and Implementation*, PhD Thesis, Department of Civil Eng, Stanford University, pp. 1-34, and pp. 98-145 (2007).
5. Date, R.A. and Chow, J.H. "A parametrization approach to optimal H_2 and H_∞ decentralized control problems", *Automatica*, **29**(2), pp. 457-463 (1993).

6. Antoulas, A.C.; Sorensen, D.C. and Gugercin, S., *A Survey of Model Reduction Methods for Large-Scale Systems*, Rice University, Houston, Texas, pp. 1-17 (2000).
7. Gawronski, W. "Advanced structural dynamics and active control of structures", Springer, New York, pp. 67-165 (2004).
8. Franklin, G.F.; Powell, J.D. and Workman, M.L., *Digital Control of Dynamic Systems*, 3rd ed. Menlo Park, CA: Addison-Wesley, pp. 342-351 (1998).
9. Zuo, L. and Nayfeh, S.A. "Structured H_2 optimization of vehicle suspensions based on Multi-Wheel models", *Vehicle System Dynamics*, **40**(5) , pp. 351-371 (2003).
10. Griva, I.; Nash, S.G. and Sofer, A. "Linear and nonlinear optimization", *Society for Industrial and Applied Mathematics*, Philadelphia, pp. 320-365 (2009).
11. Caicedo, J.M.; Dyke, S.J.; Moon S.J.; Bergman, L.A.; Turan, G. and Hague, S. "Phase II benchmark control problem for seismic response of cable-stayed bridges", *Department of Civil Engineering, Washington University, St. Louis, MO 63130*, pp. 1-39 (2003).
12. Dyke, S.J.; Caicedo, J.M.; Turan, G.; Bergman, L.A. and Hague, S. "Phase I benchmark control problem for seismic response of cable-stayed bridges", *Department of Civil Engineering, Washington University, St. Louis, MO 63130*, pp. 1-37 (2002).